

Conclusão

Neste trabalho estudou-se dois problemas diferentes: a rotação sem restrição de um corpo não axissimétrico no espaço, e a rotação sem restrição de um sistema de corpos, especificamente, um rotor em suspensão cardânica. Os resultados mostraram que as dinâmicas são diferentes em cada situação, e a influência dos quadros é muito severa e importante, principalmente porque há diferença na estabilidade dos movimentos.

Considere-se um corpo livre girando no espaço. Sua configuração de inércia é dada pelos momentos principais de inércia normalizados com o momento I_3 em torno do eixo rotação original resultando em $\mu_1 = I_1/I_3$, $\mu_2 = I_2/I_3$. Repentinamente ele é impactado em uma certa direção ortogonal à direção da rotação original, a energia cinética absorvida depende da direção do impacto e da configuração inercial do corpo. Seguindo o processo de normalização proposto, a energia normalizada máxima, depois do impacto, apenas está limitada pela configuração inercial (μ_2 para o corpo achatado ou μ_1 para o corpo alongado). Os valores normalizados ajudam na identificação da energia mínima necessária para a mudança de bacia de atração, a inversa de μ_1 para o corpo achatado, ou μ_2 para o corpo alongado, define a quantidade mínima de energia que o corpo deve ter para passar os limites de estabilidade.

Tanto o corpo achatado quanto o corpo alongado apresentam um valor específico de energia mínima necessária para instabilizar o movimento, portanto nestes corpos pode ocorrer tanto o movimento estável como instável, dependendo unicamente das condições iniciais. Existe uma direção de impacto onde a energia absorvida é máxima, e outra onde a energia é mínima, direções estas perpendiculares entre si. Quando o impacto acontece na direção em que a energia absorvida é mínima, a maior energia absorvida pelo corpo é menor que a energia mínima para a instabilidade (isto, com impactos muito fortes) e, portanto, apenas nesta direção o corpo não tem a possibilidade de instabilizar-se. Para direções próximas a esta, o corpo precisa de uma grande intensidade de impacto para

capotar (nestas condições o eixo de simetria pula de um hemisfério a outro, o que denominamos também de mudança de bacia de atração).

O movimento do corpo no espaço pode ser representado usando os ângulos cardânicos se o movimento for estável, mas quando o movimento cruza o limite de estabilidade assume-se o risco da ocorrência de uma singularidade na integração das equações embora, para energias cinéticas afastadas do valor mínimo necessário para fugir da bacia de atração original, a singularidade não chegue a causar problemas (aparentemente). Devido à possibilidade da singularidade, aparecem os quatérnios nesta história. Eles no fundo constituem um aprimoramento do conceito de parâmetros de Euler-Rodrigues e seu uso elimina a singularidade. O preço que se paga é uma maior dificuldade na visualização direta do movimento olhando-se apenas o desenvolvimento no tempo das componentes do quatérnio. Exemplificando:

Ângulos cardânicos permitem uma visualização simples da posição e da velocidade do corpo durante o movimento (ou sistema de corpos, em forma geral): para uma rotação em equilíbrio original os ângulos $\alpha=\pi/2$ e $\beta=\pi/2$ delimitam perfeitamente a bacia de atração. Ultrapassado um desses limites, o eixo de simetria pula para o outro hemisfério. Usando quatérnios estes limites devem ser expressos por valores correspondentes das componentes do quatérnio o que aparentemente não corresponde a nenhum significado físico. A órbita do movimento do corpo é representada por ângulos cardânicos α e β ; no caso de quatérnios recorreu-se a uma nova definição de órbita detalhada no texto da tese.

Para representar a bacia de atração utiliza-se também um novo procedimento que caracterizará os limites na mudança de hemisférios com valores específicos para as componentes do quatérnio. Sua análise não é muito intuitiva e não fornece uma idéia do comportamento do corpo como quando se usa ângulos cardânicos. Por esta razão seria interessante trabalhar de forma integrada com as duas ferramentas, uma para fugir da singularidade, e outra para ter um “feeling” do movimento.

Finalmente, neste contexto, ressalte-se que nem sempre acompanhar os ângulos cardânicos permite saber o que faz o corpo: perto da singularidade há abruptas mudanças dos ângulos cardânicos (como pode ser constatado com o Giroscópio de demonstração) que não são repassadas ao corpo.

Este trabalho não chega a completar a integração destas duas ferramentas, proposto para futuros trabalhos. Pretende-se estudar o movimento com integrações paralelas por estas duas ferramentas, mas numa faixa próxima aos pontos de singularidade tomam-se os valores obtidos com quatérnios e calcula-se os ângulos cardânicos correspondentes, solucionando o problema da singularidade e a representação mais intuitiva do movimento.

Os resultados obtidos com as diferentes equações de movimento, tanto em ângulos cardânicos quanto em quatérnios, foram iguais para o mesmo sistema e condições iniciais. Os valores deduzidos para $EE_{min-instab}$ e EE_{max} foram iguais seja a dedução feita usando quatérnios ou ângulos cardânicos. Isto é uma forma de avaliar o procedimento de cálculo, e nos dá maior segurança dos resultados.

Do estudo do caos conclui-se que o movimento do corpo não é caótico, mas quase-periódico. A sensibilidade dos parâmetros usados para descrever o movimento é grande, e por alguma razão não resolvida neste trabalho, estes parâmetros apresentam um expoente de Lyapunov positivo. Mas, mesmo que isso apareça na parametrização, o movimento continua não tendo caos.

