

## 4

# Análise de Desempenho dos Gráficos tipo Shewhart para o Controle Estatístico da Dispersão

Neste capítulo são obtidas as medidas desempenho dos gráficos de controle de Shewhart descritos no Capítulo 2 desta tese (especificamente o gráfico de controle de  $R_t$  de Mortell e Runger, 1995, o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al., 1996, e o GCG das diferenças em relação ao nível base de Barbosa, 2008) para os casos de alterações na dispersão. Tais medidas serão comparadas às medidas de desempenho do GCG de  $S^2$  descrito na Seção 3.2.1.1 (quando são extraídas amostras de tamanho maior que um) ou às medidas de desempenho do GCG de MR DNB descrito na Seção 3.2.1.2 (quando são extraídas observações individuais dos canais do processo).

O desempenho conjunto dos gráficos destinados ao controle da média (os esquemas de Shewhart descritos no Capítulo 2) com os gráficos de controle da dispersão (os esquemas de Shewhart descritos no Capítulo 3), para o caso de aumentos na dispersão de um canal individual do processo, também será contemplado nas análises realizadas.

É necessário, ainda, definir apropriadamente para o GCG das diferenças em relação ao nível-base, os eventos de interesse, mostrando os sinais considerados verdadeiros (sinalizar apropriadamente quando o processo está em descontrole) ou falsos (sinalizar inapropriadamente quando o processo está em controle), uma vez que, quando ocorrem causas especiais em um canal, o GCG das diferenças pode produzir diferentes tipos de sinal: associado ao canal afetado, a outros canais não afetados, ou uma combinação destes dois tipos de sinal.

### 4.1

#### Eventos de Interesse do GCG das Diferenças

Alguns eventos são de interesse particular na análise de desempenho individual do GCG das diferenças em relação ao nível-base. O primeiro deles (Evento A) é a situação em que o canal afetado sinaliza. Vale lembrar que, para a

análise é suposto que apenas um canal em particular dentre os  $c$  canais do processo tem a sua dispersão aumentada.

Para o GCG das diferenças, leia-se “ocorrência de um sinal no canal” afetado como: o valor da diferença correspondente a esse canal é maior que o limite superior de controle ou é menor que o limite inferior de controle, i.e., o valor da diferença do canal está na região de ação (fora da região de controle) do gráfico. O aumento da dispersão deste canal de  $\sigma_0$  para  $\gamma\sigma_0$ , onde  $\gamma > 1$ , aumenta a probabilidade de tal sinal.

O segundo evento é a sinalização de descontrole em algum dos canais não afetados, sem a ocorrência de sinal no canal que sofreu alteração. Este evento é da diferença  $O - A$ , ou  $O \cap \bar{A}$ . A ocorrência desse evento pode ser considerada um sinal falso ou verdadeiro, dependendo unicamente do tipo de inspeção realizada no processo, ocasionada por esse tipo de sinal, podendo este evento levar à descoberta do canal afetado caso não seja encontrado nenhum problema com os outros canais. Este evento não pode ser desprezado e talvez seja um dos mais importantes neste GCG. Na Seção 4.6, o cálculo deste evento será detalhado.

No caso do interesse de investigação de todos os canais, mesmo depois de descoberto nenhum problema no canal que sinalizou (quando o canal não foi afetado pela causa especial de variação), há outro evento que pode ser considerado, o evento  $A \cup O$ . Neste evento podem ser considerados quaisquer sinais de descontrole, tanto pelo canal afetado, quanto pelos outros canais não afetados pela causa especial de variação.

## 4.2

### Medidas de Desempenho

São aqui consideradas duas medidas de desempenho para o GCG de diferenças: a probabilidade de sinalização de descontrole por algum canal (especificamente trata-se do canal afetado e dos canais não afetados pela causa especial de variação) e o número médio de amostras até um sinal de descontrole, dado que o processo está sob ação de uma causa especial que altera a dispersão do processo ( $NMA_1$ ).

Em relação aos outros gráficos de controle projetados para o monitoramento da média (o gráfico de controle de  $R_t$  de Mortell e Runger, 1995 e o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al., 1996) somente é avaliada a medida  $NMA_1$  por causa da dificuldade de identificação dos canais (identificar entre canal afetado e canais não afetados) pelas estatísticas de controle por eles utilizadas. Claro que, a identificação do canal afetado é mais fácil no GCG, pois cada diferença em relação ao nível-base pode ser comparada com os limites de controle, o que é uma vantagem deste tipo de gráfico. A análise dos eventos não será realizada para os gráficos de controle projetados para o controle da dispersão.

Serão consideradas as probabilidades de sinalização de descontrole para os eventos  $A$  (canal afetado sinaliza) e  $A \cup O$  (qualquer canal sinaliza) para o GCG das diferenças em relação ao nível-base. Torna-se claro que, ao utilizar esquemas de controle Shewhart, para o cálculo da medida de  $NMA_1$  de qualquer um dos dois eventos, basta simplesmente calcular a inversa das respectivas probabilidades de sinalização.

A probabilidade de o evento  $A$  ocorrer é interessante no caso de existir algum sinal de descontrole proveniente de algum canal não afetado e este sinal não levar a descoberta do canal afetado pela causa especial, por causa da conduta na inspeção do processo. Essa probabilidade informará ao operador se o canal afetado pode ou não ter sinalizado algum descontrole, de acordo com o valor assumido. Tal medida por ser obtida analiticamente, supondo a ocorrência de alteração na dispersão no canal afetado, e é descrita em (3.8) no Capítulo 3.

Para o GCG das diferenças, o  $NMA_1$  do evento  $A$  é obtido pela inversa da probabilidade correspondente, entretanto, este pode ser calculado também por simulação considerando somente as diferenças do canal afetado, e comparando-as aos limites de controle do gráfico, para contabilizar os  $RL$ 's da distribuição.

A probabilidade do evento  $A \cup O$  também deve ser calculada, podendo esta levar à descoberta da causa especial, se a conduta adotada no processo de inspeção for de investigação de todos os canais, mesmo que não seja encontrado nenhum problema no canal que sinalizou descontrole. Contudo, essa probabilidade não é facilmente obtida na forma analítica, devido à dependência dos eventos  $A$  e  $O$  (canal não afetado sinalizar), precisando ser obtida por simulação. Através dessa probabilidade, e da probabilidade de ocorrência do

evento  $A$ , pode-se calcular a probabilidade do evento referente à sinalização de descontrole em algum dos canais não afetados, sem a ocorrência de sinal no canal que sofreu alteração  $(O - A)$  ou  $(O \cap \bar{A})$ , onde  $P(O \cap \bar{A}) = P(A \cup O) - P(A)$ .

