

3

Uso de Coordenadas Baricêntricas para Deformação de Modelos 3D

Consideremos aqui um modelo em três dimensões definido por um conjunto de pontos em \mathbb{R}^3 , ligados por arestas de forma a constituir polígonos disjuntos, geralmente triângulos. Essa estrutura geométrica é chamada de *malha*. Deformar um modelo dando a ele movimentos ou até mesmo alterando suas características, significa, de alguma forma, modificar a posição dos vértices dessa malha.

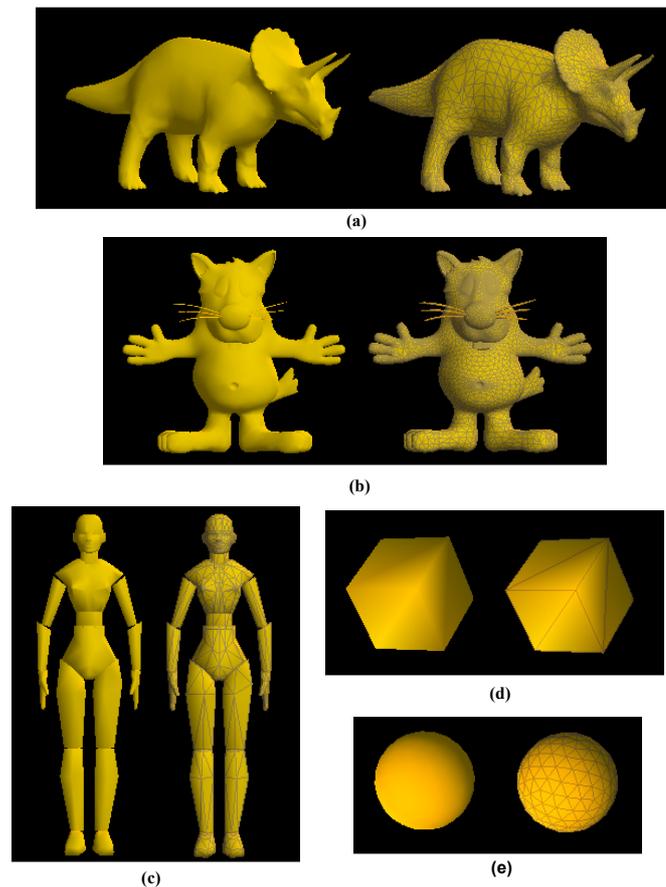


Figura 3.1: (a) Modelo Tricerátops: 2832 vértices. (b) Modelo Gato: 10401 vértices. (c) Modelo Mulher Robô: 1055 vértices. (d) Modelo Cubo: 8 vértices. (e) Modelo Esfera: 162 vértices.

Poderíamos pensar em deformar modelos 3D trabalhando diretamente com os vértices da malha, mas geralmente modelos, como os vistos em filmes de animação, tem milhares de vértices e gerar deformações diretamente nesses vértices não se torna uma tarefa muito fácil. Observe na figura 3.1 os modelos com os quais trabalharemos.

Uma técnica de deformação que vem atraindo bastante interesse é baseada em poliedros de controle: construímos uma malha simplificada de forma semelhante a do modelo, com menos vértices envolvendo o modelo (ver figura 3.2) e, por algum sistema de coordenadas, escrevemos cada vértice do modelo em função dos elementos (vértices, faces) dessa nova malha de controle.

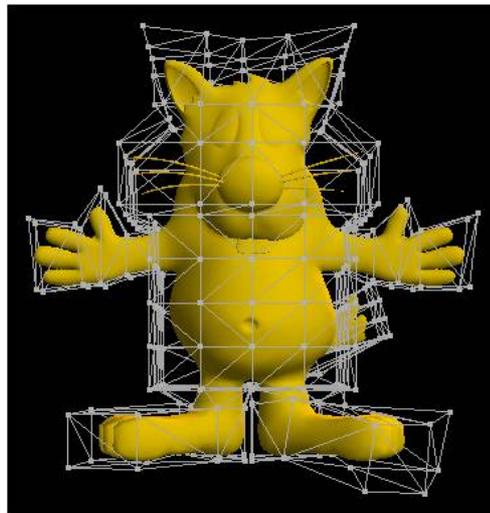


Figura 3.2: Poliedro de controle do modelo gato.

A malha envolvendo o modelo corresponde à fronteira P , onde, no capítulo anterior, estudamos a obtenção de coordenadas para escrever pontos em seu interior em função de seus elementos. Vamos, desse ponto em diante, nos referir à fronteira P da região P como *poliedro de controle* e a coordenada $\lambda_i(v_0)$ do vértice v_i do poliedro de controle em relação a um ponto v_0 em seu interior como *peso* do vértice v_i em relação a v_0 .

