3
Aspectos gerais do papel da matemática na obra de Platão

Segundo Gregory Vlastos, Platão adquiriu conhecimentos tão aprofundados no âmbito das matemáticas que era capaz de discutir, dentro da Academia, de igual para igual com os melhores pesquisadores de seu tempo, partilhando e estimulando seu entusiasmo pelos seus trabalhos. A tradição, que dá a Platão, papel relevante em relação às matemáticas, pode ser conferida no texto de Proclo (neoplatônico do século V). Na segunda parte do intróito, dos comentários sobre o primeiro livro dos *Elementos* de Euclides, Proclo afirma que a preocupação de Platão pelas matemáticas trouxe um enorme progresso, particularmente para a geometria e que o filósofo envolveu seus escritos com argumentos matemáticos, gerando, por toda a parte, admiração por essa ciência, principalmente naqueles que se iniciavam no estudo da filosofia[49].

Do mesmo modo, o *Academicorum Philosophorum Index Herculanensis*, nomeadamente, chega a descrever Platão "dirigindo" (ἀρχιτεκτονοῦντος ... Πλάτωνος) as pesquisas de seus colegas matemáticos, assinalando que a matemática fez grande progresso sob seu direcionamento, através dos problemas por ele formulados, problemas estes que os matemáticos zelosamente investigaram[50].

---

[49]PROCLO. *Les commentaires sur le premier livre des Éléments d'Euclide*. Traduction, introduction et notes par Eecke. Paris, 1948 ; EUCLIDE D'ALEXANDRIE. ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΑ. Texte grec et traduction française libre par Georges J. Kayas. 2 v. Paris: Éditions du Centre National de la Recherche Scientifique, 1978; *Les Éléments*. Traduction et commentaries par Bernard Vitrac. Traduits du Texte de Heiberg. 3 v., Paris: Presses Universitaires de France, 1990 e *Thirteen Books of Euclid's Elements*. Translated T. Heath. 3 v., New York: Dover, 1956.

[50]Para avaliar os estudos de Platão no domínio das matemáticas e seu alto grau de envolvimento com os especialistas de seu tempo, consultar: H. F. CHERNISS. Plato as Mathematician. In: *Review of Metaphysics*, nº 4, 1951, p. 395-425; P. COUDERC e L. SÉCHAN. Platon et les sciences mathématiques. In: *Revue des Études Grecques*, LXII, 1949, p. 450-9; EDWARD A. MAZIARZ e THOMAS GREENWOOD. *Greek Mathematical Philosophy*. New York : Frederick Ungar Publishing Co., 1968; MUGLER. *op. cit.*, 1948; A. WEDBERG. *Plato's philosophy of mathematics*. Stockholm: Almqvist & Wiksel, v. I, 1955; P. PRITCHARD. *Plato's philosophy of mathematics*. Sankt Augustin: Akademia Verlag, 1995; IAN MUELLER. Mathematical Method

Historiadores modernos da geometria grega concluíram que Platão, ao mesmo tempo que exerceu grande influência como defensor entusiasta dos estudos matemáticos, tornando-se um crítico inteligente dos métodos e objetivos dessa ciência, fez pouco ou nenhum trabalho original na matemática técnica por si só[51]. Sua influência sobre os geômetras limitar-se-ia ao plano filosófico, enquanto que as numerosas referências de Platão aos problemas matemáticos e geométricos de sua época seriam um sinal da forte influência que esses problemas exerciam sobre seu pensamento. Levando-se em conta, por exemplo, o conjunto dos livros que compõem os *Elementos* de Euclides e constitui, com o texto de Proclo, as duas fontes principais do nosso conhecimento da geometria pré-euclidiana, fica a surpresa em face da ausência de contribuição propriamente platônica[52].

Jordan, em sua obra, afirma que o espaço ocupado por Platão na história da matemática não se deve aos acréscimos fornecidos por ele de forma direta[53]. Para o autor, é possível falar de Platão enquanto matemático somente no sentido em que ele foi o primeiro que se aplicou à metodologia da matemática; que não parou de conjeturar sobre o objeto do conhecimento matemático; que analisou os métodos praticados e elaborou métodos novos. Posições controversas foram mencionadas por outros pesquisadores, como Erich Frank, que assegura que Platão, o matemático criativo, é uma mera fábula, que, na realidade, ele mal pôde ficar a par dos desenvolvimentos matemáticos de seu tempo e que é errôneo supor que ele apresenta uma imagem verdadeira de ciência contemporânea[54].

Contudo, grande parte dos pesquisadores insiste em creditar a Platão uma parte importante nas descobertas e desenvolvimentos matemáticos, atribuindo ao filósofo o prestígio eminente de precursor, pesquisador e incentivador, aquele que

---

and Philosophical Truth. In: KRAUT, R. (ed.) *op. cit*., 1997, p. 170-99 e G. VLASTOS. *op. cit*., 1991, p. 51-88

[51]HEATH. *A history of greek mathematics* (v.1: From Thales to Euclid). Oxford: Clarendon Press, 2 v, 1965 e A. REY *La Science dans l'Antiquité*, IV, p. 291 e 296 e Z. JORDAN. *Des fondements Mathématiques du Système de Platon.* Poznan, 1937.

[52]Os comentários de Proclo, juntamente com os *Elementos* de Euclides, constituem uma das fontes fundamentais do nosso conhecimento da geometria pré-euclidiana, se excetuarmos as passagens matemáticas de Platão e Aristóteles.

[53]JORDAN. *op. cit*., p. 289.

[54]ERICH FRANK. *Logos*, IX (1920-21), p. 253.

impulsionou a matemática do século IV a.C, período tão brilhante e fecundo da ciência grega.

Mesmo que se trate de um elogio exagerado, mesmo que Platão não tenha realizado nenhuma descoberta matemática original, ou ainda que não tenha contribuído para a solução de alguns problemas geométricos, propostos por ele mesmo, não há dúvida de que, especialmente a partir do diálogo *Mênon*, Platão manifesta progressivamente um interesse inequívoco pela ciência matemática.

3.1.
O interesse científico do filósofo

A participação de Platão na investigação das matemáticas de seu tempo é estabelecida por suas reflexões pessoais, por exemplo, quando afirma que, de todas as ciências, as matemáticas são as ciências que mais se aproximam da dialética, ou melhor, que as matemáticas constituem a melhor preparação para a dialética, consistindo o seu valor em ajudar a alma a caminhar em direção à verdade e a produzir a atitude ideal para o desenvolvimento intelectual. Nesse caso, as matemáticas são interpretadas como paradigma epistemológico pela validade universal de suas proposições e, sobretudo, pelo seu rigor dedutivo. Esse rigor lógico que faz com que o matemático caminhe da hipótese à conclusão, é, antes, o arquétipo privilegiado, para Platão, do modelo de ciência que ele deseja instituir.

Na concepção de Mugler, Platão aparece alternadamente como teórico do conhecimento e como matemático, atrelando a laços orgânicos os dois campos de saber. As reflexões matemáticas são nele dominadas e orientadas pela sua especulação metafísica. Cada uma das suas principais preocupações no domínio das matemáticas tinha fundamento e origem nos temas metafísicos. Se, por um lado, o pensamento platônico segue para além do horizonte das especulações teóricas, amparado que estava, muitas vezes, por procedimentos de origem matemática, não se deve, todavia, perder de vista que a preocupação de Platão é o problema da *pólis*; a filosofia platônica é uma filosofia política. Platão tem como alvo último a constituição de uma cidade justa; mas, para tanto, é necessário suplantar o irresolúvel conflito de opiniões – em sua concepção, marca característica do regime democrático – e buscar como fundamento um saber autêntico, que englobe em sua unidade a *pólis*, o *kosmos* e o homem.

Nesses termos, a filosofia platônica busca definir o estatuto de um conhecimento discursivo, racional, articulado de modo a justificar suas proposições, cujos objetos situam-se fora dos limites dessa realidade aparente, sensível. A analogia com o conhecimento de natureza matemática é imediata. Mesmo investigando noções que não encontrava, de modo algum, correspondente específico entre os objetos que compõem o sensível, noções como a justiça, a coragem, a piedade, a amizade, entre outras, Platão parece ter compreendido que através das matemáticas tomamos contato mais facilmente com a realidade inteligível. E é nesse esforço que o procedimento matemático deve ser tomado, ou seja, tentar descrever o conhecimento que deve orientar a conduta humana.

