# 10.

# Métodos Varacionais aplicados ao modelamento de Descontinuidades em Guia em dois planos

#### 10.1

#### Introdução

Conforme esperado, os resultados apresentados no Capítulo 9 mostraram as fortes limitações do modelo simplificado de impedância.

A questão natural que se coloca neste momento é se modelos varacionais poderiam se apresentar para suprir tais limitações, como fora demonstrado para os casos de descontinuidades em um único plano – Tópicos 7.2 e 7.3.

Porém, é curioso que não foram elaborados modelos varacionais para o caso de descontinuidade em dois planos, seja para o caso de descontinuidade homogênea, seja para o caso não homogêneo.

Baseados nas experiências relatadas nos capítulos anteriores, este capítulo apresenta uma proposta para o cálculo dos parâmetros que descrevem ocomportamento de descontínuidade nos dois planos. As expressões foram construídas a partir da introdução de modificações heurísticas nas formulações varacionais apresentadas nas Seções 6.3 e 6.4, extendendo a amplitude de tais modelos para que pudessem ser aplicados ao caso geral de descontinuidades em dois planos, homogêneas ou não-homogêneas.

## 10.2

## Métodos Varacionais aplicados ao Modelamento de Descontinuidades Homogêneas em Guia – Abordagem Heurística

A Figura 44 apresenta a geometria que envolve a descontinuidade homogênea em dois planos em guia de onda, assumindo o guia de entrada como o guia de dimensões "a" e "b".



Figura 44 – Descontinuidade homogênea – seção transversal.



Figura 45 – Geometria da descontinuidade homogênea.

É natural que, de forma qualitativa, o coeficiente de reflexão de tal descontinuidade apresente duas componentes reativas. Uma componente capacitiva devido ao estreitamento da altura do guia de onda, e uma componente indutiva devido ao estreitamento da largura do guia de onda, (largura é definida pela dimensão do guia de onda que é ortogonal ao campo elétrico).

A questão é se podemos combinar as equações que modelam cada tipo de descontinuidade individualmente (Eq.(6.1), Eq.(6.4), Eq.(6.5), Eq.(6.6), Eq.(6.7) e Eq.(6.9)), de forma a representar a descontinuidade dupla.

Se observarmos a Eq.(6.1), podemos identificar que a componente real do coeficiente de reflexão devido a mudança de altura do guia de onda guarda perfeita correspondência com o modelo simplificado de impedância.

O mesmo não acontece com a relação representada através das Eq.(6.6) e Eq.(6.7). Isso sugere que adicionemos uma transformação de impedância no plano da descontinuidade.

Essa transformação de impedância atuaria diretamente no valor da impedância  $Z'_0$  quando observada a partir do primeiro guia  $Z_0$ .

No entanto a reatância capacitiva devido às distorções no plano do campo elétrico acontece na região próxima à descontinuidade, porém no interior do guia de maior altura. Assim sendo, os valores calculados através da Eq.(6.9) se referenciariam a um capacitor localizado no lado esquerdo do plano da descontinuidade desenhada na Figura 44. O mesmo raciocínio pode ser aplicado para o caso da descontinuidade no plano da largura do guia de onda.

Figura 46 abaixo mostra o circuito equivalente proposto para o caso de descontinuidade homogênea:



Figura 46 – Circuito equivalente da descontinuidade homogênea.

Onde  $Z_0$  e  $Z'_0$  são as impedâncias características dos guias de entrada e saída e são calculadas de acordo com a equação Eq. 3.7, ou seja:

$$Z_{o}(\Omega) = \frac{b}{a} \frac{376.991}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^{2}\right)}}$$

$$Z_{o}(\Omega) = \frac{b}{a} \frac{376.991}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^{2}\right)}}$$
(10.1)
(10.2)

TR é a relação de transformação de impedância dada por:

$$TR \approx \left[\frac{\lambda_{g}'a'}{\lambda_{g}a}(1.750)(1-0.58\alpha^{2})\right] \left[\frac{Z_{o}}{Z_{o}}\frac{b'}{b}\right] \qquad para \quad \alpha <<1$$
(10.3)

$$TR \approx \left[\frac{\lambda_g'a'}{\lambda_g a} \left(1 + \beta + \frac{\beta^2}{2}\right)\right] \left[\frac{Z_o}{Z_o} \frac{b'}{b}\right] \qquad para \quad \beta <<1$$
(10.4)