Dado um ponto v_0 no interior do poliedro de controle, em um sistema de coordenadas onde apenas os vértices v_i do poliedro de controle são considerados, escrevemos o ponto v_0 em função dos vértices de controle por:

$$v_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i. \quad (3-1)$$

Ao deformarmos o poliedro de controle, com as novas posições \hat{v}_i de seus vértices, obtemos a nova posição do ponto v_0 por:

$$\hat{v}_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{v}_i. \quad (3-2)$$

Dessa forma, ao manipularmos a malha envolvendo o modelo, geramos deformações em seu interior (ver figura 3.3).

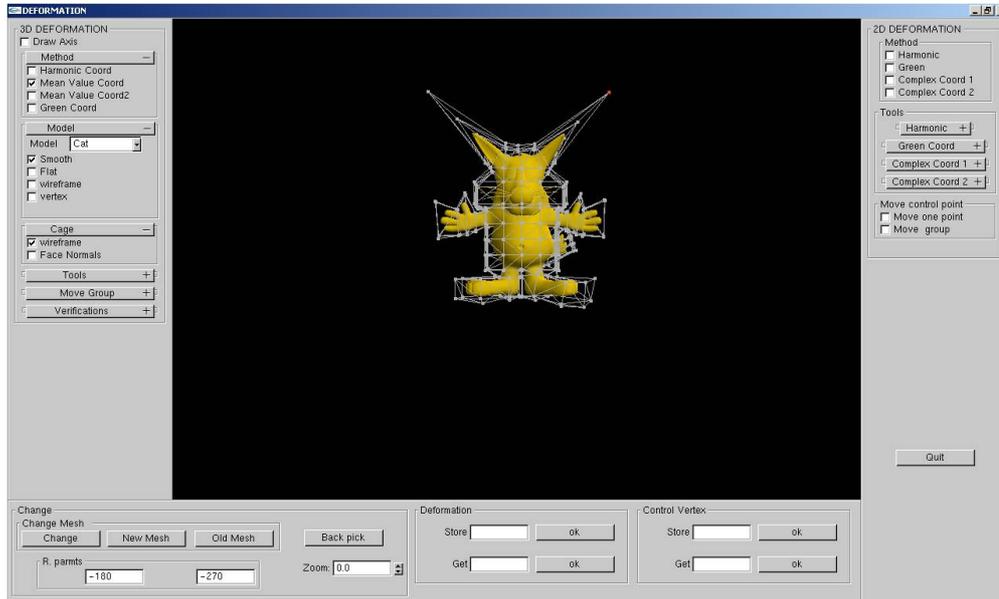


Figura 3.3: Deformação obtida no modelo gato com o uso da nossa plataforma de visualização e deformação de modelos.

Deformações baseadas em poliedro de controle são simples, flexíveis e rápidas, visto que as coordenadas λ_i são calculadas uma única vez. Uma vez calculadas as coordenadas, uma deformação no modelo é obtida seguindo o algoritmo 1.

input : Novas posições \hat{v}_j dos vértices de controle

output: Novas posições \hat{p}_i dos pontos do modelo

para cada ponto do modelo;

for $i \leftarrow 1$ **to** n_{points} **do**

$\hat{p}_i = 0$

 para cada vértice de controle;

for $j \leftarrow 1$ **to** n_{vertices} **do**

$\hat{p}_i = \hat{p}_i + \lambda_{ij} * \hat{v}_j$

end

end

Algorithm 1: Deforma o modelo a partir do novo poliedro de controle

Neste capítulo analisaremos a implementação, as deformações obtidas, as principais características, vantagens e desvantagens dos métodos de deformação de modelos em três dimensões utilizando as coordenadas apresentadas no capítulo anterior.

Independente das coordenadas utilizadas, métodos de deformação baseados em poliedros de controle possuem, de forma geral, os mesmos passos de implementação:

- Construção do poliedro de controle.
- Obtenção das coordenadas, para cada ponto p do modelo, o valor dos pesos $\lambda_i(p)$, dos elementos do poliedro de controle em relação a p .
- Representação dos pontos do modelo em função dos elementos do poliedro de controle através das coordenadas obtidas.

Durante o desenvolvimento desse trabalho construímos uma plataforma de visualização e deformação de imagens 2D e modelos 3D (ver figura 3.3). Utilizamos a estrutura de visualização dos modelos em três dimensões apresentada em Lage (8). As coordenadas abordadas no capítulo 2 foram implementadas para três dimensões e algumas delas para duas dimensões, como uma etapa intermediária na compreensão do método.