Conclui-se dos resultados, que o corpo alongado é mais estável que o corpo achatado, isto é, considerando o mesmo corpo em outro eixo de rotação. O valor da $Ec_{min-instab}$ é um pouco maior no corpo alongado, mas também a absorção de energia é menor neste corpo, ou seja, é necessário um maior impacto no corpo alongado que no corpo achatado para adicionar-lhe a mesma energia. Esta diferença à tendência de instabilidade é mais bem observada no triângulo de Magnus.

Nesta representação do triângulo de Magnus, pode-se verificar que os corpos axissimétricos são estáveis sempre, e os corpos que giram no seu eixo intermediário de inércia são instáveis sempre. Mas este fato pode mudar ao suportar o corpo em uma suspensão cardânica, como é observado no giroscópio Magnus. Devido à inércia dos quadros, um rotor achatado pode-se tornar naturalmente instável. E um corpo que gira em seu eixo intermediário pode perder sua natureza instável. Um corpo alongado é mais difícil de instabilizar e, para isto, é preciso contar com grandes inércias dos quadros. O corpo alongado continua absorvendo menos energia do impacto. O corpo axissimétrico mantém o mesmo comportamento estável com ou sem quadros.

A influencia da inércia dos quadros já é percebida a partir de valores muito pequenos (quicá estes valores de inércia sejam difíceis de obter em um equipamento real). A geometria da bacia de atração muda desde um quadrado até uma elipse com valores menores a 10^{-2} na inércia adimensional. Há uma redução dos limites de instabilidade, portanto a energia mínima necessária para a mudança de bacia diminui. Uma vantagem de considerar a inércia dos quadros é a ausência da singularidade que existia no corpo no espaço usando ângulos cardânicos e, por isto, já não é tão indispensável usar quatérnios por esta razão. Todavia uma idéia inédita e interessante é pensarmos na utilização dos quatérnios para descrever a dinâmica de um sistema de corpos. Isto pode ser desenvolvido em um trabalho futuro.

Quando se varia as inércias dos quadros, a absorção da energia no sistema também varia, sendo o mais influente o quadro interno, pois faz diminuir consideravelmente a energia ao aumentar sua inércia. Mas isto também depende da direção do impacto. Para um impacto onde o movimento do quadro interno não influencie muito, a absorção de energia se mantém e, inclusive, pode vir a aumentar levemente devido a outros fatores que não sejam a inércia propriamente dita.

A presença de Caos no sistema de três corpos é clara (rotor e quadros), tal comportamento acontece em qualquer movimento do sistema. O comportamento caótico se mantém quando se considera os efeitos do atrito viscoso no sistema de corpos.

Quando se considera o atrito no problema, observa-se como o sistema se esforça para percorrer uma trajetória onde a dissipação de energia é menor. O movimento do sistema de três corpos tende a seguir o caminho da menor dissipação. Com esta intenção de diminuir a dissipação de energia, o quadro interno é o maior agente de transmissão de energia, já que em uma realização experimental se procura fazer com que tenha a menor inércia do sistema de corpos. Isto reduz a deriva do sistema e pode ser observado em giroscópios. Este fato de transmitir energia entre os corpos componentes do sistema pode fazer diminuir, manter e ou até aumentar a quantidade de movimento angular total do sistema. É obvio que o sistema sempre vai reduzir a energia durante o movimento devido ao atrito, mas com a intenção de diminuir a dissipação de energia, o

sistema faz manobras que eventualmente requerem o aumento da quantidade de movimento angular, como se observou nos resultados.

Um fato interessante no movimento do sistema com atrito é a mudança contínua de bacia de atração, ainda que para energias muito pequenas. Este comportamento é comprovado nos experimentos feitos no laboratório, e o resultado foi o mesmo: se um corpo se instabiliza, ele continuará instável até ficar parado. Então aqui, a energia mínima necessária adquire um novo sentido, valendo apenas para a primeira mudança de bacia. Este comportamento pode ser avaliado em forma qualitativa no laboratório, observando também que de forma geral o quadro interno é o ultimo corpo a ter movimento, até que o sistema fique parado. Possivelmente os mancais que o suportam são aqueles com a menor perda por atrito do sistema.

Uma dificuldade com que se teve que lidar na avaliação dos resultados foi a falta de uma câmara de filmagem rápida. O movimento instável chega a ser muito violento, mudando de direção muito rápido, fato que também dificulta a montagem de sensores no giroscópio. Para comparar aos resultados numéricos obtidos, precisam-se capturar imagens a uma frequência de 300 – 500 frames/seg, e, infelizmente, não se pôde contar com este instrumento. Mas para uma avaliação pratica, a câmara de filmagem convencional é suficiente, chegando assim a capturar certos comportamentos físicos que o sistema (giroscópio) apresenta. Resolvendo assim a dificuldade da visualização experimental do movimento, a avaliação qualitativa dos resultados das simulações numéricas foi um êxito. Foi possível observar os movimentos de precessão direta e inversa no rotor axissimétrico, assim como avaliar todos os resultados obtidos das formulações matemáticas.

Para trabalhos futuros recomenda-se desenvolver uma técnica de controle com a intenção de estabilizar o movimento instável do corpo no espaço ou do giroscópio. Isto pode ser obtido variando as inércias do corpo ou quadro, ou com algum torque externo aplicado nos mancais entre as componentes do sistema, ou através de forças impulsivas externas.

Finalmente, os objetivos desta tese foram cumpridos, isto é o estudo e o entendimento da dinâmica de qualquer tipo de corpo em rotação sem restrição no espaço, bem como a influência de uma suspensão cardânica no comportamento dinâmico de um corpo.