# 3 Caracterização do Canal UWB

Este capítulo apresenta a forma pela qual se calcula a função de transferência H(f) do canal a partir da determinação dos percursos múltiplos existentes entre o transmissor e o receptor, descrita no capítulo anterior.

A obtenção de H(f) é discutida em termos gerais na seção 3.1. A seção 3.1.1 descreve a forma pela qual o campo inicial oriundo da antena transmissora é obtido. Na seção 3.1.2, é discutida a obtenção dos campos elétricos transmitidos e refletidos no interior do ambiente analisado. Na seção 3.1.3, é discutida a obtenção dos campos elétricos difratados pelas arestas dos ambientes.

### 3.1. O Canal de Propagação UWB

Na campanha de medidas, foram utilizadas antenas idênticas de transmissão e reflexão. Estas antenas foram posicionadas para receberem e transmitirem o campo elétrico na polarização vertical. Medidas relativas à polarização horizontal ou cruzada foram desconsideradas. Desta forma, com o objetivo de tornar os valores calculados do campo elétrico compatíveis com os medidos, utilizou-se somente a componente vertical do campo elétrico para emissão e recepção.

Nesta tese, cada receptor (ponto de observação) é atingido por multipercursos. Isto é, por um conjunto de raios (determinados de acordo com os procedimentos descritos no capítulo 2) que possuem valores específicos de amplitude e fase. Estes valores são obtidos a partir da interação de cada raio com as faces do ambiente simulado. Na interação do raio com uma face ou aresta, será considerada a despolarização da onda para as situações de transmissão, reflexão e difração. Dependendo da situação, o valor do coeficiente de transmissão, ou reflexão, ou difração será calculado para as polarizações horizontal e vertical. Nos processos de transmissão e reflexão, será considerado que as faces do ambiente têm espessura e condutividade finitas e separam dois meios.

Após a determinação de todos os pares de amplitude e retardo para todos os raios que atingem um ponto de observação selecionado, determina-se a função de transferência H(f) do canal simulado UWB para a polarização vertical, por intermédio da equação:

$$H(f) = \sum_{n=1}^{N} a_n(f) e^{-j2\pi f \tau_n(f)},$$
(3.1)

onde *N* representa o número de componentes de multipercursos recebida no receptor,  $a_n(f) \in \tau_n(f)$  a amplitude e o retardo da componente *n* de multipercurso na frequência *f* do sinal, respectivamente .

Vale ressaltar que  $a_n(f)$  e  $\tau_n(f)$  levam em consideração os coeficientes de transmissão, reflexão [69] e difração [73] em cada interação *m* do multipercurso com os obstáculos do ambiente. O valor de  $\tau_n(f)$  é dado por:

$$\tau_{n}(f) = \frac{d}{c} + \sum_{m=1}^{M} \frac{\Phi_{m}}{2\pi f},$$
(3.2)

onde *d* representa a distância percorrida pelo multipercurso, *c* a velocidade da luz,  $\varphi$  a fase introduzida pelo coeficientes de transmissão, reflexão e difração.

Os valores de *H(f)* são obtidos para um determinado número de amostras em frequência numa banda ultralarga.

A metodologia utilizada na obtenção dos coeficientes e dos campos elétricos transmitidos, refletidos e difratados será descrita nas seções seguintes.

### 3.1.1. Campo Elétrico Inicial

O campo elétrico inicial a uma distância *d* da fonte imediatamente antes da primeira interação com o ambiente é dado por:

$$\overline{E}^{i}(d,\theta;f) = V_{o} \frac{10^{G(\theta;f)/20}}{d} e^{-jkd} \hat{\theta}$$
(3.3)

Sendo  $V_0$  uma tensão arbitrária, k o número de onda e  $G(\theta; f)$  representa o diagrama de radiação da antena discônica (utilizada na campanha de medidas) para uma determinada frequência. Para algumas das frequências analisadas, existem diagramas de irradiação relacionados à coordenada  $\theta$  do sistema de coordenadas esféricas centrado na fonte, mostrados na Figura 45 [81]. Os diagramas correspondentes às demais foram obtidos por intermédio de interpolações bilineares.



Figura 45- Diagrama de radiação de elevação da antena discônica.

É importante salientar que, na recepção, logo após a última interação do raio com o ambiente, o diagrama de radiação deve ser novamente considerado.

