



**Roxana Olarte Enciso**

**Comportamento de Pilares Esbeltos  
de Concreto de Alta Resistência  
Sujeitos à Flexão Composta Reta**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Giuseppe Barbosa Guimarães

Rio de Janeiro

Julho de 2010



**Roxana Olarte Enciso**

**Comportamento de Pilares Esbeltos  
de Concreto de Alta Resistência  
Sujeitos à Flexão Composta Reta**

Dissertação apresentada como requisito parcial  
para obtenção do grau de Mestre pelo Programa  
de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-  
Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora  
abaixo assinada.

**Prof. Giuseppe Barbosa Guimarães**

Orientador

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Prof<sup>a</sup>. Marta de Souza Lima Velasco**

Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Prof<sup>a</sup>. Claudia Maria de Oliveira Campos**

Universidade Federal Fluminense

**Prof. José Márcio Fonseca Calixto**

Universidade Federal de Minas Gerais

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 22 de julho de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Roxana Olarte Enciso**

Graduou-se em Engenharia Civil da UNSAAC (Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco – Peru), em 2005. Em 2008 iniciou o curso de Mestrado em Engenharia Civil na PUC–Rio, na área de Estruturas, atuando na linha de pesquisa de Concreto Armado.

### Ficha Catalográfica

<p>Olarte Enciso, Roxana</p> <p>Comportamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência sujeitos à flexão composta reta/ Roxana Olarte Enciso; orientador: Giuseppe Barbosa Guimarães. - 2010.</p> <p>88 f. : il. (color) ; 30 cm</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro, 2010.</p> <p>Inclui bibliografia</p> <p>1. Engenharia Civil – Teses. 2. Pilares esbeltos. 3. Concreto de alta resistência. 4. Flexo compressão. I. Guimarães, Giuseppe Barbosa. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. III. Título.</p>
--

CDD: 624

Aos meus pais, pelo inesgotável amor, apoio e estímulo  
os quais me impulsionam sempre a alcançar meus objetivos.  
Às minhas irmãs, por sua amizade incondicional.  
Aos meus sobrinhos, que com seus sorrisos  
alegram cada um de meus dias.

## Agradecimentos

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ter me concedido a vida e a família que tenho, por todas as bênçãos recebidas e por sua presença em todos os meus dias.

Aos meus pais: Ramiro e Elisabeth pelo inesgotável amor, apoio e estímulo que sempre me deram, com os quais me impulsionaram a alcançar meus objetivos.

Às minhas Irmãs Laura e Nadia, por seu exemplo e amizade incondicional demonstrado ao longo de todos esses anos.

Aos meus sobrinhos: Marieli, José Ramiro, Valeria e Alejandro, que com seus sorrisos alegram cada um de meus dias.

Ao meu orientador, professor Giuseppe Barbosa Guimarães, pela oportunidade, paciência e orientação recebida ao longo da realização deste trabalho.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, pelos ensinamentos transmitidos.

Aos amigos conquistados durante esse período, Alejandra, Lydice, Liliana, Liset, Fernando, Elvis, Gino e tantos outros que não citei, por tornarem esta jornada mais agradável.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas, Euclídes, José Nilson, Evandro e Haroldo que foram essenciais na realização dos ensaios experimentais.

À Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro pela oportunidade de fazer o mestrado.

Ao CNPq pelo apoio financeiro fornecido, sem o qual este trabalho simplesmente não teria sido possível.

## Resumo

Olarte Enciso, Roxana; Guimarães, Giuseppe Barbosa. **Comportamento de Pilares Esbeltos de Concreto de Alta Resistência Sujeitos à Flexão Composta Reta**. Rio de Janeiro, 2010. 88p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este trabalho apresenta um estudo experimental do comportamento de pilares esbeltos de alta resistência submetidos à flexão composta reta. Foram ensaiados oito pilares divididos em duas séries, sendo uma série com concreto de 40 MPa e a outra com concreto de 80 MPa aos vinte e oito dias. Todos os pilares tinham seção transversal de 15x25 cm e altura de 300 cm. Em cada série, a variável foi a taxa de armadura longitudinal que assumiu quatro valores diferentes. O objetivo foi verificar os valores da excentricidade de segunda ordem que devem ser considerados no dimensionamento de pilares esbeltos de concreto de alta resistência. Os resultados dos ensaios foram comparados com os resultados teóricos obtidos pelos modelos da curvatura aproximada e da rigidez aproximada que constam na NBR6118:2003. Essa comparação mostrou uma boa concordância entre os resultados experimentais e teóricos

## Palavras-chave

Pilares esbeltos; concreto de alta resistência; flexo compressão.

