

## 2

### Modelos de sintetização de séries temporais de atenuação por chuva

Alguns modelos estocásticos de sintetização de séries temporais de atenuação por chuva são baseados no modelo proposto por Maseng & Bakken [03]. Estes modelos buscam sintetizar dados cujas estatísticas de longo prazo estão relacionadas com os parâmetros do enlace e as características climatológicas da região. Outros modelos permitem gerar eventos isolados de atenuação por chuva com características especificadas.

#### 2.1. Modelo Maseng-Bakken (MB)

O modelo Maseng-Bakken (MB) é um modelo matemático dinâmico de atenuação por chuva [03]. Ele considera que a atenuação por chuva tem uma distribuição de longo prazo Lognormal e pode ser representada por um processo de Markov estacionário gaussiano de primeira ordem. O modelo foi desenvolvido para comunicações via satélite em regiões de clima temperado.

Em um processo de Markov de primeira ordem o próximo estado do processo depende somente do estado atual, não importando os estados passados. O uso de um processo de primeira ordem neste caso implica em que, dada uma atenuação por chuva em um instante de tempo  $t$ , o modelo permite a geração de atenuação por chuva futura e nenhuma contribuição para o aperfeiçoamento das estatísticas do processo ocorrerá se for considerada a atenuação por chuva ocorrida antes do instante de tempo  $t$ .

A hipótese considerada pelo modelo de que a distribuição de longo prazo da atenuação por chuva seja Lognormal permite que a distribuição estacionária da atenuação seja caracterizada por apenas dois parâmetros: a média  $m$  e o desvio padrão  $\sigma$  do logaritmo neperiano da atenuação.

As propriedades dinâmicas da atenuação são introduzidas no modelo por um único parâmetro adicional:  $\beta$ .

Uma vez determinados os três parâmetros é possível gerar séries temporais de atenuação por chuva.

A vantagem do modelo é a simplicidade com a qual ele permite a simulação do desempenho dos enlaces de comunicação sob a influência da atenuação por chuva. Uma limitação do modelo é o fato de ele ser aplicável somente durante os períodos de chuva porque não foram incorporados mecanismos de transição entre condições de chuva e de céu claro.

## 2.2. Modelo *Enhanced* Maseng-Bakken (EMB)

O modelo Maseng-Bakken aperfeiçoado (EMB) [07] também considera as mesmas hipóteses do modelo MB. Uma diferença é que ele é concebido para a função distribuição de probabilidade complementar (*Complementar Cumulative Distribution Function* - CCDF) dos dados experimentais. Sendo assim, períodos de chuva e de céu claro são incluídos e a limitação do modelo original é eliminada.

A atenuação por chuva é tratada como um processo de Markov estacionário de primeira ordem usando a seguinte transformação não-linear:

$$X = \frac{\ln A_{rain} - m}{\sigma} \quad (2.1)$$

onde  $m$  é a média e  $\sigma$  é o desvio padrão da distribuição Lognormal.

A Figura 2.1 apresenta um diagrama de blocos do modelo EMB. A atenuação por chuva é sintetizada a partir de uma fonte geradora de ruído branco gaussiano. Para aperfeiçoar a geração das séries temporais de atenuação por chuva, um parâmetro adicional foi incluído posteriormente no modelo EMB: um valor de atenuação ( $A_{offset}$ ) que é subtraído das séries temporais de atenuação por chuva que são geradas [12].

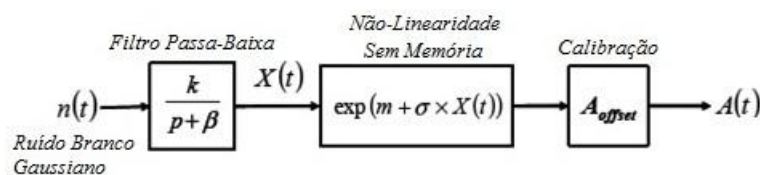


Figura 2.1 – Modelo *Enhanced* Maseng-Bakken (EMB)

Os parâmetros da distribuição Lognormal  $m$  e  $\sigma$  são extraídos da CCDF de longo prazo da atenuação por chuva e dependem das características do enlace e dos parâmetros climatológicos da região onde ele está localizado [07]. Se uma distribuição experimental de longo prazo de atenuação por chuva não estiver disponível para a região considerada, a informação pode ser obtida através da recomendação ITU-R P.618-7 [13] que apresenta um modelo global para a predição da distribuição de atenuação por chuva em todo o mundo conforme a faixa de frequência em que o enlace opera.