O sistema de coordenadas esféricas centrado na antena transmissora é ilustrado na Figura 46 a seguir:

![](_page_3_Figure_2.jpeg)

Figura 46-Sistema de coordenadas esféricas centrado na antena transmissora.

## 3.1.2. Rastreamento de Campos ao Longo de Raios

Para rastrear as componentes do campo ao longo de cada raio existente entre a fonte e o ponto de observação, deve-se determinar seu valor imediatamente antes e depois de cada interação com o ambiente. Neste processo, devem ser determinados os coeficientes de transmissão, reflexão, ou difração correspondentes. Entretanto, os termos  $e^{-jkd}$  que representa a propagação da onda e de atenuação 1/*d* são omitidos dos cálculos parciais e incluídos apenas quando o raio atingir o receptor.

#### Rastreamento de Campos ao Longo de Raio Refletido

A Figura 47 ilustra a situação na qual um raio é traçado entre o transmissor e o receptor, considerando múltiplas reflexões nas faces de um ambiente. Primeiramente, a componente do campo ao longo do raio, conhecida no ponto i, incide sobre uma face, no ponto i+1. Posteriormente, a componente do campo é refletida pela face 1 neste ponto.

![](_page_4_Figure_2.jpeg)

Figura 47- Múltiplas reflexões de um raio.

Na Figura 47, define-se o plano de incidência, que contém o vetor unitário  $\hat{s}_{i+1}$  e a normal  $\hat{n}$  à face 1. Este plano também contém o vetor unitário  $\hat{s}_{i+2}$  que indica a direção do raio refletido.

O valor da componente do campo no ponto inicial i pode ser expresso em coordenadas retangulares da seguinte forma:

$$\overline{E}^{i} = E_{x}^{i}\hat{x} + E_{v}^{i}\hat{y} + E_{z}^{i}\hat{z}$$
(3.4)

O campo incidente dado pela equação (3.4), imediatamente antes de atingir o ponto i+1, pode ser decomposto em sua componente perpendicular ao plano de incidência (que está na direção do vetor unitário  $\hat{\alpha}^i$ ), chamada de componente *soft*, e na componente paralela ao plano de incidência (que está na direção do vetor unitário  $\hat{\beta}^i$ ), chamada de componente *hard*. Assim, a equação (3.4) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\overline{E}_{(i+1)}^{i} = E_{(i+1)_{x}}^{i} \hat{x} + E_{(i+1)_{y}}^{i} \hat{y} + E_{(i+1)_{z}}^{i} \hat{z} = E_{(i+1)_{\beta}}^{i} \hat{\beta}^{i} + E_{(i+1)_{\alpha}}^{i} \hat{\alpha}^{i}$$
(3.5)

A obtenção dos vetores unitários  $\hat{\alpha}^i e \hat{\beta}^i$  pode ser feita com o auxílio da Figura 47. A obtenção de  $\hat{\beta}^i$  é feita através do vetor dado pela equação:

$$\overline{\beta}^{i} = A \hat{s}_{i+1} + \hat{n} \tag{3.6}$$

com A representando uma constante escalar. Fazendo o produto escalar de  $\hat{s}_{i+1}$ em ambos os membros da equação (3.6) e sabendo-se que  $\overline{\beta}^i \cdot \hat{s}_{i+1} = 0$ , o vetor unitário  $\hat{\beta}^i$  passa a ser dado por:

$$\hat{\beta}^{i} = \frac{\overline{\beta}^{i}}{\left|\overline{\beta}^{i}\right|} = \beta_{x}^{i} \hat{x} + \beta_{y}^{i} \hat{y} + \beta_{z}^{i} \hat{z}$$

$$(3.7)$$

com,

$$\overline{\beta}^{i} = -(\hat{s}_{i+1} \bullet \hat{n})\hat{s}_{i+1} + \hat{n}$$
(3.8)

O vetor unitário  $\hat{\alpha}^{i}$  é dado pela equação:

$$\hat{\alpha}^{i} = \hat{\beta}^{i} \times \hat{s}_{i+1} = \alpha_{x}^{i} \hat{x} + \alpha_{y}^{i} \hat{y} + \alpha_{z}^{i} \hat{z}$$
(3.9)

