2
Modelo básico

Modelar taxas de juros com processos estocásticos tende a ser mais complexo que empreitadas semelhantes em ações ou câmbio, justamente pelo comportamento de reversão à média encontrado nas mesmas e causado, provavelmente, por reações exageradas dos agentes. Tal característica faz com a função de densidade de probabilidade do processo dependa do momento da ocorrência e da intensidade de reversão.

Outro complicador pode ser, ainda, a existência de poucas soluções fechadas para equações diferenciais estocásticas de difusões com saltos de reversão à média.

O processo estocástico básico, uma difusão com reversão à média e saltos, segue a forma proposta por Das (2002):

$$dr = k(\theta - r)dt + vdW + Jd\pi(h) \tag{1}$$

Onde θ é o parâmetro de tendência de longo prazo para a taxa r, que reverte à média com taxa k. A taxa de juros, portanto, evolui em função de um processo de Ornstein–Uhlenbeck (com reversão à média)[7] e um processo de Poisson que gera o salto aleatório J. O coeficiente de variância é v^2 e a freqüência dos saltos é gerada pelo parâmetro h (número de saltos por período). A intensidade dos saltos pode ser constante ou gerada de uma distribuição de probabilidade. A difusão e o processo de Poisson são independentes entre si e também de J.

Uma premissa direta da estrutura proposta por Das (2002) é que a taxa de juros é um processo sem influências exógenas, ou seja, evolui unicamente em função dos parâmetros da equação 1. Mas, conforme Garcia & Olivares (1999),

[7] Ver apêndice para a definição.

Garcia & Didier (2001) e Bonomo & Lowenkron (2006), essa é uma premissa questionável para países emergentes, onde a taxa de juros doméstica deve depender, em algum grau, da taxa de juros internacional. A introdução de um processo exógeno para taxa de juros internacional na equação 1 é uma potencial extensão do trabalho aqui desenvolvido, não sendo aqui empregada por tratar-se de uma primeira tentativa de captura do efeito informacional na taxa de juros com saltos de Poisson. Mais ainda, frente a alternativas de representação para o mesmo fenômeno, o princípio da simplicidade, enunciado em Friedman (1966), recomenda que se opte pelo mais parcimonioso.

O processo descrito pela equação 1 apesar de não ser o único estimado no presente trabalho, engloba os demais, pois se tratam de particularizações da estrutura proposta. Uma difusão simples, por exemplo, ocorre com $\mathrm{h} = 0$. Outra possibilidade analisada são os modelos com a variância do componente gaussiano sendo ARCH(1), conforme descrito pela equação abaixo:

$$v(t_2 + \Delta t)^2 = b_0 + b_1.\{r(t_2) - E[r(t_2)|r(t_1)]\}^2 \qquad (2)$$

Onde $t_2 > t_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$.

Com essa estrutura, então, desdobram-se dois modelos: uma difusão simples e o descrito pela equação 1 com variância ARCH(1). Totalizam-se, portanto, quatro modelos básicos como objeto de estudo e comparação, a saber:

a. Processo de Ornstein–Uhlenbeck;
b. Processo de Ornstein–Uhlenbeck com variância ARCH(1);
c. Processo de Ornstein–Uhlenbeck com saltos;
d. Processo de Ornstein–Uhlenbeck com saltos e variância ARCH(1).

Podem ser observadas, abaixo, duas figuras com exemplos de trajetórias para um processo de Ornstein–Uhlenbeck sem e com saltos:

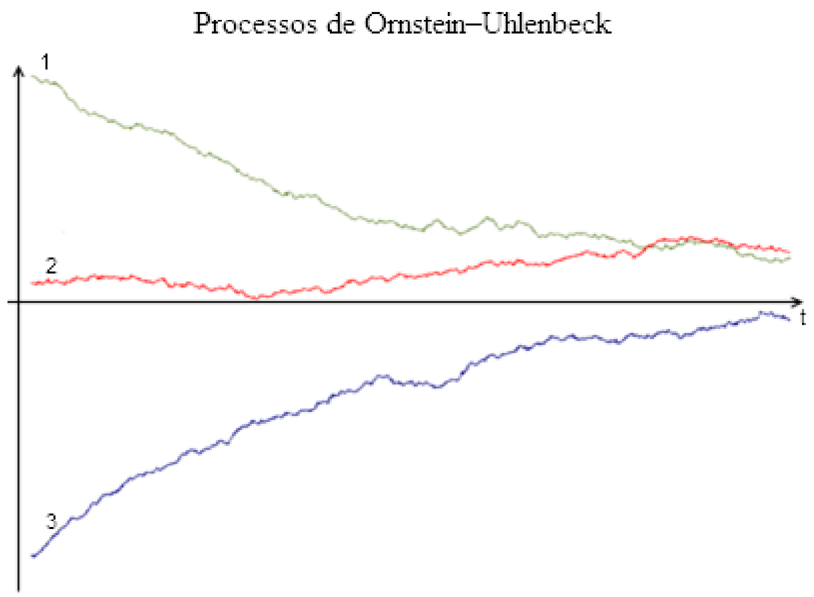

Figura 1

Todas as trajetórias acima representam processos de Ornstein–Uhlenbeck sem saltos com parâmetros idênticos, tendo como diferenciador o valor inicial (trajetória 1 e 2 positivo, trajetória 3 negativo).

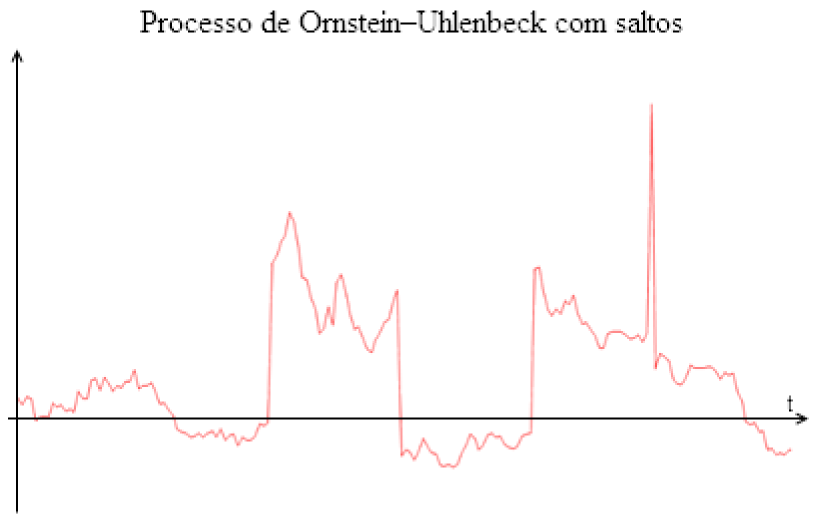

Figura 2

A trajetória acima representa um processo de Ornstein–Uhlenbeck com saltos, como pode ser observado pelos picos (saltos positivos) e quedas abruptas (saltos negativos).