Onde  $\alpha \in \beta$  são definidos como:

$$\alpha = \frac{a'}{a} = (1 - \beta) \tag{10.5}$$

A susceptância capacitiva jB é calculada através das Eq.(6.4) e Eq.(6.5), fixando para o cálculo a largura "a" e o comprimento de onda  $\lambda_g$ , e é referenciada à impedância característica Z<sub>0</sub>, ou seja:

$$\frac{B}{Y_0} \approx \frac{2b}{\lambda_g} \left[ \ln\left(\frac{2,7183}{4\alpha}\right) + \frac{\alpha^2}{3} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{\lambda_g}\right)^2 \left(1 - \alpha^2\right)^4 \right] \qquad para \frac{b'}{b} < 0,6$$
(10.6)

$$\frac{B}{Y_0} \approx \frac{2b}{\lambda_g} \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\frac{2\ln\left(\frac{2}{\delta}\right)}{(1-\delta)} + 1 + \frac{17}{16} \left(\frac{b}{\lambda_g}\right)^2\right] \qquad para \frac{b'}{b} > 0,6$$
(10.7)

A reatância indutiva do modelo é calculada através das Eq.(6.9) e Eq.(6.12), fixando para o cálculo a largura "a" e o comprimento de onda  $\lambda_g$ , ou seja, é referenciada à impedância característica Z<sub>0</sub>.

$$\frac{X}{Z_0} \approx \frac{2a}{\lambda_g} 2.330 \alpha^2 (1 + 1.56 \alpha^2) (1 + 6.75 \alpha^2 Q) \qquad para \ \alpha <<1$$
(10.8)

$$\frac{X}{Z_0} \approx \frac{\lambda_s}{2a} \frac{\beta^2 (1+\beta) \ln\left(\frac{2}{\beta}\right)}{\left(1-\frac{\beta}{2}\right)} \left(1-\frac{27}{8} \left(\frac{Q+Q'}{1+8\ln\left(\frac{2}{\beta}\right)}\right)\right) \qquad para \ \beta <<1$$
(10.9)

onde:

$$\alpha = \frac{a'}{a} = (1 - \beta) \tag{10.10}$$

$$Q = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{3\lambda}\right)^2} \tag{10.11}$$

$$Q' = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2a'}{3\lambda}\right)^2}$$
(10.12)

A impedância característica  $Z_0$ ' do guia de saída, assume no plano antes da descontinuidade, o valor  $Z_0$ '', quando observada a partir do primeiro guia de entrada, ou seja:

$$Z_{0}^{''} = Z_{0}^{'} \times TR \tag{10.13}$$

Assim sendo, para o cálculo da impedância vista a partir do guia de entrada 1, o circuito equivalente final na descontinuidade, composto por elementos concentrados pode ser descrito como na Figura 47.



Figura 47 – Circuito equivalente transformado da descontinuidade homogênea.

#### 10.3

## Métodos Varacionais aplicados ao Modelamento de Descontinuidades Não-Homogêneas em Guia – Abordagem Heurística

A Figura 48 apresenta a geometria que envolve a descontinuidade nãohomogênea em dois planos em guia de onda, assumindo o guia de entrada como o guia de dimensões "a" e "b".

De maneira similar ao caso do Item 10.2 anterior, e de forma qualitativa, o coeficiente de reflexão de tal descontinuidade apresenta também duas componentes reativas.

A diferença com relação ao caso de descontinuidade homogênea é a localização da reatância capacitiva que modela a descontinuidade no plano do campo elétrico. A reatância capacitiva devido às distorções no plano do campo elétrico acontece na região próxima à descontinuidade no interior do guia de maior altura. Assim sendo, os valores calculados através da Eq.(6.9) se

referenciam a um capacitor localizado no lado direito do plano da descontinuidade desenhada na Figura 48.



Figura 48 – Geometria da descontinuidade não-homogênea.

Veja na Figura 49 a seguir o circuito equivalente proposto para o caso de descontinuidade não-homogênea:



Figura 49 – Circuito equivalente da descontinuidade não-homogênea.