3.1

Construção do Poliedro de Controle

O primeiro passo para implementação de métodos de deformação baseados em poliedros de controle é construir uma malha relativamente simples, em relação a malha do modelo a ser deformado, que possua forma semelhante a do modelo, de forma a envolvê-lo. Para modelos formados por uma malha única, como o modelo triceratops e o modelo esfera, uma maneira simples, que não exige muita experiência com programas de manipulação de modelos em três dimensões, é simplificar a malha do modelo e inflá-la, multiplicando cada um de seus vértices por uma constante na direção do vetor normal (ver figura 3.4). Após isso, quando necessário, modificamos manualmente a posição de alguns vértices da malha. Para modelos com regiões distintas muito próximas, como o modelo gato (ver figura 3.1(b)), inflar a malha simplificada de uma forma que regiões não se auto-intersectem não é uma tarefa fácil. Outro caso onde o método descrito acima não é indicado é o de modelos formados por malhas desconexas, como o modelo mulher Robô (ver figura 3.1(c)). Para modelos como esses, optamos pela utilização do programa *Blender* (1) para construção do poliedro de controle. Para modelos simples, como o cubo, utilizamos como poliedro de controle a malha de um cubo com as coordenadas dos vértices igual as coordenadas do *bounding box* do modelo acrescido de uma constante.

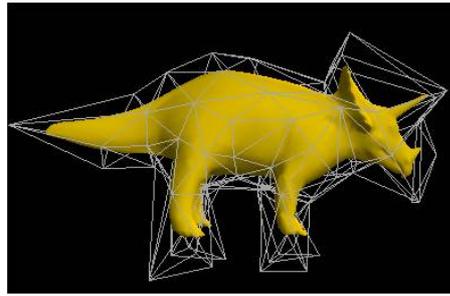


Figura 3.4: Poliedro de controle do modelo triceratops.

3.2 Obtenção das Coordenadas

Como vimos no capítulo anterior, as coordenadas do valor médio e as coordenadas de Green possuem fórmulas fechadas para a obtenção de seus pesos. Assim a construção de suas coordenadas se resume aos pré cálculos necessários para se obter o valor das equações (2-28) e (2-40), (2-41), respectivamente.

Já as coordenadas harmônicas, como mencionado no capítulo anterior, são derivadas diretamente como solução da equação de Laplace. Para cada vértice v_i do poliedro de controle obtemos uma solução da equação de Laplace h_i no interior do poliedro de controle, onde a condição de fronteira inicial é uma função definida sobre os vértices de controle, igual a 1 em v_i e 0 em v_j , $j \neq i$. E um ponto v_0 , no interior do poliedro de controle é escrito como:

$$v_0 = \sum_{i=1}^n h_i(v_0)v_i. \quad (3-3)$$

Como mencionado no capítulo anterior, as soluções h_i da equação de Laplace são obtidas através de diferenças finitas. Para isso construímos um gride envolvendo o modelo e o poliedro de controle, e classificamos as células desse gride como células no exterior, fronteira ou interior em relação ao poliedro de controle. Na figura 3.5 podemos observar a classificação das células de um gride em duas dimensões. O gride é construído sobre a imagem *tabuleiro de xadrez*. Em vermelho as células do gride próximas do polígono de controle, em azul as células em seu interior e em branco, as células no exterior. De forma análoga obtemos a classificação das células de um gride em três dimensões, onde a fronteira é dada pelo poliedro de controle envolvendo o modelo.

Após a classificação das células do gride, obtemos a solução da equação de Laplace sobre o poliedro de controle e associamos esse valor às células do gride classificadas como células de fronteira. Em seguida o valor de função h_i é estendido para as células de interior através de médias sucessivas. O valor de h_i em uma célula de interior será dado pela média dos valores de h_i em suas

células vizinhas. Esse processo variacional é repetido até que a alteração no valor de h_i em uma célula de interior seja suficientemente pequeno. Usamos como critério de parada em nossa implementação $h_i(c)_m - h_i(c)_{m+1} < 10^{-6}$. Observe que as funções h_i estão definidas sobre as células do gride e não sobre os vértices do modelo, para obter o valor de h_i sobre os vértices do modelo interpolamos de forma trilinear o valor da função h_i nas oito células do gride mais próximas de cada vértice do modelo.

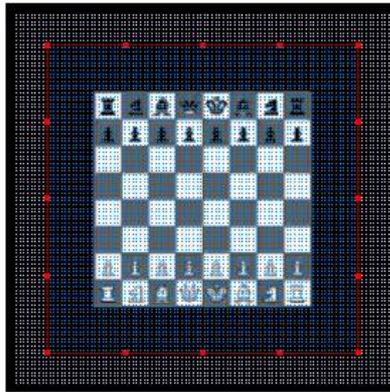


Figura 3.5: Classificação das células de um gride em duas dimensões. Em vermelho as células de fronteira, em azul as células de interior e em branco as células de exterior.

3.3

Influência dos Pesos e Principais Características das Deformações Obtidas por cada Método

Uma vez que, para cada ponto do modelo, os pesos em relação aos elementos do poliedro de controle (vértices para o caso das coordenadas do valor médio e coordenadas harmônicas e, vértices e faces no caso das coordenadas de Green) foram obtidos, é possível escrever cada ponto em função dos elementos do poliedro de controle. Dessa forma, quando deformamos o poliedro de controle, dando uma nova posição para seus vértices e faces, uma nova posição para os pontos do modelo é obtida.