Na história da filosofia, Platão aparece não somente como o filósofo grego que reconhece a conexão estreita entre a filosofia e as matemáticas, mas também como o filósofo que liberta essa ciência dos entraves do empirismo, emancipando-a dos fins utilitários que a restringiam. Ao que parece, é entre os gregos que as matemáticas ganham o estatuto de saber teórico, que deixa de se referir aos problemas empíricos, alçando vôo sem regresso ao mundo inteligível. Isto é, não se trata das matemáticas como um conjunto de técnicas e operações de cunho prático, algo como uma *geo-metria* (agrimensura), mas ao contrário, matemática como a compreensão das propriedades de certo conjunto de objetos cuja realidade é apreensível pelo pensamento[55].

Apesar de Platão não ter se especializado nas matemáticas, ele conheceu e usou amplamente seus resultados e se convenceu do valor universal desta ciência.

---

[55]No que se refere às ciências matemáticas e mais especificamente à geometria, pesquisadores afirmam que este ramo da matemática teve origem no Egito da necessidade prática de fazer novas medidas de terra após cada inundação anual do vale do rio Nilo. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com tempo livre para reflexão é que tinha conduzido ao estudo da geometria. Independentemente de como tenha surgido essa ciência, é sabido que os geômetras egípcios eram chamados de *estiradores de corda*, entendendo-se que as cordas tanto eram indubitavelmente usadas para realinhar demarcações apagadas de terras inundadas, quanto para traçar as bases para as construções dos seus templos. Cf. CARL B. BOYER. *História da matemática*. Tradução Elza F. Gomide. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1974, p. 15-6.

Seu interesse fundamentalmente se localiza nas várias relações, por ele percebidas, entre os problemas das matemáticas e os diferentes aspectos da filosofia. Mas, além da atração suscitada por essas relações, é manifesto que Platão se interessou pela ciência matemática por ela mesma, e que há, em alguns de seus diálogos, uma preocupação constante com o método matemático. As afirmações e definições fornecidas em seus diálogos como o *Parmênides*, o *Político* e especialmente o *Timeu*, são importantes para a valoração do conhecimento de Platão e para a história da ciência antiga. Suas especulações matemáticas responderam por meio do seu método e da expressão final de seu pensamento.

3.2. Platão como matemático

Conforme observamos, o interesse de Platão pela geometria se revela através de dois pólos: pela importância atribuída às disciplinas matemáticas na formação intelectual e pelo uso freqüente, em seus diálogos, de certas noções geométricas. O impulso dado à especulação filosófica e à pesquisa matemática, durante o domínio de Péricles, forneceu ao filósofo os vários detalhes para o desenvolvimento de seu próprio sistema. A Academia platônica, que foi fundamentalmente um espaço consagrado aos problemas filosóficos, desempenha um importante papel pela sua abertura às questões em pauta na época, tendo seu interesse marcado pelos problemas referentes à geometria, o que valeu a Platão o título merecido de filósofo-geômetra.

Em meio aos vários temas das matemáticas, Platão lida mais habilmente com questões como: a construção dos poliedros regulares e semirregulares; a média geométrica entre dois quadrados e dois cubos; a regra para encontrar uma série de números quadrados, cuja soma também é um quadrado; e questões diversas relacionadas à acústica, à ótica, à astronomia e aos irracionais, em geral[56].

Em relação aos fundamentos da matemática, Platão dedicava uma atenção especial às definições – elementos essenciais ao conhecimento. Em alguns casos, observa Heath[57], suas definições estão ligadas propriamente à tradição pitagórica, em outros, ele nos dá a impressão de ter produzido uma nova linha para desenvolvimento de seu pensamento. Provavelmente por esse motivo, a primeira alusão matemática no *Mênon* se relacione com a definição científica de "figura" e de "cor" [58]. O que é isso, pergunta Sócrates, "que é no redondo e no reto e nas outras coisas que chamas figuras, aquilo que é o mesmo em todas elas[59]? Como sugestão primeira para uma definição de figura, Sócrates responde: "seja, pois, figura, para nós, o único entre os seres que acontece sempre acompanhar a cor" (χρώματι)[60] – Platão aceita, assim, uma sensação visual. Em seguida, definindo uma superfície como: "a figura (σχῆμα) é o limite do sólido[61]"– ele apela a uma sensação tátil.

Sabemos que os primeiros geômetras gregos substituíram a verificação pela demonstração, mas o empirismo permanecia contido nas definições, nos postulados e nos princípios. Platão fixa-se em reformular e desmaterializar os

---

[56]MAZIARZ & GREENWOOD. *op. cit*., p. 87.

[57]HEATH. *op. cit*., p. 294.

[58]O diálogo *Mênon* dá três exemplos matemáticos cuidadosamente preparados e distribuídos em três demonstrações sequenciais, apresentando dificuldade crescente e contribuindo de forma decisiva para a explicação e a progressão metodológica do pensamento de Platão. A introdução desses exemplos passo a passo no diálogo, segue caminho análogo, como sugeriu Konrad Gaiser, ao caminho percorrido na alegoria da Caverna. Inicialmente, com as tentativas de definição do conceito geométrico da figura (75a-77a), vemos simples sombras serem o objeto de uma primeira transformação que lhes confere um valor próprio; em seguida, na parte mediana do diálogo, com a teoria da reminiscência, ilustrada por um exemplo matemático, Platão forneceria uma imagem da própria verdade (82b-85b); e por último, com a formulação de uma hipótese (86e-87b), o diálogo nos remeteria à experiência cotidiana e às confrontações políticas. KONRAD GAISER. Le *Ménon* de Platon et l'Académie. In: CANTO-SPERBER, M. (ed.) *Les paradoxes de la connaissance: Essais sur le Ménon de Platon*. Paris: Odile Jacob, 1991, p. 113-41.

[59]PLATÃO. *Mênon*, 75a8.

[60]PLATÃO. *Mênon*, 75b9. Embora Platão designe no texto a palavra cor por τὸ χρῶμα, Mênon emprega o termo arcaico ἡ χρόα, o que é um meio discreto de lhe conceder o conhecimento da origem pitagórica dessa definição. Também o uso da palavra σχῆμα faz praticamente equivaler à superfície, herança do termo pitagórico, cor ou "camada externa", que Aristóteles similarmente explica como χρῶμα, cor, algo inseparável do πέρας, extremidade. ARISTÓTELES. *Do Sentido*, 439a31.

[61]PLATÃO. *Mênon*, 76a8.

fundamentos da geometria, eliminando implicações sensoriais e empíricas de seus termos e definições. Suas definições do ponto, da reta, da circunferência, das linhas, das superfícies, são libertas, tanto quanto possível, dos elementos sensoriais e de construções mecânicas. Certamente liberar-se completamente do concreto é apenas uma utopia.

Segundo Couderc e Séchan, Platão foi, notoriamente, um criador na teoria da semelhança, intervindo, seja para os problemas da geometria pura, como no caso do *Mênon*, e em vista de um fim arquitetural e cosmogônico, como no texto do *Timeu*, seja com uma significação metafísica, a exemplo do *Parmênides*[62]. Se os antigos estabeleceram algumas alusões à noção de semelhança na ciência anterior, a propósito de Tales, por exemplo, ou do problema da duplicação do cubo, é somente nas obras de Platão que se encontram os primeiros textos entendidos como concernentes à semelhança plana e, sobretudo, à semelhança espacial da qual o *Timeu* é, pode-se dizer, o primeiro testemunho histórico verdadeiramente significativo. Platão compreendeu o quanto esta noção de semelhança ultrapassava a noção de igualdade, a ponto de fazer da primeira um princípio de ordem cósmica e a base de sua metafísica da matéria.