A determinação destes parâmetros assume que a distribuição da atenuação por chuva é Lognormal, mas nas CCDFs experimentais ou no modelo do ITU isto geralmente não é observado nos percentuais de tempo mais altos e mais baixos. Sendo assim, a aplicação do modelo requer a identificação da faixa de percentuais de tempo em que a distribuição é Lognormal para que os parâmetros sejam obtidos.

A probabilidade de que uma variável aleatória  $X$  que tenha distribuição Lognormal com parâmetros  $m$  e  $\sigma$  exceda um determinado valor  $x$  é dada por sua CCDF cuja equação é:

$$P(X > x) = \frac{1}{2} \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{\ln x - m}{\sigma \sqrt{2}} \right) \right) \quad (2.2)$$

Portanto, os parâmetros  $m$  e  $\sigma$  da distribuição Lognormal experimental podem ser extraídos a partir da CCDF experimental.

A Equação 2.2 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$-\frac{\ln x - m}{\sigma} = -\sqrt{2} \cdot \operatorname{erf}^{-1}(1 - 2 \cdot P(X > x)) \quad (2.3)$$

A extração dos parâmetros é feita a partir da seguinte função afim do logaritmo neperiano de  $x$ :

$$f(P(X > x)) = -\frac{\ln x - m}{\sigma} \quad (2.4)$$

A função  $f(P(X > x))$  tem a forma  $(a \cdot \ln A_{rain} + b)$ . Sendo assim, uma reta ajustada através de regressão linear ao gráfico de  $f(P(X > x))$  na faixa de percentuais em que a distribuição de atenuação por chuva é considerada Lognormal permite a obtenção dos valores dos parâmetros utilizando as Equações 2.5 e 2.6.

$$m = \frac{-b}{a} \quad (2.5)$$

$$\sigma = \frac{-1}{a} \quad (2.6)$$

O parâmetro  $\beta$  do modelo EMB descreve a taxa de variação da atenuação por chuva e permite que o modelo seja utilizado para calcular propriedades dinâmicas da atenuação por chuva tais como as estatísticas de *fade-slope* e de duração de desvanecimentos e a função de autocorrelação [03].

A determinação do parâmetro é feita através de metodologia baseada no momento condicional de segunda ordem de  $A(t)$ ,  $K_{2A}(A)$  [07]:

$$K_{2A}(A) = \frac{E \left\{ (A(t + \Delta t) - A(t))^2 \middle| A(t) \right\}}{\Delta t} = 2\beta A^2 \sigma^2 \quad (2.7)$$

onde  $\sigma$  é o desvio padrão do logaritmo neperiano de  $A(t)$ .

A metodologia para determinação do parâmetro consiste inicialmente em filtrar as séries temporais de atenuação através de um filtro passa-baixa ( $f_c=0,025$  Hz) para remover os efeitos de ruídos. Em seguida, um conjunto de classes de atenuação é determinado e um conjunto discreto de intervalos de tempo é escolhido considerando  $\Delta t < 100$  s, limite para o qual a Equação 2.7 foi verificada experimentalmente durante a modelagem [07]. O modelo sugere valores de classes de atenuação de 0 a 10 dB com intervalos iguais a 0,1 dB e valores de intervalos de tempo em segundos no seguinte conjunto [1; 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70; 80] para dados amostrados numa taxa de 1 Hz.

A aplicação deste modelo aos dados experimentais dos enlaces terrestres que têm taxa de amostragem igual a 0,1 Hz desconsiderou o intervalo de tempo de um segundo.

O momento condicional de segunda ordem dos eventos de atenuação por chuva,  $K_{2A}(A)$ , é estimado sobre os dados experimentais para cada intervalo de tempo  $\Delta t$  e para cada classe de atenuação  $A$ .