## Abstract

Olarte Enciso, Roxana; Guimarães, Giuseppe Barbosa (Advisor). **Behavior of Slender High Strength Concrete Columns Subjected to Axial Load and Bending about One Axis**. Rio de Janeiro, 2010. 88p. MSc. Dissertation—Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work presents an experimental study of the behavior of slender high strength concrete columns under uniaxial eccentric compression loads. Eight columns were tested, divided into two series, one series with concrete of 40 MPa and the other with concrete of 80 MPa at twenty eight days. All columns had a cross-section of 15x25 cm and height of 300 cm. In each series, the variable was the longitudinal reinforcement ratio which assumed four different values. The objective was to verify the values of the eccentricity of second order that should be taken into account in the design of slender high strength concrete columns. The experimental results were compared with theoretical results obtained by the models of the approximated curvature and approximated stiffness methods prescribed in the NBR6118:2003 code. This comparison showed a good agreement between the experimental and theoretical results.

## Keywords

Slender columns; high strength concrete; eccentric compression.

## Sumário

1. Introdução	14
1.1. Considerações iniciais	14
1.2. Objetivo	14
1.3. Estrutura do trabalho	15
2. Revisão Bibliográfica	16
2.1. Considerações iniciais	16
2.2. Pilares de concreto armado	16
2.3. Situações básicas de projeto	16
2.3.1. Efeitos locais de 1ª ordem	18
2.3.2. Efeitos locais de 2ª ordem	18
2.4. Excentricidade	19
2.4.1. Excentricidade de 1ª ordem	19
2.4.2. Excentricidade acidental	19
2.4.3. Excentricidade de 2ª ordem	20
2.5. Índice de esbeltez	21
2.5.1. Esbeltez limite $\lambda_1$	22
2.5.2. Classificação quanto à esbeltez	23
2.6. Determinação dos efeitos locais de 2ª ordem	24
2.6.1. Método geral	24
2.6.2. Métodos aproximados	24
2.6.2.1. Método do pilar–padrão com curvatura aproximada	24
2.6.2.2. Método do pilar–padrão com rigidez $k$ aproximada	25
2.6.2.3. Método do pilar–padrão acoplado a diagramas $M$ , $N$ , $1/r$	26
2.7. Estado limite último	27
2.7.1. Ruína por ruptura	27
2.7.2. Instabilidade do equilíbrio	27
2.8. Pesquisas sobre pilares de concreto armado	28
2.8.1. LLOYD e RANGAN (1996)	28
2.8.2. LEE e SON (2000)	32

3. Programa Experimental	35
3.1. Considerações Iniciais	35
3.2. Materiais Utilizados	35
3.2.1. Cimento	35
3.2.2. Silica ativa	35
3.2.3. Aditivo hiperplastificante	36
3.2.4. Agregado miúdo	36
3.2.5. Agregado graúdo	37
3.2.6. Água	37
3.3. Concreto	38
3.4. Aço	48
3.5. Programa experimental	49
3.5.1. Pilares ensaiados	49
3.5.2. Fôrmas	55
3.5.3. Concretagem, adensamento e cura	56
3.5.4. Instrumentação	56
3.5.5. Procedimento de ensaio	58
4. Apresentação e análise dos resultados	60
4.1. Modos de ruptura	60
4.3. Curvas força-deformação	66
4.4. Curvas carga-deslocamento	72
4.4.1. Pilares da série I	73
4.4.2. Pilares da série II	74
4.5. Comparação entre resultados experimentais e teóricos	76
4.5.1. Excentricidades de 2ª ordem	76
4.5.2 Resistência dos pilares	80
5. Conclusões e sugestões para trabalhos futuros	84
5.1. Conclusões	84
5.2. Sugestões para trabalhos futuros	85
6. Referências Bibliográficas	86

## Lista de figuras

Figura 2.1 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares intermediários (BASTOS, 2005)	17
Figura 2.2 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de extremidade (BASTOS, 2005)	17
Figura 2.3 - Arranjo estrutural e situação de projeto dos pilares de canto (BASTOS, 2005)	18
Figura 2.4 – Casos possíveis de excentricidade de 1ª ordem (BASTOS, 2005)	19
Figura 2.5 – Casos de possíveis de imperfeições geométricas (GUIMARÃES, 2009)	20
Figura 2.6 – Casos possíveis de excentricidade de 2ª ordem (MELGES, 2007)	21
Figura 2.7 – Comprimento de flambagem (BASTOS, 2005)	22
Figura 2.8 – Curva carga – deslocamento, ruína por ruptura	27
Figura 2.9 – Curva carga – deslocamento, instabilidade do equilíbrio	28
Figura 2.10 - Detalhes dos pilares ensaiados (LLOYD e RANGAN, 1996)	29
Figura 2.11 – Curvas força–deslocamento na região central do pilar (LLOYD e RANGAN, 1996)	30
Figura 2.12 - Detalhes dos pilares ensaiados (LEE e SON, 2000)	32
Figura 3.1 – Ensaio de caracterização do concreto	40
Figura 3.2 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C40-1.3	40
Figura 3.3 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C40-2.1	41
Figura 3.4 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C40-3.2	42
Figura 3.5 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C40-4.3	43
Figura 3.6 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C80-1.3	44