É na construção do poliedro regular - que são os corpúsculos do mundo material -, feita por Platão, que Mugler busca a aplicação da teoria da semelhança geométrica como "um princípio organizador de importância cósmica". Na sua obra "Platon et la recherche mathématique de son époque" [63], parte do capítulo dois e todo o capítulo três, são usados para mostrar como Platão impôs disciplina geométrica sobre o polimorfismo ilimitado dos Atomistas, e introduziu nas ciências físicas o princípio de economia[64].

A ideia de economia, que domina e orienta em Platão a obra do Demiurgo, está no centro da cosmologia platônica oferecendo analogias com certos

[62]COUDERC & SÉCHAN. *op. cit.*, p. 451.

[63]MUGLER. *op, cit.*, 1948, p. 45-133.

[64]Segundo o *Timeu*, o corpo do mundo material, apresenta quatro elementos: o fogo, a terra, a água e o ar. Para explicar seu número limitado e sua transformação uns nos outros, Platão encontra para eles uma representação espacial. Cinco poliedros e quatro elementos. Ele terá, pois, um poliedro a mais, e Platão elimina o dodecaedro com suas faces pentagonais, mas o elegerá como o símbolo do "todo". No estado físico ígneo, as partículas da matéria são na forma de *tetraedro*; gasoso, quando formam os *octaedros*; líquido quando se apresentam sob o aspecto mais complicado do *icosaedro* e sólido, quando se revestem na forma do *cubo*. GREGORY VLASTOS. *O Universo de Platão*. Tradução de Maria Luiza Monteiro Salles Coroa. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 1987.

princípios da física e da mecânica racional moderna. Ainda em relação ao princípio de economia, Platão acredita poder deduzir o mundo de certos princípios filosóficos, e este método idealista é precisamente o contrário da prática da ciência moderna, que é construída sobre observações físicas expressas nas estruturas matemáticas. Nesse campo, o nome do filósofo é geralmente associado ao de seu amigo e discípulo Eudoxo e a de outros astrônomos desse período. A sugestão platônica não era considerada uma fantasia encantadora, mas uma hipótese na qual era possível trabalhar, propondo-se um sistema de mundo de uma grande beleza geométrica onde, pela primeira vez, o homem se dava conta das aparências celestes, tanto quanto podia, somente por meio de movimentos circulares e uniformes[65]. É a Platão que se atribui o famoso postulado que pretendia explicar as complicações dos movimentos planetários, através da hipótese de um número definido de movimentos fixos e regulares que pudesse "salvar os fenômenos" do movimento das estrelas errantes, regra imperativa que por longo tempo dominou a teoria astronômica. Será que Platão em relação a esta regra somente fez seguir os pitagóricos?

Para Vlastos, não há nenhuma razão de duvidar que Platão tenha sido o primeiro a lançar a ideia segundo a qual era possível explicar os movimentos aparentemente irregulares dos planetas, por composições de movimentos circulares invariavelmente regulares, que aconteciam em diferentes planos, orientados segundo diferentes direções e tendo velocidades angulares diferentes. Nesse sentido, os astrônomos deveriam admitir Platão entre eles, não como um amador em seu domínio, mas como um homem que, estudando os mesmos objetos que eles, apreendia-os de outra maneira[66].

No que tange à metodologia, Platão foi o primeiro a realizar a transposição da analogia (ἀναλογία) matemática para o domínio da filosofia, utilizando este conceito em momentos cruciais da discussão de problemas metafísicos[67]. A

---

[65]SIMPLÍCIO. *Comentário do Tratado do Céu*, 488, 21-24.

[66]VLASTOS. *op. cit.*, 1991, p. 51-2.

[67]Ἀναλογία significa ἰσότης τοῦ λόγου, uma igualdade de relações. Em seu uso atual a palavra analogia significa, em sentido mais geral, proporção, mas também relação ou semelhança. Todos esses elementos fazem parte do conceito metafísico de *analogia*. Essa multiplicidade de sentidos no conceito de analogia é carregada de consequências filosóficas, as quais fazem a analogia oscilar entre um sentido mais rigoroso, de uma igualdade de relações, e um sentido de uma mera semelhança entre duas coisas. ANDRÉ LALANDE. *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*. Paris: PUF, 1991.

reflexão filosófica passa a ser enriquecida, então, com um novo instrumento capaz de operar em diversos domínios do saber, fazendo de Platão o verdadeiro artesão do simbolismo analógico, aquele a quem a tradição posterior fará referências. Tudo indica que a inspiração platônica advém do pitagórico Arquitas de Tarento, matemático e político contemporâneo de Platão (440-360 a. C.), ao qual se atribui a elaboração formal de uma teoria das proporções[68]. Arquitas ter-nos-ia fornecido uma teoria matemático-musical, na qual dividia as proporções em três tipos:

(1) proporção aritmética, quando o primeiro termo excede o segundo tanto quanto o segundo excede o terceiro ($a - b = b - c$);

(2) proporção geométrica, quando o primeiro se relaciona com o segundo como o terceiro a um quarto ($a/b = c/d$); se os termos médios não forem iguais a proporção é dita "descontínua" e se forem iguais é dita "contínua" ($a/b = b/c$)[69]; e por fim, a

(3) proporção harmônica, quando o primeiro excede o segundo por uma parte do primeiro (maior) e o segundo excede o terceiro pela mesma parte do terceiro (menor), de modo que teríamos $a - b = a/x$; $b - c = c/x$. Um exemplo, bem conhecido na escala musical é 12, 8, 6, onde temos 12 excedendo 8 por 4 (sendo 4 a terça parte de 12), e 8 excedendo 6 por 2 (sendo 2 a terça parte de 6).

Uma prova de que Platão apreendeu as propriedades desta teoria e as aplicou com extremo rigor pode ser obtida no *Timeu* (31c-32a) na composição do corpo) e na *República* (VI, 509d-511e) para a analogia geométrica, e nas passagens do *Timeu* (34b-37a e 36a4-6 na composição da alma), para a analogia aritmética e harmônica. Infelizmente não é possível recuperar uma história completa da teoria da analogia ou das proporções que nos mostraria a gênese e a construção progressiva desta teoria na geometria e nas matemáticas pré-euclidianas. A teoria das proporções que pode ser encontrada nos livros V, VI e VII dos *Elementos* de Euclides marca um resultado e uma cristalização desta, sem, contudo nos fornecer os elos da corrente de uma longa evolução de dois séculos de pesquisas matemáticas. Ao considerarmos ser a matemática platônica, antes de tudo, uma construção interpretante, precisamos analisar detalhadamente a obra e o

[68]Sobre a vida e a filosofia de Arquitas, conferir: J-P. DUMONT. *Archytas: Les Présocratiques*. Paris: Gallimard, 1987 e B. CENTRONE. *Dictionnaire de Philosophes Antiques*, v. I, Éditions CNRS, 1989.

[69]A analogia geométrica "contínua" adquiriu inicialmente um valor superior para a filosofia, como verificaremos no capítulo dedicado ao estudo da linha segmentada da *República*.

contexto de cada passagem de Platão em que aparece o procedimento da "analogia", para que, somente então, possamos avaliar as consequências filosóficas do emprego deste conceito.

3.3. A organização platônica dos métodos racionais

As teorias matemáticas conhecidas no tempo de Platão não foram rigorosamente sistematizadas, apesar de sua consistência lógica. As teorias e os problemas debatidos ou resolvidos pelos matemáticos gregos antigos foram baseados, até certo ponto, na intuição sensível ou na experiência, que ocasionaram na crítica de Platão aos métodos por eles empregados. Tais discussões encorajaram o enorme trabalho de compilação e correlação assumida pelos matemáticos da Academia, pavimentando o caminho para a sistematização de Euclides.

Os historiadores da matemática grega parecem não concordar com a descrição do que seja o método que os geômetras gregos chamaram de análise[70]. Proclo, que era um pesquisador das ciências matemáticas, menciona que os geômetras gregos utilizavam três métodos: o método analítico-sintético, o de divisão e o de redução ao absurdo (que é um caso especial do método de análise). Entre esses três métodos, Proclo estabelece uma hierarquia, apresentando o método de análise como "o melhor e o mais belo de todos", aquele que conduz a pesquisa matemática a um princípio conhecido, além de ser este o método que propiciou a Platão conhecer Leodamas, autor de numerosas pesquisas na área da geometria [71].