Para cada uma das coordenadas abordadas, uma mesma deformação no poliedro de controle gera diferentes deformações no modelo, consequência do diferente comportamento da influência de um vértice em cada uma das coordenadas apresentadas. Nesta seção abordaremos o comportamento da influência de um vértice de controle e as deformações obtidas de cada coordenada apresentada no capítulo anterior.

3.3.1 Coordenadas do Valor Médio

Com as coordenadas do valor médio a influência de um vértice do poliedro de controle em relação aos pontos do modelo é local, diminuindo rapidamente à medida que nos afastamos. O comportamento da influência de um vértice de controle pode ser observado na figura 3.6, onde representamos a influência dos vértices de controle destacados. Em vermelho a região do modelo de maior influência, passando rapidamente para o amarelo, região do modelo onde a influência é muito próxima de zero (aproximadamente 10^{-4}).

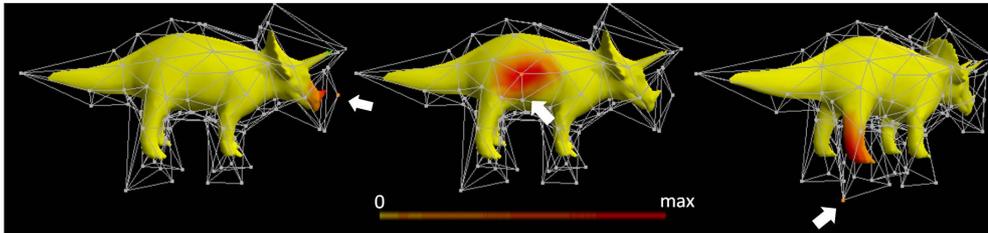


Figura 3.6: Influência dos vértices com as coordenadas do valor médio.

Essa influência local dos vértices, somada a invariância afim gera, em algumas deformações um efeito que lembra a dobra de uma folha de papel, efeito não desejado quando queremos, por exemplo, simular o balançar da cauda do modelo Triceratops. Observe na figura 3.7 que a deformação realizada no poliedro de controle é totalmente refletida no modelo sem que a forma do modelo seja respeitada.

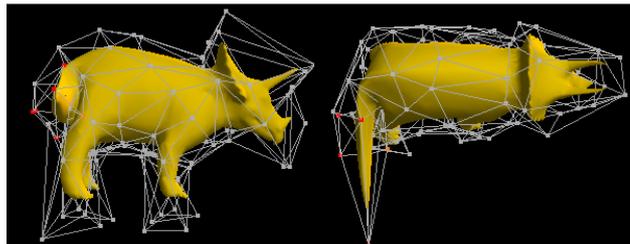


Figura 3.7: Efeito dobra.

Outra característica importante nas deformações obtidas com as coordenadas do valor médio vem do fato da propriedade de *não negatividade* não ser satisfeita para poliedros de controle não convexos, como visto no capítulo anterior. O problema da negatividade de alguns pesos é agravado com o uso da distância euclidiana para calcular a influência de um vértice, permitindo

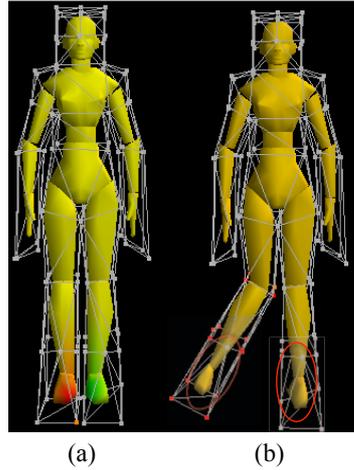


Figura 3.8: (a) Influência positiva (região vermelha) e negativa (região verde) do vértice laranja. (b) Conseqüência dos pesos negativos e uso da distância euclidiana nas coordenadas do valor médio.

que vértices de controle não diretamente relacionados a uma região tenham grande influência sobre ela. Dessa forma, as deformações geradas apresentam resultados indesejáveis em algumas regiões do modelo. Observe na figura 3.8 que ao movimentarmos a região do poliedro de controle relacionada à perna direita, obtemos deformações inesperadas em ambas as pernas do modelo. No próximo capítulo abordaremos melhor esse problema.

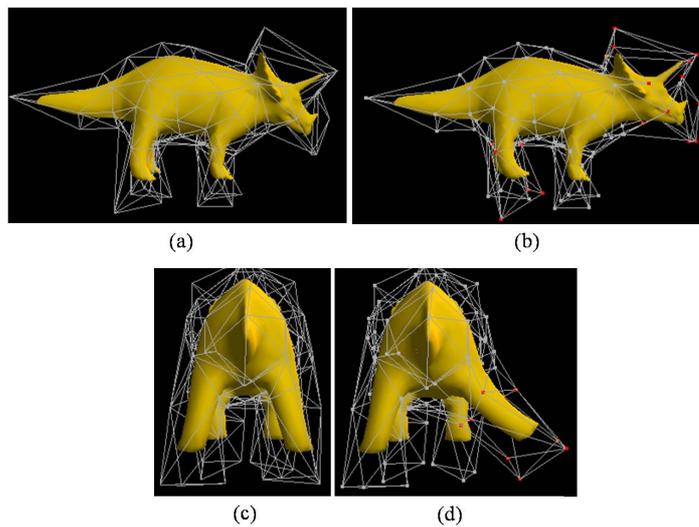


Figura 3.9: (a) Modelo e poliedro de controle originais. (b) Deformações no modelo na região da cabeça e pata traseira. (c) Modelo e poliedro de controle originais. (d) Deformações no modelo na região da pata traseira direita.

