3.
Garantias governamentais em projetos de infraestrutura

3.1.
Introdução

Nas últimas décadas a iniciativa privada tem assumido o papel que antes era executado, exclusivamente, pelo poder público em diversos setores da economia, sobretudo, aqueles relacionados à realização de investimentos em projetos de infraestrutura, destacando-se os setores de transporte, saneamento, telecomunicações e energia. Contudo, em projetos de infraestrutura o montante de investimento e os riscos associados podem ser muito elevados, além de que o retorno sobre o investimento tende a ocorrer no longo prazo. Assim, pode ser necessário ao poder público oferecer benefícios à iniciativa privada para que estes projetos se tornem atrativos.

Conforme Cheah & Liu (2006), estes benefícios podem ser oferecidos sob a forma de subsídios, garantias ou outros mecanismos de suporte tal que incentive a participação da iniciativa privada.

Dessa forma, o governo pode fornecer garantia com a finalidade de reduzir os riscos associados ao empreendimento e, assim, incentivar a iniciativa privada a realizar o investimento. O montante esperado da garantia fornecida pelo governo irá depender de uma série de fatores, destacando o retorno e o risco do projeto de investimento e a sinalização de risco aceitável pelo investidor privado.

Uma vantagem da realização de projetos utilizando mecanismos de garantia é que o governo poderá alavancar investimentos em infraestrutura, na medida em que despende somente uma parcela do capital total necessário, correspondente ao custo da garantia, e repassa o risco e a parcela maior do investimento à iniciativa privada.

De acordo com Fishbein & Babbar (1996) as garantias mais utilizadas são as garantias de investimento, de risco cambial, de financiamento, de empréstimos subordinados, de extensão do prazo de concessão, de aumento de receita, de pedágio-sombra e de receita mínima.

Conforme Saraiva (2008), as garantia de investimento, de financiamento e de risco cambial são as que expõem o governo ao maior risco, entretanto, outras

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

formas de suporte, como recursos a fundo perdido e empréstimos subordinados, podem ser importantes para viabilizar um projeto e têm a vantagem de limitar os riscos do governo a um valor predeterminado. A garantia de extensão do prazo de concessão e a garantia de aumento de receita, geralmente têm baixo custo para o governo e pouco impacto sobre a viabilidade econômica da concessão, dada a grande dificuldade de prever receitas futuras decorrentes dessas garantias. O mesmo autor destaca, ainda, como alternativa, o pagamento do pedágio-sombra e a garantia de receita mínima, considerando que nessas modalidades o custo para o governo é distribuído ao longo do período de concessão.

A garantia de receita mínima, por outro lado, é uma das formas mais comumente usadas de apoio governamental, sendo que nesta modalidade, o governo compensa o concessionário sempre que a receita realizada estiver abaixo de um determinado nível de receita mínima. Da mesma forma, o governo pode ser recompensado pela concessionária quando o nível de receita realizada estiver acima de uma receita máxima conforme em Saraiva (2008) ou, alternativamente, pode-se estabelecer um teto global máximo de gasto que o governo está disposto a incorrer (*CAP*), a partir do qual deixa de pagar a garantia à iniciativa privada conforme em Brandão & Saraiva (2007b).

A Figura 9, extraída de Fishbein & Babbar (1996), apresenta como funciona a garantia de receita mínima e estabelece as faixas de ganhos de cada agente (poder público e iniciativa privada):

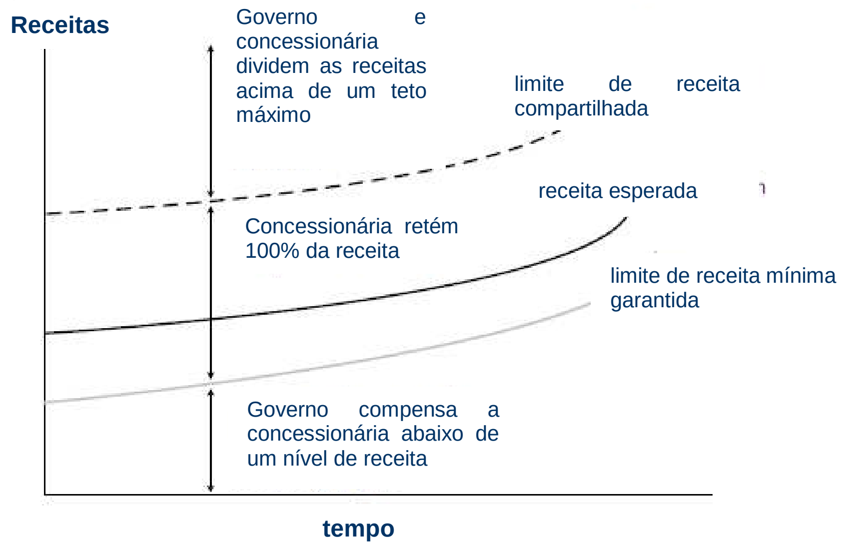

Figura 9 - Exemplo da divisão da receita em Garantia de Receita Mínima

No presente trabalho, a garantia governamental estudada será a de Receita Mínima com *CAP*.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

3.2.
Revisão da literatura

De acordo com Brandão & Saraiva (2007b) a valoração quantitativa de apoios governamentais é necessária para que o governo possa definir níveis de garantia suficientes para a viabilidade econômico-financeira do projeto sem causar uma carga excessiva nas contas públicas, bem como determinar seu valor para fins orçamentários e o impacto fiscal desses passivos contingentes. Os autores destacam, ainda, que as garantias, por introduzir flexibilidades no projeto, devem ser precificadas por meio de ferramentas de modelagem de opções reais e não pelo método tradicional de avaliação de projetos, que usa somente o fluxo de caixa descontado e onde não é possível capturar o valor das flexibilidades gerenciais.

