

3

Desempenho em Diferentes Cenários

Nesta seção avaliaremos a aplicabilidade da metodologia de teste apresentada na seção 2.2 em séries temporais simuladas sob diferentes cenários. O objetivo é ilustrar em que situações a estatística se mostra eficaz na detecção de mudanças (estruturais ou pontuais) das séries temporais, demonstrando a utilidade e limitações da estatística.

Para tal consideramos experimentos onde simulamos séries temporais com dois regimes, gerados por diferentes modelos lineares auto-regressivos de médias móveis (ARMA). A seguir avaliamos o desempenho da metodologia na detecção das mudanças de regime. Cada experimento é caracterizado por simulações das séries temporais, nas quais cada um dos dois regimes foi originado por um processo gerador distinto.

Neste momento, como o intuito é ilustrar a utilidade da estatística, o modelo inicial (gerador da série no primeiro regime) será tomado como base no decorrer dos testes por toda série (tanto nos intervalos testados no primeiro como no segundo regime), sem que este seja atualizado no momento em que for detectado um novo intervalo de homogeneidade.

Como padrão, simulamos 100 séries em cada experimento, cada uma com um primeiro período sendo caracterizado pelo modelo base, e no segundo período sendo aplicado algum desvio do processo gerador original, seja ele dado por *shift* na variância dos dados, mudança do processo gerador, *shift* na variância das inovações, mudança da estrutura das inovações, adição de *outliers* ou de memória longa.

O tamanho das janelas submetidas ao teste foi fixado como sendo 100 ($s = 100$), e o incremento como 50 ($p = 50$). O início dos testes acontecerá em um intervalo transitório que possui a primeira metade das observações ($s/2$) pertencentes ao primeiro período (base) e a metade restante pertencente ao segundo período (teste). Este intervalo inicial será o único no qual os dados se encontram em um quadro “misto”, onde a primeira metade pertence ao processo base, e a segunda metade ao processo modificado que caracteriza o novo regime. O intuito de estudar esse intervalo separadamente é de se

investigar a sensibilidade da estatística quando os dados se encontram numa situação de transição.

3.1

Mudança na Variância do Processo Gerador

Neste experimento modificamos a variância do processo gerador, fazendo com que o segundo momento incondicional do segundo regime tivesse uma variância de amplitude aproximadamente três vezes maior que o período base; sendo mantido constante o processo e a variância das inovações.

Os resultados mostram claras evidências que tanto a metodologia clássica, como a robusta são sensíveis a variações na variância incondicional. A estatística clássica detectou o novo regime em 99.87% dos casos, enquanto a estatística robusta detectou 97.09% das vezes.

Abaixo apresentamos o percentual de detecção de cada modelo testado. O regime misto denota aquele em que a primeira metade das observações pertencem ao modelo base e a segunda, ao mesmo modelo, apenas com a variância do processo gerador inflada.

Tabela 3.1: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta mudando a variância dos processos geradores.

Processo Gerador	Regime	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2)	Misto	84.00%	80.00%
	2º regime	99.63%	86.27%
MA(1)	Misto	81.00%	79.00%
	2º regime	100.00%	99.45%
ARMA(1,2)	Misto	100.00%	100.00%
	2º regime	100.00%	100.00%

3.2

Mudança no Processo Gerador

Nesse experimento variamos o processo gerador base, dentro da classe dos modelos lineares, mantendo aproximadamente iguais o segundo momento incondicional dos dois regimes.

Foram montados experimentalmente três pares de modelos, objetivando identificar algum padrão nos resultados das detecções, e eles foram contundentes: nos blocos pertencentes estritamente ao 2º regime, o percentual total (nos 3 pares) de detecção de mudança do processo gerador foi de 98.18% no caso clássico e 98.03% no caso robusto.

Quando o período era misto, as detecções aconteceram em 78.33% dos casos utilizando a estatística clássica, e em 76.33% com a estatística robusta.

Abaixo apresentamos o percentual de detecção de cada combinação utilizada no experimento, o regime misto denota aquele em que a primeira metade das observações pertencem ao processo gerador base e a segunda, ao processo vigente no novo regime. O “2º regime” é formado por observações pertencentes estritamente ao modelo do novo regime.

Tabela 3.2: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta mudando o processo gerador.

Processo Gerador	Regime	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2) \Rightarrow MA(1)	Misto	80.00%	72.00%
	2º regime	100.00%	100.00%
MA(1) \Rightarrow AR(2)	Misto	97.00%	94.00%
	2º regime	100.00%	100.00%
ARMA(1,2) \Rightarrow AR(1)	Misto	58.00%	50.00%
	2º regime	94.00%	91.00%

Esse resultado já era esperado uma vez que o espectro representa unicamente um processo temporal.