Apesar disso, observamos em nossos experimentos que a influência local

dos vértices de controle torna as deformações com as coordenadas do valor médio bastante intuitivas para modelos onde regiões distintas não se encontram muito próximas. Como podemos observar na figura 3.9, com as deformações obtidas no modelo triceratops, as deformações realizadas no poliedro de controle são refletidas para o modelo de forma a obtermos as deformações esperadas.

3.3.2 Coordenadas Harmônicas

Além de positividade, vista no capítulo anterior, outra característica das coordenadas harmônicas está no fato de um vértice de controle ter influência apenas em regiões do modelo “diretamente relacionadas” a ele (ver figura 3.10). Dado um vértice v_i do poliedro de controle, uma vez obtido o valor da função h_i sobre as células do gride pertencentes a fronteira, esse valor é estendido para as células do interior através de sucessivas medias, dessa forma a propagação da influência do vértice v_i respeita um caminho tomado no interior do poliedro de controle.

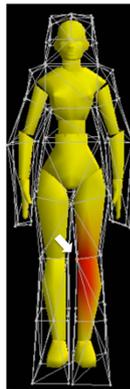


Figura 3.10: Influência do vértice laranja com as coordenadas harmônicas.

Essa forma com que a influência de um vértice de controle é propagada torna as deformações com coordenadas harmônicas bastante intuitivas. Tornando possível, por exemplo, simular movimento como o caminhar do modelo Mulher. Na figura 3.11(b) é possível observar que as deformações que realizamos no poliedro de controle foram refletidas para o modelo de forma a obtermos a deformação que desejávamos. Assim como nas coordenadas do valor médio, a invariância por transformações afins provoca, em algumas deformações o efeito *dobra*, mencionado anteriormente. Observe na figura 3.11(b) que, ao tentarmos flexionar um pouco mais o joelho do modelo temos refletida na modelo a *dobra* realizada no poliedro de controle.

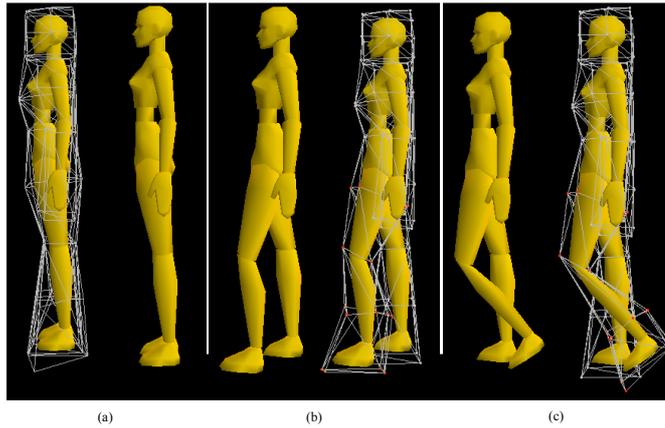


Figura 3.11: (a) Modelo e poliedro de controle originais. (b) Deformações com coordenadas harmônicas.

3.3.3 Coordenadas de Green

Tanto coordenadas do valor médio quanto as coordenadas harmônicas são invariantes por transformações afins. Assim, uma transformação afim realizada no poliedro de controle é reproduzida no modelo. Tais transformações incluem translações e escalas não isotrópicas que podem violar a forma do modelo.

Nos métodos anteriores um ponto do modelo é expresso como combinação afim apenas dos vértices do poliedro de controle, através do operador.

$$v_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i, \quad (3-4)$$

onde cada eixo é tratado de forma independente dos outros. Por exemplo, a translação em relação ao eixo x não tem efeito sobre os eixos y e z .

Transformações que preservam a forma, também chamadas de *mapeamentos conformes*, são mapeamentos suaves cujas matrizes Jacobianas são apenas rotações e escalas isotrópicas, o que não ocorre com as coordenadas do valor médio e coordenadas harmônicas. Para construir coordenadas que preservam a forma do modelo, precisamos de um operador diferente ao da equação (3-4). Como visto no capítulo anterior, com as coordenadas de Green escrevemos um ponto no interior do poliedro de controle em função de seus vértices e das normais de suas faces, possibilitando assim transformações quase conformes em três dimensões.

$$v_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i v_i + \sum_{j=1}^k \gamma_j n(f_j), \quad (3-5)$$