Apesar do método de análise ter sido anteriormente utilizado pelos pitagóricos na aplicação de áreas e na prova de certas propriedades dos números,

---

[70]Entre Heath, Tannery e Mugler não existe qualquer visão discordante sobre o que era o método de análise.

[71]*Apud.* in LAFRANCE. *op. cit.*, 1980, p. 77.

Proclo e Diógenes Laércio creditam a Platão a invenção desse método. Contudo, a verdadeira contribuição de Platão consistiu no despertar da plena consciência do exercício mental envolvido no processo analítico, assim como no alcance da fecundidade desse método em suas implicações epistemológicas e metodológicas. Platão demonstrou a importância da análise, a partir do ponto de vista lógico, desenvolvendo tal procedimento como método universal na matemática[72]. Tannery e outros historiadores modernos da matemática também atribuem esta paternidade a Platão, indicando que já se pode encontrar, no livro VI da *República*, o embrião deste método[73]. Porém, conforme afirma Lafrance, o problema de uma afinidade profunda entre o procedimento *noético* e o método analítico reside muito mais importante para nós, pesquisadores da filosofia, do aquele da paternidade desse método[74].

A descrição antiga e mais completa que temos do método analítico é a de Pappus de Alexandria, um dos mais importantes comentadores gregos das matemáticas que viveu no final do século III de nossa era[75]. Pappus teria sido, conforme indica Tannery, uma das principais fontes de pesquisa de Proclo[76]. Segue o texto de Pappus sobre o processo de análise[77]:

> Análise é, pois, este procedimento pelo qual parte-se do que é buscado, como se fosse admitido e, passando pelas conseqüências sucessivas (διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων) chega-se a algo que é acordado pela síntese. Com efeito, na análise supõe-se (ὑποθέμοι) o que é buscado como se fosse já atingido (γεγονός) e se examina o antecedente de onde isto pode resultar, e de novo se examina o antecedente deste último antecedente e assim por diante até que,

[72]Ver texto de MAZIARZ & GREENWOOD. *op. cit.*, p. 98.

[73]Para Cornford, Platão é considerado o inventor do método analítico, pois ele foi o primeiro a cogitar sobre o processo de pensamento envolvido e a descrevê-lo em contraste com o processo de síntese. CORNFORD. *op. cit.*, 1932, p. 72.

[74]LAFRANCE. *op. cit.*, 1980, p. 80.

[75]As outras descrições antigas do método de análise não são inteligíveis ou podem até mesmo referir-se a algum tipo de análise que não é a geométrica, conforme sublinha Robinson, nas páginas 466-7. ROBINSON. *Analysis in Greek Geometry*. In: Mind, nº 45, 1936, p. 464-73.

[76]TANNERY. *La Géométrie Grecque* (1887). New York: Arno Press, 1976 e RUBENS G. LINTZ. *História da matemática*. v. I. Blumenau: Ed. da FURB, 1999, p. 105.

[77]Decidimos reproduzir o texto, a despeito do seu tamanho, por três razões: (1) o mesmo é de suma importância para a compreensão da natureza de "análise" e de "síntese" entre os geômetras gregos; (2) daremos uma atenção especial ao método analítico-sintético no capítulo 6 deste estudo servindo, o mesmo, por conseguinte, de embasamento para a nossa pesquisa; e (3) a descrição de Pappus serve como rica fonte de pesquisa para os interessados no assunto.

remontando de antecedente em antecedente chega-se a algo já conhecido ou pertencendo à ordem de um princípio primeiro. Tal procedimento denomina-se análise a exemplo de uma solução regressiva (ἀνάπαλιν λύσιν).
Por outro lado, na síntese, o procedimento é inverso: toma-se como já atingido (γεγονός) o que foi obtido em último lugar pela análise e, reordenando, segundo sua ordem natural, as conseqüências que eram anteriormente antecedentes (τὰ ἑπόμενα ἐκεί) e ligando-os uns aos outros, chega-se finalmente ao estabelecimento do que era buscado. E isto se denomina síntese.
Entretanto, existem dois gêneros de análise: uma que se denomina teórica visa à pesquisa do verdadeiro; a outra, que se denomina problemática, visa a obter o que é proposto. Assim (1) no gênero teórico, assume-se o que é buscado como algo verdadeiro, em seguida passa-se pelas conseqüências sucessivas (διὰ τῶν ἑξῆς ακολούθων) que se consideram igualmente como coisas verdadeiras em virtude da nossa hipótese (ὡς ἀληθῶν καὶ ὡς ἔστι καθ᾽ ὑποθεσιν), para chegar a algo que é admitido: (a) se o que foi admitido é verdadeiro, então o que é buscado será também verdadeiro, e a prova (ἀπόδειξις) corresponde à análise em sentido inverso; (b) se acontece que o que é admitido seja falso, então o que é buscado também será falso. (2) No gênero problemático, assume-se o que é proposto como conhecido, em seguida passa-se pelas conseqüências sucessivas (διὰ τῶν ἑξῆς ἀκολούθων) consideradas como verdadeiras, para chegar a algo que é admitido: (a) se o que é admitido é possível e realizável, o que os matemáticos denominam "dado" então o que era proposto é possível, e novamente a prova corresponde à análise em sentido inverso; mas (b) se acontece que o que é admitido é impossível, então o problema também será impossível[78].

De acordo com a descrição, o procedimento metodológico de análise e de síntese em geometria pode ser apresentado, segundo Lafrance, do seguinte modo[79]:

Seja por exemplo p a demonstrar (ou a construção da figura p a buscar) pelo método de análise e de síntese:

(1) p é o que é buscado. Assume-se que p é verdadeiro e é colocado como dado inicial;

(2) Procura-se um antecedente de p, isto é, uma proposição q implicada em p:

$$p \rightarrow q$$

(3) Procura-se em seguida um antecedente de q, isto é, uma proposição r implicada em q:

$$q \rightarrow r$$

[78]A tradução em português foi feita a partir da tradução francesa de Lafrance. Cf. LAFRANCE. *op. cit.*, 1980, p. 79-80. Essa tradução supõe a adoção da interpretação tradicional do texto de Pappus: análise e síntese como processo dedutivo, o que provocaria a reciprocidade das proposições.

[79]Ibid., p. 81-82.

(4) Procura-se em seguida um antecedente de *r*, isto é, uma proposição *s* implicada em *r*:

$$r \rightarrow s$$

(5) Prossegue-se a análise até que se alcance uma proposição *t*, antecedente de *s* e implicada de *s*:

$$s \rightarrow t$$

Chega-se a *t* porque esta é uma proposição conhecida como verdadeira ou como falsa independentemente da análise. Então:

(a) Se *t* é uma proposição verdadeira, *p* é verdadeira

(b) Se *t* é uma proposição falsa, *p* é falsa

No caso (a) em que a proposição *t* é verdadeira, pode-se fornecer a prova ou a demonstração da verdade de *t* pela síntese. Esta consiste em refazer o procedimento de análise no sentido inverso e em tomar os antecedentes *p q r s* por consequentes. Seja:

(5) $t \rightarrow s$

(4) s $\rightarrow r$

(3) $r \rightarrow q$

(2) $q \rightarrow p$

(1) *t* é uma proposição demonstrada como verdadeira. Se *t* é verdadeira, então *p* é verdadeira.

No caso (b) em que a proposição *t* é falsa, encontramo-nos diante de um caso especial de análise, isto é, a de redução ao absurdo. Com efeito, se (5) é falsa, então (1) é falsa, e se (1) é falsa, a contraditória de (1) é verdadeira. Nota-se assim, que a validade da operação supõe a reciprocidade ou a equivalência das proposições (ou de construções, se se trata de um problema). Seja:

(2) $p \leftrightarrow q$

(3) $p \leftrightarrow r$

(4) $r \leftrightarrow s$

(5) $s \leftrightarrow t$

Em resumo, o método platônico de análise é um método de descoberta, seja para descobrir as provas das proposições geométricas, seja para a solução dos problemas geométricos e consiste em admitir uma propriedade buscada, tirando-lhe as conseqüências e reduzindo uma propriedade a outra mais simples até que resulte uma proposição reconhecida como verdadeira. Este método é seguido pela síntese, que consiste na conferição sobre a análise, para se ter a certeza de que não houve nenhum erro e, em não havendo erro, tem-se a real prova ou solução da questão proposta.