Realizando-se o produto escalar da equação (3.5) separadamente com o vetor unitário  $\hat{\beta}^i$  da equação (3.7) e  $\hat{\alpha}^i$  da equação (3.9), obtêm-se as componentes de campo *hard* e *soft* incidentes sobre o ponto i+1, dadas pelas equações (3.10) e (3.11), respectivamente:

$$E_{(i+1)\beta}^{i} = E_{(i+1)x}^{i} \beta_{x}^{i} + E_{(i+1)y}^{i} \beta_{y}^{i} + E_{(i+1)z}^{i} \beta_{z}^{i}$$
(3.10)

$$E_{(i+1)\alpha}^{i} = E_{(i+1)x}^{i} \alpha_{x}^{i} + E_{(i+1)y}^{i} \alpha_{y}^{i} + E_{(i+1)z}^{i} \alpha_{z}^{i}$$
(3.11)

O campo refletido ao longo do raio imediatamente após o ponto i+1, decomposto em componentes *hard* (paralela ao plano de incidência) na direção do vetor unitário  $\hat{\beta}^r$  e *soft* (perpendicular ao plano de incidência) na direção do vetor unitário  $\hat{\alpha}^r$ , é dado pela equação:

$$\overline{E}_{(i+1)}^{r} = E_{(i+1)\beta}^{r} \hat{\beta}^{r} + E_{(i+1)\alpha}^{r} \hat{\alpha}^{r}$$
(3.12)

sendo,

$$E_{(i+1)\beta}^{r} = R_{\beta} E_{(i+1)\beta}^{i}$$
(3.13)

$$E_{(i+1)\alpha}^r = R_{\alpha} E_{(i+1)\alpha}^i \tag{3.14}$$

 $\operatorname{com} R_{\beta} \operatorname{e} R_{\alpha}$  representando os coeficientes de reflexão *hard* e *soft*, respectivamente.

Os vetores unitários  $\hat{\beta}^r$  e  $\hat{\alpha}^r$ , obtidos de maneira semelhante à descrita acima, são dados pelas equações (3.15) e (3.16):

$$\hat{\beta}^{r} = \frac{\overline{\beta}^{r}}{\left|\overline{\beta}^{r}\right|} = \beta_{x}^{r} \hat{x} + \beta_{y}^{r} \hat{y} + \beta_{z}^{r} \hat{z}$$
(3.15)

$$\hat{\alpha}^r = \hat{\beta}^r \times \hat{s}_{i+2} = \alpha_x^r \hat{x} + \alpha_y^r \hat{y} + \alpha^r \hat{z}$$
(3.16)

com,

$$\overline{\beta}^r = -(\hat{s}_{i+2} \bullet \hat{n})\hat{s}_{i+2} + \hat{n}$$
(3.17)

Finalmente, em preparação para a próxima interação com o ambiente, o campo refletido é mais uma vez expresso em coordenadas retangulares:

$$\overline{E}^r = E_x^r \hat{x} + E_y^r \hat{y} + E_z^r \hat{z}$$
(3.18)

Na Figura 47, a determinação dos campos nos demais pontos existentes ao longo do raio entre o ponto i+1 e o de recepção, é feita utilizando o mesmo procedimento descrito nos parágrafos anteriores.

No ponto de recepção r, os termos  $e^{-jkd}$  e 1/d são multiplicados pelo valor do campo recebido. O termo 1/d representa o fator de divergência do tubo de raios [71] aplicado a uma frente de onda esférica, com *d* representando a distância medida ao longo do raio entre o ponto inicial e o de recepção.

#### Rastreamento de Campos ao Longo de Raio Transmitido

A Figura 48 ilustra a situação onde um raio é traçado entre o transmissor e o receptor considerando múltiplas transmissões do mesmo nas faces de um ambiente. Primeiramente, o campo do raio no ponto inicial i, incide sobre uma face no ponto i+1. Posteriormente, o campo é transmitido a partir deste ponto.

![](_page_7_Figure_6.jpeg)

Figura 48- Múltiplas transmissões de um raio.

Na face 1 (ilustrada na Figura 48), identifica-se o plano de incidência representado pelo plano que contém o vetor unitário  $\hat{s}_{i+1}$  e a normal a superfície,  $\hat{n}$ , e o plano de transmissão representado pelo plano que contém o vetor unitário  $\hat{s}_{i+2}$  e a normal a superfície,  $\hat{n}$ .