Conforme, Chiara et al. (2007) as opções reais embutidas sob a forma de garantias nos projetos de infraestrutura elevam significativamente seu valor, reduzindo, consequentemente, seu risco. Os autores destacam que, caso não seja corretamente avaliada pode levar a um custo excessivamente elevado por parte do governo, assim como, subestimar o valor e o risco do projeto por parte da iniciativa privada.

Para Cheah & Liu (2006), as flexibilidades existentes no projeto devem ser avaliadas corretamente para que exista um equilíbrio entre risco e retorno dos contratos. Os autores avaliam uma garantia governamental de receita mínima fornecida ao concessionário da Malasia-Singapura Second Crossing, no caso uma ponte que interliga dois países, utilizando para a precificação desta garantia a modelagem por opções. A avaliação parte do fluxo de caixa dos acionistas e as incertezas consideradas estão no volume de tráfego, tanto no valor inicial, que segue uma distribuição lognormal, quanto na taxa de crescimento inicial, que segue uma distribuição normal. Adicionalmente foi considerada que a rodovia possui uma capacidade máxima de operação. A garantia possui duas flexibilidades: a primeira representa um ônus para o governo caso o fluxo de caixa realizado fique abaixo do fluxo de caixa mínimo, configurando uma opção de venda, sendo que neste caso, o risco é totalmente coberto, pois o governo garante todo o fluxo de caixa projetado; e a segunda representa uma compensação ao governo, caso o tráfego realizado fique acima do projetado, e foi modelada como uma opção de compra sobre o fluxo de caixa, sendo o fluxo de caixa máximo determinado de tal forma que o concessionário tenha um teto no retorno.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

Rose (1998) e Alonso-Conde et al. (2007) analisam um projeto de um conjunto de rodovias pedagiadas na Austrália (Transurban City Link), envolvendo financiamento, construção, operação e manutenção. Assim como em Cheah & Liu (2006), o projeto foi estruturado considerando basicamente duas flexibilidades. A primeira tem a característica de uma opção de venda e dá ao concessionário o direito de adiar os pagamentos contratuais devidos ao governo, caso a taxa interna de retorno do projeto seja inferior a um determinado valor. A segunda tem a característica de uma opção de compra e obriga o governo a cancelar antecipadamente a concessão, caso a taxa interna de retorno seja maior do que um determinado valor. Desta forma, no caso apresentado pelos referidos autores, o concessionário possui uma posição comprada em uma opção de venda e vendida em uma opção de compra. A principal fonte de incerteza na fase de operação é o tráfego que é modelado com um processo estocástico do tipo Movimento Geométrico Browniano (MGB). Rose (1998) considera ainda a incerteza sobre a taxa de juros da economia que é modelada com um processo estocástico do tipo Movimento de Reversão à Média (MRM). O problema é modelado utilizando simulação de Monte Carlo considerando o princípio da neutralidade ao risco. Já Alonso-Conde et al. (2007) utiliza o modelo binomial considerando opções com caminho dependente.

Irwin (2003) estuda o caso da rodovia colombiana de El Cortijo-Vino em que o governo forneceu uma garantia de receita mínima à iniciativa privada, tendo a característica de uma opção européia de venda. O fator de risco, dado pela receita, segue um processo estocástico do tipo MGB.

Chiara et al. (2007) propuseram a garantia de receita mínima considerando que o concessionário detém um número de opções de garantia anuais menor do que o número de anos de duração da concessão. O método para precificar a opção real proposta pelo trabalho, chamada de opção simples de múltiplos exercícios, definida como aquela que pode ser exercida Y vezes em X datas especificadas durante sua vida (considerando X>Y), ou opção australiana, é baseado no Least Square Monte Carlo (LSM).

Dailami et al. (1999), por sua vez, precificam uma garantia de receita mínima considerando que o número de direitos de exercício é igual ao número de datas de possíveis exercícios.

Huang & Chou (2006) avaliam uma garantia de receita mínima conjugada com uma opção de abandono em um projeto de infraestrutura do tipo BOT durante a fase de construção. As suposições realizadas pelos autores permitem que seja proposta uma solução analítica para o valor das opções muito parecida

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

com a solução de Black & Scholes. A receita é a variável estocástica que segue um processo estocástico do tipo MGB. A referida garantia é precificada como uma série de opções européias de venda. Da mesma forma, a precificação da opção de abandono considera o investimento para a construção do projeto, levando em conta a interação entre as opções.

Brandão & Cury (2005c) propõem uma precificação híbrida para projetos de concessão rodoviária utilizando a modelagem por opções reais, com aplicação na rodovia BR-163. A proposição considera que a garantia governamental de receita mínima seja estabelecida a partir de um percentual do tráfego esperado anual, assim como uma compensação de receita, caso o tráfego realizado ultrapasse um tráfego máximo pré-definido, limitando dessa forma a receita que concessionário obteria a cada ano. Para determinação da volatilidade do valor da concessão, utiliza-se o método de simulação de Monte Carlo, considerando o volume de tráfego como o fator de risco que segue um processo estocástico do tipo MGB. O valor do projeto e a garantia de receita mínima anual, a partir de um fluxo de caixa mínimo, são modelados a partir do modelo binomial de Cox, Ross & Rubinstein (1979), em que se avalia o exercício da opção a cada período. De forma análoga, é realizada a análise para um limite de tráfego máximo, a partir do qual as receitas são transferidas para o governo.

Galera (2006) entre as diversas opções analisadas, considera garantias de tráfego mínimo (concessionário) e de tráfego máximo (poder concedente). Considerando que o tráfego é o fator de risco e segue um processo estocástico do tipo MGB, as soluções propostas pelo autor são determinadas analiticamente a partir da equação de Black, Scholes e Merton para a opção existente em cada período do prazo de concessão. De forma análoga aos trabalhos de Brandão & Cury (2005c), a garantia a cada período é calculada considerando um percentual do tráfego esperado e o valor total da garantia é dado pela soma das opções calculadas em todos os períodos do prazo de concessão. De forma similar, o cálculo para um tráfego realizado maior do que o tráfego máximo considera a lógica de precificação de uma opção de compra detida pelo poder concedente.

