

2 Descrição do Sistema

O giroscópio mecânico foi largamente utilizado como um instrumento de navegação em navios e aviões [34]. A tecnologia mecânica vem aos poucos sendo substituída por dispositivos ópticos ou micro-eletromecânicos, porém continua vital em certas aplicações estratégicas que exigem grande precisão e confiabilidade ou grande robustez. O conceito físico que viabiliza este instrumento vem da Lei de Euler para a rotação: se não atua um momento sobre um corpo, sua quantidade de movimento angular não varia. Havendo a possibilidade de isolar a rotação de um corpo (rotor) do movimento da estrutura que o carrega, essa estrutura passa a se mover em torno do rotor, que devido à invariância da quantidade de movimento angular é inercial. A conexão entre a estrutura suporte e o rotor livre é uma suspensão cardânica. O isolamento todavia é relativo uma vez que na suspensão há ligação de amortecimento e da inércia dos quadros cardânicos. Existem vários tipos de giroscópios mecânicos que podem descrever fenômenos de rotação.



Figura 2.1: Giroscópio de Magnus (Phywe.com)

Um giroscópio didático é o Giroscópio de Magnus (Magnus, 1965) [24], fabricado pela empresa Phywe (Figura 2.1). Além de reproduzir muitas das propriedades intrínsecas à operação de um giroscópio também é um instrumento

particularmente adequado para estudar comportamentos do movimento sem restrição de um corpo no espaço quando se despreza a influencia dos quadros cardânicos. Seus momentos de inércia podem ser alterados de forma que a posição de equilíbrio seja estável ou instável. A dinâmica do giroscópio de Magnus será estudada neste trabalho. A Figura 2.1 mostra uma foto comercial do instrumento.

O giroscópio de Magnus é composto por três corpos, Fig. 2.1. Utilizou-se a teoria de rotações seqüenciais para descrever a dinâmica do sistema com ângulos cardânicos, cada rotação elementar corresponde ao deslocamento de um dos corpos, o ângulo α acompanha o quadro externo, o ângulo β para o quadro interno em relação ao quadro externo e γ representa o ângulo de rotação do rotor em relação ao quadro interno. Neste movimento, considera-se apenas a rotação do sistema, visto que o seu centro é fixado pela suspensão. As três coordenadas generalizadas para estudar o problema são os três ângulos cardânicos.

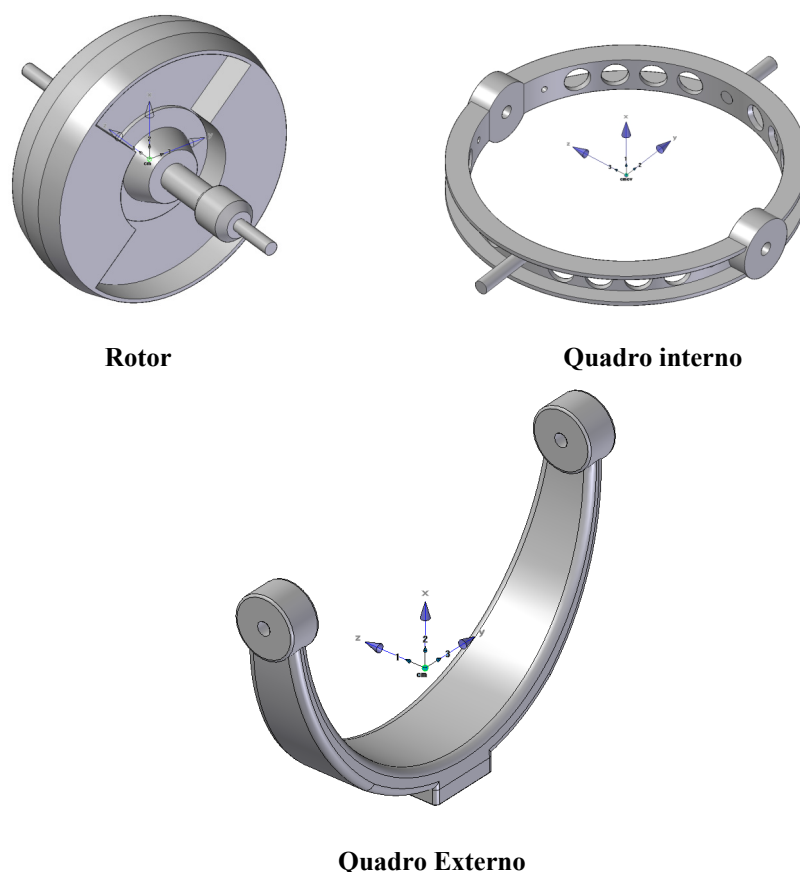


Figura 2.2: Corpos que compõem o Giroscópio

O quadro externo é fabricado de forma robusta porém em material leve, procurando reduzir ao máximo o seu momento de inércia em relação ao único eixo em torno do qual ele pode girar. O quadro interno é mais complexo, pois as

