Modelagem Analítica

4.1 Descrição do Problema

Neste capítulo se apresenta uma metodologia para a obtenção das tensões atuantes no defeito, no reparo e no adesivo (o qual preenche o defeito), em qualquer nível de pressão interna. Também são calculadas as pressões que ocasionam a falha e o escoamento em cada um dos componentes do conjunto tubo-reparo. Estes resultados podem ser obtidos, considerando-se que o reparo foi aplicado a uma pressão interna diferente de zero, como no caso dos dutos que precisam ser reparados, sem a interrupção da operação. O conhecimento do comportamento dos regimes elástico e plástico permitirá dimensionar o reparo mais eficientemente, considerando que as equações, atualmente encontradas na bibliografia, apresentam equações simples para o cálculo da espessura de reparo tentando garantir a segurança na operação, mas não mostraram seu comportamento. Com a metodologia proposta é possível conhecer, por exemplo, se a região do defeito trabalha plasticamente na pressão de operação.

4.2

Modelagem Analítica do Reparo de um Duto com Defeito

4.2.1 Determinação das equações que governam o comportamento de um duto reparado

Os resultados numéricos obtidos na região do defeito reparado com camadas metálicas [26], mostram uma distribuição de tensões similar à distribuição de tensões circunferenciais presente num duto de parede espessa (linha verde pontilhada na figura 4.1). Por esse motivo, nesta modelagem, são utilizadas equações da elasticidade para cilindros de parede espessa para, desta forma, se obter novas equações que descrevam o comportamento elástico do duto com reparo, as quais também são utilizadas no regime plástico (isto devido a que se trabalha com materiais elásticos com encruamento linear, seção 4.2.2).



(*calculada utilizando os elementos finitos)

As equações e aproximações mostradas a seguir são a base desta modelagem:

1. Tensão circunferencial num duto de parede espessa [44]:

$$\sigma_{c} = \frac{P_{1}.R_{1}^{2}.\left(1 + \frac{R_{2}^{2}}{R^{2}}\right) - P_{2}.R_{2}^{2}.\left(1 + \frac{R_{1}^{2}}{R^{2}}\right)}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}}$$
(4.1)

$$P_2 = 0$$

2. Variação do raio externo causada pela ação de pressões interna e externa [44]:

$$\Delta R_2 = \frac{R_2}{E} \cdot \left(2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - P_2 \cdot \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu \right) \right) \quad (4.2)$$

3. Pressão de interferência [44]:

$$P_{o} = \frac{\frac{\Delta R}{R_{2}}}{\frac{1}{E_{1}} \cdot \left(\frac{R_{2}^{2} + R_{1}^{2}}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} - \mu_{1}\right) + \frac{1}{E_{2}} \cdot \left(\frac{R_{4}^{2} + R_{3}^{2}}{R_{4}^{2} - R_{3}^{2}} + \mu_{2}\right)}$$
(4.3)





Primeira Aproximação

Aproxima-se um segmento de reparo a uma seção reta que, por sua vez, está formada por dois materiais diferentes (materiais 1 e 2). O módulo de elasticidade do conjunto, pode ser determinado pela seguinte equação [14]:



O material 2, representa o adesivo que preenche o defeito e o material 1, representa a soma da espessura das camadas metálicas. Esta aproximação também é utilizada para achar o coeficiente de Poisson do conjunto. Aqui se utiliza C = 1 - d/t, onde d é a profundidade do defeito e t é a espessura da parede do duto.

$$E_m = \frac{E_r \cdot e + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$
(4.5)

$$\mu_m = \frac{\mu_r \cdot e + \mu_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$
(4.6)



onde E_d , E_r , E_c , E_m são os módulos de elasticidade do duto, reparo, adesivo (que preenche o defeito) e da mescla (reparo-adesivo) respectivamente, e também, μ_d , μ_r , μ_c , μ_m são o coeficientes de Poisson do duto, reparo, adesivo e da mescla respectivamente.

No primeiro instante, considera-se que os dois cilindros, duto com defeito e conjunto do reparo, não têm interferência. Para cada incremento da pressão interna ocorre um incremento da interferência (ΔR). Logo, este incremento de interferência gera uma pressão de interferência.

Este procedimento é feito para calcular a pressão de interferência (P_o) entre o duto (região do defeito) e o adesivo.

$$P_{o} = \frac{\frac{1}{E_{d}} \cdot \left(2.P_{1} \cdot \frac{R_{1}^{2}}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}}\right)}{\frac{1}{E_{d}} \cdot \left(\frac{R_{2}^{2} + R_{1}^{2}}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} - \mu_{d}\right) + \frac{1}{E_{m}} \cdot \left(\frac{R_{4}^{2} + R_{3}^{2}}{R_{4}^{2} - R_{3}^{2}} + \mu_{m}\right)}$$
(4.7)

Esta equação é substituída na equação 4.1 em sua forma reduzida para cilindros de parede fina sem prejuízo da exatidão ($\frac{R_1}{t} \approx \frac{R_2}{t} \approx \frac{R}{t} > 20$)

$$\sigma_{circ d} = \frac{R}{t} \cdot \left(P_1 - P_o\right) \tag{4.8}$$

Tem-se, deste modo, a tensão circunferencial do duto, na região do defeito:

$$\sigma_{circ\,d} = \frac{R}{t} \cdot \left(P_1 - \frac{\frac{1}{E_d} \cdot \left(2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right)}{\frac{1}{E_d} \cdot \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu_d \right) + \frac{1}{E_m} \cdot \left(\frac{R_4^2 + R_3^2}{R_4^2 - R_3^2} + \mu_m \right)} \right)$$
(4.9)



e, substituem-se alguns termos: $R_1 = r$, $R_2 = r + t.C$, $R_3 = r + t$, $R_4 = r + t + h$, $P_1 = P$. Logo, a tensão circunferencial na região com defeito do tubo para um defeito com grande comprimento (por exemplo $L > 5.\sqrt{D/t}$), será:

$$\sigma_{\text{circ d}} = \frac{r.P}{t.C} \cdot \left[1 - \frac{\frac{2.r^2}{(r+t.C)^2 - r^2}}{\left[\frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d\right] + \frac{E_d}{E_m} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_m\right]} \right]$$
(4.10)

Onde :

$$P_{o} = \frac{\frac{2.P.r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}}{\left[\frac{(r+t.C)^{2}+r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}-\mu_{d}\right] + \frac{E_{d}}{E_{m}} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^{2}+(r+t)^{2}}{(r+t+h)^{2}-(r+t)^{2}}+\mu_{m}\right]}$$
(4.11)

Para reduzir esta expressão, são utilizadas as seguintes variáveis:



$$P_o = P.A \tag{4.12}$$

Então, a tensão circunferencial do duto na região do defeito, pode ter a seguinte forma:

$$\sigma_{\text{circ d}} = \frac{r.P}{t.C} \cdot [1 - A] \tag{4.13}$$

Terceira Aproximação

Para se obter uma equação para a tensão circunferencial média no reparo (camadas metálicas), se faz de modo similar. A pressão P_o gera uma variação $\Delta R'$ que gera outra pressão entre o adesivo e o reparo (P_a).

$$P_{a} = \frac{\frac{2.P_{o}.(r+t.C)^{2}}{(r+t)^{2}-(r+t.C)^{2}}}{\left[\frac{(r+t)^{2}+(r+t.C)^{2}}{(r+t)^{2}-(r+t.C)^{2}}-\mu_{c}\right] + \frac{E_{c}}{E_{r}} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^{2}+(r+t)^{2}}{(r+t+h)^{2}-(r+t)^{2}}+\mu_{r}\right]}$$
(4.14)

Substituindo-se o valor de Po e reduzindo a expressão, tem-se:



 $P_a = P.A.B$

Logo, esta equação é substituída em (4.1), na sua forma reduzida, como foi feito anteriormente, com a diferença que no reparo não atua nenhuma pressão externa. Temse, então, a tensão circunferencial do reparo, na região do defeito:

$$\sigma_{circ r} = \frac{(r+t)}{h} \cdot (P_a)$$

$$\sigma_{circ r} = \frac{(r+t) \cdot P}{h} \cdot [A \cdot B]$$
(4.15)

O adesivo que preenche o defeito experimenta a ação de uma pressão interna Po e uma pressão externa Pa, então a equação (4.1), na sua forma reduzida tem a seguinte expressão:

$$\sigma_{\rm circ\,c} = \frac{r+t.C}{t.(1-C)}.(P_o - P_a)$$

Substituindo os valores de Po e Pa, tem-se:

$$\sigma_{\text{circ c}} = \frac{r+t.C}{t.(1-C)}.P.A.[1-B]$$
(4.16)

4.2.2 Aplicação das equações nas regiões de comportamento elastoplástico de um duto reparado

Na modelagem numérica realizada na referência [14], determinaram-se as regiões do comportamento nos gráficos $P - \sigma$ de um duto reparado. Estas regiões são mais evidentes quando são utilizados modelos lineares para os materiais. Na modelagem apresentada em [14], utilizou-se modelos elasto-plásticos com encruamento linear para o duto e para o reparo. Esta opção foi selecionada por ser de aço o material de construção e, utilizou-se um modelo de material elasto-plástico ideal (sem encruamento) para o epóxi que preenche o defeito. Reparos que usam materiais compósitos são considerados na seção 4.5. Estas aproximações podem proporcionar resultados satisfatórios ao se considerar que os três materiais são empregados em tubos de paredes finas e que a tensão é constante ao longo delas.





