

Marcela Cohen Martelotte

**Utilização de Modelos Lineares Mistos em Dados
Provenientes de Experimentos com Restrição na
Aleatorização**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Reinaldo Castro Souza

Rio de Janeiro, 01 de junho de 2010

Marcela Cohen Martelotte

Utilização de Modelos Lineares Mistos em Dados Provenientes de Experimentos com Restrição na Aleatorização

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Reinaldo Castro Souza
Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica - PUC-Rio

Prof. Eugenio Kahn Epprecht

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. Antonio Fernando de Castro Vieira

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

Prof. José Francisco Moreira Pessanha
UERJ

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro
Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 01 de junho de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Marcela Cohen Martelotte

Graduou-se em Estatística pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE/IBGE). Possui mestrado em Administração Pública pela Escola Brasileira de Administração Pública e de Empresas (EBAPE /FGV), no Rio de Janeiro. Participa do Programa de Pesquisa em Gestão da Aprendizagem Tecnológica e Inovação Industrial no Brasil, da FGV.

Ficha Catalográfica

Martelotte, Marcela Cohen

Utilização de modelos lineares mistos em dados provenientes de experimentos com restrição na aleatorização / Marcela Cohen Martelotte ; orientador: Reinaldo Castro Souza. – 2010.

76 f. : il. (color.). ; 30 cm

Dissertação (Mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2010.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Modelos mistos. 3. Restrição na aleatorização. 4. Experimentos planejados. I. Souza, Reinaldo Castro. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

À minha família por me apoiar sempre.

Agradecimentos

Ao meu orientador pelo apoio durante todo o curso.

Ao professor Antonio Fernando Vieira por ser fundamental no processo da dissertação.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica pelo conhecimento transmitido a mim.

Aos meus amigos do curso.

Resumo

Martelotte, Marcela Cohen; Souza, Reinaldo Castro. **Utilização de modelos lineares mistos em dados provenientes de experimentos com restrição na aleatorização.** Rio de Janeiro, 2010. 76p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta dissertação trata da aplicação de modelos lineares mistos em dados provenientes de experimentos com restrição na aleatorização. O experimento utilizado neste trabalho teve como finalidade verificar quais eram os fatores de controle do processo de laminação a frio que mais afetavam a espessura do material utilizado na fabricação das latas para bebidas carbonatadas. A partir do experimento, foram obtidos dados para modelar a média e a variância da espessura do material. O objetivo da modelagem era identificar quais fatores faziam com que a espessura média atingisse o valor desejado (0,248 mm). Além disso, era necessário identificar qual a combinação dos níveis desses fatores que produzia a variância mínima na espessura do material. Houve replicações neste experimento, mas estas não foram executadas de forma aleatória, e, além disso, os níveis dos fatores utilizados não foram reinicializados, nas rodadas do experimento. Devido a estas restrições, foram utilizados modelos mistos para o ajuste da média, e da variância, da espessura, uma vez que com tais modelos é possível trabalhar na presença de dados auto-correlacionados e heterocedásticos. Os modelos mostraram uma boa adequação aos dados, indicando que para situações onde existe restrição na aleatorização, a utilização de modelos mistos se mostra apropriada.

Palavras-chave

Modelos mistos; restrição na aleatorização; experimentos planejados.

Abstract

Martelotte, Marcela Cohen; Souza, Reinaldo Castro (Advisor). **Using linear mixed models on data from experiments with restriction in randomization.** Rio de Janeiro, 2010. 76p. MSc. Dissertation - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This dissertation presents an application of linear mixed models on data from an experiment with restriction in randomization. The experiment used in this study was aimed to verify which were the controlling factors, in the cold-rolling process, that most affected the thickness of the material used in the carbonated beverages market segment. From the experiment, data were obtained to model the mean and variance of the thickness of the material. The goal of modeling was to identify which factors were significant for the thickness reaches the desired value (0.248 mm). Furthermore, it was necessary to identify which combination of levels, of these factors, produced the minimum variance in the thickness of the material. There were replications of this experiment, but these were not performed randomly. In addition, the levels of factors used were not restarted during the trials. Due to these limitations, mixed models were used to adjust the mean and the variance of the thickness. The models showed a good fit to the data, indicating that for situations where there is restriction on randomization, the use of mixed models is suitable.

Keywords

Designed experiments; restriction on randomization; mixed models.