O campo incidente que atinge o ponto i+1 decomposto em sua componente hard e soft é dado pela equação (3.5). O campo transmitido decomposto em componentes de campo hard (paralela ao plano de transmissão) na direção do vetor unitário  $\hat{\beta}^t$  e soft (paralela ao plano de transmissão) na direção do vetor unitário  $\hat{\alpha}^t$ , é dado pela equação:

$$\overline{E}_{(i+1)}^{t} = E_{(i+1)\beta}^{t} \hat{\beta}^{t} + E_{(i+1)\alpha}^{t} \hat{\alpha}^{t}$$
(3.19)

com,

$$E_{(i+1)\beta}^{t} = T_{\beta} E_{(i+1)\beta}^{i}$$
(3.20)

$$E_{(i+1)_{\alpha}}^{t} = T_{\alpha} E_{(i+1)_{\alpha}}^{i}$$

$$(3.21)$$

com  $T_{\beta}$  e  $T_{\alpha}$  representando os coeficientes de transmissão *hard* e *soft*, respectivamente.

Nesta tese, o deslocamento lateral do raio devido à refração na face é desconsiderado. Assim, pode-se dizer que os vetores unitários  $\hat{\beta}^t$  e  $\hat{\alpha}^t$  são dados pelas equações:

$$\hat{\beta}^t = \hat{\beta}^i \tag{3.22}$$

$$\hat{\alpha}^t = \hat{\alpha}^i \tag{3.23}$$

Finalmente, em preparação para a próxima interação com o ambiente, o campo transmitido é mais uma vez expresso em coordenadas retangulares:

$$\overline{E}^{t} = E_{x}^{t}\hat{x} + E_{y}^{t}\hat{y} + E_{z}^{t}\hat{z}$$
(3.24)

Na Figura 48, a determinação dos campos nos pontos encontrados ao longo do raio, entre o ponto i+1 e o de recepção, é feita utilizando o mesmo procedimento descrito nos parágrafos anteriores para a obtenção dos campos no ponto i+1.

No ponto de recepção r, o termo  $e^{-jkd}$  e o termo 1/d de decaimento do campo com a distância são multiplicados pelo valor do campo recebido. O termo 1/d representa o fator de divergência do tubo de raios transmitido [71] aplicado a uma frente de onda esférica com *d* representando a distância percorrida pelo raio entre o ponto inicial e o de recepção.

#### Rastreamento de Campos ao Longo de Raio Difratado

A Figura 49 ilustra a situação na qual um raio é traçado entre o transmissor e o receptor considerando duas difrações consecutivas em arestas de um ambiente. Primeiramente, a componente do campo ao longo do raio no ponto inicial i, considerada conhecida, incide sobre uma aresta no ponto i+1. Posteriormente, a componente do campo é difratada pelas arestas 1 e 2.

![](_page_9_Figure_5.jpeg)

Figura 49-Difração dupla de um raio.

Com base na aresta 1 (ilustrada na Figura 49), identificam-se o plano de incidência, definido pelos vetores unitários  $\hat{s}_{i+1}$  e  $\hat{e}$ , e o plano de difração, que contém os vetores unitários  $\hat{s}_{i+2}$  e  $\hat{e}$ .

O campo incidente que atinge o ponto i+1, a ser decomposto em sua componente *hard* (paralela ao plano de transmissão) na direção do unitário  $\hat{\gamma}'$  e *soft* (perpendicular ao plano de transmissão) na direção do vetor unitário  $\hat{\phi}'$ , é dado pela equação:

$$\overline{E}_{(i+1)}^{i} = E_{(i+1)_{x}}^{i} \hat{x} + E_{(i+1)_{y}}^{i} \hat{y} + E_{(i+1)_{z}}^{i} \hat{z} = E_{(i+1)_{y'}}^{i} \hat{\gamma}' + E_{(i+1)_{\phi'}}^{i} \hat{\phi}'$$
(3.25)

sendo,

$$\hat{\phi}' = \frac{\hat{s}_{i+1} \times \hat{e}}{|\hat{s}_{i+1} \times \hat{e}|} = \phi'_x \hat{x} + \phi'_y \hat{y} + \phi'_z \hat{z}$$
(3.26)

$$\hat{\gamma}' = \hat{\phi}' \times \hat{s}_{i+1} = \gamma'_x \hat{x} + \gamma'_y \hat{y} + \gamma'_z \hat{z}$$
(3.27)