Desta forma, as equações desenvolvidas anteriormente podem ser aplicadas em todas as regiões do comportamento de um duto reparado, até a ruptura de algum dos componentes. Porém, é necessário determinar todas as possibilidades de comportamentos, com a finalidade de que esta modelagem sirva para todos os tipos de aços. A figura 4.3 mostra um tipo de comportamento possível para um duto reparado com camadas metálicas.



Figura 4.3 – Regiões do comportamento.

As quatro regiões do comportamento, mostradas na figura 4.3, são:

- Região I: nesta região, o duto, o reparo e o adesivo trabalham em regime elástico, desde uma pressão interna igual a zero, até uma pressão na qual o primeiro dos componentes atinge seu limite de escoamento que, neste caso é o reparo. O aporte de carga de cada componente é proporcional a seu módulo de elasticidade. Em conseqüência, o adesivo tem um aporte de carga quase desprezível.
- Região II: o reparo trabalha, em regime plástico, através do qual seu aporte de carga em relação ao incremento de pressão diminui consideravelmente, dado que este aporte depende do encruamento do material. Os incrementos de pressão são resistidos pelo aumento da tensão que ocorre no material do tubo (na região do defeito). Esta região se estende, desde o início da plastificação do reparo, até o início da plastificação do duto.

- Região III: inicia-se a plastificação do duto e, com o reparo já plastificado, aumenta-se o aporte de carga no adesivo, o qual tem o módulo de elasticidade maior que o módulo com que trabalham o duto e o reparo na região plástica (encruamento). Na realidade, esta região é bastante pequena em relação às outras dado que, a um pequeno incremento de carga, o adesivo atinge seu limite considerado elástico. A região III vai, desde a plastificação do duto, até a plastificação do adesivo.
- Região IV: é o local em que o duto e os componentes do reparo trabalham em regime plástico. Esta região se estende até a ruptura de algum dos componentes do conjunto. Considera-se a falha do modelo, quando algum componente atingiu sua tensão de ruptura.

Desta forma, podem se identificar outros comportamentos, dependendo das propriedades mecânicas dos componentes do duto-reparo. Então, tem-se:





a. Duto plastifica antes que o reparo e a falha aconteçe no duto ou no reparo na região IV.



c. Duto plastifica antes que o reparo e a falha aconteçe no duto na região II.



 b. Reparo plastifica antes que o duto e a falha aconteçe no duto ou no reparo na região IV.



 d. Reparo plastifica antes que o duto e a falha aconteçe no reparo na região II.

Figura 4.4 – Possíveis comportamentos de um duto com reparo metálico.

Para descrever a formulação para todos os tipos de comportamentos de um duto com reparo metálico, devem se considerar os três pontos seguintes:

- a) Cálculo da tensão equivalente, a partir das tensões circunferenciais num duto reparado
- b) Aplicação geral de incrementos de carga
- c) Aplicação das equações nas diferentes regiões.

a) Cálculo da tensão equivalente a partir das tensões circunferenciais num duto reparado

Este modelo pretende identificar as pressões que provocam o escoamento e também a ruptura de um duto com reparo. Como os estados de tensão são multiaxiais, estes devem ser convertidos em estados uniaxiais equivalentes, que permitam sua comparação com as propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Com esta finalidade, usa-se o critério de von Mises. Na figura 4.5, mostra-se, de maneira qualitativa, os estados de tensões e deformações de um elemento infinitesimal na região do defeito de um duto.



Figura 4.5 – Estado de tensões e deformações num ponto do defeito de um duto [51].

As seguintes considerações, ou aproximações são feitas:

(i) Considera-se a deformação longitudinal próxima à zero, já que todos os pontos na circunferência do duto devem ter deformações longitudinais semelhantes, por razão da necessidade da compatibilidade de deslocamentos. Ou seja, as regiões com e/ou sem defeitos do duto, têm as mesmas deformações longitudinais e elas são pequenas, quando comparadas com as deformações circunferenciais da região do defeito [51].

(ii) A tensão radial pode ser considerada desprezível, se comparada à tensão circunferencial (se o duto for de parede fina).

Desta forma, na região do defeito, no regime elástico tem-se:

$$e_l = \frac{1}{E}(\sigma_l - \mu\sigma_c - \mu\sigma_r)$$
 com: $e_l \approx o$ e $\sigma_r \approx 0$

Então: $\sigma_l \approx \mu \sigma_c$

A equação de von Mises:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_l^2 + \sigma_r^2 - \sigma_c \cdot \sigma_r - \sigma_c \cdot \sigma_l - \sigma_l \cdot \sigma_r}$$
(4.17)

Fica reduzida a:

$$\sigma_{eq} = \sigma_c \sqrt{1 + \mu^2 - \mu} \tag{4.18}$$

Onde:

$$\nu = \sqrt{1 + \mu^2 - \mu}$$
(4.19)

então, o parâmetro $\sqrt{1 + \mu^2 - \mu}$ será utilizado para calcular as tensões equivalentes, a partir das tensões circunferências. Tal consideração é também usada para se encontrar as tensões equivalentes presentes no reparo e no adesivo na região do defeito. Para os aços (duto e camadas metálicas), na parte elástica, o coeficiente de Poisson μ tem o valor de 0,3 e, na parte plástica assumem o valor de 0,5. No caso do adesivo, μ tem o valor de 0,35 no regime elástico e 0,5 no regime plástico.

Pode se corroborar que a aproximação anterior, a deformação longitudinal no defeito tendendo a zero, $e_l \approx o$ (que representa uma tensão longitudinal igual a $\sigma_l \approx \mu \sigma_c$), não induz a um erro considerável, isto pelo fato de que, num duto com tampos a tensão longitudinal é a metade da tensão circunferencial ($\sigma_c = P.r/t$, $\sigma_l = P.r/2t$), ou seja $\sigma_l = 0, 5.\sigma_c$. Uma vez calculada a tensão de von Mises, considerando $e_l \approx o$ e $\sigma_l = 0, 5.\sigma_c$ se obtém um erro de 2,63%, como mostrados na figura 4.6. Esta consideração também pode ser encontrada na referencia [51] [52]. Por exemplo, se na equação (4.19) se utiliza $\mu=0.3$ e $\mu=0.5$, os resultados são 0.89 e 0.87 respectivamente. Ou seja, uma variação de 67% no valor do coeficiente de Poisson provocou uma variação de 2,3% nos resultados utilizando a equação (4.19).



Figura 4.6 - Erro nas aproximações das tensões von Mises

Na região plástica, encontra-se a tensão equivalente de von Mises, considerandose que os incrementos de tensão longitudinal e radial são pequenos, quando comparados aos incrementos de tensão circunferencial ($\Delta \sigma_l^p \ e \ \Delta \sigma_r^p \ll \Delta \sigma_c^p$), pelo qual se fez a aproximação $\Delta \sigma_c^p \approx \Delta \sigma_{eq}^p$. Esta aproximação tem o mesmo resultado que se obteria na tensão equivalente encontrada pelo critério de Tresca, se considera-se $\Delta \sigma_r^p \approx 0$.

b) Aplicação Geral de Incrementos de Carga

Nesta seção se apresenta o procedimento utilizado para a aplicação das equações num componente (por exemplo, no duto), quando seu comportamento muda em cada intervalo. A figura 4.7, representa qualquer comportamento aleatório, o qual é utilizado para generalizar o procedimento apresentado.



Figura 4.7 – Aplicação geral de incrementos de carga.

Na figura 4.7, A, B, C e D são constantes que determinam o comportamento em cada segmento (ou inclinação da reta de cada segmento), e *Su* é a tensão de falha.