O  $NMA_1$  correspondente ao evento  $A \cup O$  é o considerado no processo de simulação para obtenção das medidas de desempenho que servirão de comparativo entre os esquemas de controle analisados. Os outros esquemas de controle (não levando em consideração o GCG das diferenças em relação ao nível-base) adotam estatísticas de controle com as quais não é possível a distinção entre o canal afetado e os canais não afetados. Essa medida refere-se à situação em que qualquer canal do processo sinaliza e é obtida nesta tese somente por simulação.

### 4.3

#### Procedimentos de Simulação

O método empregado na obtenção das medidas de desempenho dos esquemas de controle de todos os gráficos analisados nesta tese é o método de Simulação de Monte Carlo, devido à suposição de dependência entre os canais. Este foi o método aplicado em todos os trabalhos publicados para obtenção das medidas de desempenho em processos multicanal. A simulação dos esquemas de controle tipo Shewhart está programada em Matlab, versão 6.5.

Há dois regimes de probabilidade (ou cenários) que podem ser considerados na obtenção das medidas de desempenho: *steady-state* (quando o monitoramento começa com o processo em controle e ocorre uma causa especial em algum momento aleatório após o início do monitoramento) e *zero-state* (quando o monitoramento é iniciado com o processo já fora de controle). Contudo, nesta tese são obtidas somente as medidas de desempenho de *steady-state*, considerando que o cenário de *zero-state* constitui uma situação transiente. Se o processo já está em descontrole quando o monitoramento é iniciado, o gráfico de controle detectará esta alteração, a causa especial será removida e a estatística de controle será reiniciada, o que retornará a estabilidade do processo.

A principal condição para a utilização dos gráficos de controle de Shewhart é a suposição de independência das observações da característica de

qualidade. Assim, no caso desses gráficos, não há diferença entre os resultados que serão aqui apresentados (*steady-state*) dos resultados de desempenho para o regime de probabilidades de *zero-state* (quando o monitoramento começa com o processo já fora de controle); o período em que a causa especial ocorre na simulação não afeta o resultado final quando as observações são independentes.

No entanto, o GCG de MR apresenta uma pequena mudança na obtenção da primeira estatística quando o regime de probabilidades escolhido é o de *steady-state*. O primeiro valor da estatística MR após a ocorrência da causa especial corresponde ao módulo da diferença entre uma observação com o processo fora de controle (primeira observação após a ocorrência da causa especial) e uma observação extraída com o processo ainda em controle (a última observação antes da ocorrência da causa especial). Já no regime de *zero-state*, o primeiro valor de MR é igual a zero, pois o monitoramento é iniciado com o processo já em descontrole.

Para evitar uma explosão combinatória de casos e tabelas, somente seis quantidades de canais são utilizadas; são considerados somente os casos de 2, 3, 5, 10, 15 e 20 canais. O desempenho fora de controle ( $NMA_1$ ) é avaliado para os gráficos de controle com  $NMA_0$  (número de amostras até um sinal quando o processo está em controle) igual a 100, 200 e 370,4 amostras. Os tamanhos de amostras consideradas, i.e., o número de observações por canal em cada amostragem, são de uma e quatro unidades (os casos extremos serão analisados: observações individuais e dados subgrupados com tamanho razoavelmente grande, se for levado em consideração que a extração de amostras com esse tamanho ocorre em cada canal).

Todas as análises propostas nesta tese são exclusivamente no contexto de alteração na dispersão em somente um canal do processo. As alterações na dispersão consideradas para a análise de eficiência são aumentos na dispersão por um fator de 1,0 (nenhum aumento, processo em controle), 1,5, 2,0, 2,5, 3,0, 4,0 e 5,0.

A análise de desempenho será realizada para os gráficos de controle de Shewhart individualmente (i.e., cálculo do  $NMA_1$  de cada gráfico) e para o uso combinado dos esquemas de controle de média com cada um dos GCG's específicos para o controle da dispersão das componentes individuais (especificamente os GCG de MR, para observações individuais, e GCG de  $S^2$ ,

para dados subgrupados). Para alguns casos são ainda obtidos os valores de *SDRL* (desvio-padrão da distribuição do comprimento de corridas) com o processo fora de controle (obtido junto com os valores de  $NMA_1$ ).

Para a obtenção de cada valor de medida de desempenho dos esquemas de controle aqui apresentados, foram consideradas 10.000 corridas para a simulação (cada uma composta por 10.000 amostras), garantindo estimativas para os valores de  $NMA_0$  com um erro-padrão de 1% do desvio-padrão do comprimento de corridas. Por exemplo, em um processo com extração de observações individuais de 5 canais, são gerados mais de 5 milhões de números aleatórios para garantir boa precisão nos resultados obtidos para uma simulação com valor de  $NMA_0$  igual a 100 amostras.

As medidas de desempenho de todos os gráficos de controle são calculadas a partir de uma mesma seqüência de números aleatórios. Com isso pretende-se minimizar o efeito das flutuações aleatórias (erro experimental) sobre as comparações de desempenho. Em cada instante de amostragem, para cada um dos gráficos de controle, são executados os seguintes passos:

1º) A cada instante  $t$ , geram-se números aleatórios independentes e normalmente distribuídos com média igual a zero ( $\mu_0 = 0$ ) e variância igual a um ( $\sigma_0^2 = 1$ ).

Podem ser geradas observações individuais ou amostras de tamanhos igual a 4 unidades para cada componente individual  $e_j$  de cada canal  $j$ , para  $j=1,2,\dots,c$ .

Não há necessidade de gerar o nível-base ( $b_t$ ), pois em todos os métodos esse valor acaba sendo cancelado (as causas que afetam simultaneamente todos os canais são excluídas), resultando somente as componentes individuais de variação. Sem perda de generalidade, assume-se  $b_t$  igual a zero (sabe-se que, na realidade tal componente apresenta alguma dinâmica).

2º) A causa especial é simulada no canal afetado  $i$  multiplicando por um fator  $\gamma > 1$  os valores desse canal, garantindo que a dispersão altere para  $\gamma\sigma_0$ . Sem perda de generalidade, assume-se que o primeiro canal é o afetado dentre os  $c$  canais do processo. Os outros canais permanecem com a dispersão constante;

3º) A estatística de controle é calculada (especificamente são calculadas: a estatística  $R_t$  de Mortell e Runger, 1995,  $S^2$  de Runger et al., 1996, as diferenças estimadas  $\hat{e}_{ij}$  do GCG das diferenças de Barbosa, 2008, a amplitude móvel das

diferenças  $MR_t$ , no caso de observações individuais, ou a variância  $S^2$ , no caso de dados subgrupados).