Brandão & Saraiva (2007b) e Saraiva (2008) modificam o modelo, utilizando novamente o caso da Rodovia BR-163. As garantias são avaliadas, por meio de simulação de Monte Carlo a partir da receita, considerando que este fator de risco do projeto segue um processo estocástico do tipo MGB. A garantia de receita mínima é precificada a partir da soma de opções européias, uma a cada ano do prazo de concessão. De forma similar, é calculado o valor repassado ao governo no caso da receita realizada ser maior do que uma receita

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

máxima pré-definida. Adicionalmente, é considerado um limite máximo de gastos do governo (*CAP*), a partir do qual o governo cessa de pagar garantia à iniciativa privada, representando uma forma de reduzir o risco e o gasto do governo ao fornecer a garantia de receita mínima.

Destaca-se que nos trabalhos existentes na literatura, conforme abordado acima, os parâmetros da garantia são exógenos, não sendo analisado se tais valores sobrevaloram o custo para o governo ou, ainda, se representam incentivos suficientes para que a iniciativa privada realize o investimento. Dessa forma, não contribuem para a definição da combinação ótima dos parâmetros da garantia governamental.

Na garantia governamental de receita mínima com CAP analisada pelo presente trabalho, utilizou-se uma opção de venda para precificar a garantia de receita mínima conjuntamente com o estabelecimento de um nível máximo de gasto pelo governo, chamado de nível de *CAP*, a partir do qual cessa o pagamento da garantia. Esta foi precificada por meio de método numérico, simulação de Monte Carlo, sendo o tráfego (quantidade) a variável estocástica que segue um processo estocástico do tipo MGB;

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

3.3.
Determinação do valor da garantia governamental de receita mínima com *CAP*

O modelo de precificação da garantia governamental, objeto de estudo do presente trabalho, pode ser encontrado em Brandão & Saraiva (2007b) e Saraiva (2008), onde é analisado o impacto que uma garantia de receita mínima com *CAP* tem sobre um projeto de concessão rodoviária em relação ao seu valor e risco, bem como o seu custo e risco para o governo.

A garantia governamental de receita mínima com *CAP* poderá ser precificada considerando as seguintes etapas:

- Definição dos fluxos utilizados para a avaliação da garantia; e
- Definição dos parâmetros do modelo para valorar a garantia.

3.3.1. Definição dos fluxos utilizados para a avaliação da garantia

O fluxo de caixa do projeto (FC) será definido considerando que existe somente uma fonte de incerteza e será dado pela seguinte equação:

$$FC_{t,w} = \overline{p}.q_{t,w} - \overline{CF} \tag{3.1}$$

Conforme a eq. (3.1), para cada instante de tempo t ε [0, T] e para cada realização do processo estocástico ω ε [1, m], é definido o fluxo de caixa do projeto, que será estocástico, considerando que é dependente da variável estocástica quantidade (*q*). Destaca-se que o preço (*p*) e o custo fixo (CF) são determinísticos e constantes ao longo do tempo.

No presente trabalho, assim como amplamente utilizado na literatura, a variável aleatória *q* segue um processo estocástico do tipo Movimento Geométrico Browniano (MGB) e será representado por $\Delta q = \alpha.q.\Delta t + \sigma.q.\Delta z$, onde α é a taxa de crescimento, σ a volatilidade e Δz o processo de *Wiener*.

A precificação da garantia de receita mínima parte da receita realizada do projeto que será expressa como $R_{t,w} = \overline{p}.q_{t,w}$. Dado que a receita realizada é função de variável aleatória, podemos determinar seu processo estocástico aplicando o Lemma de Itô. Tal aplicação resultará em $\Delta R = \alpha.R.\Delta t + \sigma.R.\Delta z$. Dessa forma, conclui-se que o processo estocástico seguido por uma função de variável aleatória multiplicada por uma constante (*p*), deverá ser também um Movimento Geométrico Browniano (MGB), tendo como parâmetros os mesmos da variável estocástica dependente *q*, ou seja, taxa de crescimento α e volatilidade σ, conforme Dias (2010).

Considerando o desenvolvimento demonstrado anteriormente com relação ao comportamento estocástico seguido por uma variável aleatória que segue um Movimento Geométrico Browniano, podemos afirmar que a receita realizada pode ser descrita como $R_{t,w} = R_{t-\Delta t}.e^{\left[\left(\alpha-\frac{\sigma^2}{2}\right).\Delta t+\sigma.\Delta z\right]}$, $\Delta z = \varepsilon_t.\sqrt{\Delta t}$ e $\varepsilon_t \sim N(0,1)$.

Assim, para cada realização do processo estocástico (ω), a partir do sorteio da variável aleatória ε_t, é possível encontrar um valor para a variável aleatória $R_{t,w}$ e realizando uma quantidade suficientemente grande de simulações será possível precificar a garantia por meio da Teoria de Opções Reais. Dado que a garantia será precificada como uma opção, a receita realizada deverá ser simulada como um processo estocástico neutro ao risco,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

para que seja possível utilizar a taxa de desconto livre de risco (*r*) e, dessa forma, a receita realizada será dada pela seguinte expressão $R_{t,w} = R_{t-\Delta t}.e^{\left[\left(r-\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right).\Delta t+\sigma.\Delta z\right]}$.

3.3.2. Definição dos parâmetros do modelo para valorar a garantia

Com base no modelo utilizado pelo presente trabalho, extraído de Brandão & Saraiva (2007b) e Saraiva (2008), a precificação da garantia governamental de receita mínima com *CAP* depende de dois parâmetros básicos, conforme descritos a seguir:

- definição da receita mínima garantida pelo governo, calculada como um percentual da receita esperada do projeto → nível de *floor guarantee*;e
- definição de um limite máximo global da garantia, dado pelo custo máximo que o governo pretende incorrer → nível de *CAP*.

