5
Controle Estatístico da Média

Como já visto no capítulo 2, na literatura existente sobre o Controle Estatístico de Processos Multicanal, há somente três esquemas de controle destinados ao controle estatístico da média de canais individuais usando gráficos de controle do tipo de Shewhart aplicados a processos bem representados pelo modelo desenvolvido para PMC por Mortell e Runger (1995): o gráfico de controle de R_t de Mortell e Runger (1995), o gráfico de controle de S^2 de Runger et al. (1996) e o gráfico de controle de grupo (GCG) das diferenças em relação ao nível-base (DNB) de Barbosa (2008).

Dos esquemas mencionados, apenas o GCG DNB formulado por Barbosa (2008) não possui ainda uma versão EWMA. Propõe-se, então, neste capítulo, a versão EWMA do GCG das diferenças em relação ao nível-base para obter maior sensibilidade a aumentos de magnitude pequena a moderada (i.e., $\delta < 2\sigma$) na média de um canal individual do processo.

5.1
A estatística EWMA das diferenças

É conveniente lembrar que *as diferenças do canal i* em relação ao nível-base estimado podem ser escritas na seguinte forma:

$$\hat{e}_{ti.} = x_{ti.} - \hat{b}_t \tag{2.33}$$

onde

$$x_{ti.} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{tij} \tag{2.34}$$

Ou, ainda, utilizando (2.32) e (2.34) em (2.33), esta última equação pode ser escrita como:

$$\hat{e}_{ti.} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\hat{e}_{tij} \tag{2.35}$$

onde $\hat{e}_{tij}$ são as diferenças entre as observações de cada canal e o nível-base estimado.

As diferenças $\hat{e}_{ti.}$ são normalmente distribuídas com média igual a zero e variância igual a $((c-1)/c)\sigma^2/n$ (Barbosa, 2008).

A estatística EWMA das diferenças calculadas, para cada um dos canais do processo, é expressa pelo seguinte modelo:

$$Z_{\hat{e}ti.} = \lambda\hat{e}_{ti\cdot} + (1-\lambda)Z_{\hat{e}(t-1)i.} \tag{5.1}$$

5.2
Os limites de controle do GCG de EWMA DNB

Se as diferenças $\hat{e}_{ti.}$ são independentes e normalmente distribuídas, com variância igual a $((c-1)/c)\sigma_0^2/n$ (processo em controle), então a variância amostral de $Z_{\hat{e}ti.}$ pode ser expressa como a soma da progressão geométrica obtida desenvolvendo (5.1) recursivamente. Logo,

$$Var[Z_{\hat{e}ti.}] = \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]Var(\hat{e}_{ti\cdot})$$

$$= \left(\frac{c-1}{c}\right)\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2i}\right]\frac{\sigma_0^2}{n} \tag{5.2}$$

E a variância assintótica (quando t aumenta) de $Z_{\hat{e}ti.}$ é igual a:

$$Var[Z_{\hat{e}ti.}] = \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)\frac{\sigma^2}{n} \tag{5.3}$$

De forma análoga a (2.6) e (2.7), os limites de controle do GCG de EWMA DNB representados em função da linha média (dada por μ_0) e de (5.3) são os seguintes:

$$LIC_{Zdnb} = \mu_0 - K_{Zdnb}.\sigma(Z_{\hat{e}ti.})$$

$$= \mu_0 - K_{Zdnb}\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)} \tag{5.4}$$

$$LSC_{Zdnb} = \mu_0 + K_{Zdnb}.\sigma(Z_{\hat{e}ti.})$$

$$= \mu_0 + K_{Zdnb}.\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left(\frac{c-1}{c}\right)} \tag{5.5}$$

onde K_{Zdnb} é obtido em uma busca por simulação para cada conjunto de λ e c, de modo a fornecer um NMA_0 especificado.

Há forte evidência de que algum canal do processo está fora de controle se:

$$\max_{i=2,3,\cdots,c}(Z_{\hat{e}ti.}) > LSC_{Zdnb}$$

$$OU$$

$$\min_{i=2,3,\cdots,c}(Z_{\hat{e}ti.}) < LIC_{Zdnb}$$

No próximo capítulo são mostrados os projetos ótimos (a combinação entre os parâmetros λ e K que fornecem os valores mínimos para NMA_1 considerando uma determinada alteração na média do processo) obtidos para o GCG de EWMA DNB, para os gráficos de controle de EWMA de R_t de Mortell e Runger (1995) e de MEWMA de S^2 de Runger et al. (1996).