Figura 3.7 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C80-2.1	45
Figura 3.8 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C80-3.2	46
Figura 3.9 – Diagrama tensão-deformação do corpo de prova do Pilar C80-4.3	47
Figura 3.10 – Ensaio de à tração das barras de aço	48
Figura 3.11 – Diagrama tensão-deformação da barra $\phi$ 10 mm	48
Figura 3.12 – Diagrama tensão-deformação da barra $\phi$ 16 mm	49
Figura 3.13 – Armadura de fretagem	50
Figura 3.14 – Detalhamento das armaduras dos pilares C40-1.3 e C80-1.3	51
Figura 3.15 - Detalhamento das armaduras dos pilares C40-2.1 e C80-2.1	52
Figura 3.16 - Detalhamento das armaduras dos pilares C40-3.2 e C80-3.2	53
Figura 3.17 - Detalhamento das armaduras dos pilares C40-4.3 e C80-4.3	54
Figura 3.18 - Detalhes da forma metálica	55
Figura 3.19 – Disposição das armaduras na fôrma metálica	55
Figura 3.20 – Concretagem do pilar	56
Figura 3.21 - Posicionamento dos extensômetros elétricos no aço e concreto na seção localizada a meia altura do pilar	57
Figura 3.22 – Extensômetros elétricos colados no aço e no concreto	57
Figura 3.23 – Esquema do equipamento de ensaio e montagem do pilar	58
Figura 3.24 – Posicionamento do pilar – Excentricidade inicial	59
Figura 4.1 – Ensaio do pilar C40-1.3	61
Figura 4.2 – Ensaio do pilar C40-2.1	61
Figura 4.3 – Ensaio do pilar C40-3.2	62
Figura 4.4 – Ensaio do pilar C40-4.3	62
Figura 4.5 – Ensaio do pilar C80-1.3	63
Figura 4.6 – Ensaio do pilar C80-2.1	63
Figura 4.7 – Ensaio do pilar C80-3.2	64
Figura 4.8 – Ensaio do pilar C80-4.3	64
Figura 4.9 – Vista da ruptura dos pilares da série I	65
Figura 4.10 – Vista da ruptura dos pilares da série II	66
Figura 4.11 – Curvas força – deformação no pilar C40 – 1.3	67
Figura 4.12 – Curvas força – deformação no pilar C40 – 2.1	67
Figura 4.13 – Curvas força – deformação no pilar C40 – 3.2	68
Figura 4.14 – Curvas força – deformação no pilar C40 – 4.3	68
Figura 4.15 – Curvas força – deformação no pilar C80 – 1.3	69

Figura 4.16 – Curvas força – deformação no pilar C80 – 2.1	69
Figura 4.17 – Curvas força – deformação no pilar C80 – 3.2	70
Figura 4.18 – Curvas força – deformação no pilar C80 – 4.3	70
Figura 4.19 – Distribuição de deformações na seção média dos pilares da série I	71
Figura 4.20 – Distribuição de deformações na seção média dos pilares da série II	72
Figura 4.21 – Deslocamento transversal no pilar	73
Figura 4.22 – Curvas força–deslocamento na região central da série I	74
Figura 4.23 – Curvas força–deslocamento na região central da série II	75
Figura 4.24 – Comparação entre as excentricidades de 2ª ordem	77
Figura 4.25 – Comparação entre as excentricidades totais	77
Figura 4.26 – Comparação entre as excentricidades de 2ª ordem (LLOYD e RANGAN, 1996)	78
Figura 4.27 – Comparação entre as excentricidades totais (LLOYD e RANGAN, 1996)	78
Figura 4.28 – Comparação entre as excentricidades de 2ª ordem (LEE e SON, 2000)	79
Figura 4.29 – Comparação entre as excentricidades totais (LEE e SON, 2000)	79
Figura 4.30 – Diagrama tensão – deformação do concreto	80
Figura 4.31 – Diagrama de interação $\nu$ – $\mu$ e dados experimentais da série I	82
Figura 4.32 – Diagrama de interação $\nu$ – $\mu$ e dados experimentais da série II	83

## Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Resultados dos ensaios (LLOYD e RANGAN, 1996)	31
Tabela 2.2 – Resultados dos ensaios (LEE e SON, 2000)	34
Tabela 3.1 – Análise granulométrica do agregado miúdo	36
Tabela 3.2 – Análise granulométrica do agregado graúdo	37
Tabela 3.3 – Traço dos concretos utilizados para 1m <sup>3</sup>	38
Tabela 3.4 – Resistência à compressão do concreto	39
Tabela 3.5 – Propriedades mecânicas do concreto	39
Tabela 3.6 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C40-1.3	40
Tabela 3.7 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C40-2.1	41
Tabela 3.8 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C40-3.2	42
Tabela 3.9 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C40-4.3	43
Tabela 3.10 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C80-1.3	44
Tabela 3.11 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C80-2.1	45
Tabela 3.12 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C80-3.2	46
Tabela 3.13 – Valores do módulo de elasticidade do concreto do Pilar C80-4.3	47
Tabela 3.14 – Propriedades mecânicas das barras de aço	48
Tabela 3.15 – Características dos pilares	50
Tabela 4.1 – Resultados gerais dos pilares ensaiados	60
Tabela 4.2 – Resultados adimensionais dos pilares ensaiados	81