Ao direcionar a atenção para a análise e para a conexão recíproca entre análise e síntese, Platão presta um importante serviço às matemáticas e à ciência em geral. O método platônico de regressão analítica não está relacionado somente com a simples redução de uma proposição a algo conhecido ou já provado, mas, também, com a descoberta das hipóteses finais da ciência. Isso é dito por Platão na *República*, ao discutir a diferença entre imagens e hipóteses[80].

O progresso das matemáticas na Academia deveu-se, principalmente, à concepção mais clara de seus objetivos: à organização dos métodos adotados e aos argumentos de Platão sobre as hipóteses matemáticas e as definições. Vale lembrar que a arte de esclarecer conceitos pelos vários processos que levam a uma definição é devidamente socrática. Sabemos que o velho mestre não foi o responsável direto pelos interesses científicos de Platão, mas sua influência sobre a ciência não foi destrutiva, mesmo tendo voltando sua atenção do estudo dos fenômenos externos para as considerações morais. Porém, o método do *elenchos* e os ensinamentos do mestre tornaram possível uma futura sistematização da ciência, já que a verdade é somente conhecida de fato, desde que universal em caráter e, consequentemente, objetiva. Talvez seja esse o motivo pelo qual o *elenchos* socrático estrutura-se a partir de exemplos particulares e, gradualmente, alcança os elementos universais gravados neles.

Sócrates ensina seu discípulo a direcionar sua atenção ao que é permanente nas coisas, para reforçar suas especulações com definições universais. Na verdade, o método socrático possibilitou a "rejeição" de Platão às doutrinas filosóficas de seus predecessores o que propiciou a construção de sua própria filosofia. Platão torna-se o promotor de uma união entre a filosofia e as matemáticas que permanece até hoje.

[80]PLATÃO. *República* VI, 510d. Essa questão será desenvolvida mais detalhadamente no capítulo referente à *República*.

3.4. Matemática e educação: o programa platônico

É fato conhecido e atestado, em vários de seus diálogos, que os estudos matemáticos tinham para Platão uma importância capital[81]. Momento privilegiado deste método filosófico-matemático é a redação dos livros VI e VII *República*, parte central da ontologia platônica. Neles, Platão prescrevia para a formação dos futuros dirigentes da cidade um período ininterrupto de dez anos de dedicação a esses estudos. O poder das matemáticas permitiria aos futuros governantes da cidade ideal muito mais do que uma formação intelectual; conduziria à contemplação das essências inteligíveis; induziria a uma mudança qualitativa na percepção da realidade, mudança comparável a uma conversão religiosa e despertaria a alma atraindo-a do mundo do devir para o mundo do ser[82]. A tradição relata que a inscrição: ΜΗΔΕΙΣ ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΤΟΣ ΕΙΣΙΤΩ ("Quem não é geômetra não entre!"), sobre o frontão da Academia, deixava clara a suprema importância que Platão fixava às matemáticas e à educação dos filósofos e daqueles que devem governar o seu ideal de Estado. Sendo ou não verdadeira, essa história ilustra o essencial para o filósofo no estabelecimento de um sistema universal de conhecimento.

Essa admiração de Platão pelas matemáticas não tem nada de exterior ou superficial. É provável que durante a sua infância em Atenas, ele tenha tido aulas de matemática ministradas por mestres especializados. De acordo com Diógenes Laércio, após a morte de Sócrates, no decorrer da longa viagem que fez ao Egito e à África do Norte, Platão conheceu um famoso geômetra chamado Teodoro de Cirene, que o iniciou em seus métodos. Em seguida, por volta de 389, em visita à Grande Grécia, tornou-se amigo de Arquitas de Tarento e, a partir dos trabalhos desse sábio, se aprofundou nas teorias aritméticas dos pitagóricos. Ao retornar a Atenas, no ano seguinte, encontrando-se de posse de uma excelente formação nas matemáticas, Platão funda a Academia, colocando-se decisivamente a par de toda

[81]A importância que tais estudos tiveram para Platão pode ser conferida nos seguintes textos de Ian Muller: Mathematics and Education: Some Notes on the Platonic Program. In: *Apeiron*, 1991, nº 24, p. 85-104 e *The Disciplines of Mathematics in Plato* (Mainly the Republic) and Aristotle. Princeton, 2001. Digitado. Não paginado.

[82]VLASTOS. *op. cit.*, 1991, p. 51-88.

descoberta notável da geometria de seu tempo. A Academia foi, desde a sua fundação, um centro de pesquisas e de estudos matemáticos extremamente respeitável, formando, por conseguinte, um número considerável de pesquisadores.

A importância dada à matemática como programa educativo advém de que ela se caracteriza efetivamente como uma ciência, cujos objetos podem ser apreensíveis pelo pensamento, isto é, seu aspecto formal pertence à esfera intelectual. Ela procede segundo um método de investigação eficaz – demonstração – que funciona através de um sistema de encadeamento e deduções, sob a chancela de uma lógica severa: através desse sistema de articulações, se compreendemos a natureza das premissas, necessariamente chegamos ao entendimento das conclusões. Da certeza deste conhecimento advém a certeza da realidade desses objetos; há uma identidade alicerçada entre o que é pensável, cognoscível, e a realidade.

Faz-se necessário educar o olhar do pensamento para uma realidade que está presente em todas as coisas múltiplas e relativas, pois, embora esteja presente, e a nossa linguagem ordinária muitas vezes quase consiga realizar uma distinção, esta realidade não está de modo algum acessível aos olhos dos sentidos. No *Mênon*, por exemplo, salta aos olhos a importância dada às matemáticas como modelo para uma nova estratégia discursiva. Quando, no início do diálogo, as interrogações são dirigidas em busca da essência da virtude, Sócrates, diante da dificuldade de seu interlocutor em compreender que o que se busca é o *eidos* e não um enxame de exemplos, lança mão da definição de figura como paradigma; e o papel desempenhado pela matemática no diálogo vai mais longe.

A relação inerente existente entre as disciplinas matemáticas e a educação, pode ser identificada já na formação do vocábulo "matemática" (μαθηματικός, ή, ον). Proveniente do substantivo μάθημα (plural: *mathemata*), este termo é derivado do verbo grego μανθάνω, que apresenta por significado: *aprender*. Desse modo, *mathema* é, aproximadamente, *algo que pode ser aprendido*, um tema de estudo ou disciplina.

Entretanto, o sentido atual do termo já se faz claramente presente em Aristóteles. Antes, em Platão, este termo é utilizado por duas vezes no *Sofista* (219c), sendo geralmente traduzido com a acepção de *ter a ver com aprender*, e no *Timeu* (88c), apresenta o significado de *matemático*, *pessoa que se dedica ao* *estudo da matemática*. Este uso do substantivo é provavelmente derivado de Platão, que no livro VII (521c-534) da *República*, faz dos cinco *mathemata* partes fundamentais da educação. Os *mathemata* são apresentados com o título de disciplinas propedêuticas, devido ao impulso que fornecem em direção ao pensamento dialético (522b-532a), constituindo, de tal modo a melhor via para a alma alcançar o conhecimento do ser (525a).

No programa de educação platônico, dos vinte aos trinta anos, o discípulo da Academia teria uma educação centrada nas ciências matemáticas, comparável ao que mais tarde, na Idade Média, denominou-se de *quadrivium*. O programa de ensino e de pesquisas científicas englobava: aritmética e cálculo; geometria e estereometria; astronomia e harmonia teórica.