4º) A estatística obtida no 3º passo é comparada ao(s) limite(s) de controle.

5º) O gráfico sinaliza descontrole sempre que a estatística de controle for maior (ou menor) que o respectivo limite de controle. Se ocorrer o sinal de descontrole, o vetor dos valores de RL deste gráfico registra o comprimento da corrida (número da amostra em que ocorreu o sinal) e a contagem do comprimento de corrida é reiniciada para o próximo instante de amostragem. Caso não seja detectada nenhuma alteração na dispersão do processo, continua a contagem do comprimento de corrida e retorna-se ao 1º passo, no próximo instante de amostragem.

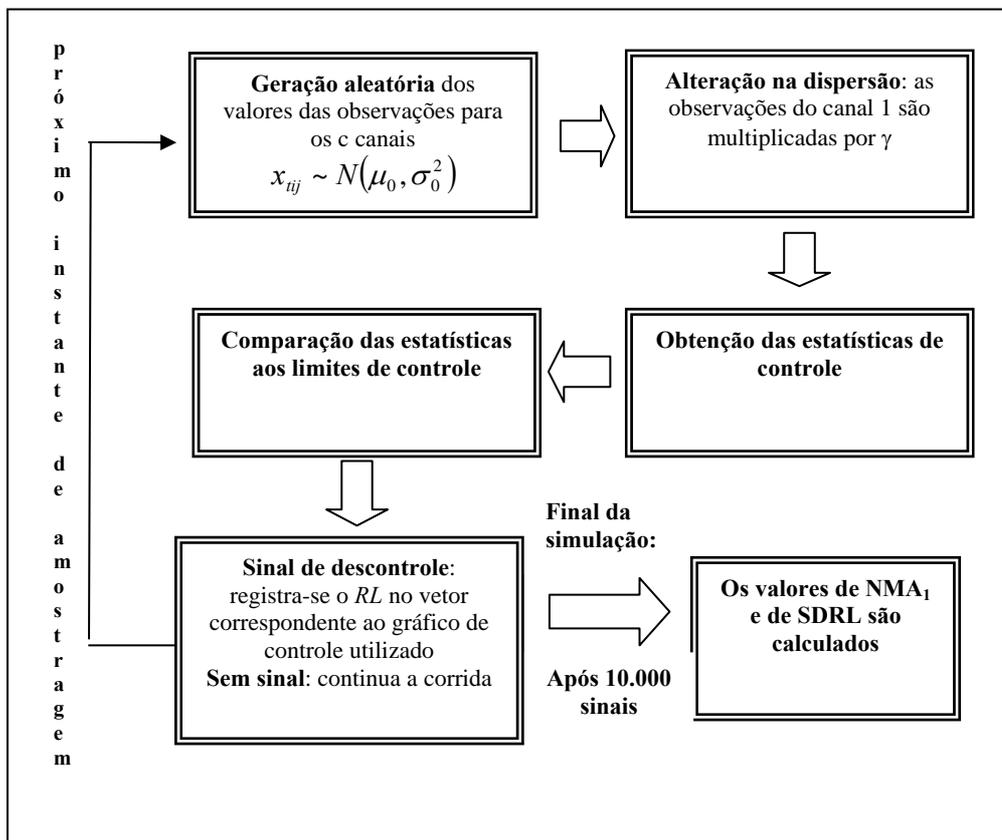


Figura 4.1 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho individual

Depois de alcançadas as 10.000 corridas (ou sinais), os valores de  $NMA_1$  e os de SDRL são calculados. Simultaneamente tais medidas são obtidas para

alterações de diversas magnitudes (especificamente 1,0, 1,5, 2,0, 2,5, 3,0, 4,0 e 5,0) na dispersão para cada um dos gráficos de controle.

Para melhor ilustração, a Figura 4.1 mostra a representação esquemática do algoritmo descrito acima utilizado para a simulação.

Para obtenção das medidas de desempenho conjunto, a única alteração no algoritmo acima descrito está apenas no 5º passo, onde é registrada no vetor de RL conjunto a primeira amostra em que acontecer a sinalização de um gráfico de controle da média ou a sinalização de um gráfico de controle da dispersão.

A Figura 4.2 mostra a representação esquemática do algoritmo para obtenção das medidas de desempenho conjunto.