Em alguns trabalhos também se consideram tetos máximos da receita esperada, a partir dos quais, a iniciativa privada repassa ao governo, tendo uma característica de uma opção do tipo CALL, contudo, o impacto deste mecanismo é muito pequeno em termos de redução do custo e do risco para o governo.

A definição de um limite máximo global, dado pelo nível de *CAP*, possui uma efetividade maior em termos de redução de custo e risco para o governo e, dessa forma, pode ser usado de forma substitutiva ao modelo de tetos máximos citados acima.

É por esta razão que os parâmetros utilizados no presente trabalho se restringem aos níveis de *floor guarantee* e de *CAP*, por serem mais efetivos em termos de política de garantia governamental de receita mínima.

O **primeiro parâmetro (nível de *floor guarantee*)** estabelece o nível de receita mínima garantida pelo governo a cada instante de tempo, sendo calculado como um percentual da receita esperada do projeto.

Dessa forma, podemos expressar a receita mínima garantida como $\underline{R}_t = \theta.\overline{R}_t$, onde θ (nível de *floor guarantee*) é o percentual da receita esperada $\left(\overline{R}_t\right)$, em cada instante de tempo t ε [0 , T], que de maneira geral varia entre 0%

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

e 100%[1]. Dado que a receita segue um processo estocástico neutro ao risco do tipo MGB, a receita para cada instante de tempo t ε [0 , T] será dada por $\overline{R}_t = R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t}$ e, assim, a receita mínima poderá ser expressa como $\underline{R}_t = \theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t}$.

Portanto, para cada instante de tempo, o governo irá compensar o projeto quando sua receita realizada, definida a partir das realizações de $R_{t,w}$, estiver abaixo da receita mínima garantida ($\underline{R}_t = \theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t}$), neste caso, o custo para o governo será dado por $\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\right)$. Caso contrário, o governo não compensará o projeto, já que sua receita realizada estará acima da receita mínima garantida e, neste caso, o custo para o governo será de zero.

Assim, o custo para o governo em um dado instante de tempo *t* e para uma dada realização do processo estocástico ω, poderá ser expresso como:

$$max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right) \tag{3.2}$$

Esta expressão é comumente chamada de *payoff*.

A característica do problema equipara-se a de uma série de opções do tipo PUT Européia, onde o derivativo representa um seguro para quem adquire o direito e a opção pode ser exercida em períodos de tempo pré-definidos e de forma independente. Assim, caso o preço corrente do ativo esteja abaixo de um determinado valor, dado pelo preço de exercício da PUT, o detentor do direito poderá exercer a opção e receber o valor equivalente ao preço de exercício.

Considerando o problema em tela, teremos que: (i) o preço corrente do ativo é equivalente à receita realizada ($R_{t,w}$), em um dado instante de tempo (t) e para uma dada realização do processo estocástico (ω); (ii) o preço de exercício da opção será dado pela receita mínima garantida ($\underline{R}_t$); e (iii) o *payoff* será dado pelo $max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right)$.

O presente trabalho parte da distribuição de probabilidade da garantia para avaliar o risco esperado pelo governo, dessa forma, será preciso determinar, para cada realização do processo estocástico (ω), o valor da garantia na data

[1] Em alguns casos em que o projeto apresenta um desempenho muito ruim, possivelmente com VPL menor do que zero, é possível que este percentual seja definido para valores maiores do que 100%.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

zero. Considerando que a garantia deva ser calculada a partir das receitas realizadas entre [0 , T] e que o número de períodos é dado por *n* discretizações de tamanho Δt, de forma que *n*.Δt = T, o valor estocástico da garantia sem *CAP*, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico (ω), será dado por $G_{0,w}^{sem\,CAP} = \sum_{t=1}^{n}\left(max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right).e^{-r.t}\right)$ (3.3)

Onde $\omega\ \varepsilon$ [1 , *m*] e t ε [1 , *n*].

Dessa forma, aplicando a eq. (3.3) para todas as *m* simulações, será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia sem *CAP* e, assim, proceder com a análise de risco pelo governo.

Conforme Hull (1998), a modelagem de precificação de opções européias do tipo PUT, por meio do método de simulação de Monte Carlo, permite determinar o valor esperado da opção a partir das *m* simulações realizadas, sendo expresso por:

$$G_{0}^{sem\,CAP} = \frac{\sum_{w=1}^{m} G_{0,w}^{sem\,CAP}}{m} \qquad (3.4)$$

Onde $\omega\ \varepsilon$ [1 , *m*]. Dessa forma, a eq. (3.4) representa o valor esperado da garantia sem CAP, ou seja, a expressão do custo esperado pelo governo ao fornecer uma garantia sem *CAP*.

A partir das equações (3.3) e (3.4) pode-se depreender que para cada valor de θ (nível de *floor guarantee*) teremos um valor de garantia diferente e considerando o modelo estruturado acima, pode-se afirmar que quanto maior o percentual da receita esperada garantida (θ) maior será o custo esperado da garantia dada pelo governo, o que faz todo o sentido do ponto de vista lógico, já que a medida que o governo se dispõe a cobrir um montante maior de receita, maior deverá ser o seu custo incorrido.