Então *Su*, utilizando incrementos de carga, pode ser escrita da seguinte forma: $S_U = \Delta \sigma + \Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3$ $S_U = P.A + (P_1 - P).B + (P_2 - P_1).C + (P_3 - P_2).D$ (4.19)

Onde facilmente se obtém a equação que provocaria a falha do componente:

$$P_{U} = P_{3} = \left(S_{U} - P.A - (P_{1} - P).B - (P_{2} - P_{1}).C\right) \cdot \frac{1}{D} + P_{2}$$
(4.20)

Esta equação pode ser reduzida, utilizando *Sy* como um ponto de referência, com o qual, tem-se:

$$S_U = S_Y + (P_2 - P_1).C + (P_3 - P_2).D$$
(4.21)

Para se calcular a tensão (σ) a uma pressão qualquer (Px), posiciona-se Px na região correspondente (conforme a figura 4.8, Px se encontra na região III, entre P_1 e P_2) e a equação fica da seguinte forma:

$$\sigma = S_Y + (P_X - P_1).C$$
onde: $P_1 \le P_X < P_2$

$$(4.22)$$



c) Aplicação das equações nas diferentes regiões.

Seguindo o que foi exposto anteriormente, as equações para um duto reparado podem ser aplicadas em todas as regiões de comportamento, desde o regime elástico até o regime plástico (figura 4.9).



Figura 4.9 – Aplicação de incrementos num duto reparado.

A equação da tensão circunferencial no duto na região I (na região do defeito), tem a seguinte expressão:

$$\sigma_{\rm circ\,d} = \frac{r.P}{t.C} \cdot [1 - A]$$

Ou

$$\sigma_{\text{circ d}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A]\right).P \tag{4.23}$$

Onde: $0 \le P < P_1$

A expressão entre parênteses indica a inclinação da curva, na qual estão incluídos os parâmetros de propriedades do material e os parâmetros geométricos, tanto do duto, como do reparo e do adesivo. Os parâmetros de propriedades do material são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson. Estes têm um valor quando trabalham no seu regime elástico e outro valor quando trabalham no seu regime plástico (devido ao modelo de encruamento linear utilizado). O parâmetro A, onde estão incluídas as propriedades de material, tem a seguinte expressão:

$$A = \frac{\frac{2.r^2}{(r+t.C)^2 - r^2}}{\left[\frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d\right] + \frac{E_d}{E_m} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^2 + (r+t)^2}{(r+t+h)^2 - (r+t)^2} + \mu_m\right]}$$
(4.24)

Considerando-se o caso em que o duto se plastifica antes do reparo e as falhas podem acontecer no duto, ou no reparo, na região IV, figura 4.4.a, tem-se uma variável A diferente para cada região.

Na região II, onde o duto plastifica, a variável A tem a seguinte expressão:

$$A_{1} = \frac{\frac{2.r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}}{\left[\frac{(r+t.C)^{2}+r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}} - \mu_{pd}\right] + \frac{E_{pd}}{E_{m}} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^{2}+(r+t)^{2}}{(r+t+h)^{2}-(r+t)^{2}} + \mu_{m}\right]}$$
(4.25)

Onde E_{pd} e μ_{pd} são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson no regime plástico do duto. Desta forma a tensão circunferencial do duto para o regime II, é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ dII}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_1]\right) \cdot (P - P_1)$$
(4.26)
Onde: $P \leq P \leq P$

Onde: $P_1 \le P < P_2$.

Isto se faz para todas as regiões do comportamento, sabendo-se que a expressão de A sempre será similar, unicamente às propriedades do material passam a ter um valor num estado elástico e outro no estado plástico, segundo a região na qual se encontre.

Na região III, onde o duto e o reparo estão em estado plástico, a variável A tem a seguinte expressão:

$$A_{2} = \frac{\frac{2.r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}}{\left[\frac{(r+t.C)^{2}+r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}-\mu_{pd}\right] + \frac{E_{pd}}{E_{1m}} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^{2}+(r+t)^{2}}{(r+t+h)^{2}-(r+t)^{2}}+\mu_{1m}\right]}$$
(4.27)

Onde:

$$E_{1m} = \frac{E_{pr}.h + E_c.t.(1 - C)}{t.(1 - C) + h} \qquad e \tag{4.28}$$

$$\mu_{1m} = \frac{\mu_{pr}.h + \mu_c.t.(1 - C)}{t.(1 - C) + h}$$
(4.29)

Desta forma a tensão circunferencial para o duto no regime III será:

$$\Delta \sigma_{\text{circ dIII}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_2]\right) \cdot (P - P_2)$$
Onde: $P_2 \le P < P_3$

$$(4.30)$$

E na região IV, onde todos os componentes estão em estado plástico, a variável A tem a seguinte expressão:

$$A_{3} = \frac{\frac{2.r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}}{\left[\frac{(r+t.C)^{2}+r^{2}}{(r+t.C)^{2}-r^{2}}-\mu_{pd}\right] + \frac{E_{pd}}{E_{2m}} \cdot \left[\frac{(r+t+h)^{2}+(r+t)^{2}}{(r+t+h)^{2}-(r+t)^{2}}+\mu_{2m}\right]}$$
(4.31)

Onde:

$$E_{2m} = \frac{E_{pr} \cdot e + E_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e} \qquad (4.32)$$

$$\mu_{2m} = \frac{\mu_{pr} \cdot e + \mu_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$
(4.33)

Desta forma a tensão circunferencial para o duto no regime IV é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ dIV}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_3]\right) \cdot (P - P_3)$$
Onde: $P_3 \le P < P_4$

$$(4.34)$$

Utilizando-se a equação 4.18, tem-se as equações de von Mises para todas as regiões, considerando que no regime plástico o valor do coeficiente de Poisson tem um valor próximo de 0.5.

Uma vez conhecido o comportamento em cada região, pode-se aplicar o procedimento de incrementos de carga apresentado na seção anterior (4.2.2.b). Então, somando todas as expressões de tensão circunferencial multiplicadas pelo parâmetro de von Mises para as quatro regiões, tem-se:

$$S_{U} = \Delta \sigma_{1} + \Delta \sigma_{2} + \Delta \sigma_{3} + \Delta \sigma_{4}$$
Ou,

$$S_{U} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A] \cdot \nu_{d}\right) \cdot P_{1} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{1}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{2} - P_{1}) + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{2}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{3} - P_{2}) + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{3}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{U} - P_{3})$$
(4.35)

Ou,

$$S_{U} = S_{Y} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{1}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{2} - P_{1}) + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{2}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{3} - P_{2}) + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_{3}] \cdot \nu_{pd}\right) \cdot (P_{U} - P_{3}) \cdot (P_{U} - P_{3})$$

$$(4.36)$$

De onde pode-se obter a equação para o cálculo da pressão que provoca a ruptura do duto:

$$P_{Uduto} = \left(S_U - S_Y - \frac{r}{t.C} \cdot (P_2 - P_1) \cdot (1 - A_1) \cdot v_{pd} - \frac{r}{t.C} \cdot (P_3 - P_2) \cdot (1 - A_2) \cdot v_{pd}\right) \cdot \frac{r}{t.C \cdot (1 - A_3) \cdot v_{pd}} + P_3$$
(4.37)

Onde:

$$v_{pd} = \sqrt{1 + \mu_{pd}^2 - \mu_{pd}^2}$$

Segundo a equação (4.19). Aqui μ_{pd} é o (4.38) coeficiente de Poisson do material do duto na região plástica.

Desta forma, encontram-se equações para a tensão circunferencial, pressões de falha, pressões que provocam o escoamento e tensões equivalentes para qualquer pressão de operação, tanto para o duto, como para o reparo e o adesivo.

No anexo B apresenta-se a formulação completa para os possíveis comportamentos de um duto com reparo metálico.

Na figura 4.10 mostra-se, segundo a situação mostrada na figura 4.9, o efeito da variação da espessura do reparo no gráfico tensão de Von Mises versus a pressão atuante, isto na parede do duto com defeito. Estes resultados são comparados com os comportamentos de um novo duto (sem defeito) e um duto com defeito mas sem reparo. Os dados geométricos (considerando defeito de comprimento infinito) e das propriedades dos materiais utilizadas na construção desta figura, se encontram na seção 3.2 e são resumidas nas tabelas 4.1 e 4.2

Tabela 4.1 - Propriedades mecânicas utilizadas no modelo analítico

Material	Sy' (MPa)	Su (MPa)	eu (%)	E (GPa)
Duto	262.0	310.0	34	200
Camada metálica	176.2	295.0	35	200
Adesivo	42.3	42.3	36	4.7

Tabela 4.2 - Propriedades geométricas utilizadas no modelo analítico

	r – radio	t – esp. parede	
Unidades - mm	interno duto	duto duto	h – prof. defeito
Duto	36.1	2	1.4



Figura 4.10 Efeito da variação da espessura do reparo e pressões que originam o escoamento e a falha dos espécimes calculadas analiticamente

4.2.3 Comparação dos Resultados

Na tabela 4.3 comparam-se os resultados obtidos na metodologia analítica, com os resultados numéricos obtidos na seção 3.3 e, resultados experimentais da referência [14]. Os resultados numéricos e experimentais mostram que num duto com reparo de 2mm de espessura, a falha acontece fora do reparo. Para se identificar onde acontecerá a falha, analiticamente, deve-se fazer o cálculo da pressão de falha do duto sem defeito e compará-lo com a pressão de falha no defeito reparado. Vê-se aí que a falha se dá onde a pressão de falha for menor. A pressão de falha num duto sem defeito será determinada mediante a equação (2.17) segundo o cálculo da tensão von Mises. Esta tensão será igual ao *Su* (limite de ruptura do material do duto) e, onde as tensões principais serão: $\sigma_1 = PD/2t$, $\sigma_2 = PD/4t$ e $\sigma_3 = -P$ (no caso de um corpo de prova tubular). Por exemplo, utilizando-se a modelagem analítica, a pressão de falha no defeito, com reparo de 2mm

de espessura, é igual a 22.9MPa. A pressão de falha num duto sem defeito é igual a 19MPa, o que significa que a falha acontece fora do reparo sob uma pressão de 19MPa.