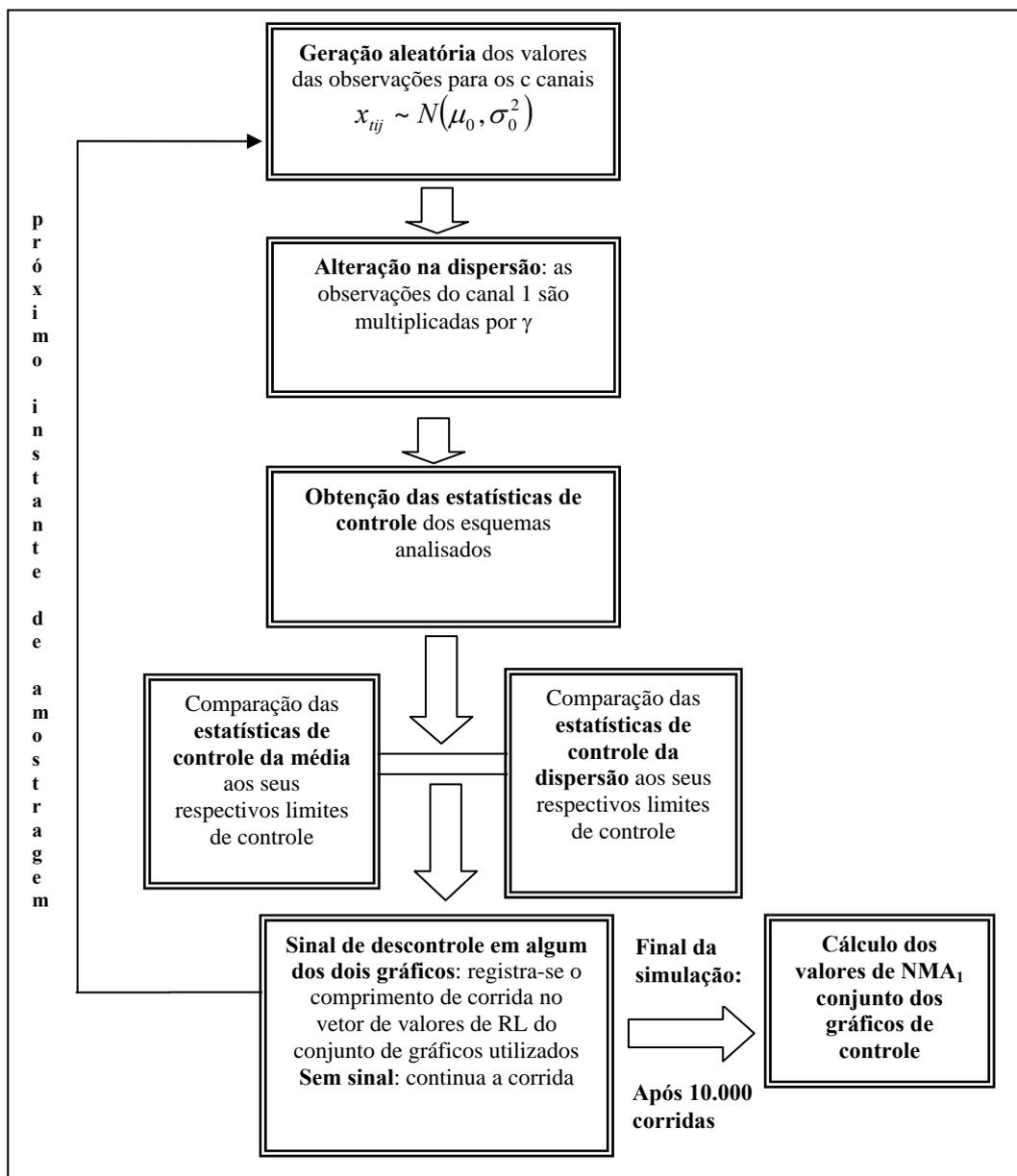


Figura 4.2 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho conjunto

## 4.4

### Resultados de Desempenho Individual

Esta seção é dedicada aos resultados de desempenho individual dos gráficos de controle apresentados do tipo de Shewhart, contra alterações na dispersão do canal afetado.

Os resultados estão disponíveis para os valores de  $NMA_0$  igual a 100, 200 e 370,4 amostras. Embora sejam mais encontrados na literatura os valores de  $NMA_0$  igual a 200 e 370,4 amostras, o valor de  $NMA_0$  igual a 100 amostras também é considerado nas análises, pois a necessidade de usar limites de controle mais largos, que os utilizados para controlar processos compostos por um único canal, pode conduzir, no caso de se controlar processos com muitos canais, a esquemas pouco potentes com  $NMA_0$  igual a 200 e 370,4 amostras.

Os resultados obtidos para o controle por observações individuais serão expostos primeiro, seguidos pelos resultados obtidos para o controle por dados subgrupados, conforme mostrado logo a seguir.

#### 4.4.1

##### Controle por Observações Individuais

A Tabela 4.1 mostra os resultados de desempenho dos gráficos de controle apresentados nos Capítulos 2 e 3 (especificamente os gráficos de Mortell e Runger, 1995, de Runger et al., 1996, de Barbosa, 2008 e o GCG de MR das diferenças) para observações individuais.

Tabela 4.1 – Medidas de Desempenho Individual para o controle por observações individuais

c	Esquema	NMA <sub>0</sub> =100,00 NMA							NMA <sub>0</sub> =200,00 NMA							NMA <sub>0</sub> =370,40 NMA						
		γ							γ							γ						
		1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
2	GC1	99,5	<b>23,1</b>	<b>9,8</b>	<b>5,7</b>	<b>4,1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>	197,7	<b>36,1</b>	<b>13,2</b>	<b>7,0</b>	<b>4,7</b>	<b>2,9</b>	<b>2,3</b>	370,5	<b>53,4</b>	<b>17,3</b>	<b>8,7</b>	<b>5,5</b>	<b>3,3</b>	<b>2,5</b>
	GC2	99,9	23,2	9,8	5,7	4,1	2,7	2,1	197,8	<b>36,1</b>	13,2	7,0	4,7	2,9	2,3	377,0	53,9	17,5	8,7	5,6	3,3	2,5
	GC3	99,5	<b>23,1</b>	<b>9,8</b>	<b>5,7</b>	<b>4,1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>	197,7	<b>36,1</b>	<b>13,2</b>	<b>7,0</b>	<b>4,7</b>	<b>2,9</b>	<b>2,3</b>	370,5	<b>53,4</b>	<b>17,3</b>	<b>8,7</b>	<b>5,5</b>	<b>3,3</b>	<b>2,5</b>
	GC4	103,9	25,8	11,7	7,1	5,2	3,4	2,7	203,7	39,5	15,6	8,7	6,0	3,8	2,9	368,3	58,0	19,9	10,6	7,1	4,3	3,2
3	GC1	101,0	24,2	<b>9,5</b>	<b>5,5</b>	<b>3,8</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	199,3	37,6	<b>12,8</b>	<b>6,8</b>	<b>4,5</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>	375,3	54,9	<b>16,1</b>	<b>7,9</b>	<b>5,1</b>	<b>3,1</b>	<b>2,3</b>
	GC2	100,5	24,3	9,8	5,6	3,9	2,6	2,0	200,2	38,2	13,3	7,1	4,7	2,9	2,2	378,6	56,9	17,3	8,4	5,3	3,2	2,4
	GC3	99,4	<b>23,8</b>	<b>9,5</b>	<b>5,5</b>	<b>3,8</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	199,9	<b>37,1</b>	<b>12,8</b>	<b>6,8</b>	<b>4,5</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>	376,1	<b>54,3</b>	16,3	8,0	<b>5,1</b>	<b>3,1</b>	<b>2,3</b>
	GC4	101,5	26,8	11,5	6,9	4,9	3,3	2,6	202,7	41,4	15,3	8,3	5,7	3,7	2,8	370,8	60,2	19,1	9,9	6,6	4,0	3,0
5	GC1	101,2	<b>26,1</b>	<b>9,4</b>	<b>5,4</b>	<b>3,7</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	203,5	<b>39,6</b>	<b>12,5</b>	<b>6,5</b>	<b>4,3</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>	375,5	<b>58,0</b>	<b>16,1</b>	<b>7,6</b>	<b>4,8</b>	<b>2,9</b>	<b>2,2</b>
	GC2	100,9	27,2	10,4	5,8	4,0	2,6	2,1	199,8	42,4	13,9	7,1	4,7	2,9	2,2	374,2	63,8	18,4	8,8	5,4	3,2	2,4
	GC3	99,5	27,0	10,3	5,8	4,0	2,6	2,1	199,9	42,8	13,8	7,0	4,6	2,8	2,2	375,4	63,3	18,2	8,6	5,3	3,1	2,4
	GC4	99,6	27,9	11,4	6,7	4,8	3,2	2,5	200,1	43,0	14,8	8,0	5,6	3,5	2,7	384,2	64,0	18,8	9,5	6,3	3,9	2,9
10	GC1	101,3	<b>29,8</b>	<b>10,2</b>	<b>5,5</b>	<b>3,8</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	200,5	<b>46,0</b>	<b>13,3</b>	<b>6,7</b>	<b>4,3</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>	368,2	<b>66,5</b>	<b>16,3</b>	<b>7,7</b>	<b>4,9</b>	<b>2,9</b>	<b>2,2</b>
	GC2	101,6	32,2	11,6	6,2	4,2	2,7	2,1	201,9	52,3	15,8	7,8	5,0	3,0	2,3	368,3	78,8	20,6	9,3	5,7	3,3	2,4
	GC3	99,8	35,0	13,2	6,9	4,6	2,9	2,2	201,6	58,2	18,2	8,8	5,5	3,2	2,4	361,3	91,1	24,4	10,6	6,3	3,5	2,6
	GC4	99,5	32,4	12,3	7,0	4,9	3,3	2,6	200,3	50,3	15,8	8,3	5,7	3,6	2,8	370,1	71,1	19,5	9,7	6,3	3,9	2,9
15	GC1	100,1	<b>33,4</b>	<b>11,3</b>	<b>6,1</b>	<b>4,1</b>	<b>2,6</b>	<b>2,1</b>	197,9	<b>50,6</b>	<b>14,3</b>	<b>7,0</b>	<b>4,5</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>	373,0	<b>75,4</b>	<b>17,5</b>	<b>8,1</b>	<b>5,1</b>	<b>3,0</b>	<b>2,3</b>
	GC2	100,3	36,5	12,9	6,8	4,5	2,9	2,2	197,4	59,2	17,4	8,3	5,2	3,1	2,3	374,6	91,0	22,7	10,0	6,0	3,4	2,5
	GC3	101,0	41,6	16,2	8,3	5,4	3,2	2,4	201,4	71,6	23,2	10,8	6,4	3,6	2,6	369,4	116,4	31,1	13,1	7,5	4,0	2,8
	GC4	100,8	36,6	13,4	7,5	5,2	3,4	2,7	196,9	56,0	16,9	8,7	5,8	3,6	2,8	381,7	81,7	21,2	10,2	6,6	4,0	3,0
20	GC1	99,4	<b>35,6</b>	<b>12,0</b>	<b>6,1</b>	<b>4,1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>	203,3	<b>55,8</b>	<b>14,9</b>	<b>7,3</b>	<b>4,7</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>	368,8	<b>80,7</b>	<b>18,4</b>	<b>8,3</b>	<b>5,1</b>	<b>3,0</b>	<b>2,3</b>
	GC2	99,9	39,2	13,7	7,0	4,6	2,9	2,2	198,5	63,8	18,2	8,6	5,4	3,1	2,4	372,1	97,6	23,6	10,1	6,1	3,4	2,5
	GC3	100,1	46,7	18,4	9,3	5,9	3,4	2,5	200,7	81,2	27,1	12,0	7,2	3,9	2,7	367,1	133,2	37,4	15,1	8,3	4,2	2,9
	GC4	99,5	38,1	14,1	7,8	5,4	3,4	2,7	206,1	60,6	18,0	9,1	6,0	3,7	2,8	378,9	87,6	22,0	10,4	6,7	4,0	3,0