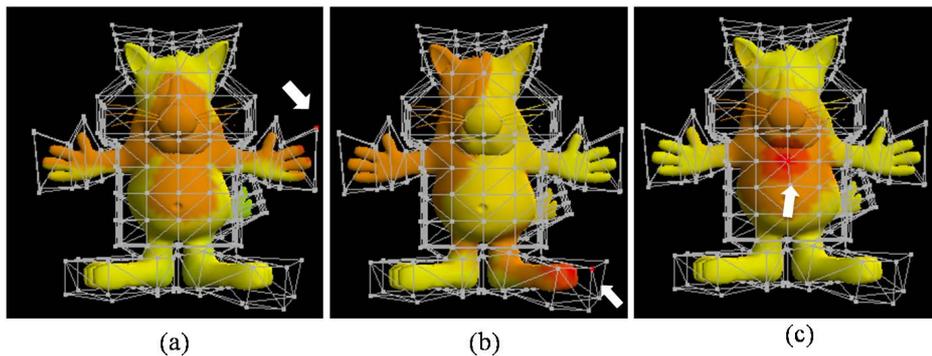


Figura 3.12: Influência dos vértices de controle em laranja, com as coordenadas de Green.

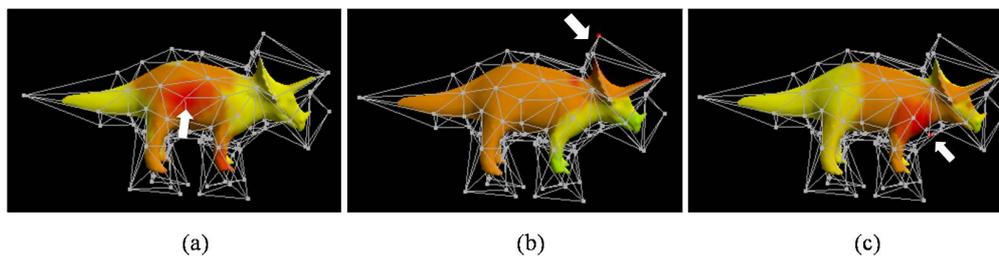


Figura 3.13: Influência dos vértices de controle em laranja, com as coordenadas de Green.

Nas coordenadas de Green a influência dos vértices e faces é dada de forma global, como podemos observar nas figuras 3.12 e 3.13, a influência de alguns vértices de controle se estende pelo modelo alcançando regiões não diretamente relacionadas a ele. Esse comportamento global da influência de um vértice evita que o efeito *dobra*, observado nas deformações realizadas com os métodos anteriores, ocorra. Observe na figura 3.14 que a dobra realizada no poliedro controle não é refletida para a cauda do modelo, evitando o efeito dobra observado nas deformações geradas pelas outras coordenadas.

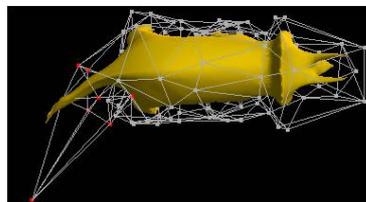


Figura 3.14:

Por outro lado, esse comportamento global da influência dos vértices faz com que o operador gerado pelas coordenadas de Green não tenha controle sobre todo o modelo quando uma deformação local é realizada. Ao deformarmos uma região do poliedro de controle relacionada a uma determinada região

do modelo, a deformação sobre essa região é obtida de forma a preservar a forma do modelo, como propõe o método. Observe na figura 3.15(b) que a deformação realizada no poliedro de controle chega a entrelaçar a sua malha, porém essa deformação não é totalmente refletida no modelo, fazendo com que a deformação obtida no modelo preserve a forma da pata do modelo gato. Mas, regiões do modelo não diretamente relacionadas à região do poliedro de controle deformada sofrem deformações indesejáveis. É possível observar que regiões distantes da região do poliedro de controle deformada também sofreram deformações, como a região destacada em vermelho. O mesmo acontece na figura 3.15(d), a deformação no poliedro de controle foi realizada de forma a esticar a pata superior esquerda do modelo, no entanto podemos observar deformações na pata inferior.