Realizando-se o produto escalar da equação (3.25) separadamente com o vetor unitário  $\hat{\gamma}'$  e  $\hat{\phi}'$ , obtêm-se as componentes de campo *hard* e *soft* incidente sobre o ponto i+1, dadas pelas equações (3.28) e (3.29), respectivamente:

$$E_{(i+1)\gamma'}^{i} = E_{(i+1)x}^{i} \gamma'_{x} + E_{(i+1)y}^{i} \gamma'_{y} + E_{(i+1)z}^{i} \gamma'_{z}$$
(3.28)

$$E_{(i+1)\phi'}^{i} = E_{(i+1)x}^{i} \phi'_{x} + E_{(i+1)y}^{i} \phi'_{y} + \alpha_{(i+1)z}^{i} \phi'_{z}$$
(3.29)

O campo difratado imediatamente após o ponto i+1, decomposto em suas componentes *hard* e *soft*, é dado pela equação:

$$\overline{E}_{(i+1)}^{d} = E_{(i+1)\gamma}^{d} \hat{\gamma} + E_{(i+1)\phi}^{d} \hat{\phi}$$
(3.30)

$$E_{(i+1)\gamma}^{d} = A_{d} D_{\gamma} E_{(i+1)\gamma'}^{i}$$
(3.31)

$$E_{(i+1)\alpha}^{r} = A_{d} D_{\phi} E_{(i+1)\phi'}^{i}$$
(3.32)

$$\hat{\phi} = \frac{\hat{s}_{i+2} \times \hat{e}}{|\hat{s}_{i+2} \times \hat{e}|} = \phi_x \hat{x} + \phi_y \hat{y} + \phi_z \hat{z}$$
(3.33)

$$\hat{\gamma} = \hat{\phi} \times \hat{s}_{i+2} = \gamma_x \hat{x} + \gamma_y \hat{y} + \gamma_z \hat{z}$$
(3.34)

com  $A_d$  representando o fator de divergência do tubo de raios de difração aplicado individualmente nos campos parciais,  $D_{\gamma} \in D_{\phi}$  representando os coeficientes de difração *hard* e *soft*, respectivamente.

Nesta tese, o campo rastreado ao longo do raio difratado foi considerado somente para situações em que o raio é difratado uma única vez ou duplamente difratado, sem reflexão ou transmissões entre as difrações. O fator de divergência para estas situações é dado pela equação [72]:

$$A_d = \sqrt{\frac{d'}{d''(d'+d'')}} \tag{3.35}$$

onde, para uma única difração, d' representa a distância ao longo do raio entre a fonte e o ponto de difração. A variável d'' representa a distância ao longo do raio entre o ponto de difração e o ponto de observação.

No caso de difração dupla, a equação (3.35) é aplicada individualmente a cada ponto de difração. No primeiro ponto de difração, d' representa a distância ao longo do raio entre a fonte e o primeiro ponto de difração e d'' representa a distância ao longo do raio entre os dois pontos de difração. No segundo ponto de difração, d' representa a distância ao longo do raio entre os dois pontos de difração. No segundo ponto de difração, d' representa a distância ao longo do raio entre os dois pontos de difração e d'' representa a distância ao longo do raio entre os dois pontos de difração e d'' representa a distância ao longo do raio entre o último ponto de difração e o ponto de observação.

Finalmente, em preparação para a próxima interação com o ambiente, o campo difratado é mais uma vez expresso em coordenadas retangulares

$$\overline{E}^{d} = E_{x}^{d} \hat{x} + E_{y}^{d} \hat{y} + E_{z}^{d} \hat{z}$$
(3.36)

Na Figura 49, a determinação dos campos no ponto i+2 é feita utilizando o mesmo procedimento descrito nos parágrafos anteriores para a obtenção dos campos no ponto i+1. No ponto de observação, os termos  $e^{-jkd}$  e  $1/d_1$  são multiplicados pelo valor do campo recebido. A variável  $d_1$  representa a distância ao longo do raio entre a fonte e o primeiro (ou único) ponto de difração. A variável *d* representa a distância ao longo do raio entre a fonte e o ponto de raio entre a fonte e o ponto de observação.