GC1 Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)

GC2 Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)

GC3 Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)

GC4 Gráfico de controle de grupos de MR

Os valores destacados em vermelho são os menores valores de  $NMA_1$  observados entre os esquemas de controle aqui analisados para cada combinação de  $NMA_0$ , número de canais ( $c$ ) e fator de aumento na dispersão ( $\gamma$ ). Pela Tabela 4.1, pode-se concluir que o GCG das diferenças em relação ao nível-base possui desempenho superior aos outros gráficos de controle de média contra alterações na dispersão do processo.

Observa-se também que o GCG das diferenças possui desempenho superior ao GCG de MR das diferenças, que é um gráfico projetado para o tipo de alterações que estão sendo consideradas neste capítulo. Quando o processo é composto por poucos canais (2 e 3 canais), o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger, et al. (1996) possui o mesmo desempenho (ou levemente superior), em termos dos valores de  $NMA_1$ , que o GCG das diferenças.

Quando o processo é composto por apenas dois canais, as componentes individuais desses canais ( $e_1$  e  $e_2$ ) são altamente correlacionados (correlação igual a  $-1,0$ ), i.e., quando um canal sinaliza descontrole, o outro canal também sinalizará, e isto permite que os gráficos de controle possuam desempenho bem parecido. Por exemplo, no GCG das diferenças, quando um canal afetado sinalizar descontrole com o valor máximo ultrapassando o limite superior de controle, o outro canal, não afetado, também sinalizará, com o valor mínimo ultrapassando o limite inferior de controle. Para esses casos, tanto o GCG das diferenças quanto o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al. (1996) conseguem detectar com a mesma rapidez (mesmo  $NMA_1$ ) a alteração na dispersão do processo.

As correlações entre as diferenças em função do número de canais podem ser revistas na Tabela 2.3. Quando a correlação entre as diferenças cai para  $-0,25$  (o caso de 5 canais), o GCG das diferenças consegue se destacar em relação o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al. (1996), em termos de valores bem menores de  $NMA_1$ . Para o caso de 20 canais, quando os canais são praticamente descorrelacionados, pode ser observado que o GCG das diferenças em relação ao nível-base é o que possui o melhor desempenho, situação esta que torna o gráfico de controle mais adequado, dentre os considerados, para o controle por observações individuais.