Tabela 4.3 Comparação entre as pressões de escoamento e de ruptura obtidas

Pressões (MPa)	Espessura 1mm (2 camadas)	Espessura 1.5mm (3 camadas)	Espessura 2mm (4 camadas)
P. Escoamento Analítico	8.0	10.6	13.4
P. Escoamento Experimental	8.4	11.0	12.4
P. Escoamento Numérica (FE)	10.0	11.1	13.2
P. Falha Analítica	14.9	18.9	19.0*
P. Falha Experimental	13.2	18.3	18.6*
P. Falha Numérica (FE)	16.0	18.9	19.0*

analiticamente, numérica e experimentalmente

*A falha acontece fora do reparo

Na figura que segue são comparados os comportamentos das tensões von Mises vs pressão interna, obtidas analiticamente e numericamente.



Figura 4.11 Comparação dos comportamentos dos modelos numéricos e analíticos

Na tabela 4.3 e na figura 4.11, mostra-se que o modelo com reparo de 1mm de espessura apresenta maior dispersão de resultados, sobretudo quando se comparam os resultados analíticos e numéricos (figura 4.12). Já para os reparos de 1.5mm e 2mm de espessura o erro máximo é de 8%.

4.3 Reparo para Defeitos com Comprimento não Infinito

A modelagem apresentada na seção anterior foi desenvolvida considerando-se que os defeitos têm comprimento infinito. Ou seja, as paredes nos extremos do defeito não restringem as deformações que experimenta a região danificada.

Nesta seção são analisadas as equações semi-empíricas para o cálculo da pressão de falha de um duto com defeito. Como foi apresentado na seção 2.4.4, esta equação está formada por três partes, ou parcelas, sendo que esta terceira parte depende da geometria do defeito. O objetivo desta seção é de determinar a influência da parcela que quantifica o comprimento do defeito, sendo que esta poderia ser utilizada na modelagem proposta para dutos com reparo.

A forma geral das equações semi-empíricas é a seguinte:

$$P_{defeito} = \frac{2.t}{D} . S_{flow} . C$$

Onde:
$$C = \left(\frac{1 - \frac{A}{A_0}}{1 - \frac{A}{A_0} . M}\right)$$

O parâmetro M é o fator de dilatação, também conhecido como fator de Folias [46].

Considerando A/A_o igual a d/t, tem-se:

$$P_{defeito} = \frac{2.t}{D} \cdot S_{flow} \cdot \left(\frac{1 - \frac{d}{t}}{1 - \frac{d}{t \cdot M}}\right)$$
(4.39)

que pode ser descrita da seguinte forma:

$$P_{defeito} - P_{defeito} \cdot \frac{d}{t.M} = \frac{2.t}{D} \cdot S_{flow} - \frac{2.d}{D} \cdot S_{flow}$$

$$P_{defeito} - P_{defeito} \cdot \frac{d}{t.M} = \frac{2.(t-d)}{D} \cdot S_{flow} \quad \text{ou}$$

$$P_{defeito} \cdot \left(1 - \frac{d}{t.M}\right) = \frac{2.(t-d)}{D} \cdot S_{flow} \quad \text{ou}$$

$$(4.40)$$

Pode-se ver que, as equações semi-empíricas são similares à equação para o cálculo da tensão circunferencial em cilindros de parede fina que utiliza como espessura de parede

a espessura remanescente do duto com defeito, com um parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$, o qual incrementa, ou favorece, a pressão final que poderá suportar o duto com defeito, isto graças às restrições próprias de um defeito de comprimento não infinito.

Este parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$ será utilizado na formulação aqui proposta para os dutos reparados, com o intuito de quantificar o aporte de carga existente, quando o defeito não tem comprimento infinito. Aqui surgem duas alternativas: uma delas deverá ser validada com os resultados numéricos e/ou experimentais.

- Alternativa 1: O parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$ é utilizado diretamente, sem nenhuma mudança.

- Alternativa 2: Considerando-se que o parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$ relaciona o material perdido com o material original [46], tem-se que: (i) no lugar de se utilizar *t* igual à espessura da parede do duto, utiliza-se *t* igual à soma da espessura de parede do duto com a espessura do reparo (podendo ser de aço ou de material compósito); (ii) *d* é o parâmetro que quantifica o material perdido num duto sem defeito; depois de aplicar o reparo, o material perdido foi substituído por adesivo, mas o aporte de material que será considerado será seu equivalente em aço, que se quantificará multiplicando-se *d* por

$$\begin{bmatrix} E_{(adesivo)} / E_{(aco)} \end{bmatrix}$$
. Então, $d' = d \cdot \begin{bmatrix} 1 - E_{(adesivo)} / E_{(aco)} \end{bmatrix}$. O parâmetro $1 - \frac{d}{t \cdot M}$ tem a

seguinte forma:

$$1 - \frac{d}{t.M} \ modificado = 1 - \frac{d \cdot (1 - E_{ade} / E_{aço})}{(t+h).M}$$

O parâmetro M, segundo as equações semi-empíricas tradicionais, pode ser escrito como mostra-se na tabela abaixo:

Método	\mathbf{M}
Área real	$\sqrt{1 + \left(0.893.\frac{L}{\sqrt{D.t}}\right)^2}$
B31.G modificado (Arco e Kiefner)	$\sqrt{1+0.6275\frac{L^2}{Dt}-0.003375\left(\frac{L^2}{Dt}\right)^2}$

Tabela 4.4 – Métodos para o cálculo de M.

DNV RP-F101	$\sqrt{1+0.31\frac{L^2}{D.t}}$
B31.G se: $0,893.\frac{L}{\sqrt{Dt}} \le 4$	$\sqrt{1 + \left(0.893. \frac{L}{\sqrt{Dt}}\right)^2}$
V2:	

Desta forma, as duas alternativas anteriores se utilizarão da seguinte forma:

a) dividindo-se o valor da pressão de falha pelo valor do parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$ e assim obtendo um valor de pressão de falha menos conservador, ou,

b) utilizando-se o parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$, para determinar todo o comportamento do duto reparado.

a) Divisão do valor da pressão de falha pelo parâmetro $1 - \frac{d}{tM}$

Como já foi exposto, os valores da pressão de falha, obtidos com a formulação proposta, serão divididos pelos parâmetros *1-d/tM* e *1-d/tM modificado*. Estes resultados serão comparados com os valores da pressão de falha obtidos para os três modelos numéricos. Todos os detalhes da modelagem numérica seguem as indicações da seção 3.2. Os modelos testados foram:

- Modelo com defeito de 40mm de comprimento e 1mm de espessura
- Modelo com defeito de 120mm de comprimento e 1.5mm de espessura
- Modelo com defeito de 80mm de comprimento e 1mm de espessura



Figura 4.12 - Modelo com defeito de 40mm de comprimento

- Modelo com defeito de 40mm de comprimento e 1mm de espessura

Nas tabelas 4.5 e 4.6, mostram-se os resultados do modelo numérico com o comprimento de defeito de 40mm e com espessura de reparo de 1mm.

Tabela 4.5 – Comparações entre modelos analíticos e numéricos (L= 40mm, e=1mm)

Modelo	Pressão de Falha (MPa)
Modelo Numérico	18.0
Modelo Analítico (sem parâmetro 1-d/tM)	14.960
Modelo Analítico (com parâmetro 1-d/tM)	Tabela 4.6

Tabela 4.6 – Efeito do parâmetro 1-d/tM nos resultados analíticos (L=40mm, e=1mm).