De acordo com a *República*, a aritmética era considerada a ciência comum, da qual se utilizam todas as artes, todos os modos de pensar, todas as ciências, e também é aquela que é preciso aprender entre as primeiras coisas que qualquer um deve aprender (καὶ παντὶ ἐν πρώτοις ἀνάγκη μανθάνειν)[83]. Platão faz, com efeito, uma distinção entre a ciência dos números (*arithmetike*/aritmética) e a arte de calcular (*logistike*/cálculo). O cálculo era considerado como o conjunto dos procedimentos destinados a resolver problemas de questões práticas, isto é, a objetivos comerciais ou utilitários. A aritmética era estudada pelo conhecimento em si e não tinha relação com a ação. É esta ciência que Platão indicará como útil na formação dos futuros governantes, constituindo uma etapa do caminho que os levará à verdade e à essência[84].

De fato, nas *Leis* (817e), Platão fala que cálculo e o que diz respeito a números são *mathemata*; conclui-se, então, numa primeira perspectiva, que, apesar de existir uma distinção entre aritmética, de um lado, e cálculo, de outro, uma e outro permanecem assaz relacionados para construir uma disciplina e que, quanto a essa distinção, temos a impressão de que Platão combinou matemática pura com matemática aplicada. Contudo, Platão parece deixar de lado essa distinção e insiste que as disciplinas possuem algum tipo de unidade, uma com a

[83]PLATÃO. *República* VII, 526a.

[84]PLATÃO. *República* VII, 525b-d.

outra e com a natureza da realidade[85]. Obviamente, para Platão, realidade é inteligível e separada das coisas sensíveis.

À medida que faz distinção entre matemática pura e aplicada, Platão também o faz na base dos objetos com que cada uma delas lida. Sócrates, no *Filebo* (56d-e), diz que há distinções paralelas entre cálculo em comércio e medida em carpintaria, de um lado, e entre cálculo e geometria, praticadas filosoficamente, de outro. O texto platônico diz que "pessoas comuns contam coisas desiguais semelhantes duas mônadas de gado; enquanto que o aritmético filosófico só lida com unidades que não diferem de modo algum". Platão reconhece que o exercício da aritmética aperfeiçoa a mente para outros tipos de conhecimento e produz, ao mesmo tempo, um efeito ascensional ao compelir a alma a raciocinar sobre número abstrato, sem se desenharem objetos tangíveis ou visíveis e sem que ela fique perplexa pelas ambiguidades da percepção dos sentidos. As unidades visíveis e tangíveis podem ser divididas, podem mesmo ser desiguais e variar de tamanho. Mas as unidades reais são absolutamente iguais, invariáveis e indivisíveis. Como tais, não podem ser apreendidas pelos sentidos, mas somente pelo pensamento.

Similarmente, a geometria é importante porque estuda objetos eternos e imutáveis e, por conseguinte, ergue a alma em direção ao verdadeiro ser. Um mínimo de conhecimento da geometria é suficiente em termos práticos, como na arte da guerra, mas seu estudo mais avançado ajudaria a apreender a Forma do bem. Essa concepção de ciência é completamente diferente das implicações da linguagem ordinária dos estudiosos da geometria. Ela deve ser cultivada tendo em vista o saber e não como agem os matemáticos, que procedem pensando na prática, referindo-se em seus exercícios à quadratura, às construções, às adições e às operações no gênero[86].

Os objetos da geometria não se tornam mais reais pela construção; pontos, linhas, triângulos ou quadrados são objetos de puro pensamento, que a mente contempla; a geometria usa diagramas somente como ilustrações, visto que o triângulo que desenhamos é uma representação imperfeita do triângulo que pensamos. Essas considerações também se aplicam à geometria sólida ou

[85]PLATÃO. *República* VII, 522c.

[86]PLATÃO. *República* VII, 527a.

estereometria, como é designada pela primeira vez no diálogo *Epinomis* (990d)[87]. Para Platão, a estereometria é uma ciência intermediária entre a geometria plana e a astronomia, na medida em que lida com a terceira dimensão. A estereometria parece ser necessária à astronomia, porque o estudo dos sólidos em si mesmos deveria preceder ao estudo dos sólidos em movimento, que é o objeto da astronomia[88].

Platão também pretendeu incorporar o aprendizado dos irracionais. Denunciou como um crime nacional o fato da população jovem de Atenas ignorar a distinção entre quantidades racionais e irracionais[89]. Pensou que isso era, principalmente, devido ao ensino inapropriado das matemáticas na Grécia, acrescentando que o maior dos males não era a total ignorância, e sim o ensino e o aprendizado mal direcionados. Para ele, o estudo dos irracionais se tornaria mais fácil quando mostrados como complementos naturais das mais elementares questões de matemática. Sua insistência na introdução do estudo dos irracionais na educação grega foi proposta não somente pela sua visão de que a ciência é incompleta sem eles, mas também pela crença de que um estudo compreensivo dessa magnitude é indispensável à elaboração de uma filosofia coerente e universal, livre das dificuldades que destruíram o sistema pitagórico[90].

Basicamente, a astronomia e a harmonia teórica (ou harmônica) são as ciências que lidam com o movimento. Platão considera que a astronomia não deveria ser estudada meramente para seu uso na agricultura, na navegação ou para estratégia militar. Os movimentos visíveis e complexos dos corpos celestes devem ser considerados como padrão, apontando para uma sabedoria mais elevada, com o uso correto da razão. Logo, o conhecimento apropriado da harmônica (música) é também obtido pela abstração. A harmônica lida com movimentos apreendidos pelos ouvidos, assim como a astronomia lida com movimentos apreendidos pela visão. Mas, isso não é suficiente para dizer que certo intervalo é expresso por um número particular; deve-se considerar quais números entram em concordância e

[87]MAZIARZ & GREENWOOD. *op. cit*., p. 94.

[88]Aparentemente, a estereometria foi pouco desenvolvida no tempo de Platão, não sendo, consequentemente, considerada como uma ciência independente. PLATÃO. *República* VII, 528c.

[89]PLATÃO. *Leis*, 820b.

[90]R. E. DODDS. *Os Gregos e o irracional*. Tradução de Paulo Domenech Oneto. São Paulo: Escuta, 2002.

quais não; e encontrar razões para ambos os casos. Platão considera que os professores de harmônica e música prática não lidam realmente com a harmônica, porque eles somente comparam os sons e as consonâncias ouvidas, maltratam as cordas e torturam-nas nos ganchos do instrumento. A harmônica deve ser estudada para o bem, e não como os empiristas, ou mesmo os pitagóricos fazem, expressando os intervalos harmônicos por razões numéricas, sem se emanciparem do modo como eles são ouvidos. Eles também estão errados, como os astrônomos; com efeito, eles investigam os números das harmonias escutadas, mas eles nunca alcançam as harmonias naturais dos números, nem consideram por que alguns números são harmoniosos e outros não[91].

Essa dissociação da matemática de suas aplicações imediatas ou remotas habilita Platão a concluir que os objetos de investigação dos estudiosos das matemáticas – números e figuras – deveriam ser estudados em si mesmos, ou seja, eles não são os números e as figuras materiais que desenham, mas realidades absolutas, imateriais e atemporais. Essa visão geral sobre as matemáticas, como expressa no livro VII da *República*, não representa o pensamento final de Platão sobre a relação entre as matemáticas e o verdadeiro conhecimento. O que esse diálogo assegura sobre a aritmética, a geometria, a astronomia e a harmonia teórica está alinhado com as necessidades da educação adulta.

De fato, as matemáticas aumentam o poder de atenção, desenvolvem o senso de ordem e permitem à mente apreender, por simples fórmulas, as diferenças quantitativas dos fenômenos físicos. Elas libertam o olhar do sensível remetendo-o para o mais excelente de todos os seres (532c, 533d). Esse propósito educacional fornece uma ligação entre as matemáticas e a Forma do bem, que é o objeto supremo do estudo dos filósofos. A alegoria da Caverna mostra que conceitos universais, ou abstratos, como aqueles das matemáticas correspondem ao reflexo do sol na água. Por conseguinte, a realidade final deve ser encontrada além das matemáticas como tal. Porém, como a educação treina a mente para a apreensão da Forma do bem, é necessário determinar se as várias ciências proporcionam os elementos requeridos para aquele esforço além. Uma avaliação apropriada das matemáticas, então, busca por uma discussão dos métodos das ciências. De tal debate emergirá a necessidade de uma disciplina mais efetiva do

[91]PLATÃO. *República* VII, 531c.

que as matemáticas a qual irá levar à apreensão apropriada os números e as Formas.