A Equação 2.7 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \sqrt{E \left\{ (A(t + \Delta t) - A(t))^2 \middle| A(t) \right\}} &= \sqrt{\Delta t \cdot K_{2A}} = \\ &= \sqrt{2\beta\Delta t} \cdot \sigma A = \gamma(\Delta t) \cdot A \end{aligned} \quad (2.8)$$

Uma vez determinada uma faixa de atenuação na qual a relação apresentada na Equação 2.8 é verificada, regressões lineares  $(A, \sqrt{\Delta t \cdot K_{2A}}(A))$  são realizadas para analisar a inclinação  $\gamma$  para cada valor de intervalo de tempo  $\Delta t$ .

A Figura 2.2 mostra um exemplo de resultados obtidos com os dados do enlace terrestre Cenesp15.

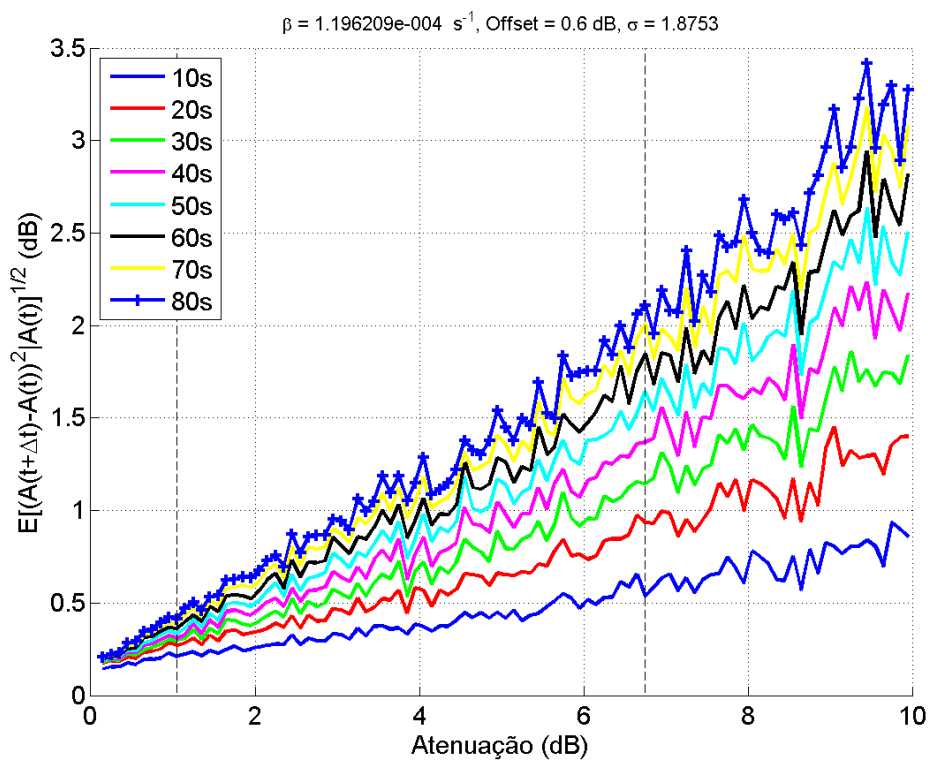


Figura 2.2 – Primeira etapa para estimar o parâmetro  $\beta$

O valor de  $\beta$  é dado pela inclinação de outra regressão  $(\Delta t, F_{correct} \cdot \frac{\gamma^2}{2\sigma^2})$  onde o fator de correção  $F_{correct}$  apresentado na Equação 2.9 é introduzido para compensar o efeito do filtro passa-baixa nas séries temporais. Este fator é função da frequência de corte  $f_c$  do filtro passa-baixa e do intervalo de tempo  $\Delta t$  considerado.

$$F_{correct}(f_c, \Delta t) = \frac{\int_0^{\frac{1}{2}\pi \cdot F_s \cdot \Delta t} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx}{\int_0^{\pi \cdot f_c \cdot \Delta t} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx} \quad (2.9)$$

onde  $F_s$  é a taxa de amostragem das séries temporais experimentais.