Método	1-d/tM	1-d/tM (modificado)	M. Analítica (MPa)	M. Analítica (modificado) (MPa)
B31.G modificado	0.753	0.835	19.877	17.915
DNV RP-F101	0.677	0.785	22.083	19.058
B31.G	0.783	0.856	19.095	17.484

Como pode-se ver nas tabelas anteriores, a pressão de falha calculada analiticamente foi de 14.96MPa, enquanto que, utilizando-se a modelagem numérica, se obteve uma pressão de falha de 18MPa, que representam uma diferença de 20%, valor considerado relativamente alto. Utilizando-se o parâmetro 1-d/tM, todos os resultados tornam-se não conservativos possuindo um erro mínimo de 6%, calculado com a equação da B31.G. Utilizando-se o parâmetro 1-d/tM *modificado*, o erro mínimo é 0.4%, calculado com a equação da B31.G. modificado e de 2.9%, calculado com a equação B31.G, sendo estes dois, resultados conservativos. Em todos os casos, a utilização da equação da DNV RP-F101, foi a que apresentou os piores resultados.

- Modelo com defeito de 120mm de comprimento e 1.5mm de espessura

Nas tabelas 4.7 e 4.8, mostram-se os resultados do modelo numérico com um comprimento de defeito de 120mm e com espessura de reparo de 1.5mm.

Modelo	Pressão de Falha (MPa)
Modelo Numérico	18.9
Modelo Analítico (sem parâmetro 1-d/tM)	18.900
Modelo Analítico (com parâmetro 1-d/tM)	Tabela 4.8

Tabela 4.7 - Comparações entre modelos analíticos e numéricos (L= 120mm, e=1.5mm)

Tabela 4.8 – Efeito do parâmetro 1-d/tM nos resultados analíticos (L=120mm, e=1.5).

Método	1-d/tM	1-d/tM (modificado)	P. Falha Analítico (MPa)	P. Falha Analítico (modificado) (MPa)
B31.G modificado	0.876	0.929	21.579	20.343
DNV RP-F101	0.880	0.931	21.482	20.294
B31.G	0.924	0.957	20.447	19.754

Como se pode ver nas tabelas anteriores, o melhor resultado se obtém quando não se utiliza nenhum parâmetro para quantificar o aporte de carga devido ao comprimento do defeito, com pressões de falha iguais às calculadas analiticamente e numericamente.

- Modelo com defeito de 80mm de comprimento e 1.5mm de espessura

Neste caso se comparará os cálculos analíticos com os resultados numéricos e experimentais, para um duto com defeito de 80mm de comprimento e com reparo de 1.5mm de espessura, obtido da referência [14].

Modelo	Pressão de Falha (MPa)
Modelo Experimental	18.3
Modelo Numérico	18.9
Modelo Analítico (sem parâmetro 1-d/tM)	18.9
Modelo Analítico (com parâmetro 1-d/tM)	Tabela 4.10

Tabela 4.9 – Comparações entre modelos analíticos e numéricos (L= 80mm, e=1.5mm)

Método	1-d/tM	1-d/tM (modificado)	M. Analítico (MPa)	M. Analítico (modificado) (MPa)
B31.G modificado	0.856	0.918	22.080	20.590
DNV RP-F101	0.823	0.899	22.970	21.020
B31.G	0.887	0.936	21.310	20.190

Tabela 4.10 – Efeito do parâmetro 1-d/tM nos resultados analíticos (L=80mm, e=1.5).

Como pode-se ver nas tabelas anteriores, o melhor resultado se obtém, quando não se utiliza nenhum parâmetro para quantificar o aporte de carga devido ao comprimento do defeito, com uma diferença de 3.2% do resultado experimental e de 3.8% do resultado numérico.

Conclusões:

Nos modelos com defeito de 120mm e 80mm, os cálculos analíticos são mais exatos quando não são utilizados parâmetros para quantificar o aporte de carga devido ao comprimento do defeito. Já para o modelo de 40mm de comprimento, a utilização do parâmetro 1-d/tM *modificado*, melhora a predição do cálculo da pressão de falha de 20% à 0.4%, quando se utiliza a equação da B31.G modificado. Isto faz sentido, já que a maioria das equações semiempíricas, para o cálculo da pressão de falha, só consideram o aporte de carga dos extremos do defeito, quando o mesmo é considerado curto, já que quando o comprimento do defeito é muito grande, *M* é infinito e então a correção é inócua. Por exemplo, segundo a ASME B31.G, um defeito é considerado curto quando $0,893.L/\sqrt{Dt} < 4$, isto representa um comprimento máximo de 54.6mm para ser considerado curto. Desta forma, os modelos de 120mm e 80mm de comprimento são considerados longos e, como mostram os resultados anteriores, não existirá aporte de carga, devido ao comprimento do defeito.

b) Utilização do parâmetro $1 - \frac{d}{t.M}$ na determinação de todo o comportamento

Esta seção tem a finalidade de quantificar o aporte de carga, a partir do comprimento do defeito e através do parâmetro 1-d/tM, que se usa na modelagem analítica. Desta forma se determinará todo o comportamento de um duto reparado em relação ao defeito curto. Em outras palavras, o objetivo é obter da curva a tensão equivalente vs. pressão de um duto reparado com o defeito não longo. Como passo inicial se desenvolveu um modelo numérico em 3D de um duto com defeito e sem

Figura 4.13 – Modelo numérico de um duto com defeito e sem reparo.

A curva tensão equivalente vs. pressão é comparada com as curvas obtidas nas seguintes equações:

(i) Equação da tensão equivalente baseada na tensão circunferencial, considerando-se um defeito com comprimento infinito e utilizando-se a equação 4.18 e 4.19:

$$\sigma_c = \frac{P.D}{2.(t-d)} \tag{4.41}$$

$$\sigma_{\nu M} = \frac{P.D}{2.(t-d)} \cdot \nu \tag{4.42}$$

(ii) Equação da tensão equivalente, baseada nas equações semi-empíricas

$$P_{defeito} = \frac{2.t}{D} . S_{flow} . C$$

comprimento.

Esta equação será utilizada na forma da equação (4.40):

$$P_{defeito} \cdot \left(1 - \frac{d}{t.M}\right) = \frac{2 \cdot (t - d)}{D} \cdot S_{flow} \rightarrow P \cdot H = \frac{2 \cdot (t - d)}{D} \cdot \sigma_c \rightarrow \sigma_{vM} = \frac{P \cdot D}{2(t - d)} \cdot H \cdot v$$

$$(4.43)$$

O parâmetro *1-d/tM* será chamado com a letra *H*, então $H = 1 - \frac{d}{t.M}$, e *M* será calculado com as equações listadas na tabela 5.1.

A figura abaixo mostra a comparação das curvas originadas com as equações (4.42), (4.43) e pelas simulações numéricas.





Figura 4.14 – Comparação dos resultados numérico-analíticos de um duto com defeito e sem reparo

Na figura 4.14, pode-se ver que a curva gerada por simulações numéricas apresenta uma mudança no comportamento, quando alcança o limite de escoamento. É possível que isto se dê devido a partir do escoamento, a diferença entre as deformações das regiões com e sem defeito começa a ser mais acentuada. Esta diferença originaria uma espécie de restrição sobre as deformações que acontecem no defeito. Ou seja, o defeito quer se deformar a uma taxa elevada, dado que já se plastificou, enquanto que a região circundante ao defeito (que ainda está no regime elástico) se deforma com uma taxa bem menor.

Na figura, pode-se ver a existência da boa semelhança entre a curva gerada pelas simulações numéricas (na parte elástica) e a curva teórica (para defeito de comprimento infinito, equação 4.42), o qual não era esperado, uma vez que deveriam existir restrições das deformações ainda no regime elástico, devido ao defeito ser curto.

De qualquer forma, nesta seção seria preciso aproximar estas duas curvas como coincidentes, com o propósito de simplificar a sua formulação.

Na figura 4.15 se esquematiza este comportamento:



Figura 4.15 – Esquema do comportamento de um duto com defeito e sem reparo.