3.5. A gênese da terminologia matemática

Linguagem que atravessou alguns mil anos de história do pensamento grego, a matemática foi estabelecida com base em um vocabulário preciso e diferenciado, de sintaxe restrita, com características como a sobriedade e a invariabilidade, e tem sido, desde Euclides, um meio de expressão sumamente adequado as suas representações e conceitos, papel que soube desempenhar com propriedade. Sem história visível no passado, a linguagem e a matemática gregas, apesar de inúmeras adaptações, conservam, ainda hoje, o caráter intemporal das criações perfeitas, o que levou Tannery à expressão: "Tout armée de la tête de Zeus[92]".

Exemplo desse fato é que dois matemáticos posteriores a Euclides (séculos III-IV), Proclo e Eudoxo, escreveram, em linhas gerais, na mesma linguagem e estilo dos *Elementos*[93], ou seja: a terminologia; a apresentação das proposições; a forma de raciocínio; a denominação dos fatos geométricos; o enunciado e a demonstração dos teoremas da geometria elementar são calcados sobre o mesmo modelo geométrico. Pouco se conhece sobre a matemática grega antes da compilação de Euclides. Os *Elementos*, longe de ser o início da ciência geométrica entre os gregos, é o resultado de um pensamento cujos primeiros contornos podem ser observados na contribuição de numerosas gerações de geômetras, recebendo os acréscimos decisivos pelos predecessores imediatos de Euclides.

---

[92]P. TANNERY. Sur la langue mathématique de Platon. In: *Annales de la Faculte des Lettres de Bordeaux*, 1884, tome I, p. 95-105. In: TANNERY, P. (ed). *Memoires scientifiques*. Tome II, Sciences Exactes dans l'Antiquité (1883-1898) Paris: J. Gabay, 1995, p. 91-104 e *op. cit*., 1976.

[93]Uma das maiores dificuldades dos historiadores da matemática grega é a reconstrução do que aconteceu antes do matemático Euclides, já que não sobreviveu nenhum texto completo desse período. Somente foi possível recuperar o que o próprio Euclides escreveu.

A natureza desse impressionante material nos mostra que Euclides conseguiu incorporar, neste único trabalho, praticamente todo o conhecimento matemático acumulado por seus antecessores. A codificação euclidiana marca um momento capital na história da matemática, porque se situa cronologicamente no meio de um período de intensa atividade científica: antes dele, com os matemáticos na Academia de Platão e no Liceu de Aristóteles; depois dele, com Arquimedes e Apolônio.

Contrariamente a uma crença bastante difundida, os *Elementos* não tratam somente de elementos de geometria, senão no sentido em que, durante longos séculos, a "geometria" foi sinônimo de "matemática". O trabalho de Euclides é composto por treze volumes que são apresentados de forma sistemática, como um todo orgânico e são o mais antigo texto matemático grego que nos chega completo[94].

Na formação da linguagem matemática, os *Elementos* de Euclides desempenham um papel importante, pois é, ao mesmo tempo, uma rica fonte de pesquisa sobre as contribuições anteriores de todas as escolas matemáticas e a base indispensável para o desenvolvimento da geometria posterior. Se a maior parte da terminologia e das fórmulas da linguagem geométrica estava praticamente constituída na ocasião da redação dos *Elementos*, coube a Euclides, então, reunir em sua obra as descobertas terminológicas de seus predecessores. Esta posição central ocupada pelos *Elementos* requer que, para estudar a linguagem geométrica (vocabulário, sintaxe e uso das fórmulas matemáticas), faz-se necessário analisar o que foi escrito antes e o que entra na composição dos *Elementos* e o reflexo desses estudos nos sucessores de Euclides.

Neste sentido, é possível distinguir os traços mais característicos que constituíram a linguagem geométrica através de fragmentos e escritos anteriores a

[94]Segundo dados fornecidos por Paul-Henri Michel, o texto dos *Elementos* foi composto do seguinte modo: os livros I, II, III e IV seriam fontes pitagóricas. O livro I, por exemplo, inicia com uma lista de *definições*, das quais a primeira é: "um ponto é aquilo que não tem partes". A finalidade das definições é fornecer ao leitor uma preparação para a maneira como os termos matemáticos serão usados. Nos livros V, VI e parte do VII encontram-se expostos os conjuntos da teoria das proporções. Os livros VII, VIII e IV, também chamados "livros aritméticos de Euclides", marcam um progresso lógico em relação a aritmética dos pitagóricos. O livro X, o mais volumoso, considerado como um dos mais notáveis de Euclides, trata das quantidades irracionais e deve provavelmente ser obra de Teeteto. Finalmente os livros XI, XII e XIII, que se ocupam da geometria no espaço, teriam sua fonte principal nos trabalhos desenvolvidos por Teeteto. PAUL-HENRI MICHEL. *De Pythagore à Euclide: Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes*. Paris: Les Belles Lettres, 1950.

Euclides? Segundo Mugler, na fase inicial da construção de uma terminologia geométrica, as expressões mais antigas utilizadas para designar objetos, propriedades e operações matemáticas foram constituídas por certo número de substantivos, adjetivos e verbos tomados da linguagem corrente[95]. Essas expressões eram retiradas de objetos sensíveis, de operações simples da vida cotidiana, do âmbito da natureza (em particular da botânica e da anatomia), da arquitetura, de certas técnicas e de alguns sistemas filosóficos. Progressivamente, essas expressões foram sendo elevadas à categoria de termos técnicos, pelo procedimento de derivação ou de composição aplicado ao vocabulário antigo, pela atribuição semântica de termos abstratos à designação de realidades e noções geométricas ou simplesmente substituídas por outros termos especialmente para a geometria. Palavras como *analogia*, *diairesis*, *dinamis*, *logos*, *mathema*, *metron*, *sinthese*, *problema*, *thesis* ou *hipotese* são atestadas antes de Euclides, podendo ser identificadas já nos diálogos de Platão.

Uma das características dominantes que se conservou nos meios de expressão e que perdurou como procedimento na linguagem matemática, isto é, em seu vocabulário e sintaxe, é o uso de termos que se prestavam a um uso geral pela sua flexibilidade e concisão. Essas criações eram particularmente o resultado bem-sucedido de uma economia de pensamento e de meios de expressões que permitiam aos geômetras realizar sua tarefa. A intenção provavelmente era evitar repetições fastidiosas e desnecessárias, estabelecendo uma terminologia que guardasse seu traço característico por um mínimo de possibilidades, circunscrevendo a realidade geométrica a uma sábia economia. Acredita-se que, devido a tal procedimento, foi possível uma rápida irradiação do conhecimento, intensificando-se as trocas intelectuais.

Outro traço da linguagem, estreitamente ligado à característica citada anteriormente, é a fidelidade dos pesquisadores à tradição. Mugler observa que uma determinada expressão ou invenção matemática, uma vez aceita, impunha-se de certa forma ao pesquisador, pela obrigação de se expressar utilizando os mesmos termos e as mesmas invenções geométricas apresentadas por seus predecessores. Proclo, por exemplo, refere que Euclides, nos *Elementos* (I, 34),

[95]CHARLES MUGLER. *Dictionnaire historique de la terminologie géométrique des grecs*. Paris: Librairie C. Klincksieck, 1958.

atribui o nome de "paralelogramo" ao quadrilátero cujos lados são paralelos, e efetivamente, o termo não é atestado nos textos matemáticos anteriores a Euclides. Porém, uma vez aceito o nome paralelogramo impõe-se por sua excelência como meio de raciocínio aplicando-se em todos os tratados matemáticos após Euclides.