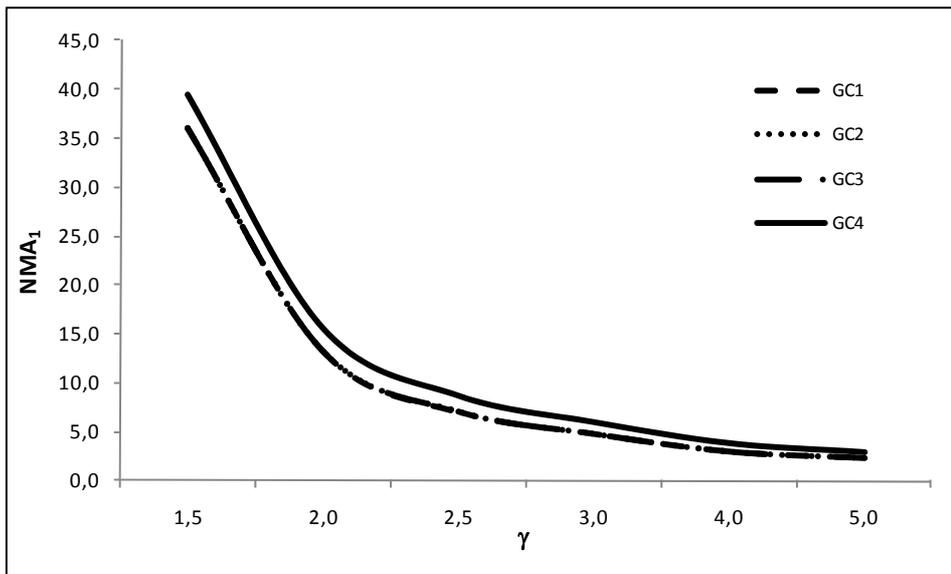


Figura 4.3 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 2 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=1$ )

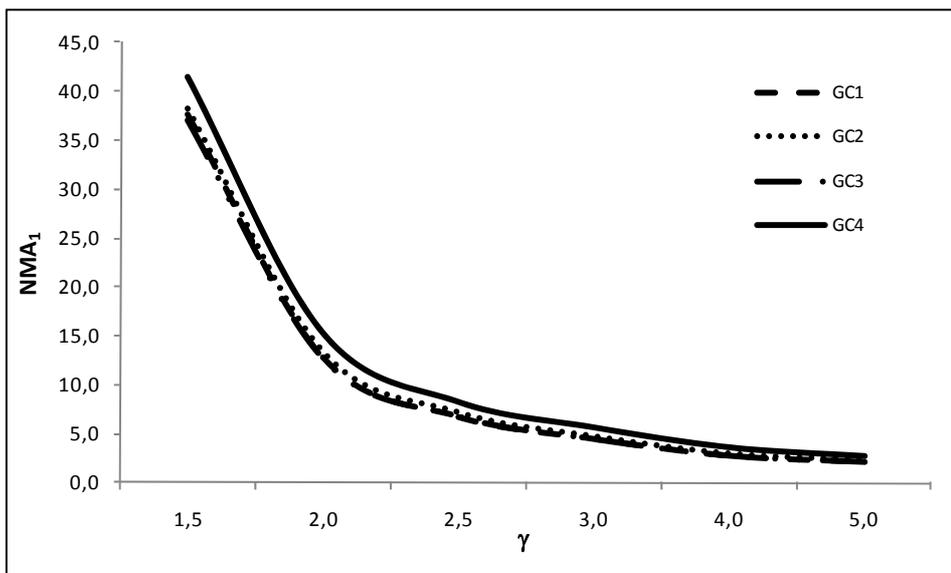


Figura 4.4 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 3 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=1$ )

- GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)
- GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)
- GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)
- GC4** Gráfico de controle de grupos de MR

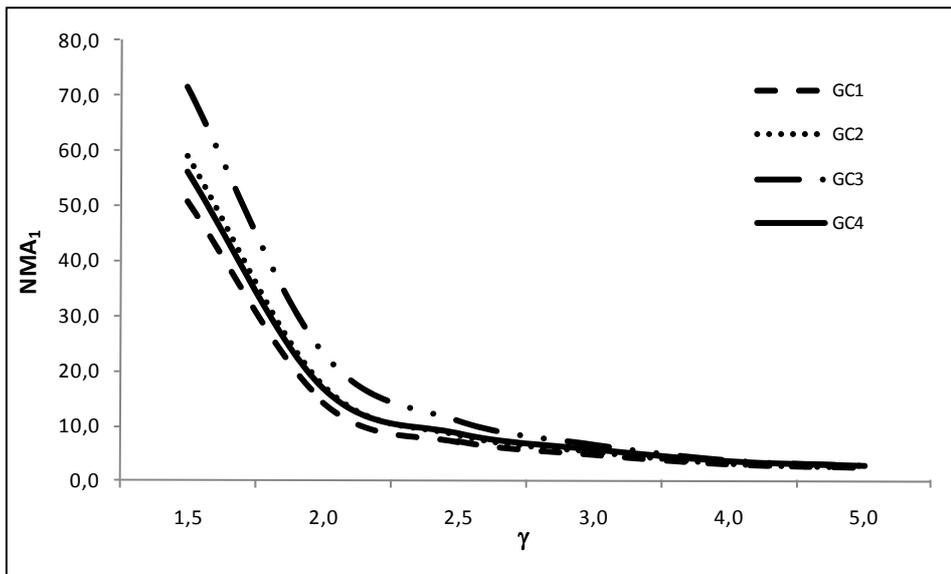


Figura 4.5 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 15 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=1$ )

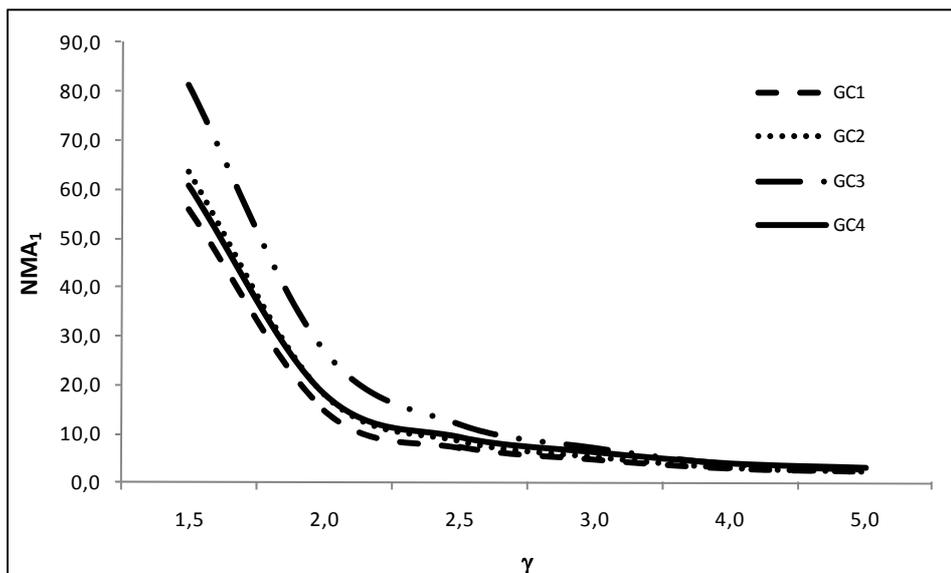


Figura 4.6 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 20 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=1$ )

**GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)

**GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)

**GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)

**GC4** Gráfico de controle de grupos de MR

As figuras 4.3 a 4.6 apresentam os desempenhos individuais dos gráficos de controle (curvas de valores de  $NMA_1$  são mostradas em função do fator de aumento da dispersão do canal afetado) para o monitoramento de observações

individuais. Por razões de espaço, somente as curvas para  $NMA_0$  igual a 200 amostras são mostradas. No caso de  $NMA_0$  igual a 100 ou a 370.4 amostras, a relação entre os desempenhos dos diversos gráficos está bem parecida (as curvas distam de forma bem semelhante).