Onde  $Z_0$  e Z'<sub>0</sub> são as impedâncias características dos guias de entrada e saída e são calculadas de acordo com a equação Eq. 3.7, ou seja:

$$Z_{o}(\Omega) = \frac{b}{a} \frac{376.991}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^{2}\right)}}$$
(10.14)  
$$Z_{o}(\Omega) = \frac{b}{a} \frac{376.991}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^{2}\right)}}$$
(10.15)

TR é a relação de transformação de impedância dada por:

$$TR \approx \left[\frac{\lambda_{g'}a'}{\lambda_{g}a}(1.750)(1-0.58\alpha^{2})\right] \left[\frac{Z_{o}}{Z_{o}}\frac{b'}{b}\right] \qquad para \quad \alpha <<1$$
(10.16)

$$TR \approx \left[\frac{\lambda_{g}'a'}{\lambda_{g}a}\left(1+\beta+\frac{\beta^{2}}{2}\right)\right]\left[\frac{Z_{o}}{Z_{o}}b'\right] \qquad para \quad \beta <<1$$
(10.17)

Onde  $\alpha \in \beta$  são definidos como:

$$\alpha = \frac{a'}{a} = (1 - \beta) \tag{10.18}$$

A susceptância capacitiva jB é calculada através das Eq.(6.4) e Eq.(6.5), fixando para o cálculo a largura " a' " e o comprimento de onda  $\lambda'_g$ , ou seja, é referenciada à impedância característica Z'<sub>0</sub>, ou seja:

$$\frac{B}{Y_o} \approx \frac{2b}{\lambda_g} \left[ \ln\left(\frac{e}{4\alpha}\right) + \frac{\alpha^2}{3} + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{\lambda_g}\right)^2 \left(1 - \alpha^2\right)^4 \right] \qquad para \frac{b'}{b} < 0,6$$
(10.19)

$$\frac{B}{Y_o} \approx \frac{2b}{\lambda_g} \left(\frac{\delta}{2}\right)^2 \left[\frac{2\ln\left(\frac{2}{\delta}\right)}{(1-\delta)} + 1 + \frac{17}{16} \left(\frac{b}{\lambda_g}\right)^2\right] \qquad para \frac{b'}{b} > 0,6 \qquad (10.20)$$

A reatância indutiva do modelo é calculada através das Eq.(6.9) e Eq.(6.12), fixando para o cálculo a largura "a" e o comprimento de onda  $\lambda_g$ , ou seja, é referenciada à impedância característica Z<sub>0</sub>.

$$\frac{X}{Z_0} \approx \frac{2a}{\lambda_g} 2.330 \alpha^2 (1+1.56\alpha^2) (1+6.75\alpha^2 Q) \qquad para \ \alpha <<1 \tag{10.21}$$

$$\frac{X}{Z_0} \approx \frac{\lambda_s}{2a} \frac{\beta^2 (1+\beta) \ln\left(\frac{2}{\beta}\right)}{\left(1-\frac{\beta}{2}\right)} \left(1-\frac{27}{8} \left(\frac{Q+Q'}{1+8\ln\left(\frac{2}{\beta}\right)}\right)\right) \qquad para \ \beta <<1$$
(10.22)

onde:

$$\alpha = \frac{a'}{a} = (1 - \beta) \tag{10.23}$$

$$Q = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2a}{3\lambda}\right)^2} \tag{10.24}$$

$$Q' = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2a'}{3\lambda}\right)^2}$$
(10.25)

A impedância característica Z'<sub>0</sub> do guia de saída, assume no plano antes da descontinuidade, o valor transformado Z''<sub>0</sub>, quando observada a partir do primeiro guia de entrada.

$$Z_{o}^{"} = Z_{o}^{'} \times TR \tag{10.26}$$

A susceptância capacitiva B, assume no plano antes da descontinuidade, o valor transformado B', quando observada a partir do primeiro guia de entrada.

$$B' = B/TR \tag{10.27}$$

Assim sendo, o circuito equivalente final, composto por elementos concentrados pode ser descrito como na Figura 50.



Figura 50 – Circuito equivalente transformado da descontinuidade nãohomogênea.