O **segundo parâmetro (nível de *CAP*)** estabelece o nível máximo que o governo está disposto a incorrer com a garantia fornecida ao projeto. Isso significa que caso o valor da garantia sem *CAP* ($G_{0}^{sem\,CAP}$), dado pela eq. (3.4), ultrapasse um determinado nível, no caso o nível de *CAP*, o governo não despenderá mais recursos para compensar receitas realizadas abaixo da receita mínima garantida. Introduzir este parâmetro na modelagem reduz o nível de risco incorrido pelo governo, na medida em que estabelece um patamar máximo do custo esperado da garantia.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

Brandão & Saraiva (2007b) e Saraiva (2008) introduz o *CAP* na avaliação da garantia comparando-o com o valor esperado da garantia sem *CAP*, conforme a expressão a seguir:

$$G_0^{com\,CAP} = min\left(G_0^{sem\,CAP}, CAP\right) \qquad (3.5)$$

Diferentemente do que foi proposto pelos referidos autores, no presente trabalho, iremos introduzir o *CAP* no processo de avaliação comparando-o com o valor da garantia sem *CAP*, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico do fator de risco do projeto ("valor estocástico da garantia"). A razão da utilização do valor estocástico da garantia ao invés do valor esperado se deve ao fato de que a introdução do *CAP* insere flexibilidades que podem ser avaliadas por meio da modelagem de opções. Além disso, considerando que não é possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia com *CAP* quando esta é avaliada a partir do valor esperado da garantia sem *CAP*, o valor estocástico deverá ser utilizado para determinar esta distribuição, a partir do qual será realizada a avaliação de risco do governo, viabilizando, assim, a aplicação da metodologia proposta pelo presente trabalho.

Ao avaliar a introdução do *CAP* por meio da modelagem de opções é possível identificar as regiões dos estados da natureza, a partir do comportamento probabilístico do fator de risco do projeto, onde a opção será efetivamente exercida. Dessa forma, considerando que o preço de exercício desta opção seja o valor do *CAP* e o preço corrente do ativo objeto seja o valor estocástico da garantia, então, seguindo a lógica da introdução do *CAP* apresentada anteriormente, a opção será exercida quando o valor estocástico da garantia for maior do que o *CAP*, podendo, neste caso, ser representada por uma *CALL* na data zero. No caso do problema apresentado no presente trabalho, como o governo quer limitar o custo esperado da garantia, a introdução do *CAP* dará a ele uma posição comprada em uma *CALL*, já que tem o direito e não a obrigação de exercê-la, dependendo da região dos estados da natureza onde se encontre o fator de risco do projeto, e para o investidor privado uma posição vendida em uma *CALL*, que terá a obrigação de vender, ou seja, receber somente o valor do *CAP*, caso o governo venha a exercer esta opção. Desse modo, é recomendável que a introdução do *CAP* seja avaliada de forma dinâmica, a partir do valor estocástico da garantia, e não de forma estática, a partir do seu valor esperado sem *CAP*, considerando que existirão regiões em que as opções serão exercidas e, assim, o custo do governo estará limitado ao valor do *CAP*, assim como, existirão regiões onde as opções não serão

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

exercidas e, assim, o custo do governo será dado pelo valor estocástico da garantia. Dessa forma, a distribuição de probabilidade da garantia com *CAP* encontrada levará a um valor esperado da garantia com *CAP* menor do que se esta fosse avaliada diretamente do seu valor esperado sem *CAP*, conforme explicado a seguir.

Isso se deve ao fato de que na avaliação estática, quando o valor esperado da garantia sem *CAP* é maior do que o *CAP* estabelecido o valor da garantia com *CAP* será dado pelo *CAP*. Esta mesma avaliação poderá ser realizada de forma dinâmica, partindo do valor estocástico da garantia (“VEG”), neste caso, nas regiões em que o VEG é maior do que o *CAP*, a opção será exercida e o valor da garantia com *CAP* resultante será dado pelo *CAP*, assim como, nas regiões onde o VEG é menor do que o *CAP*, o valor da garantia com *CAP* será dado pelo VEG. Dado que para cada VEG existe uma probabilidade associada, então, considere que em p_{CAP} % das realizações a opção tenha sido exercida, assim, a sua contribuição para o valor esperado da garantia com *CAP* será dada pelo valor [$p_{CAP}.CAP$], e que em p_{VEG_w} % das realizações a opção não tenha sido exercida ($VEG \leq CAP$) e, portanto, a sua contribuição ao valor esperado da garantia com *CAP* será dada pelo valor [$p_{VEG_w}.VEG_w$], considerando que $p_{CAP} + p_{VEG_w}$ = 100%. Então, resumindo:

- caso estático: (valor esperado da garantia sem *CAP*) > *CAP*

valor esperado da garantia com *CAP*: $VG(1) = CAP$ (3.6)

- caso dinâmico:
  - o $p_{CAP}.CAP$, quando $VEG > CAP$; e
  - o $\sum_{w=1}^{m} p_{VEG_w}.VEG_w$, quando $VEG \leq CAP$.

valor esperado da garantia com CAP:

$$VG(2) = p_{CAP}.CAP + \sum_{w=1}^{m} p_{VEG_w}.VEG_w \tag{3.7}$$

Partindo das equações (3.6) e (3.7), conclui-se que:

$$VG(1) \geq VG(2) \tag{3.8}$$

Portanto, avaliar a introdução do *CAP* na garantia partindo do valor esperado da

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

garantia sem *CAP* poderá superestimar o custo do governo, reduzindo o potencial de investimento que o mesmo estará disposto a cobrir com garantia.

No caso do valor esperado da garantia sem *CAP* ser menor do que o *CAP* estabelecido, o valor esperado da garantia com *CAP* será dado pelo seu valor esperado sem *CAP*. Dado que esta avaliação parte do valor esperado (valor estático), também estará superestimando o valor da garantia com *CAP*, considerando que os valores maiores constantes da sua distribuição de probabilidade estarão se compensando com os valores menores. Quando esta avaliação é realizada por meio do VEG, as regiões com valores maiores, onde as opções são exercidas (VEG > *CAP*), resultarão em valor da garantia igual ao nível de *CAP*. De forma análoga, pode-se aplicar a eq. (3.7) acima, para verificar que os resultados obtidos apresentarão compensações menores do que no caso aplicando diretamente o valor esperado da garantia sem *CAP* e, assim, o valor esperado da garantia com *CAP* será menor.