O parâmetro  $A_{offset}$  foi introduzido inicialmente no modelo EMB como sendo o valor de atenuação da CCDF lognormal correspondente à probabilidade de ocorrer chuva no enlace ( $p_0$ ), ou seja, a probabilidade de ocorrer atenuação por chuva no percurso do enlace [12]. Caso o valor de  $p_0$  não estivesse disponível para a região do enlace a partir de algum dado experimental, ele seria estimado a partir da recomendação ITU-R P.837 [25]. Posteriormente este parâmetro do modelo passou a ter a finalidade de melhorar a dinâmica do processo gerado [14]. Desta forma ele passou a ser extraído durante a execução das regressões lineares realizadas a partir da Equação 2.8.

### 2.3. Modelo Lacoste-Carrie ‘event-on-demand’

O modelo Lacoste-Carrie ‘event-on-demand’ [08] é derivado do modelo EMB e permite a geração sob demanda de eventos isolados de atenuação por chuva através da especificação do nível máximo de atenuação e da duração do evento a ser sintetizado. O modelo também considera que a atenuação por chuva é um processo estacionário markoviano de primeira ordem e que a distribuição de atenuação por chuva é Lognormal.

Este modelo também pode ser usado para gerar variações rápidas da atenuação por chuva, da ordem de 1 Hz, por exemplo, para complementar os modelos de canais que não são capazes de produzir uma amostra por segundo.

### 2.4. Modelo Cadeia de Markov de N estados

Este modelo [10] é baseado em uma cadeia de Markov de N estados. Os estados são níveis de atenuação com resolução de 0,05 dB. O número de estados depende da atenuação máxima que ocorrerá na série temporal sintetizada. As probabilidades de transição de estado são determinadas a partir das estatísticas de *fade-slope* dos dados experimentais e são organizadas em uma matriz.

A probabilidade de transição de um estado  $A_i$  para um estado  $A_j$  no próximo segundo corresponde ao valor da probabilidade  $P(\zeta=(A_j-A_i)/2|A_i)$  onde  $\zeta$  é o *fade-slope*. A Figura 2.3 apresenta uma representação esquemática do modelo. Nesta representação a probabilidade de estado  $z_i$  representa a probabilidade do nível de atenuação  $A_i$ .

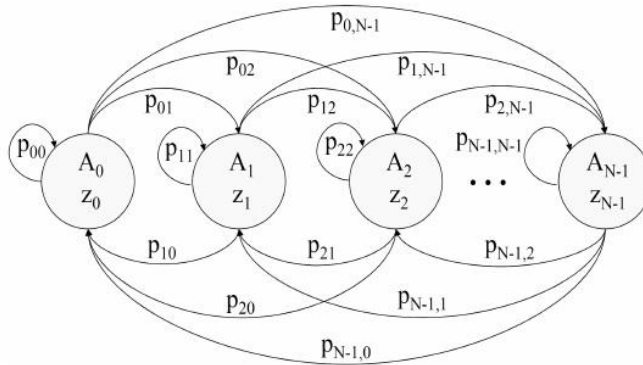


Figura 2.3 – Representação do modelo Cadeia de Markov de N estados [10]

Este modelo foi proposto para enlaces terrestres, mas não foi testado para as características dinâmicas da atenuação.

## 2.5. Modelo Cadeia de Markov de 2 estados com eventos sob demanda (MKod)

Este modelo foi proposto por Rodrigues [09] e consiste numa composição do modelo Lacoste-Carrie ‘*event-on-demand*’ [08], denominado modelo microscópico, com a teoria de cadeias de Markov de 2 estados, modelagem macroscópica.

Uma cadeia de Markov de 2 estados é utilizada para representar os períodos de chuva e não-chuva (céu claro) na série temporal de atenuação por chuva. Neste caso a matriz de probabilidades de transição é  $2 \times 2$ . Os períodos de chuva são preenchidos na série temporal sintetizada pelos eventos gerados sob demanda.

O modelo foi testado para dados experimentais de enlaces de comunicação via satélite localizados em regiões de climas subtropical, tropical e equatorial no Brasil e apresentou bons resultados.