



Bruna Pretti Casotti

**Extração de Fator Comum entre as Volatilidades
dos Retornos da Taxa de Câmbio Real/Dólar,
Risco-País e Ibovespa via Filtro de Kalman**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de Gestão de
Riscos Financeiros e Atuariais da PUC-Rio

Orientador: Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes

Rio de Janeiro

Abril de 2010



Bruna Pretti Casotti

**Extração de Fator Comum entre as Volatilidades
dos Retornos da Taxa de Câmbio Real/Dólar,
Risco-País e Ibovespa via Filtro de Kalman**

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Ciências Atuariais do Instituto de Gestão
de Riscos Financeiros e Atuariais da PUC-Rio.

Prof. Cristiano Augusto Coelho Fernandes
Orientador
DEE - PUC-Rio

Prof. Luciano Vereda Oliveira
IAPUC - PUC-Rio

Prof. Paulo Henrique Soto Costa
UERJ

Prof.^a Mônica Herz
Coordenadora Setorial do Centro de Ciências Sociais – PUC Rio

Rio de Janeiro, 13 de abril de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da autora, da orientadora e da universidade.

Bruna Pretti Casotti

Graduada como Bacharel em Ciências Econômicas pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio, Brasil) em 2005.

Ficha Catalográfica

Casotti, Bruna Pretti

Extração de fator comum entre as volatilidades dos retornos das taxas de câmbio Real/Dólar, Risco-País e Ibovespa via filtro de Kalman / Bruna Pretti Casotti ; orientador: Cristiano Augusto Coelho Fernandes. – 2010.

85 f. ; 30 cm

Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais, 2010.

Inclui bibliografia

1. Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais - Teses. 2. Fator comum. 3. Volatilidade estocástica multivariada. 4. Espaço de estado. 5. Kalman, Filtragem de. 6. Estimadores de quasi máxima verossimilhança. I. Fernandes, Cristiano Augusto Coelho. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Instituto de Gestão de Riscos Financeiros e Atuariais. III. Título.

CDD: 368.01

Agradecimentos

Primeiramente, ao Professor Cristiano Fernandes, por aceitar conceder orientação a esta Dissertação e pelo comprometimento com a excelência acadêmica dos cursos ministrados no IAPUC, tanto como coordenador quanto como professor do Instituto.

Ao Professor Adrian Pizzinga, pela sugestão do tema da Dissertação e pelos excelentes cursos em Espaço de Estado, Probabilidade e Inferência Estatística, sem os quais não seria possível realizar este Trabalho.

Ao Professor Luiz Roberto Cunha, pelo incentivo concedido antes e durante o Mestrado.

À querida Luciene Pereira, pela presteza e, principalmente, pelo carinho com que atende a todos os alunos.

Às minhas colegas de Mestrado e, sobretudo, grandes amigas Ana Luiza, Tayana e Mariana, cujas companhias dentro e fora de aula tornaram os dois anos de Curso repletos de boas lembranças.

Aos adoráveis Reinaldo e Leonardo, pelo suporte na programação e pela companhia nos mais variados cursos acadêmicos dentro e fora do IAPUC.

Aos atenciosos Caio Azevedo e Cesar Rivera pelo apoio durante toda a Dissertação.

Finalmente, à minha família e amigos por terem compreendido minha ausência nos círculos sociais durante os últimos anos e, principalmente, ao querido Eduardo Lourenço, que demonstrou apoio incondicional em todas as fases do Mestrado e cujo estímulo foi imprescindível para a conclusão do mesmo.