Em ambos os casos utilizar o valor esperado da garantia sem *CAP* quando da avaliação da introdução do *CAP* poderá superestimar o valor da garantia governamental, considerando que a análise estática subestima o efeito da restrição imposta pelo CAP, já que desconsidera na avaliação a flexibilidade adicional existente no problema. Além de que não será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia com *CAP,* inviabilizando a análise do risco pelo governo. Desse modo, utilizaremos o valor estocástico da garantia para avaliar a introdução do *CAP*, considerando que está mais coerente com a proposta de avaliação do presente trabalho, que é (i) considerar todas as flexibilidades existentes no problema e precificá-las por meio da modelagem de opções; e (ii) determinar a distribuição de probabilidade da garantia sem e com CAP. A seguir apresentamos como a introdução do CAP será avaliada.

Considerando que a garantia deva ser calculada a partir das receitas realizadas entre [0,T] e que o número de períodos é dado por *n* discretizações de tamanho Δt, tal que $n.\Delta t = T$, assim, teremos *n* PUTs Européias entre [0,T].

Assim, a expressão $G_{0,w}^{sem\,CAP} = \sum_{t=1}^{n}\left(max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\,;0\right).e^{-r.t}\right)$ (3.9)

representa o valor estocástico da garantia, ou seja, é o valor da garantia sem *CAP*, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico do fator de risco do projeto (ω). Partiremos deste valor para avaliar a introdução do *CAP*, conforme descrito anteriormente.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

Dessa forma, o valor da garantia com a introdução do *CAP*, para uma dada realização do processo estocástico (ω) será dado pela expressão a seguir:

$$G_{0,w}^{com\ CAP} = min\left(\sum_{t=1}^{n}\left(max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right).e^{-r.t}\right);CAP\right) \tag{3.10}$$

Observe a partir da eq. (3.10) que a diferença na avaliação está no fato de utilizarmos o valor estocástico da garantia e não o seu valor esperado sem *CAP*. Ou seja, para cada realização do processo estocástico iremos avaliar se a opção de exercer o *CAP* será realizada. Alternativamente, podemos expressar a eq. (3.10) da seguinte forma:

$$G_{0,w}^{com\ CAP} = \sum_{t=1}^{n}\left(max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right).e^{-r.t}\right) - max\left[\sum_{t=1}^{n}\left(max\left(\theta.R_{t-\Delta t}.e^{(r-\delta).\Delta t} - R_{t,w}\ ;0\right).e^{-r.t}\right) - CAP\ ;0\right] \tag{3.11}$$

Substituindo a eq. (3.9) na eq. (3.11) chega-se a:

$$G_{0,w}^{com\ CAP} = G_{0,w}^{sem\ CAP} - max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP\ ;0\right) \tag{3.12}$$

E considerando que o segundo termo da eq. (3.12) representa o valor de uma *CALL* na data zero, para uma dada realização do processo estocástico (ω), tendo como preço de exercício o *CAP* e como preço corrente do ativo objeto o valor estocástico da garantia sem *CAP* $\left(G_{0,w}^{sem\ CAP}\right)$, podemos expressá-lo por:

$$CALL_{0,w} = max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP\ ;0\right) \tag{3.13}$$

Assim, substituindo a eq. (3.13) na eq. (3.12) teremos:

$$G_{0,w}^{com\ CAP} = G_{0,w}^{sem\ CAP} - CALL_{0,w} \tag{3.14}$$

Onde ω ε [1 , *m*] e *m* é o número de simulações.

Dessa forma, aplicando a eq. (3.14) para todas as *m* simulações, será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia com *CAP* e, assim, proceder com a análise de risco pelo governo.

A partir da eq. (3.14) podemos encontrar o valor esperado da garantia com *CAP* na data zero conforme a expressão

$$G_{0}^{com\ CAP} = \frac{\sum_{w=1}^{m}\left(G_{0,w}^{sem\ CAP}\right)}{m} - \frac{\sum_{w=1}^{m}\left(CALL_{0,w}\right)}{m} \tag{3.15}$$

Sendo *m* o número de simulações realizadas.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

A eq. (3.15), que parte do valor estocástico da garantia, será a utilizada para avaliar a introdução do *CAP* ao invés da eq. (3.5), que parte do valor esperado da garantia sem *CAP*. Observe que o primeiro termo da eq. (3.15) representa o valor esperado da garantia sem *CAP* e o segundo termo representa o valor de uma *CALL* na data zero, portanto, alternativamente, podemos expressar a eq. (3.15) por $G_0^{com\,CAP} = G_0^{sem\,CAP} - CALL_0$. Assim, conforme explicado anteriormente, a garantia na presença de *CAP* representa para o investidor privado uma posição comprada em uma PUT, dada por $G_0^{sem\,CAP}$, e uma posição vendida em uma *CALL*, dada por $CALL_0$. O resultado da introdução do *CAP* na garantia será reduzir o valor esperado da garantia sem *CAP* o equivalente ao valor da opção do tipo *CALL*, que representa o valor da restrição imposta pelo *CAP*. Dessa forma, poderemos avaliar a introdução desta flexibilidade de forma dinâmica, a partir da modelagem de opções.