Há uma superposição das curvas de valores de  $NMA_1$  para processos com 2 e 3 canais, tal como já foi dito anteriormente na análise da Tabela 4.1, o que demonstra que os gráficos de controle para a média possuem aproximadamente o mesmo poder de detecção de descontrole na dispersão do canal afetado quando o número de canais presentes no processo ( $c$ ) é pequeno.

Cabe salientar que, para os casos de poucos canais (2 e 3) é mais vantajoso controlar diretamente as medidas de cada canal, que podem ser marcadas num mesmo gráfico. Este procedimento já fornecerá uma informação bem precisa sobre qual o canal que se encontra em descontrole, embora os gráficos de controle da média existentes também consigam obter bom desempenho, em termos de detecção de alterações no processo. A escolha é aberta ao operador responsável pelo controle do processo.

É esperado que as versões EWMA dos gráficos de controle analisados possuam melhor desempenho, em termos de boas reduções nos valores de  $NMA_1$ , para os casos de alterações menores que 2 ( $\gamma < 2$ ) na dispersão do processo. Tais casos são analisados no Capítulo 7.

Na Tabela 4.2 estão dispostos alguns valores de SDRL correspondentes aos valores de  $NMA_1$  da Tabela 4.1. Analisando o desvio-padrão do comprimento de corridas (SDRL), observa-se que estas medidas são monotonicamente crescentes em relação aos valores de  $NMA_0$  dos gráficos de controle analisados. Em qualquer um dos casos analisados, quanto menor for o valor de  $NMA_1$  menor é o valor do SDRL, e por causa disso torna-se razoável utilizar o  $NMA_1$  como critério suficiente para análise de desempenho.

Tabela 4.2 – Exemplos de valores de SDRL das medidas de desempenho individuais dos gráficos para o controle por observações individuais

c	NMA <sub>0</sub>	Esquema	SDRL						
			$\gamma$						
			1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
5	100,0	GC1	102,6	25,8	8,9	4,8	3,2	1,9	1,4
		GC2	100,6	27,1	9,9	5,3	3,4	2,0	1,5
		GC3	99,3	26,7	9,9	5,3	3,5	2,0	1,5
		GC4	100,5	26,5	10,4	5,7	3,8	2,5	1,8
15		GC1	100,9	33,6	10,8	5,5	3,5	2,1	1,5
		GC2	98,1	36,5	12,4	6,3	4,0	2,3	1,6
		GC3	100,3	40,8	15,6	7,7	4,8	2,6	1,9
		GC4	99,7	35,8	12,5	6,5	4,3	2,6	1,9
5	200,0	GC1	202,5	39,2	11,9	6,0	3,8	2,1	1,5
		GC2	198,5	41,8	13,2	6,7	4,2	2,3	1,6
		GC3	198,5	42,7	13,3	6,5	4,2	2,2	1,6
		GC4	198,6	42,6	13,8	7,0	4,7	2,8	2,0
15		GC1	196,8	48,9	13,7	6,5	4,0	2,2	1,6
		GC2	197,0	58,4	16,8	7,8	4,7	2,5	1,8
		GC3	200,6	69,3	22,6	10,2	5,9	3,1	2,0
		GC4	193,2	55,2	16,1	7,7	4,9	2,8	2,1
5	370,4	GC1	365,4	56,9	15,5	6,9	4,3	2,4	1,7
		GC2	376,0	63,1	17,6	8,3	4,9	2,6	1,8
		GC3	372,0	61,4	17,4	8,1	4,8	2,5	1,8
		GC4	385,1	61,8	17,6	8,5	5,4	3,1	2,2
15		GC1	376,4	74,0	16,8	7,5	4,5	2,5	1,7
		GC2	372,8	89,3	22,3	9,4	5,4	2,8	2,0
		GC3	365,4	115,9	30,3	12,6	7,0	3,4	2,2
		GC4	389,2	78,8	20,4	9,1	5,6	3,1	2,2

GC1 Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)

GC2 Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)

GC3 Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)

GC4 Gráfico de controle de grupos de MR

Em relação às medidas de desempenho dos cenários de *zero-state* e de *steady-state*, a única diferença no cálculo dos valores de NMA<sub>1</sub>, dentre os gráficos de controle analisados, está na simulação do GCG de MR, conforme já mencionado na Seção 4.3. Pode ser observado na Tabela 4.3, que os valores de NMA<sub>1</sub> de *steady-state* são menores que os de NMA<sub>1</sub> de *zero-state*.

Tabela 4.3 – Valores de  $NMA_1$  de *Zero-State* e *Steady-State* para o GCG de MR

c	Esquema	$NMA_0=100,00$ NMA ZERO-STATE							$NMA_0=100,00$ NMA STEADY-STATE						
		$\gamma$							$\gamma$						
		1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
2	GC4	102,2	26,1	11,9	7,5	5,6	3,9	3,3	101,9	25,8	11,6	7,2	5,2	3,4	2,7
3	GC4	103,1	27,2	11,7	7,2	5,4	3,8	3,2	102,4	26,3	11,0	6,5	4,7	3,2	2,5
5	GC4	100,9	29,0	11,9	7,1	5,3	3,7	3,1	99,2	28,2	11,3	6,6	4,7	3,2	2,5
10	GC4	101,7	33,0	12,8	7,4	5,4	3,8	3,1	101,2	32,0	12,0	6,8	4,8	3,2	2,5
15	GC4	102,8	36,8	13,7	7,8	5,5	3,8	3,2	102,7	36,6	13,4	7,5	5,2	3,4	2,6
20	GC4	102,1	38,8	14,3	8,0	5,7	3,9	3,2	101,4	38,5	14,1	7,8	5,4	3,5	2,7

GC4 Gráfico de controle de grupos de MR

Os gráficos de controle aqui analisados foram aplicados a observações individuais. Observa-se que o GCG de MR, projetado especialmente para o controle da dispersão, apresenta desempenho inferior (valores maiores para  $NMA_1$ ), em relação aos demais esquemas de controle, contra aumentos na dispersão do canal afetado do processo.