3.3

Mudança na Variância das Inovações

Neste experimento mantivemos constante o processo gerador e os parâmetros nos dois regimes (base e teste), mudando apenas a variância das inovações, fazendo com que no regime de teste ela tivesse uma amplitude três vezes maior quando comparada ao período base.

Os resultados mostram que, de forma geral, em apenas 7.67% das simulações a metodologia clássica sinaliza uma mudança, enquanto a estatística robusta detectou apenas 10.63% dos casos.

Na próxima tabela apresentamos o percentual de detecção de cada modelo testado. No regime misto, a primeira metade das observações pertencem ao modelo base e a segunda, ao mesmo modelo, apenas com a variância das inovações três vezes superior ao regime base. O “2º regime” é formado por observações pertencentes estritamente ao modelo com a variância das inovações inflada.

Esse resultado empírico demonstra uma falta de sensibilidade da metodologia à variações na variâncias nas inovações. Contudo é interessante

Tabela 3.3: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta mudando a variância das inovações.

Processo Gerador	Regime	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2)	Misto	23.00%	65.00%
	2º regime	6.27%	6.54%
MA(1)	Misto	18.00%	72.00%
	2º regime	7.45%	7.18%
ARMA(1,2)	Misto	25.00%	74.00%
	2º regime	9.27%	8.91%

ressaltar como os percentuais de detecção são maiores no período misto, quando comparados aos períodos estritamente do 2º regime.

3.4 Mudança na Estrutura das Inovações

Neste experimento mudamos a estrutura das inovações, passando de constante no período base, para um processo GARCH no período de teste. O processo gerador, e os parâmetros foram mantidos constantes nos dois regimes.

Os resultados mostram que de forma geral, o percentual de detecção da estatística clássica foi de 9.27%, enquanto que a robusta detectou 15.06% dos casos.

Na tabela 3.4, o regime misto é composto tal que a primeira metade das observações pertencem ao modelo base com inovações constantes e a segunda, ao mesmo modelo, mas com as inovações seguindo um processo GARCH. O “2º regime” é formado por observações pertencentes estritamente ao modelo com inovações GARCH.

Tabela 3.4: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta mudando a estrutura das inovações.

Processo Gerador	Regime	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2)	Misto	15.00%	24.00%
	2º regime	6.72%	8.54%
MA(1)	Misto	18.00%	38.00%
	2º regime	8.81%	11.63%
ARMA(1,2)	Misto	22.00%	28.00%
	2º regime	12.27%	13.00%

A estatística claramente não detectou a mudança na estrutura das inovações, como esperado. Uma vez que ela foi construída para testar mudanças

dentro da classe de modelos lineares, a incorporação de uma variância seguindo um processo condicional auto-regressivo heterocedástico, e por isso não linear, não pode ser acessada pela estatística.

3.5

Presença de Outliers

Nesse experimento introduzimos três outliers aditivos na série, mantendo constante o processo, os parâmetros e a variância das inovações.

Foram inseridos três *outliers* de amplitude três vezes maior que o máximo das séries, e os resultados se mostraram bem robustos: a estatística clássica detectou no total 98.50% dos casos, enquanto a robusta detectou 100%.

Na tabela 3.5 apresentamos o percentual de detecção para cada modelo simulado. Nesse experimento analisaremos obviamente somente os intervalos que contêm os *outliers*.

Tabela 3.5: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta na presença de *outliers*.

Processo Gerador	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2)	95.50%	100.00%
MA(1)	100.00%	100.00%
ARMA(1,2)	100.00%	100.00%

Este era um caso em que a estatística robusta poderia mostrar um poder adicional à estatística clássica, contudo como mostra a tabela acima, a diferença no número de casos em que ambas detectaram os *outliers* foi ínfima.

3.6

Memória Longa

Nesse experimento, mantivemos integralmente o processo gerador nos dois períodos (parâmetros e variância das inovações), e adicionamos memória longa ao segundo regime.

Os resultados apontam uma instabilidade da metodologia na presença de memória longa; fato que já era esperado visto que essa característica não foi contemplada na construção da estatística de teste. Dos blocos analisados, a metodologia clássica detectou no geral que 65.67% dos casos em que houve uma mudança enquanto que a estatística robusta detectou 63.35%.

Na tabela 3.6 apresentamos o percentual de detecção para cada modelo simulado.

Tabela 3.6: Percentual de detecção da estatística clássica e robusta adicionando memória longa.

Processo Gerador	Regime	% Detecção B_n Clássica	% Detecção B_n Robusta
AR(2)	Misto	16.00%	16.00%
	2 ^o regime	54.72%	43.18%
MA(1)	Misto	17.00%	17.00%
	2 ^o regime	55.04%	43.42%
ARMA(1,2)	Misto	46.00%	40.00%
	2 ^o regime	87.36%	83.18%