Sumário

| | | |
|---------|--|----|
| 1 | Introdução | 12 |
| 1.1 | Aplicação de Modelos Mistos | 13 |
| 1.2 | Objetivos | 14 |
| 1.3 | Delimitação do estudo | 15 |
| 1.4 | Relevância do Estudo | 15 |
| 1.5 | Estrutura da Dissertação | 16 |
| 2 | A questão da restrição na aleatorização e a utilização de Modelos mistos | 18 |
| 2.1 | Restrição na aleatorização | 18 |
| 2.1.1 | Estruturas Split-Plot | 20 |
| 2.2 | Modelos lineares mistos (LMM) | 22 |
| 2.2.1 | Representação matricial dos modelos mistos | 23 |
| 2.2.2 | Estimação dos efeitos fixos | 24 |
| 2.2.3 | Predição dos efeitos aleatórios | 26 |
| 2.2.3.1 | Quando devemos usar efeitos aleatórios? | 27 |
| 2.2.4 | Estimação dos componentes da variância | 28 |
| 2.2.5 | Método da máxima verossimilhança: ML | 29 |
| 2.2.6 | Método da máxima verossimilhança restrita: REML | 31 |
| 2.2.7 | Estruturas gerais de covariâncias | 32 |
| 3 | Estudo de caso: um processo de laminação a frio | 35 |
| 3.1 | O processo de fabricação de latas de duas peças | 35 |
| 3.2 | O processo de laminação a frio | 39 |
| 3.3 | Variáveis Controláveis no Processo de Laminação | 41 |
| 3.4 | O experimento realizado no processo de laminação | 44 |
| 3.5 | Realização do experimento | 48 |
| 4 | Resultados – O Modelo | 50 |
| 4.1 | Motivo de utilizar a modelagem mista para o tratamento dos dados | 50 |

| | |
|---|----|
| 4.2 Modelagem da média da espessura do material | 51 |
| 4.2.1 Detalhes em relação à modelagem da média da espessura do material | 51 |
| 4.2.2 Resultados da modelagem da média da espessura do material | 52 |
| 4.3 Modelagem da variância da espessura do material | 58 |
| 4.3.1 Detalhes em relação à modelagem da variância da espessura do material | 59 |
| 4.3.2 Resultados da modelagem da variância da espessura do material | 59 |
| | |
| 5 Considerações finais e sugestões | 65 |
| 5.1 Considerações Finais | 65 |
| 5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros | 67 |
| | |
| 6 Referencial Bibliográfico | 69 |
| | |
| 7 Anexos | 71 |

Lista de tabelas

| | |
|--|----|
| Tabela 1 - Experimento 2 ⁵⁻¹ | 47 |
| Tabela 2 - Experimento com variáveis codificadas | 47 |
| Tabela 3 – Resultados do Experimento | 48 |
| Tabela 4– Estimativa dos parâmetros para o ajuste da média da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 53 |
| Tabela 5- Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do fator 'D' como aleatório | 54 |
| Tabela 6 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do 'intercepto' como aleatório | 54 |
| Tabela 7 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do 'Bloco' como aleatório | 54 |
| Tabela 8 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação da 'função de variância' dos resíduos | 56 |
| Tabela 9 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação da 'correlação within-group' | 56 |
| Tabela 10 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do fator 'D' como aleatório após a alteração na estrutura do modelo | 56 |
| Tabela 11 – Estimativa dos parâmetros para o ajuste da média da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 57 |
| Tabela 12 – Estimativa dos parâmetros para o ajuste do ln da variância da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 59 |
| Tabela 13 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação da 'correlação <i>within-group</i> ' | 60 |
| Tabela 14 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do fator 'D' como aleatório | 61 |
| Tabela 15 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a verificação do 'Bloco' como aleatório | 61 |
| Tabela 16 - Resultado do teste de Razão de Verossimilhança, para a | |

| | |
|---|----|
| verificação da 'função de variância' dos resíduos (<i>weight</i>) | 61 |
| Tabela 17 - Estimativa dos parâmetros para o ajuste do ln da variância da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 62 |
| Tabela 18 - Estimativa dos parâmetros para o ajuste do ln da variância da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 62 |
| Tabela 19 - Estimativa dos parâmetros para o ajuste do ln da variância da espessura do material, utilizando modelos lineares mistos | 63 |

Lista de figuras

| | |
|--|----|
| Figura 1- Diagrama de dispersão dos resíduos | 53 |
| Figura 2- QQ Plot | 53 |
| Figura 3- Diagrama de dispersão dos resíduos | 55 |
| Figura 4- QQ Plot | 55 |
| Figura 5 - Diagrama de dispersão dos resíduos | 57 |
| Figura 6 - QQ Plot | 57 |
| Figura 7 - Diagrama de dispersão dos resíduos | 60 |
| Figura 8 - QQ Plot | 60 |
| Figura 9 - Diagrama de dispersão dos resíduos | 62 |
| Figura 10 - QQ Plot | 62 |
| Figura 11 - Diagrama de dispersão dos resíduos | 63 |
| Figura 12 - QQ Plot | 63 |

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Ilustração 1– Sistema de acionamento de um laminador a frio | 40 |
| Ilustração 2 - Trem de laminação de um laminador de tiras a frio | 40 |