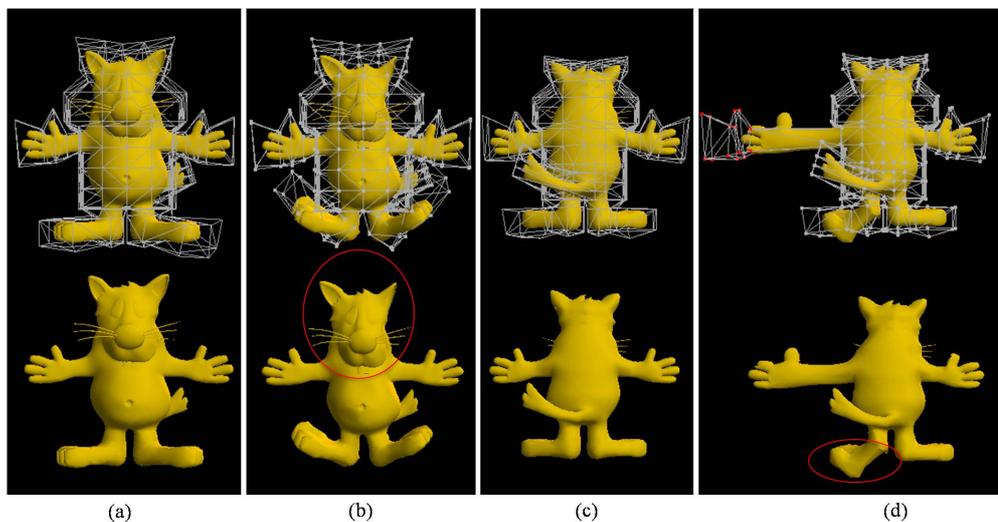


Figura 3.15: (a) Modelo e poliedro de controle originais. (b) Deformação na região das patas do modelo. (c) Modelo e poliedro de controle originais. (d) Deformação na pata esquerda do modelo.

3.4

Implementação de Métodos em Duas Dimensões

Como etapa inicial no estudo das coordenadas e sua construção, implementamos as coordenadas harmônicas e as coordenadas de Green, primeiramente, em duas dimensões, onde usamos as extensões de coordenadas baricêntricas para realizar deformações em imagens. Assim como no caso em três dimensões, independente das coordenadas usadas, métodos de deformação em duas dimensões possuem os mesmo passos de implementação.

- Construção do polígono de controle de controle.
- Obtenção das Coordenadas

- Representação da imagem em função dos elementos do polígono de controle.

O processo de obtenção das coordenadas em duas dimensões é análogo ao processo em três dimensões descrito na seção anterior, detalharemos a seguir a construção do polígono de controle e a representação da imagem em função das coordenadas obtidas.

3.4.1

Construção do polígono de controle

Em duas dimensões a fronteira da região a ser deformada é constituída por um polígono de forma semelhante à silhueta da imagem. O arquivo de entrada do polígono de controle é constituído por uma lista com as coordenadas dos vértices, precedida pelo número de vértices. Para imagens quadrangulares como o tabuleiro de xadrez optamos por construir manualmente uma lista de vértices (ver figura 3.16(a)). Para imagens como a do planeta terra, construímos o polígono de controle com vértices sobre uma circunferência (ver figura 3.16(b)). Para imagens onde a silhueta não possui forma semelhante a formas simples como quadriláteros e círculos, a forma usada para obter o polígono de controle foi: primeiramente construir uma lista de pontos em uma posição qualquer, para isso usamos a função para obter uma lista de pontos sobre a circunferência, em seguida com o *picking* implementado no programa, posicionamos os pontos de forma a obter um polígono de forma semelhante a silhueta da imagem (ver figura 3.16(c)).

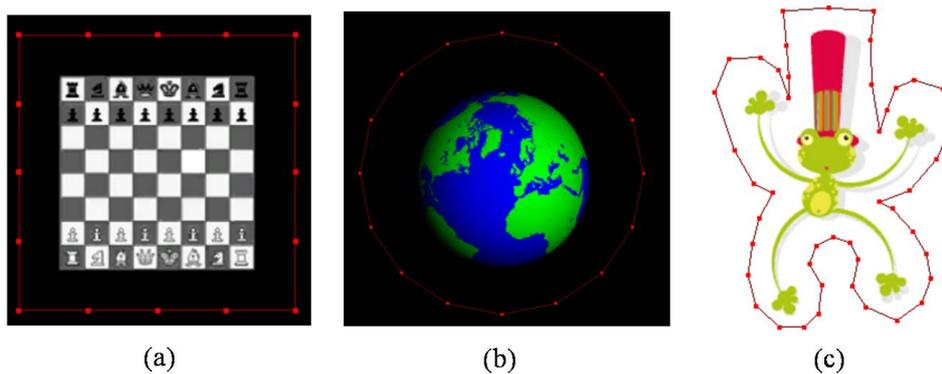


Figura 3.16: Imagens e polígonos de controle dos modelos trabalhados em duas dimensões.

3.4.2

Representação da imagem em função dos elementos do polígono de controle

Em duas dimensões a deformação é realizada sobre os pontos de um gride bidimensional (ver figura 3.17(a)). Calculamos, para cada ponto, suas coordenadas em relação aos elementos do polígono de controle. A imagem desejada é lida como textura e mapeada sobre o gride. É como se dividíssemos a imagem pelo número de células do gride e colássemos as partes obtidas sobre cada uma delas (ver figura 3.17(b)). Ao deformarmos o polígono de controle, a deformação é aplicada sobre os pontos do gride, modificando a forma de suas células. A parte da imagem contido em cada célula do gride é deformada através de interpolação bilinear da posição dos pontos dessa célula (ver figura 3.17(c)).