Resumo

Cassotti, Bruna Pretti; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Orientador). **Extração de Fator Comum entre as Volatilidades dos Retornos da Taxa de Câmbio Real/Dólar, Risco-País e Ibovespa via Filtro de Kalman**. Rio de Janeiro, 2010. 85p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Ciências Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Historicamente, observa-se que as volatilidades de variáveis financeiras são drasticamente afetadas em períodos de crises econômicas. Em particular, essa observação é válida para a taxa de câmbio entre o Real e o Dólar norte-americano, o Índice Bovespa e o *EMBI Brasil (Emerging Market Bond Index+Brazil)*, usualmente utilizado como medida de Risco-País para a economia brasileira. Diante de tais evidências empíricas, a existência de um fator comum entre as volatilidades das três variáveis citadas torna-se uma suposição plausível. O presente trabalho propõe a extração deste fator latente, através da estimação por *Quasi* Máxima Verossimilhança de uma adaptação do modelo de volatilidade estocástica. A estimação é feita através da aplicação do filtro de Kalman em sua versão difusa, uma vez que se supõe que as volatilidades das variáveis em questão seguem processos não estacionários. A conclusão do trabalho apontou para a existência de um único fator comum às volatilidades mencionadas, corroborando as expectativas preliminares.

Palavras-chave

Fator Comum, Volatilidade Estocástica Multivariada, Espaço de Estado, Filtro de Kalman, Estimadores de *Quasi* Máxima Verossimilhança.

Abstract

Cassotti, Bruna Pretti; Fernandes, Cristiano Augusto Coelho (Advisor). **Extracting Common Factors among exchange rate Real/Dollar, Emergent Market Bond Index+Brazil and Ibovespa, via Filtro de Kalman.** Rio de Janeiro, 2010. 85p. MSc Dissertation - Departamento de Ciências Atuariais, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Historically, financial variables' volatilities are drastically affected during economical crisis periods. In particular, this statement is valid for the exchange rate between brazilian and north american currencies, the São Paulo Stock Exchange Index (Ibovespa) and the Emerging Market Bond Index + Brazil, usually interpreted as a measure of brazilian sovereign risk. Therefore, the presence of a common factor affecting the volatilities of these three variables becomes a plausible assumption. This work intends to extract this latent factor applying the quasi-maximum likelihood estimator into an adapted stochastic volatility model. The estimation requires the Kalman filtering on its diffuse version, once it's supposed that the volatilities follow a non stationary process. The results indicated the presence of one common factor driving the mentioned volatilities, confirming the previous expectations.

Keywords

Common Factor, Multivariate Stochastic Volatility, State Space, Kalman Filter, Quasi-Maximum Likelihood Estimators.

Sumário

1. Introdução	10
1.1. Motivação	10
1.2. Objetivos da Dissertação	14
1.3. Estrutura da Dissertação	15
2. Revisão da Literatura.....	16
3. Modelos de Volatilidade Estocástica.....	20
3.1. O Modelo Univariado	20
3.2. O Modelo Multivariado	25
3.3. Modelos de Fator Comum para Tendência	27
3.4. Modelos de Fator Comum para Volatilidade	28
4. Modelos em Espaço de Estado e Filtro de Kalman	31
4.1. Modelo em Espaço de Estado.....	31
4.2. O Filtro de Kalman	33
4.3. Estimador de <i>Quasi</i> Máxima Verossimilhança e Aplicação do Filtro de Kalman	36
4.4. Inicialização do filtro de Kalman	39
4.4.1 Inicialização Difusa Aproximada - Big Kappa.....	41
4.4.2 Inicialização Difusa Exata	41
4.5. Tratamento Univariado para Sséries Multivariadas	43
5. Resultados	46
5.1. Base de Dados	46
5.2. Ambiente Computacional	50
5.3. Modelagem	51
5.3.1 Estudo Individual das séries	51
5.3.2 Modelo Multivariado para Volatilidade Estocástica	61
6. Conclusão	81
Referências bbliográficas	83