duas rotações possíveis devem resultar em momentos de inércia mínimos, e ao mesmo tempo ter uma resistência elevada às deformações conseqüentes dos esforços que são transmitidos pelo rotor. O rotor possui um eixo de simetria (e_s), conforme se pode verificar na Fig. 2.2, mas uma variação na distribuição de massa pode fazê-lo perder a axissimetria, sem que se remova o centro de gravidade do eixo de simetria. Uma particularidade deste dispositivo é a possibilidade de acrescentar massas nas extremidades do rotor, o que vai alterar muito os momentos de inércia diametrais, sem variar muito os momentos de inércia polares. Isto permitirá estudar rotores achatados (discos, como Fig. 2.1) ou corpos alongados (feito cilindros). Os mancais são todos de elevada precisão e baixo atrito.

Para definir as rotações seqüenciais é necessário trabalhar com quatro sistemas de coordenadas (SR), um SR no espaço (fixo) e os outros em cada componente do giroscópio (em movimento).

$$\begin{matrix} F \\ (x,y,z) \end{matrix} \xrightarrow{\alpha(x)} \begin{matrix} Q \\ (x,y',z') \end{matrix} \xrightarrow{\beta(y')} \begin{matrix} R \\ (x'',y',z'') \end{matrix} \xrightarrow{\gamma(z'')} \begin{matrix} S \\ (x''',y''',z''') \end{matrix} \quad (2.1)$$

Na Tabela 2.1 mostram-se os momentos de inércia de cada corpo, onde: o quadro externo é acompanhado pelo SR(Q), o quadro interno é acompanhado pelo SR(R) e o corpo C ou Rotor é acompanhado pelo SR(S). Em seguida, todos os momentos de inércia são normalizados com respeito ao principal momento de inércia do Rotor ($I_3 > I_1 > I_2$), introduzindo-se: $\mu_1 = I_1/I_3$ e $\mu_2 = I_2/I_3$, e nos quadros: $\mu_p = I_p/I_3$, $\mu_d = I_d/I_3$ e $\mu_x = I_x/I_3$, onde (p polar, d diametral do quadro interno, x eixo alinhado com os mancais que suportam o quadro externo). Não se apresentam outros momentos de inércia pois não são necessários na modelagem.

Tabela. 2.1 Propriedades físicas dos Corpos, componentes do Giroscópio.

Giroscópio não Axissimétrico						
Eixo	Corpo (material)	Densidade (kg/m ³)	momento de inércia (kg mm ²)		μ (Adimensional)	massa (kg)
z	Rotor (aço inox. AISI 316L)	8000	4686,234	μ_3	1	2,340
x	Rotor (aço inox. AISI 316L)	8000	3632,807	μ_1	0,775208195	2,340
y	Rotor (aço inox. AISI 316L)	8000	2291,235	μ_2	0,48892885	2,340
$x' = x$ (p)	Quadro interno (ALUMOLD)	2700	544,265	μ_p	0,116141234	0,104
$z' = z$ (d)	Quadro interno (ALUMOLD)	2700	218,190	μ_{d1}	0,046559775	0,104
$y' = y$ (d)	Quadro interno (ALUMOLD)	2700	334,908	μ_{d2}	0,071466342	0,104
$x'' = x$	Quadro externo (ALUMOLD)	2700	1209,290	μ_x	0,258051561	0,311

As propriedades físicas foram obtidas tomando as medidas geométricas do Giroscópio que se encontra no laboratório da PUC-Rio (LABVIB), aproximando

o material de construção de cada componente, e com ajuda de um software CAD 3D de modelagem sólida (Solid Edge) obtém-se os momentos de inércia com boa aproximação. Na Figura 2.3 observa-se uma vista do giroscópio na configuração de pendulo invertido, obtido alterando-se a posição do quadro externo que na Fig. 2.1 era vertical, para horizontal e acrescentando-se uma massa em uma das extremidades do eixo de simetria do rotor.

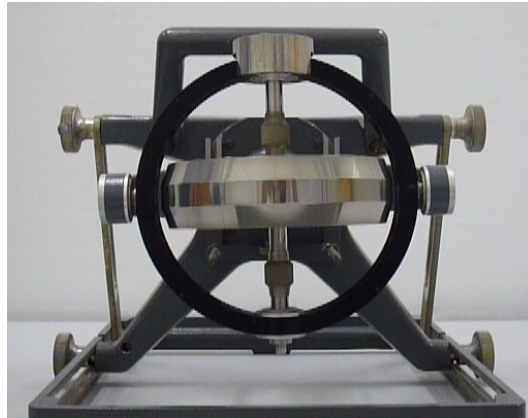


Figura 2.3: Giroscópio no laboratório (PUC-Rio MEC-LabVib)

Se fosse possível negligenciar tanto a inércia dos quadros quanto o atrito entre os componentes, teríamos o comportamento do rotor como se fosse de um corpo livre no espaço, visto que nas equações não se incluem o efeito gravidade e a resistência do ar já que o enfoque tem a ver com uma possível visualização de movimento no espaço exterior. Parte-se portanto de um corpo (rotor) que pode ser achatado ou alongado e que não necessariamente apresenta axissimetria e procura-se ferramentas que ajudem na visualização dos fenômenos que atuam na rotação deste corpo. Este corpo gira sem perturbação no espaço quando ocorre um impacto sobre ele.