A partir da figura anterior é possível se optar pelas seguintes relações:

$$x = \frac{2.S_u \cdot (t-d)}{D.v \cdot H} - \frac{2.S_y \cdot (t-d)}{D.v} \longrightarrow \qquad x = \frac{2.(t-d)}{D.v} \cdot \left(\frac{S_u}{H} - S_y\right)$$
$$y = S_u - S_y$$

A inclinação da reta "a" é m=y/x, que, substituindo as expressões de x e y, tem-se:

$$m = \frac{S_{u} - S_{y}}{\frac{2.(t-d)}{D.v} \cdot \left(\frac{S_{u}}{H} - S_{y}\right)} = \frac{D.v}{2.(t-d)} \cdot \left(\frac{S_{u} - S_{y}}{S_{u}/H - S_{y}}\right)$$

Depois do escoamento, a região do defeito obedecerá à seguinte equação:

 $\Delta \sigma_{vM} = m.\Delta P$

Logo, a equação que descreve todo o comportamento de um duto com defeito de perda de espessura é:

$$\sigma_{\nu M_{I}} = \frac{P.D.\nu}{2.(t-d)} \quad \text{quando} \quad 0 \le P < P_{y} \tag{4.44}$$

$$\sigma_{\mathcal{VM}_{u}} = Sy + \frac{(P - P_{y}).D.\mathcal{V}}{2.(t - d)} \cdot \left(\frac{S_{u} - S_{y}}{S_{u}/H - S_{y}}\right), \quad \text{quando} \quad P_{y} \le P < P_{u}$$
(4.45)

Onde P_y é a pressão que origina o escoamento e P_u é a pressão que origina a ruptura. Estas duas pressões são calculadas a partir das equações (4.44) e (4.45), da seguinte forma:

$$P_{y} = \frac{2.S_{y}.(t-d)}{D.v}$$
(4.46)

$$P_{u} = \frac{2.(S_{u} - S_{y}).(t - d)}{D.v} \cdot \left(\frac{S_{u}/H - S_{y}}{S_{u} - S_{y}}\right) + P_{y}$$
(4.47)

Na figura 4.16 mostram-se os resultados desta formulação:



Figura 4.16 – Comparação entre as simulações numéricas e as equações desenvolvidas para um duto com defeito e sem reparo.

Tendo como base os resultados anteriores, se utilizará o parâmetro $\left(\frac{S_u - S_y}{S_u / H - S_y}\right)$

na formulação para dutos com reparo. A variável H, que representa o parâmetro 1-d/tM, será calculada na sua forma modificada, como foi explicado na seção anterior.

Na figura que segue, são comparados os resultados analíticos com e sem parâmetro *1-d/tM modificado* e com as simulações numéricas. Os modelos analisados têm as propriedades geométricas e de material apresentadas na seção 3.2. Para o cálculo do parâmetro *1-d/tM modificado* se utilizou a equação da ASME B31.G modificado.



Figura 4.17 – Efeito da variação do comprimento do defeito para um duto reparado com 1.5mm de espessura de reparo.

Os resultados mostraram que a utilização do parâmetro 1-d/tM *modificado* na formulação não obteve resultados satisfatórios. A partir do mesmo, obtiveram-se valores de pressão de falha não conservativos e o seu comportamento não foi bem representado, até mesmo para os defeitos curtos (na figura, mostra-se um modelo com defeito de 40mm, considerado curto pela ASME B31.G). Para trabalhos futuros recomenda-se que o resultado do comprimento do defeito seja incluído desde o regime elástico e não somente a partir do início da plastificação do duto, como realizado nesta seção.

4.4 Formulação para Reparos Aplicados em Dutos Ativos

Nesta seção apresenta-se a formulação para o cálculo das tensões num duto reparado, quando este é aplicado numa linha ativa. Ou seja, quando o duto tem uma pressão interna que pode ser diferente de zero no momento da instalação do reparo.

Esta consideração é importante, já que, acredita-se que quanto mais alta for a pressão da instalação, maior será a espessura de reparo requerida para limitar as deformações, as quais já são diferentes de zero no momento da instalação do reparo. Esta formulação está baseada nos incrementos de carga, apresentados na seção 4.2.2.b, com a seguinte consideração: *O reparo começará a agir ou, começará a aportar a carga, quando o duto alcançar a pressão na qual o reparo foi instalado*. Esta consideração pode ser algo conservadora, já que na realidade existiriam tensões compressivas no reparo quando a pressão for abaixada a um nível inferior de pressão no qual o reparo foi aplicado. Mas devido à possibilidade de que aconteça um descolamento entre o reparo e o duto nestas situações, opta-se por utilizar a consideração anterior. Na referência [53], de 3 espécimes reparados com material compósito, aparentemente 2 sofreram descolamento quando a pressão foi baixada a uma pressão inferior à pressão de aplicação do reparo.

A partir dessa consideração, o comportamento de um duto que foi reparado a uma pressão de linha igual a Pi, pode ter a forma indicada na figura 4.18.



Figura 4.18 – Comportamento de um duto reparado a uma pressão interna Pi.

Desde uma pressão igual a zero até a pressão Pi, a parede do duto na região do defeito se deforma livremente, já que o reparo ainda não foi aplicado. No caso de se tratar de um defeito com comprimento infinito, o comportamento do duto nesta região, seria governado pela equação tradicional de cilindros de parede fina, considerando uma espessura igual à espessura remanescente na região com defeito. Como uma primeira

aproximação, a formulação apresentada considerará um defeito com comprimento infinito favorecendo que os resultados finais tendam a ser conservadores.

Então, na região "i" (figura 4.17), o comportamento do duto tem a seguinte equação:

$$\sigma_c = \frac{r}{t.C}.P \tag{4.41}$$

Limitado entre: $0 < P \le P_i$ e $0 < \sigma_C \le \sigma_{Ci}$

Pode-se considerar a região "i" como a região inicial, onde o duto irá de uma tensão igual a zero até a tensão σ_{Ci} , enquanto o reparo e o adesivo se mantém em zero (já que ainda não foram aplicados).

Na região I, a equação da tensão circunferencial no duto é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ d I}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A]\right) \cdot (P - P_i)$$
Onde: $P_i \le P < P_1$

$$(4.42)$$

Na região II, a equação da tensão circunferencial no duto é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ d II}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_1]\right) \cdot (P - P_1)$$
(4.43)

Onde: $P_1 \le P < P_2$

Na região III, a equação da tensão circunferencial no duto é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ d III}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_2]\right) \cdot (P - P_2)$$
(4.44)

Onde: $P_2 \leq P < P_3$

Na região IV, a equação da tensão circunferencial no duto é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ d III}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1 - A_3]\right) \cdot (P - P_3)$$
(4.45)

Onde: $P_3 \le P < P_U$

Então, somando todas as expressões da tensão circunferencial e multiplicadas pelo parâmetro de von Mises para as quatro regiões, tem-se:

$$S_{U} = \Delta \sigma_{i} + \Delta \sigma_{1} + \Delta \sigma_{2} + \Delta \sigma_{3} + \Delta \sigma_{4}$$
Ou,
$$S_{U} = \left(\frac{r}{t.C} \nu_{d}\right) P_{i} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1-A] \nu_{d}\right) P_{i} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1-A] \nu_{d}\right) P_{i} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1-A_{2}] \nu_{pd}\right) P_{i} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1-A_{2}] \nu_{pd}\right) P_{i} + \left(\frac{r}{t.C} \cdot [1-A_{3}] \nu_{pd$$

Figura 4.19 – Aplicação de incrementos num duto reparado com pressão interna.

 $P_2 P_3$

 $P_U P$

Pi

 P_1

A partir dessa perspectiva, novas possibilidades de comportamentos são identificados, os quais dependerão das propriedades dos materiais utilizados, fazendo-se notar que alguns são pouco prováveis de acontecer, mas que se considera necessária sua identificação. Outros, ainda menos prováveis serão omitidos, como por exemplo, nos casos onde a falha acontece na região III, por ser esta região bastante pequena (figura 4.18). Utilizando-se as indicações da seção 4.2.2.b, são desenvolvidas as formulações para os casos indicados na figura 4.20. Estas formulações são apresentadas no anexo B. Vale notar que para todos os casos as formulações são bastante similares.





a. O duto plastifica antes que o reparo (o defeito não escoa quando o reparo é aplicado) e a falha pode acontecer no duto, ou no reparo na região IV.



c. O defeito já esta ecoando quando o reparo é aplicado e a falha pode acontecer no duto, ou no reparo na região IV .

b. O duto plastifica antes que o reparo (o defeito não escoa quando o reparo é aplicado) e a falha acontece no duto na região II.



d. O defeito já esta escoando quando o reparo é aplicado e a falha acontece no duto na região II .

Figura 4.20 (continua na página seguinte) – Possíveis comportamentos de um duto com reparo metálico e com pressão interna na instalação diferente de zero



e. O reparo plastifica antes que o duto e, a falha pode acontecer no duto ou no reparo na região IV

f. O reparo plastifica antes que o duto e, a falha acontece no reparo na região II

Figura 4.20 (continuação) – Possíveis comportamentos de um duto com reparo metálico e com pressão interna na instalação diferente de zero

Utilizando esta formulação (apresentada completamente no anexo B), foi modelado um duto com reparo aplicado a uma pressão interna igual a zero e outro duto, com as mesmas características, no qual o reparo foi aplicado a uma pressão igual a 4MPa, figura 4.20. Segundo a equação (4.41), um duto com o mesmo defeito atinge seu limite de escoamento a uma pressão de 4.9MPa e tem uma tensão de von Mises de 214MPa. Segundo as simulações numéricas, um duto com o mesmo defeito e sem reparo, escoa a uma pressão de 5MPa e tem uma tensão de Von Mises de 204MPa. Como a pressão de aplicação do reparo é próxima à pressão de escoamento do duto com defeito sem reparo, é esperado, então, que após o pequeno incremento de carga, o duto atinja seu limite de escoamento. Os resultados mostram que este duto reparado escoará a uma pressão de 5.9MPa enquanto um duto que foi reparado com a linha sem pressão (pressão de aplicação igual a zero) escoa a uma pressão de 10.6MPa. Mas, devido a maioria dos aços ter grande capacidade de deformação plástica, as pressões que originaram a falha em ambos casos são bastante próxima (18.9 e 18.7MPa). A principal diferença se encontra na deformação plástica que terão ambos os dutos na sua operação.