Lista de figuras

Figura 1 – Volatilidades dos retornos das séries Dólar, EMBI/BR e Ibovespa.....	11
Figura 2 – Fluxo da estimação dos hiperparâmetros em um modelo de EE linear gaussiano	38
Figura 3 – Gráficos dos retornos (RL) e retornos ao quadrado (QUAD) do dólar, Ibovespa e EMBI/BR.....	47
Figura 4 – Estatísticas descritivas básicas dos retornos do dólar, Ibovespa e EMBI/BR.....	48
Figura 5 – FAC e FACP dos retornos ao quadrado de dólar, Ibovespa e EMBI/BR.....	49
Figura 6a – Teste de raiz unitária sobre os retornos do dólar.....	49
Figura 6b – Teste de raiz unitária sobre os retornos do Ibovespa	49
Figura 6c – Teste de raiz unitária sobre os retornos do EMBI/BR	50
Figura 7 – Modelagem GARCH para a série de retornos do dólar	52
Figura 8 – Modelagem GARCH para a série de retornos do Ibovespa	53
Figura 9 – Modelagem GARCH para a série de retornos do EMBI/BR.....	54
Figura 10 – (a) Covariância e Correlação entre as volatilidades estimadas univariadamente pelos modelos GARCH, (b) Volatilidades estimadas univariadamente pelos modelos GARCH	55
Figura 11 – Análise das componentes principais	55
Figura 12 – Resultados da estimação dos modelos univariados de VE.....	57
Figura 13 – Resultados da estimação da volatilidade do dólar.....	58
Figura 14 – Resultados da estimação da volatilidade do Ibovespa	58
Figura 15 – Resultados da estimação da volatilidade do EMBI/BR	59
Figura 16 – (a) Covariância e Correlação entre as volatilidades estimadas univariadamente por VE, (b) Volatilidades estimadas univariadamente por VE..	60
Figura 17 – Análise das componentes principais	61
Figura 18 – Resultados da estimação pelo método de inicialização aproximada..	64
Figura 19 – Resultado da estimação pelo método de inicialização exata.....	65
Figura 20 – Comparação dos métodos de inicialização exata e aproximada	66
Figura 21 – A CP com base nas matrizes \hat{Q}_t e $\hat{Q}_t,correl$	67
Figura 22 – Fatores comuns estimados com base na ACP	67
Figura 23– Resultado da estimação do modelo (58) descartando a primeira iteração no cômputo da função log da verossimilhança.....	69
Figura 24 – Resultado da estimação do modelo (59)	71
Figura 25 – Intervalo de confiança assintótico.....	72
Figura 26 – Quadrado dos retornos do dólar x volatilidade estimada do dólar.....	73
Figura 27 – Quadrado dos retornos do Ibovespa x volatilidade estimada do Ibovespa.....	73
Figura 28 – Quadrado dos retornos do EMBI/BR x volatilidade estimada do EMBI/BR.....	73
Figura 29 – Retornos do Dólar e intervalo de confiança estimado a 95% de grau de confiança.....	74
Figura 30 – Retornos do Ibovespa e intervalo de confiança estimado a 95% de grau de confiança.....	74

Figura 31 – Retornos do Ibovespa e intervalo de confiança estimado a 95% de grau de confiança.....	74
Figura 32 – Inovações padronizadas	75
Figura 33 – FAC e FACP das inovações padronizadas e do quadrado das inovações padronizadas	76
Figura 34 – QQ Plot das Inovações Padronizadas.....	76
Figura 35 – Jarque Bera das Inovações Padronizadas.....	76
Figura 36 – Suavização do fator comum com limite inferior e limite superior.....	77
Figura 37 – Comparação entre as volatilidades estimadas com base no fator comum	77
Figura 38 – Comparação entre as volatilidades do dólar estimadas pelo modelo de fator comum (multivariado) e pelo modelo individual de volatilidade estocástica.....	78
Figura 39 – Comparação entre as volatilidades do Ibovespa estimadas pelo modelo de fator comum (multivariado) e pelo modelo individual de volatilidade estocástica.	78
Figura 40 – Comparação entre as volatilidades do EMBI/BR estimadas pelo modelo de fator comum (multivariado) e pelo modelo individual de volatilidade estocástica.	79
Figura 41 – Volatilidade do fator comum contra volatilidade do dólar, Ibovespa e EMBI.....	79