Para demonstrar que o valor da garantia com *CAP* utilizando a análise estática é superestimada por subestimar o efeito da restrição imposta pelo *CAP*, partiremos da seguinte relação, dada pela eq. (3.8), $VG(1) \geq VG(2)$, sendo *VG(1)* o valor esperado da garantia com CAP obtido a partir da análise estática e *VG(2)* o valor esperado da garantia com CAP obtido a partir da análise dinâmica. Podemos expressar cada um destes valores como, respectivamente, $VG(1) = G_0^{sem\,CAP} - max\left(G_0^{sem\,CAP} - CAP\,;0\right)$ e $VG(2) = G_0^{sem\,CAP} - CALL_0$. Dessa forma, teremos $\left[G_0^{sem\,CAP} - max\left(G_0^{sem\,CAP} - CAP\ ;\ 0\right)\right] \geq \left[G_0^{sem\,CAP} - CALL_0\right]$ e rearranjando, chega-se a $max\left(G_0^{sem\,CAP} - CAP\,;0\right) \leq CALL_0$, comprovando assim, que a análise estática subestima o efeito da introdução do *CAP* na garantia, considerando que o efeito da flexibilidade não foi incorporado na avaliação.

3.4. Avaliação do impacto da garantia governamental de receita mínima com *CAP* no valor presente líquido do projeto

A seguir será apresentado como a garantia governamental adiciona valor ao VPL esperado do projeto e, ao mesmo tempo, reduz seu risco ao deslocar a distribuição de probabilidade do VPL com garantia para a direita. Além disso, estabelece como determinar a distribuição de probabilidade do VPL sem garantia e com garantia sem e com *CAP*, a partir do qual será possível avaliar o nível de risco do projeto. Considere inicialmente que o fluxo de caixa (FC) de um projeto

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

tenha uma variável estocástica (R) e uma determinística (C) e sua estrutura seja dada por $FC_{t,w} = R_{t,w} - C_t$.

3.4.1. Valor presente líquido do projeto sem garantia

O VPL estocástico sem garantia, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico (ω), será calculado considerando que sua receita seja definida a partir do valor realizado pela simulação, conforme a seguir:

$$VPL_{0,w}^{sem\ garantia} = -I_0 + \int_{t=0}^{T} \left(R_{t,w} - C_t \right).e^{-r.t}.dt = -I_0 + \int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt \qquad (3.16)$$

Onde ω ε [1 , *m*], t ε [0 , T] e *m* é o número de simulações.

O presente trabalho parte da distribuição de probabilidade do VPL sem garantia para avaliar o nível de risco do projeto sem garantia, dessa forma, aplicando a eq. (3.16) para todas as *m* simulações, será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia sem *CAP* e, assim, proceder com a análise de risco do projeto.

O VPL esperado sem garantia será dado por $VPL_{0}^{sem\ garantia} = E\left(VPL_{0,w}^{sem\ garantia}\right)$.

3.4.2. Valor presente líquido do projeto com garantia sem CAP

Caso seja inserida uma garantia de receita mínima esperada sem *CAP*, deve-se introduzir na fórmula acima a PUT, por meio da expressão $R_t^{max} = max(R_{t,w}; \underline{R}_t)$, sendo $R_{t,w}$ a receita realizada no instante de tempo t e para a realização do processo estocástico ω; e $\underline{R}_t$ a receita mínima garantida pelo governo no instante de tempo *t*.

Dessa forma, observe a seguir que o VPL estocástico do projeto com garantia de receita mínima sem *CAP*, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico (ω), será calculado considerando que a receita será definida a partir do máximo entre o valor realizado pela simulação e a receita mínima estipulada pelo governo:

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

$$VPL_{0,w}^{com\ garantia\ sem\ CAP} = -I_0 + \int_{t=0}^{T} \left(max\left(R_{t,w}; \underline{R_t} \right) - C_t \right).e^{-r.t}.dt =$$

$$= -I_0 + \int_{t=0}^{T} \left(R_{t,w} + max\left(\underline{R_t} - R_{t,w}; 0 \right) \right).e^{-r.t}.dt - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt$$

$$VPL_{0,w}^{com\ garantia\ sem\ CAP} = -I_0 + \int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt + \int_{t=0}^{T} \left(max\left(\underline{R_t} - R_{t,w}; 0 \right) \right).e^{-r.t}.dt \qquad (3.17)$$

A partir da eq. (3.17) é possível notar que a parcela dada por $-I_0 + \int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt$ representa o VPL estocástico do projeto sem garantia embutida ($VPL_{0,w}^{sem\ garantia}$) e a dada por $\int_{t=0}^{T} \left(max\left(\underline{R_t} - R_{t,w}; 0 \right) \right).e^{-r.t}.dt$ (3.18) representa o valor estocástico da garantia de receita mínima sem *CAP* $\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} \right)$, ambas, na data zero e para uma dada realização do processo estocástico (ω). Assim, podemos reescrever a eq. (3.17) como:

$$VPL_{0,w}^{com\ garantia\ sem\ CAP} = VPL_{0,w}^{sem\ garantia} + G_{0,w}^{sem\ CAP} \qquad (3.19)$$

Onde $\omega \, \varepsilon$ [1 , *m*] e *m* é o número de simulações.

O presente trabalho parte da distribuição de probabilidade do VPL com garantia sem *CAP* para avaliar o nível de risco do projeto com garantia sem *CAP*, dessa forma, aplicando a eq. (3.19) para todas as *m* simulações, será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia sem *CAP* e, assim, proceder com a análise de risco do projeto. Observe, ainda, que a distribuição de probabilidade do VPL com garantia sem CAP tem um deslocamento para a direita.