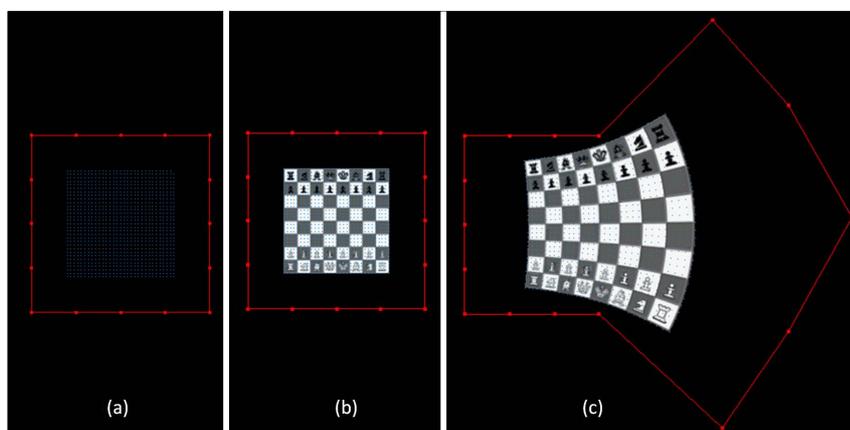


Figura 3.17: (a)Grilde sobre o qual é realizada a deformação. (b) Mapeamento de imagem sobre o gride. (c)Deformação sobre as células do gride, refletida na imagem. Deformações obtidas com as coordenadas de Green.

Observe que, para as coordenadas harmônicas, a necessidade de um gride torna o processo de deformação em duas dimensões mais imediato, visto que o gride utilizado para a construção das coordenadas é o mesmo sobre o qual aplicamos a imagem. Na figura 3.18 temos alguns resultados obtidos com as coordenadas harmônicas em duas dimensões.

Aplicando as coordenadas de Green em duas dimensões podemos melhor observar a preservação da forma do objeto deformado, nos exemplos trabalhados. Observe que na figura 3.19 as deformações nos polígonos de controle das imagens *tabuleiro de xadrez* e *planeta terra* são iguais às realizadas na figura 3.18, no entanto as deformações que obtivemos com as coordenadas de Green preservam a forma das imagens. Observe na figura 3.19 que o ângulo

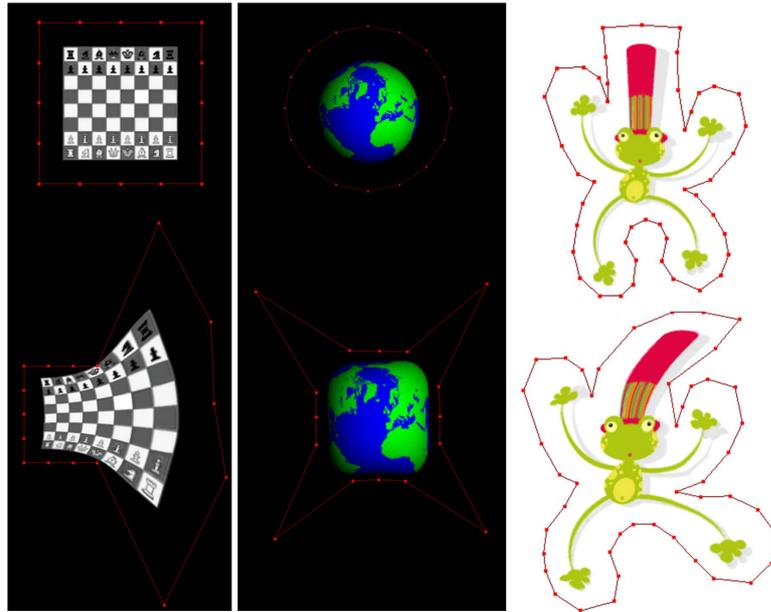


Figura 3.18: Deformações em duas dimensões com as coordenadas harmônicas.

nas casas do tabuleiro de xadrez tendem a se manter, mesmo em regiões onde a deformação no polígono de controle é feita na tentativa de violar a forma da imagem.

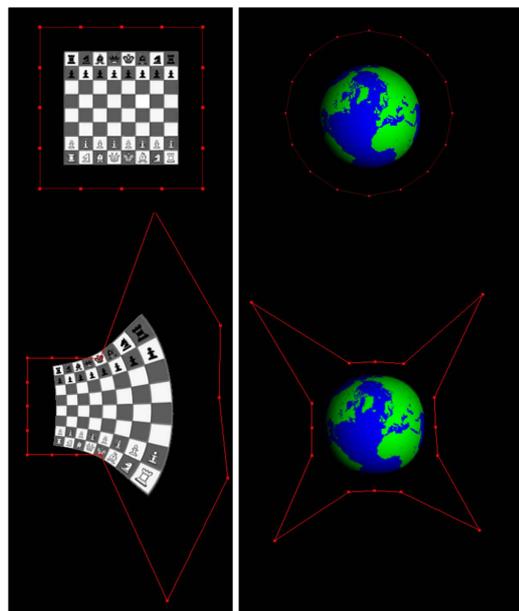


Figura 3.19: Deformações em duas dimensões com as coordenadas de Green.