### Coeficientes de Transmissão e Reflexão

Nesta tese, os coeficientes de transmissão e reflexão são calculados a partir da incidência de um campo sobre uma camada homogênea de espessura d e condutividade finita que separa dois outros meios, como mostra a Figura 50.

![](_page_13_Figure_0.jpeg)

Figura 50- Incidência, transmissão e reflexão de campo elétrico sobre camada plana com condutividade e espessura finitas, levando em consideração três meios de propagação.

Na Figura 50, identificam-se:

- $\hat{n}$ : Vetor unitário normal a superfície refletora;
- $\hat{s}_i$ : Vetor unitário que define a direção de propagação da onda incidente no meio 1;
- $\hat{s}_r$ : Vetor unitário que define a direção de propagação da onda refletida no meio 1;
- $\hat{s}_{21}$ : Vetor unitário que define a direção de propagação da onda transmitida no meio 2;
- $\hat{s}_{22}$ : Vetor unitário que define a direção de propagação da onda refletida no meio 2;

- $\hat{s}_t$ : Vetor unitário que define a direção de propagação da onda transmitida no meio 3;
- $\theta_i = \arccos(-\hat{n}.\hat{s}_i)$ : ângulo de incidência definido entre a direção de propagação da onda incidente no meio 1 e o vetor normal;
- $\theta_r = \arccos(\hat{n}, \hat{s}_r)$ : ângulo de reflexão definido entre a direção de propagação da onda refletida no meio 1 e o vetor normal;
  - $\theta_{21} = \theta_2$ : ângulo de reflexão definido entre a direção de propagação da onda incidente no meio 2 e o vetor normal;
  - $\theta_{22} = \theta_2$ : ângulo de reflexão definido entre a direção de propagação da onda refletida no meio 2 e o vetor normal;
- $\theta_t = \arccos(-\hat{n}.\hat{s}_t)$ : ângulo de transmissão definido entre a direção de propagação da onda transmitida no meio 3 e o vetor normal;

Os coeficientes de reflexão e transmissão para a componente *hard* e *soft* resultantes da interação da onda com a superfície de espessura d são mostrados respectivamente nas equações (3.37) e (3.38). A obtenção destas equações é mostrada no Apêndice A1 e elas são equivalentes aos obtidos em [69].

$$R_{\beta,\alpha} = R_{12}_{\beta,\alpha} + \frac{T_{12}_{\beta,\alpha} R_{23}_{\beta,\alpha} T_{21}_{\beta,\alpha} e^{-2\gamma_2 \cos\theta_2 d}}{1 - R_{23}_{\beta,\alpha} R_{21}_{\beta,\alpha} e^{-2\gamma_2 \cos\theta_2 d}},$$
(3.37)

$$T_{\beta,\alpha} = T_{12\beta,\alpha} T_{23\beta,\alpha} \left( 1 + \frac{R_{21\beta,\alpha} R_{23\beta,\alpha} e^{-2\gamma_2 \cos\theta_2 d}}{1 - R_{21\beta,\alpha} R_{23\beta,\alpha} e^{-2\gamma_2 \cos\theta_2 d}} \right) e^{-\gamma_2 \cos\theta_2 d + \gamma_3 \cos\theta_l d}, \quad (3.38)$$

onde  $R_{ij}$  e  $T_{ij}$  representam, respectivamente, os coeficiente de reflexão e transmissão de Fresnel [6],[69], na superfície de separação entre o meio i e o meio j para uma onda que se propaga do meio i em direção ao meio j, sendo dados por:

$$R_{12\beta} = \frac{\eta_1 \cos \theta_1 - \eta_2 \cos \theta_2}{\eta_1 \cos \theta_1 + \eta_2 \cos \theta_2},$$
(3.39)

$$R_{12\alpha} = \frac{\eta_2 \cos\theta_1 - \eta_1 \cos\theta_2}{\eta_2 \cos\theta_1 + \eta_1 \cos\theta_2},$$
(3.40)

$$R_{21_{\beta,\alpha}} = -R_{12_{\beta,\alpha}},\tag{3.41}$$

$$R_{23\beta} = \frac{\eta_2 \cos \theta_2 - \eta_3 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_2 + \eta_3 \cos \theta_t},$$
(3.42)