Aplicando o operador esperança na eq. (3.19), por meio da expressão $E\left(VPL_{0,w}^{com\ garantia\ sem\ CAP} \right) = E\left(VPL_{0,w}^{sem\ garantia} \right) + E\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} \right)$, será possível obter o VPL esperado com garantia sem *CAP*, dado por $VPL_{0}^{com\ garantia\ sem\ CAP} = VPL_{0}^{sem\ garantia} + G_{0}^{sem\ CAP}$, e concluir que o VPL esperado aumentará o equivalente ao valor esperado da garantia $\left(G_{0}^{sem\ CAP} \right)$, dado que este deverá ser necessariamente maior ou igual a zero.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

3.4.3.
Valor presente líquido do projeto com garantia com CAP

Caso se queira introduzir um *CAP* na garantia governamental deveremos considerar que o VPL estocástico do projeto com garantia de receita mínima com *CAP*, na data zero, para uma dada realização do processo estocástico (ω), será calculado considerando que a receita será composta do valor realizado pela simulação e pelo montante determinado pela garantia sem CAP limitado pelo nível de CAP estabelecido. Assim, o VPL estocástico do projeto com garantia com *CAP* será expresso por:

$$VPL_{0,w}^{com\ garantia\ com\ CAP} = -I_0 + \left[\int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt + min\left(G_{0,w}^{sem\ CAP};CAP\right) \right] - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt =$$

$$= -I_0 + \left[\int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt + G_{0,w}^{sem\ CAP} - max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP;0\right) \right] - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt =$$

$$= -I_0 + \int_{t=0}^{T} R_{t,w}.e^{-r.t}.dt - \int_{t=0}^{T} C_t.e^{-r.t}.dt + G_{0,w}^{sem\ CAP} - max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP;0\right)$$

$$VPL_{0,w}^{com\ garantia\ com\ CAP} = VPL_{0,w}^{sem\ garantia} + G_{0,w}^{sem\ CAP} - max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP;0\right) \qquad (3.20)$$

O último termo da eq. (3.20) representa o valor estocástico do efeito que a introdução do *CAP* traz para a garantia sem *CAP*, sendo representado por uma opção do tipo *CALL,* conforme apresentada anteriormente pela eq. (3.13).

Substituindo o termo $CALL_{0,w} = max\left(G_{0,w}^{sem\ CAP} - CAP;0\right)$ na eq. (3.20), temos: $VPL_{0,w}^{com\ garantia\ com\ CAP} = VPL_{0,w}^{sem\ garantia} + G_{0,w}^{sem\ CAP} - CALL_{0,w}$ (3.21)

Onde ω ε [1 , *m*] e *m* é o número de simulações.

O presente trabalho parte da distribuição de probabilidade do VPL com garantia com *CAP* para avaliar o nível de risco do projeto com garantia com *CAP*, dessa forma, aplicando a eq. (3.21) para todas as *m* simulações, será possível determinar a distribuição de probabilidade da garantia com *CAP* e, assim, proceder com a análise de risco do projeto. Observe, ainda, que a distribuição de probabilidade do VPL com garantia com *CAP* tem um deslocamento para a direita menor do que o do VPL com garantia sem *CAP*.

Aplicando o operador esperança na eq. (3.21), a partir de $E\left(VPL_{0,w}^{com\ garantia\ com\ CAP}\right) = E\left(VPL_{0,w}^{sem\ garantia}\right) + E\left(G_{0,w}^{sem\ CAP}\right) - E\left(CALL_{0,w}\right)$,será possível obter o VPL esperado com garantia com *CAP*, dado por:

$$VPL_{0}^{com\ garantia\ com\ CAP} = VPL_{0}^{sem\ garantia} + G_{0}^{sem\ CAP} - CALL_{0} \qquad (3.22)$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA

Esta expressão resultará em um aumento no VPL esperado equivalente ao valor esperado da garantia com *CAP* menor do que o do VPL com garantia sem CAP.

3.4.4.
Análise comparativa

Partindo da eq. (3.22) verifica-se que $G_0^{com\,CAP} \leq G_0^{sem\,CAP}$, pois a introdução do *CAP* reduz o valor da garantia em valor equivalente ao da $CALL_0$ e conclui-se que o VPL com garantia sem *CAP* terá um valor maior do que o VPL com garantia com *CAP* que por sua vez terá um valor maior do que o VPL sem garantia.

Desse modo, podemos hierarquizar o valor do VPL do projeto de acordo com o mecanismo de incentivo dado pelo governo, conforme a seguir: $VPL_0^{com\,garantia\,sem\,CAP} \geq VPL_0^{com\,garantia\,com\,CAP} \geq VPL_0^{sem\,garantia}$

Consequentemente, o custo para o governo, dado pelo valor da opção real apresenta a mesma hierarquia de valor, qual seja, $G_0^{sem\,CAP} \geq G_0^{com\,CAP} \geq 0$.

A Figura 10, de acordo com Samis et al. (1996), apresenta o que ocorre com o valor esperado dos fluxos de caixa de um projeto e suas respectivas distribuições de probabilidade quando se embute opções reais na avaliação e, consequentemente, com o valor esperado do VPL com OR e sua respectiva distribuição de probabilidade.

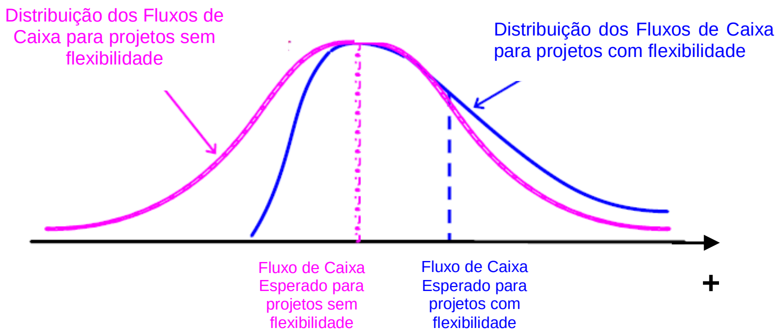

Figura 10 - Impacto da Garantia Governamental de Receita Mínima no VPL

Note que ocorre exatamente o que foi apresentado anteriormente, ou seja, existe um deslocamento da distribuição de probabilidade para a direita, levando a uma redução do risco do projeto, assim como, um aumento no valor do fluxo de caixa esperado e, consequentemente, um aumento no VPL esperado do projeto.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0612004/CA