As características geométricas se apresentam na figura 3.5 e as propriedades dos materiais utilizados se encontram na tabela 3.1.



Figura 4.21 – Comparação entre um duto reparado a uma pressão interna de 4MPa e outro reparado sem pressão interna. O sinal "\v" significa paralelismo para as retas

Na figura 4.22, mostram-se os resultados analíticos de dutos reparados a pressões internas de 0, 2 e 4MPa. Pode se visualizar que à medida que a pressão interna é maior, no momento da aplicação do reparo, o comportamento do duto reparado vai se afastando do comportamento de um duto sem defeito (linha vermelha pontilhada), mas as pressões de falha têm pouca variação.

Comparação entre Pressões de Instalação (P rep)



P rep= pressão de instalação do reparo, T rep= tensão no defeito antes da instalação do reparo

Figura 4.22 - Efeito da variação na pressão de instalação do reparo

Tentando mostrar a aplicabilidade desta metodologia, na seguinte seção se desenvolve a formulação para reparos de material compósito.

4.5

Formulação para Reparo de Material Compósito

Algumas simplificações e aproximações foram feitas no transcurso do desenvolvimento da metodologia até agora apresentada, porém, o caráter não isotrópico dos materiais compósitos, propriamente ditos, não deve ser desconsiderado. A maior parte da bibliografia encontrada atribui um comportamento ortotrópico aos materiais compósitos [30] [15] [6]. Sob a consideração de um comportamento não isotrópico, a formulação para reparos de material compósito é similar à formulação de reparos de chapas de aço, mas algumas modificações devem ser feitas. As equações básicas de toda a formulação, como apresentado na seção 4.2.1, são:

$$\sigma_{c} = \frac{P_{1} \cdot R_{1}^{2} \cdot \left(1 + \frac{R_{2}^{2}}{R^{2}}\right) - P_{2} \cdot R_{2}^{2} \cdot \left(1 + \frac{R_{1}^{2}}{R^{2}}\right)}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}}$$
(4.1)

$$\Delta R_2 = \frac{R_2}{E} \cdot \left(2 \cdot P_1 \cdot \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - P_2 \cdot \left(\frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} - \mu \right) \right)$$
(4.2)

$$P_{o} = \frac{\frac{\Delta R}{R_{2}}}{\frac{1}{E_{1}} \cdot \left(\frac{R_{2}^{2} + R_{1}^{2}}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} - \mu_{1}\right) + \frac{1}{E_{2}} \cdot \left(\frac{R_{4}^{2} + R_{3}^{2}}{R_{4}^{2} - R_{3}^{2}} + \mu_{2}\right)}$$
(4.3)

O procedimento utilizado é o seguinte:

(i) Cada incremento de pressão interna gera no duto uma variação do raio externo. Usase a equação (4.2).

(ii) Cada incremento do raio externo gera uma pressão de interferência entre o duto e a mescla adesivo-reparo. A equação (4.3) foi deduzida para materiais isotrópicos, porém a interferência neste caso é entre um cilindro de material isotrópico e um cilindro de material ortotrópico. Em seguida, apresenta-se a dedução desta equação:

Considerando os cilindros 1 (isotrópico) e 2 (ortotrópico) na figura 4.23, onde P é a pressão devido a interferência ΔR , se diz que esta interferência é igual ao deslocamento do raio interno do cilindro 2, subtraído do deslocamento do raio externo do cilindro 1: $\Delta R = u_2 - u_1$ (4.46)

Por teoria, a deformação circunferencial é igual a:

$$\varepsilon_t = u/R \quad \to \quad u = \varepsilon_t R \tag{4.47}$$

onde u é o deslocamento e R é o raio.

Substituindo a equação (4.47) em (4.46), tem-se:

$$\Delta R = \varepsilon_{t-2} \cdot R_3 - \varepsilon_{t-1} \cdot R_2 \tag{4.48}$$



Figura 4.23 Interferência de cilindros

Considerando um estado de tensão plana, a deformação circunferencial no cilindro 1 é:

$$\varepsilon_{t-1} = \frac{1}{E} (\sigma_{t-1} - \mu . \sigma_{t-1})$$
(4.49)

Segundo a equação 4.1, a tensão circunferencial quando a pressão interna é igual a zero e a pressão externa é igual a –P, é:

$$\sigma_{t-1} = -P \frac{(R_2^2 + R_1^2)}{(R_2^2 - R_1^2)}$$
(4.50)

A tensão radial é $\sigma_{r-1} = -P$ (4.51). Para o cilindro 2, que é ortotrópico, a deformação circunferencial tem a seguinte expressão:

$$\varepsilon_{t-2} = \frac{1}{E_t} \sigma_{t-2} - \frac{\mu_{tr}}{E_r} \cdot \sigma_{r-2}$$
(4.52)

onde Et e Er são os módulos de elasticidade na direção tangencial e radial respectivamente, e μ_{tr} é o coeficiente de Poisson no plano tangencial-radial.

Para o cálculo da tensão circunferencial (σ_{t-2}), se utiliza a equação de cilindros de parede fina em função dos raios interno e externo, já que a equação (4.1) é feita para cilindros de materiais isotrópicos. Com esta aproximação o erro introduzido é bastante pequeno quando utilizado para cilindros de parede fina.

$$\sigma_{t-2} = -P \frac{(R_4 + R_3)}{2.(R_4 - R_3)} \tag{4.53}$$

A tensão radial é:

$$\sigma_{r-2} = -P \tag{4.54}$$

Substituindo estas expressões na equação 4.48, tem-se a equação para cálculo da pressão de interferência entre um material isotrópico e um material ortotrópico.

$$P_{o} = \frac{\frac{\Delta R}{R_{2}}}{\frac{1}{E} \cdot \left(\frac{R_{2}^{2} + R_{1}^{2}}{R_{2}^{2} - R_{1}^{2}} - \mu_{1}\right) + \left(\frac{1}{2.E_{t}} \frac{(R_{4} + R_{3})}{(R_{4} - R_{3})} + \frac{\mu_{tr}}{E_{r}}\right)}$$
(4.55)

A equação (4.2) é substituída na equação (4.55) e se obtém a pressão de interferência em função da pressão interna.

$$P_{o} = P \cdot \frac{\left[2 \cdot \frac{r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}}\right]}{\left[\frac{(r+t.C)^{2} + r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}}\right] - \mu_{d}} + \left[\frac{E_{d}}{2 \cdot E_{mt}} \frac{(r+t+h) + (r+t.C)}{(r+t+h) - (r+t.C)} + \frac{E_{d}}{E_{mr}} \cdot \mu_{mtr}\right]$$
(4.56)
a₂ a₃

А

Onde:

$$E_{mt} = \frac{E_{t} \cdot e + E_{c} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$
$$E_{mr} = \frac{E_{r} \cdot e + E_{c} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$
$$\mu_{mr} = \frac{\mu_{tr} \cdot e + \mu_{c} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + e}$$

 E_d : módulo de elasticidade do duto

 E_{mt} : módulo de elasticidade tangencial da mescla reparo-adesivo

 E_{mr} : módulo de elasticidade radial da mescla reparo-adesivo

- E_t : módulo de elasticidade tangencial do reparo
- E_r : módulo de elasticidade radial do reparo
- E_c : módulo de elasticidade do adesivo
- μ_d : coeficiente de Poisson do duto

 μ_{mtr} : coeficiente de Poisson tangencial radial da mescla reparo-adesivo

$$P_o = P.A \tag{4.57}$$

(iii) Substituindo a equação (4.57) na equação (4.8) obtém-se a equação da tensão circunferencial do duto na região do defeito

$$\sigma_{\text{circ d}} = \frac{r.P}{t.C} \cdot [1 - A] \tag{4.58}$$

O procedimento para obter a equação da tensão circunferencial no reparo e no adesivo segue o mesmo procedimento apresentado na seção 4.2.1.