$$R_{23_{\alpha}} = \frac{\eta_3 \cos\theta_2 - \eta_2 \cos\theta_t}{\eta_3 \cos\theta_2 + \eta_2 \cos\theta_t},\tag{3.43}$$

$$T_{12\beta} = \frac{\eta_2}{\eta_1} \left( 1 + R_{12\beta} \right), \tag{3.44}$$

$$T_{21\beta} = \frac{\eta_1}{\eta_2} \left( 1 + R_{21\beta} \right), \tag{3.45}$$

$$T_{23_{\beta}} = \frac{\eta_3}{\eta_2} \left( 1 + R_{23_{\beta}} \right), \tag{3.46}$$

$$T_{12_{\alpha}} = 1 + R_{12_{\alpha}}, \qquad (3.47)$$

$$T_{21_{\alpha}} = 1 + R_{21_{\alpha}}, \qquad (3.48)$$

$$T_{23_{\alpha}} = 1 + R_{23_{\alpha}}, \qquad (3.49)$$

com constantes de propagação e impedâncias intrínsecas nos meios 1, 2 e 3 dadas, respectivamente, por:

$$\gamma_{1,2,3} = \sqrt{j\omega\,\mu_o(\sigma_{1,2,3} + j\,\omega\,\varepsilon_{1,2,3})},\tag{3.50}$$

$$\eta_{1,2,3} = \sqrt{\frac{j\omega\mu_o}{\sigma_{1,2,3} + i\omega\varepsilon_{1,2,3}}}$$
(3.51)

onde  $\omega$  é a frequência angular,  $\mu_o$  a permeabilidade do espaço livre,  $\mathcal{E}_i$  a permissividade de um meio de propagação e  $\sigma_i$  a condutividade em um meio de propagação.

#### Coeficiente de Difração

A Teoria Uniforme da Difração (UTD) [54], [82], é aplicada na descrição assintótica dos campos difratados nas bordas de superfícies ou nas arestas de cunhas. Foi primeiramente formulada para situações em que os obstáculos eram formados por materiais condutores elétricos perfeitos. Uma solução semi-heurística derivada da solução para condutores perfeitos foi proposta por Luebbers [73] para o caso em que os obstáculos são definidos por materiais com condutividade finita. Nesta tese, esta solução foi utilizada para representar o coeficiente de difração.

A Figura 51 representa a incidência de um raio sobre uma aresta retilínea de uma cunha semi-infinita de ângulo interno igual a  $\psi$ . As faces planas que definem a aresta são denominadas de "0" e "n".

![](_page_17_Figure_1.jpeg)

Figura 51- Geometria 3D de obstáculo para cálculo de campo difratado em aresta de uma cunha.

Na Figura 51, é possível identificar:

 $\hat{s}$ ': vetor unitário que define a direção de propagação do raio incidente;

 $\hat{\phi}$ ': vetor perpendicular ao plano de transmissão;

 $\hat{\gamma}'$ : vetor unitário paralelo ao plano de transmissão;

- $\hat{\phi}$ : vetor unitário perpendicular ao plano de difração;
- $\hat{\gamma}$ : vetor unitário paralelo ao plano de difração;
- $\hat{e}$ : vetor unitário tangente à aresta;
- $\delta = \delta' = \arccos(\hat{s}'.\hat{e})$ : ângulo formado entre o vetor unitário  $\hat{s}'$  e o vetor unitário  $\hat{e}$ ;
  - $\psi$ : ângulo entre as faces.

A Figura 52 representa um corte perpendicular à aresta que contém o vetor unitário  $\hat{e}$ , mostrado na Figura 51. O índice "proj" refere-se à projeção do raio sobre plano de corte. Nesta Figura, pode-se destacar:

- $\hat{f}$ : vetor unitário normal a  $\hat{e}$  e sobre o plano tangente à face "0";
- $\hat{n}_0$ : vetor normal a face "0";
- $\phi$ : ângulo entre a projeção do raio difratado sobre o plano perpendicular a aresta e o plano tangente a face "0";
- $\phi'$ : ângulo entre a projeção do raio incidente sobre o plano perpendicular a aresta e o plano tangente a face "0";

 $n = \frac{2\pi - \psi}{\pi}$ : fator de abertura da cunha, onde  $\psi = \pi - \arccos(\hat{n}_0 \bullet \hat{n}_n)$ representa o ângulo interior da cunha e  $\hat{n}_{0,n}$  os vetores unitários normais a cada face que contém aresta;

![](_page_19_Figure_1.jpeg)

Figura 52- Corte 2D em plano perpendicular à aresta.