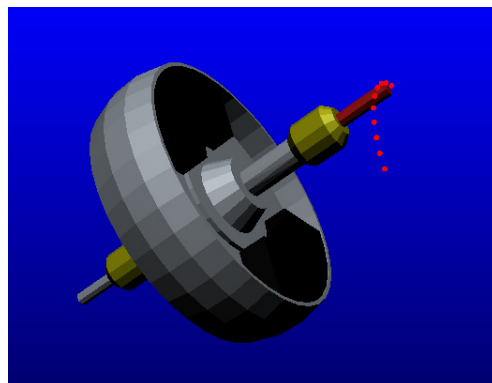


Figura 2.4: Corpo no espaço.

A estabilidade do movimento tem a ver com a configuração inercial do corpo. Se a configuração é: $I_3 > I_1 > I_2$ o corpo é achatado e, mantendo os mesmos eixos, se a configuração é: $I_1 > I_2 > I_3$ o corpo é alongado. Depois da perturbação, dependendo da magnitude, o corpo pode permanecer oscilando em torno da mesma posição de equilíbrio isto é, permanece na mesma bacia de atração (movimento estável) ou pode mudar para outras bacias de atração e neste caso o movimento seria instável [25].

2.1. Visualização do movimento

O Software "OpenGL" é utilizado neste trabalho para visualizar a dinâmica do giroscópio: neste programa os elementos (ou corpos) que compõem o giroscópio são montados de forma tal que o sistema completo se encontra dentro de um ambiente virtual, como é mostrado na Fig. 2.5. Este programa processa os resultados numéricos obtidos da simulação das equações de movimento usando Matlab, e os mostra em uma mídia gráfica. Os dados importados por "OpenGL" são: o tempo, o valor dos ângulos cardânicos, as coordenadas do vetor quantidade de movimento angular, as coordenadas do vetor velocidade angular, e a energia cinética do sistema.

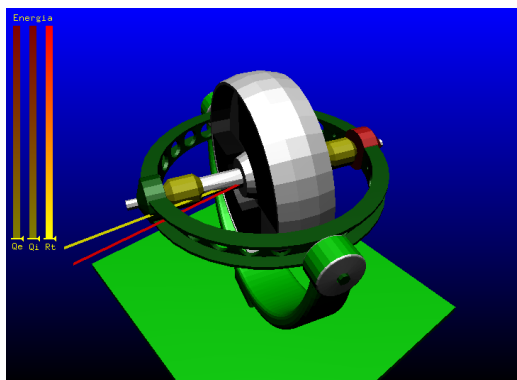


Figura 2.5: Giroscópio representado pelo programa OpenGL

Na Figura 2.5 podem ser observadas duas linhas que representam as direções da velocidade angular (amarelo) e da quantidade de movimento angular (vermelha). O eixo de simetria do rotor é fácil de identificar, porém como ele pode passar para o outro lado (muda de bacia de atração) em uma ponta usa-se cor verde e na outra vermelha.

O valor numérico da energia cinética de cada elemento que compõe o giroscópio é representado na parte esquerda da tela. Essas energias são normalizadas, variam entre *zero* e *um*, sendo que o valor *unitário* correspondente à energia inicial do giroscópio, um instante depois de impactado. Acompanhando a variação da energia cinética do quadro cardânico externo, do quadro interno e do rotor ao longo de algum tempo, podemos observar um intercâmbio de energia entre os componentes do sistema: este processo é uma característica relevante quando não há amortecimento. Neste caso, a energia permanece constante, o movimento inicia-se com toda a energia no rotor e a seguir começa a viajar através dos corpos do sistema. Esta é uma informação importante no estudo do problema.

A interface gráfica ajuda muito na observação do movimento, na identificação das bacias de atração em torno de pontos singulares; movimentos permanentes podem ser acompanhados com facilidade, como por exemplo, ao estudar os cones de precessão de Poincaré [4]. Pode-se alterar a quantidade de frames/segundo, resultando na reprodução de um movimento mais lento ou acelerado. O valor de frames/segundo é definido pelo número de resultados obtidos no MATLAB e pode ser arbitrariamente escolhido para uma melhor visualização.