(iv) Esta pressão de interferência P_o gera uma variação do raio externo da camada de adesivo. Usa-se a equação (4.2)

(v) A variação de raio externo gera uma pressão de interferência P_a entre o adesivo (considerado isotrópico) e o reparo (considerado ortotrópico). Segundo a equação (4.55) tem-se:



Onde:

 E_c : módulo de elasticidade do adesivo

 E_{rt} : módulo de elasticidade tangencial do reparo

- E_{rr} : módulo de elasticidade radial do reparo
- μ_c : coeficiente de Poisson do adesivo
- μ_{tr} : coeficiente de Poisson tangencial radial do reparo

$$P_a = P.A.B \tag{4.60}$$

(vi) Para o cálculo da tensão circunferencial no reparo, se substitui P_a na equação de cilindros de parede fina

$$\sigma_{\rm circ\,r} = \frac{r+t}{e}.P.A.B \tag{4.61}$$

(vii) Da mesma forma obtém-se a equação para cálculo da tensão no adesivo, substituindo P_o a P_a na equação (4.8)

$$\sigma_{\text{circ c}} = \frac{r+t.C}{t.(1-C)}.P.A.[1-B]$$
(4.62)

É necessário estabelecer os modelos de material que serão utilizados para cada componente duto-adesivo-reparo. Para esta formulação, se considera que o material compósito tem um comportamento linear elástico ideal, o duto é modelado como um material elasto-plástico com encruamento linear, e para o adesivo que prenche o defeito, se utiliza um modelo elasto-plástico ideal.



Figura 4.24 - Modelos de materiais para duto reparado com material compósito

Para o desenvolvimento das equações em todos os regimes, seja elástico ou plástico, segue-se o procedimento indicado na seção 4.2.2.b. A figura 4.25 mostra o comportamento de um duto reparado com material compósito, considerando-se neste que o reparo é aplicado a uma pressão interna igual a zero.



com material compósito

Tomando como exemplo o cálculo da tensão no duto, na região I, o parâmetro A, como apresentado na equação (4.56) é:

$$A = \frac{2 \cdot \frac{r^2}{(r+t.C)^2 - r^2}}{\left(\frac{(r+t.C)^2 + r^2}{(r+t.C)^2 - r^2} - \mu_d\right) + \left(\frac{E_d}{2 \cdot E_{mt}} \frac{(r+t+h) + (r+t.C)}{(r+t+h) - (r+t.C)} + \frac{E_d}{E_{mr}} \cdot \mu_{mtr}\right)}$$
(4.63)

Onde:

$$E_{mt} = \frac{E_{rt} \cdot h + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + h}$$
(4.64)

$$E_{mr} = \frac{E_{rr} \cdot h + E_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + h}$$
(4.65)

$$\mu_{mtr} = \frac{\mu_{tr} \cdot h + \mu_c \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + h}$$
(4.66)

Nesta região, todos os componentes do duto-reparo-adesivo permanecem no seu regime elástico (sendo que o reparo, por ser de material compósito, não apresenta regime plástico). Como foi apresentado na seção 4.2.2, o parâmetro A muda para cada região, segundo o comportamento de cada componente. Os módulos de elasticidade (E) e os coeficientes de Poisson (μ) permanecem com seus valores no regime elástico.

Na região II, onde o duto se plastifica, a variável A tem a seguinte expressão:

$$A_{1} = \frac{2 \cdot \frac{r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}}}{\left(\frac{(r+t.C)^{2} + r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}} - \mu_{pd}\right) + \left(\frac{E_{pd}}{2 \cdot E_{mt}} \frac{(r+t+h) + (r+t.C)}{(r+t+h) - (r+t.C)} + \frac{E_{pd}}{E_{mr}} \cdot \mu_{mtr}\right)} \quad (4.67)$$

onde E_{pd} e μ_{pd} são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, no regime plástico do duto. Desta forma, a tensão circunferencial no duto para o regime II é:

$$\Delta \sigma_{\text{circ dII}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot \left[1 - A_1\right]\right) \cdot (P - P_1)$$
(4.68)

Onde: $P_1 \le P < P_2$

O mesmo se faz para todas as regiões do comportamento, sabendo-se que a expressão de A será sempre similar. Somente as propriedades de material se modificam, constituindo um valor em estado elástico e outro no estado plástico, segundo a região em que o material se encontre.

Na a região III, onde o duto e o adesivo estão em estado plástico (diferindo da formulação para os reparos de chapa metálica e considerando-se que a região III seja a que o duto e o reparo estejam em estado plástico), a variável A terá a seguinte expressão:

$$A_{2} = \frac{2 \cdot \frac{r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}}}{\left(\frac{(r+t.C)^{2} + r^{2}}{(r+t.C)^{2} - r^{2}} - \mu_{pd}\right) + \left(\frac{E_{pd}}{2E_{1mt}}\frac{(r+t+h) + (r+t.C)}{(r+t+h) - (r+t.C)} + \frac{E_{pd}}{E_{1mr}}\mu_{1mtr}\right)} \quad (4.69)$$

Onde:

$$E_{1mt} = \frac{E_{nt} \cdot h + E_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + h}$$
(4.70)

$$E_{1mr} = \frac{E_{rr}.h + E_{pc}.t.(1 - C)}{t.(1 - C) + h}$$
(4.71)

$$\mu_{1mtr} = \frac{\mu_{tr} \cdot h + \mu_{pc} \cdot t \cdot (1 - C)}{t \cdot (1 - C) + h}$$
(4.72)

onde E_{pc} e μ_{pc} são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson no regime plástico do adesivo. Desta forma, a tensão circunferencial no duto para o regime III será:

$$\Delta \sigma_{\text{circ dIII}} = \left(\frac{r}{t.C} \cdot \left[1 - A_2\right]\right) \cdot \left(P - P_2\right)$$
(4.73)

onde: $P_2 \leq P < P_U$

Multiplicando-se esta equação pelo parâmetro de von Mises, como feito na equação (4.18), obtém-se a tensão de von Mises. Logo, substituindo-se esta tensão pelo valor de *Su* do duto, pode-se obter a pressão que provoca a falha do duto na região do defeito. A formulação completa para este tipo de reparo será apresentada no anexo B.

Considerando que o duto reparado com material compósito pode ser instalado a uma pressão interna diferente de zero, foram identificados dois principais tipos de comportamento: (i) quando o defeito ainda não atingiu seu limite elástico antes da instalação do reparo e, (ii) quando a região de defeito já está em seu regime plástico, antes de instalar-se o reparo. Na figura abaixo se apresentam estes dois tipos de comportamentos:



a. O defeito não escoa quando o reparo é aplicado e a falha pode acontecer no duto ou no reparo na região III.

b. O defeito está escoando, quando o reparo é aplicado e a falha pode acontecer no duto ou no reparo na região III.

Figura 4.26 – Possíveis comportamentos de um duto com reparo de material compósito e com pressão interna na instalação que pode ser diferente de zero A formulação completa para este tipo de reparo será apresentada no anexo B.

4.5.1 Comparação dos Resultados

Os resultados obtidos nesta modelagem são comparados com os resultados obtidos nas simulações numéricas apresentadas na seção 3.6, figura 3.20. Os dados geométricos e dos materiais utilizados no modelo analítico, são os mesmos utilizados nas simulações numéricas. Os resultados são apresentados na figura 4.27 e na tabela 4.10.



Figura 4.27 – Comparação dos resultados das simulações numéricas com o modelo analítico proposto

Tabela 4.10 – Comparações entr	e modelos analíticos e	e numéricos (L= 80)	mm, e=1.5mm)
--------------------------------	------------------------	---------------------	--------------

Modelo	Pressão de Escoamento	Pressão de Falha
	(MPa)	(MPa)
Modelo Analítico	6.7	19.0*
Modelo Numérico	7.1	19.0*

*A falha acontece fora do reparo

Na figura 4.24 se pode ver a grande semelhança dos comportamento obtidos entre os modelos analíticos e numéricos. Na tabela 4.10, pode-se ver que em ambos modelos a falha acontece fora do reparo e existe um erro de 5.7% na pressão que origina o escoamento no duto na região com defeito.

4.5.2 Recomendações para Projeto de Reparos de Material Compósito

Devido às grandes incertezas que podem se apresentar na determinação da resistência do material compósito e à possível degradação e fluência que este pode experimentar [15], é recomendável a utilização de uma significativa margem de projeto. Na bibliografia foram encontradas as seguintes recomendações para o projeto de aplicações que utilizam material compósito, que são apresentadas em seguida:

- Na ASTM D2992, norma para tubos e acessórios de fibra de vidro [54], indicase que a tensão de projeto deve ser 50% do mínimo valor de ruptura esperado para o compósito depois de 100 000 horas ou 50 anos de operação (o que for menor).
- Outra recomendação a ter-se em consideração no projeto do reparo de material compósito, é apresentada na referencia [3], onde se indica que a tensão limite de projeto para o material compósito formado por fibra de carbono e resina epóxi é de 276MPa, segundo a ASME STP/PT-005 [55], a qual representa um limite de deformação de projeto de 0.4%.