Com o auxílio das Figuras 51 e 52, o coeficiente de difração decomposto em suas componentes *soft*  $\overline{D}_{\gamma}$  e *hard*  $\overline{D}_{\phi}$  é dado por:

$$D_{\gamma,\phi}(L,\phi,\phi',\delta,n) = D_1 + R_{0_{\gamma,\phi}}D_2 + D_3 + R_{n_{\gamma,\phi}}D_4$$
(3.52)

com  $R_{0_{\gamma,\phi}} \in R_{n_{\gamma,\phi}}$  representando os coeficientes de reflexão para a componente hard ou soft nas faces "0" e "n", respectivamente. É importante ressaltar, que as componentes hard e soft nos planos de reflexão e difração são definidas sobre planos diferentes e perpendiculares entre si. Assim,  $R_{\gamma} \in R_{\phi}$  são dados respectivamente por  $R_{\alpha} \in R_{\rho}$ , obtidos através da equação (3.37).

Os parâmetros  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3 e D_4$  da equação (3.52) são dados por [73]:

$$D_{1} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2k\pi}sen\delta} \cot\left[\frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n}\right] F[kLa^{-}(\phi - \phi')]$$

$$D_{2} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2k\pi}sen\delta} \cot\left[\frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n}\right] F[kLa^{-}(\phi + \phi')]$$

$$D_{3} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2k\pi}sen\delta} \cot\left[\frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n}\right] F[kLa^{+}(\phi - \phi')]$$

$$D_{4} = \frac{-e^{-j\frac{\pi}{4}}}{2n\sqrt{2k\pi}sen\delta} \cot\left[\frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n}\right] F[kLa^{+}(\phi - \phi')]$$
(3.53)

com,

 $\phi, \phi', \delta$ : definidos anteriormente;

F(x): função de transição de Fresnel responsável pela continuidade do campo total nas proximidades das fronteiras de sombra, é dado por:

$$F(x) = 2j\sqrt{x} e^{jx} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau} d\tau$$
(3.54)

*L*: parâmetro de distância referentes as faces "0" e "n", é dado por:

$$L = \frac{d'd''}{d'+d''} \tag{3.55}$$

com d' e d'' já definidos na equação (3.35);

 $a^{\pm}$ : representa uma medida da separação angular entre o ponto de observação e uma fronteira de incidência ou reflexão, e é dado por:

$$a^{\pm}(\beta) = 2\cos^2\left(\frac{2n\pi N^{\pm} - \beta}{2}\right), \qquad \beta = \phi \pm \phi' \tag{3.56}$$

com  $N^+$  e  $N^+$  representando os inteiros que satisfazem a seguintes equações:

$$2\pi n N^{+} - (\beta) = \pi$$
  

$$2\pi n N^{-} - (\beta) = -\pi$$
(3.57)

Os ângulos  $\phi$  e  $\phi'$  medidos a partir da face "0", e são dados por:

$$\cos \phi' = -\frac{\vec{s}_{proj} \cdot \hat{f}}{\left| \vec{s}_{proj} \right|} \qquad \therefore \quad \phi' = \arccos\left(-\frac{\vec{s}_{proj} \cdot \hat{f}}{\left| \vec{s}_{proj} \right|}\right) \tag{3.58}$$

$$\vec{s}'_{proj} = \vec{s}' - (\vec{s}' \cdot \hat{e})\hat{e}$$
 (3.59)

$$\cos\phi = -\frac{\vec{s}_{proj} \cdot \hat{f}}{\left|\vec{s}_{proj}\right|} \qquad \therefore \qquad \phi = \arccos\left(-\frac{\vec{s}_{proj} \cdot \hat{f}}{\left|\vec{s}_{proj}\right|}\right) \qquad (3.60)$$

$$\vec{s}_{proj} = \vec{s} - (\vec{s}.\hat{e})\hat{e}$$
(3.61)