É salutar ressaltar que, durante os últimos cem anos, vários estudiosos se debruçaram sobre esta difícil tarefa de reconstruir a matemática grega clássica à procura de referências a matemáticos antigos e seus trabalhos, mas tal tarefa é arriscada e está longe de ser concluída, e por vezes uma descoberta inesperada obriga os eruditos a reavaliar teorias que até então pareciam sem problemas. Diante desse quadro, fica fácil para o leitor dimensionar o grau de dificuldade encontrado, quando se estudam os textos platônicos que tratam das matemáticas, em relação tanto aos termos ou linguagem técnica utilizados, como na identificação originária dos problemas, e quanto à solução das questões formuladas. Convém observar ainda que, anteriormente à obra de Euclides, dispomos somente de quatro fontes diretas: a obra de Platão, a de Aristóteles, os tratados referentes à *Pequena astronomia* de Autólico de Pitane e os fragmentos de Eudemo de Rodes transcritos literalmente por alguns comentadores.

3.6.
O vocabulário geométrico de Platão

Quando um pesquisador se propõe analisar os excertos geométricos dos diálogos platônicos, alguns cuidados são necessários. Ao reconstituirmos as relações entre a filosofia e as matemáticas, devemos, metodologicamente, comparar os termos e definições que aparecem nos escritos de Platão, com aqueles usados por seus predecessores e pelos últimos estudiosos da matemática. Em outras palavras, somos obrigados, muitas vezes, a substituir a ausência de testemunhos coerentes do pensador, pela confrontação entre várias passagens dos seus diálogos e por interpretações isoladas de Platão, principalmente nos extratos de Aristóteles, de Proclo e de outros autores que trataram a matemática pelo prisma da filosofia. Nenhum outro procedimento é possível. Isso acontece porque Platão, consciente de que se endereça aos leitores iniciados da Academia, em relação aos conhecimentos da geometria, fornece em seus textos, geralmente, apenas breves alusões, quando deseja "iluminar" uma ideia filosófica por um exemplo tomado da pesquisa e do método das matemáticas.

Outro fator importante é a imprecisão da terminologia geométrica, principalmente a relativa aos primeiros princípios da geometria grega. Dos seus predecessores e primeiros contemporâneos, ainda sobrevivem termos originais e algumas poucas frases que lidam com matemática. Também se cogita se, nesse período histórico, a concepção que se fazia dos primeiros princípios da geometria se diversificou de um autor ao outro, em razão do vocabulário e de sua própria epistemologia. Sabemos que Platão representa somente um elo da corrente nessa evolução. É próprio observar que, apesar de serem os *Elementos* o texto da matemática "pura" grega sobrevivente, e que teve a maior influência na interpretação detalhada de passagens referentes à matemática em Platão, é preciso cautela ao utilizá-los, uma vez que a sistematização dos elementos não estava, no tempo de Platão, totalmente concretizada.

Nos seus diálogos, Platão normalmente evita terminologia técnica e, assim, o deslize, a falta de compromisso no uso das palavras, ou seja, a variedade de vocabulário utilizado para expressar a mesma coisa acarreta uma gama de divergências, tornando-se "perigoso" elaborar qualquer conclusão mais geral. Alguns estudiosos interpretam essa falta de rigor, por parte de Platão, como intencional, outros afirmam que a terminologia matemática nesse período ainda estava em processo de construção, dependendo as diferentes soluções do sentido ou referência que os comentadores atribuem às diversas expressões. Daí a ambiguidade de interpretações. Uma das mais frequentes e difíceis tarefas do intérprete de um texto antigo é determinar precisamente o que o filósofo pensava que suas palavras implicavam em contraste com o que essas palavras representam para nós.

Podemos citar uma série de exemplos para ilustrar a instabilidade do vocabulário técnico em Platão. Um deles é a passagem do diálogo *Teeteto* (147d-148b), onde o termo δύναμις é empregado com o sentido técnico de "raiz quadrada", enquanto na *República* (IX, 187d) a mesma palavra, ao contrário, designa a figura geométrica de um "quadrado"[96]. Conforme afirma Tannery, se a linguagem matemática submeteu-se, no decorrer do tempo, a certas modificações, estas provavelmente foram restritas, e, assim, o emprego do termo *dunamis*, ao mesmo tempo e com acepções diferentes, constituiria um fato irregular, sendo considerada esta passagem do *Teeteto* um caso singular. Em suma, essas duas passagens indicariam bem a existência de certas variações na significação dos termos matemáticos[97].

Platão, por exemplo, não possui um termo geral para expressar a noção de "ponto". Os gregos empregaram, numa época mais antiga, a palavra στιγμή e, numa época mais recente, o termo σημεῖον. Platão se serve, para designar alguns pontos particulares, de nomes especiais, como τελευτή para *as extremidades de um segmento de reta* (*Timeu*, 33b) e γωνία para *o vértice de um quadrado* (*Mênon*, 84e). Para designar o *ponto de convergência dos lados dos triângulos elementares que compõem as faces dos poliedros regulares*, Platão utiliza o vocábulo κέντρον (*Timeu*, 54e). Na *República* (IV, 436d), este mesmo vocábulo irá significar não um ponto central, mas todo um *eixo central*, já que se trata da rotação de piões. No *Timeu* (81c), ele emprega, para designar *ponto*, o termo ῥιζα, que ao que tudo indica é de origem pitagórica. Também a palavra μέσον pode se aplicar a *pontos situados no interior de um segmento de reta*, como no *Parmênides* (137e), ou para designar o *centro de um círculo* ou o *centro de uma esfera*, como no *Timeu* (33b) e na *Carta* VII (342b). Segundo Cherniss, talvez essa ausência de um termo técnico em Platão explique a objeção para "ponto" como um "dogma geométrico" [98]. Nesse caso, a objeção não seria propriamente ao termo usado pelos estudiosos da geometria naquele tempo, e sim para a presunção de que existe uma entidade que este, ou qualquer termo alternativo, possa significar.

Do mesmo modo se apresenta confusa a aplicação do termo διαγράμματα. A palavra pode remeter ao mesmo tempo a *figuras geométricas concretas e sensíveis*, como no diálogo *Crátilo* (436d), e a *demonstrações geométricas gerais*

[96]Conferir também ARISTÓTELES. *Metafísica* 12, 1019b33-34 e EUCLIDES. Os *Elementos* X.

[97]TANNERY. *op. cit.*, 1884, p. 92-8. Ver também H. FREUNDENTHAL. Y avait-il une crise des fondements des mathématiques dans l'antiquité? In: *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique*, nº 8, 1966, p. 49.

[98]CHERNISS. *op. cit.*, 1951, p. 397-8.

e abstratas, como no *Teeteto* (149a-151d e 169a). No *Fédon* (73a8-b1), o emprego desse mesmo termo apresenta interpretação delicada, pois a função exata dos diagramas como meio de suscitar a reminiscência é difícil de ser definida.

Outro caso problemático é o uso, por parte de Platão, da palavra διορισμός (*diorismos*), que significa: *determinação, especificação, pesquisa* e *descrição das condições nas quais pode ser tratado ou resolvido um problema matemático*[99]. Segundo Proclo, o *diorismos* constitui uma das seis etapas para o desenvolvimento completo de uma proposição matemática, que são: (1) πρότασις: *enunciado/proposição*; (2) ἔκθεσις: *apresentação dos dados/exposição*; (3) διορισμός: *determinação*; (4) κατασκευή: *exposição das construções necessárias*; (5) ἀπόδειξις: *demonstração* e (6) συμπέρασμα: *conclusão*.

Platão não costuma utilizar a palavra *diorismos* no seu sentido técnico. No *Timeu* (38c), a palavra não apresenta o sentido especial de *determinação geométrica*, ela significa simplesmente a *distinção de noções astronômicas e físicas*. No *Mênon* (86e-87b), onde a palavra é ausente, alguns comentadores reconhecem um caso de *diorismos* no sentido de um procedimento precedente da prática matemática, significando a *determinação para a resolução de um* problema, em outras palavras, as condições de possibilidade de construção de uma figura geométrica[100]. Será que o termo podia ser empregado com diferentes sentidos pelos geômetras gregos[101]?

[99]MUGLER. *op. cit.*, 1958, p. 141-2

[100]Ian Mueller define *diorismos* como: "the determination of the necessary and sufficient conditions for the solution of a problem or the truth of a proposition". Cf. MUELLER. *op. cit.*, 1997, p. 175.

[101]Um exemplo da aplicação da palavra *diorismos* pode ser também observado na proposição 22, do livro I, dos *Elementos* de Euclides.