#### 4.4.2

#### Controle por Dados Subgrupados

Uma alternativa ao GCG de MR, quando for operacional e economicamente possível, é a utilização de amostras com tamanhos maiores monitoradas pelo GCG de  $S^2$  e/ou pelo GCG das diferenças em relação ao nível-base. Nesta seção é analisado o desempenho desses gráficos, no caso de amostras de tamanho  $n=4$  para cada canal do processo.

A Tabela 4.4 mostra os resultados de desempenho dos gráficos de controle apresentados no Capítulo 2 e 3 (especificamente, os gráficos de Mortell e Runger, 1995, de Runger et al., 1996, de Barbosa, 2008 e o GCG de  $S^2$ ) para o controle por dados subgrupados (amostras de tamanho igual a 4). Os menores valores observados de  $NMA_1$  estão destacados em vermelho.

Tabela 4.4 – Medidas de Desempenho Individual para o controle por amostras de tamanho igual a quatro

c	Esquema	NMA <sub>0</sub> =100,00 NMA							NMA <sub>0</sub> =200,00 NMA							NMA <sub>0</sub> =370,40 NMA						
		$\gamma$							$\gamma$							$\gamma$						
		1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
2	GC1	100,4	23,4	9,7	5,6	4,0	2,6	2,1	197,3	36,3	13,4	7,2	4,7	3,0	2,3	374,5	54,6	17,6	8,7	5,6	3,3	2,5
	GC2	100,8	23,5	9,7	5,6	4,0	2,6	2,1	197,4	36,3	13,4	7,2	4,7	3,0	2,3	380,8	55,2	17,7	8,8	5,7	3,3	2,5
	GC3	100,4	23,4	9,7	5,6	4,0	2,6	2,1	197,3	36,3	13,4	7,2	4,7	3,0	2,3	374,5	54,6	17,6	8,7	5,6	3,3	2,5
	GC4	100,9	<b>7,7</b>	<b>2,7</b>	<b>1,8</b>	<b>1,4</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>	197,8	<b>10,3</b>	<b>3,2</b>	<b>1,9</b>	<b>1,5</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>	371,2	<b>13,4</b>	<b>3,7</b>	<b>2,1</b>	<b>1,6</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>
3	GC1	101,7	24,3	9,5	5,5	3,9	2,5	2,0	199,3	37,7	12,9	6,7	4,5	2,8	2,2	379,9	53,8	16,3	8,1	5,2	3,1	2,3
	GC2	100,7	24,6	9,7	5,7	4,0	2,6	2,0	199,0	38,5	13,3	7,0	4,6	2,9	2,2	381,2	56,8	17,4	8,5	5,5	3,2	2,4
	GC3	100,0	23,9	9,5	5,5	3,9	2,5	2,0	199,7	37,1	12,8	6,7	4,5	2,8	2,2	380,7	53,7	16,3	8,1	5,2	3,1	2,4
	GC4	101,2	<b>8,8</b>	<b>3,0</b>	<b>1,9</b>	<b>1,5</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>	201,7	<b>12,0</b>	<b>3,5</b>	<b>2,0</b>	<b>1,6</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>	373,4	<b>15,6</b>	<b>4,0</b>	<b>2,2</b>	<b>1,6</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>
5	GC1	99,1	25,8	9,6	5,4	3,8	2,5	2,0	198,4	39,6	12,7	6,5	4,3	2,7	2,1	373,8	58,7	15,5	7,6	4,9	2,9	2,3
	GC2	99,7	27,2	10,4	5,8	4,0	2,6	2,1	197,2	42,6	14,0	7,3	4,8	2,9	2,2	373,8	64,2	18,3	8,6	5,4	3,2	2,4
	GC3	99,9	27,2	10,3	5,8	4,0	2,6	2,1	198,1	42,1	13,9	7,2	4,7	2,9	2,2	374,9	64,1	18,0	8,5	5,4	3,1	2,4
	GC4	98,7	<b>10,6</b>	<b>3,3</b>	<b>2,0</b>	<b>1,5</b>	<b>1,2</b>	<b>1,1</b>	198,1	<b>14,6</b>	<b>3,9</b>	<b>2,2</b>	<b>1,6</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	368,2	<b>19,2</b>	<b>4,5</b>	<b>2,4</b>	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>	<b>1,2</b>
10	GC1	99,9	29,9	10,4	5,7	3,9	2,5	2,0	200,7	46,2	13,2	6,5	4,3	2,7	2,1	369,7	66,4	16,3	7,7	4,9	2,9	2,2
	GC2	99,3	32,5	11,8	6,3	4,3	2,7	2,1	201,6	52,4	15,7	7,7	4,9	3,0	2,3	374,7	78,8	20,5	9,2	5,7	3,3	2,4
	GC3	101,2	35,0	13,3	7,0	4,7	2,9	2,2	198,0	57,7	18,3	8,6	5,4	3,2	2,4	366,2	90,7	23,9	10,6	6,3	3,5	2,6
	GC4	99,9	<b>13,7</b>	<b>3,9</b>	<b>2,2</b>	<b>1,6</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	198,9	<b>18,9</b>	<b>4,4</b>	<b>2,3</b>	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	371,2	<b>25,4</b>	<b>5,3</b>	<b>2,6</b>	<b>1,8</b>	<b>1,3</b>	<b>1,2</b>
15	GC1	98,1	33,0	11,2	6,0	4,0	2,6	2,0	199,6	51,3	14,5	7,1	4,5	2,8	2,2	370,0	73,3	17,5	8,0	5,0	3,0	2,3
	GC2	99,8	36,4	12,9	6,8	4,5	2,8	2,2	201,7	58,4	17,4	8,3	5,3	3,1	2,3	370,0	89,3	22,4	9,8	5,9	3,4	2,5
	GC3	100,9	41,5	16,1	8,3	5,3	3,1	2,4	200,6	71,1	23,1	10,6	6,4	3,6	2,6	375,4	113,9	30,9	12,9	7,4	3,9	2,8
	GC4	99,6	<b>15,6</b>	<b>4,2</b>	<b>2,3</b>	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	200,7	<b>21,9</b>	<b>4,9</b>	<b>2,5</b>	<b>1,8</b>	<b>1,3</b>	<b>1,2</b>	375,6	<b>28,6</b>	<b>5,6</b>	<b>2,7</b>	<b>1,9</b>	<b>1,3</b>	<b>1,2</b>
20	GC1	98,7	35,4	11,5	6,1	4,1	2,6	2,1	200,6	55,6	15,1	7,2	4,6	2,8	2,2	371,2	80,5	18,6	8,3	5,1	3,0	2,3
	GC2	99,7	39,2	13,3	6,9	4,5	2,8	2,2	204,0	65,0	18,4	8,7	5,4	3,1	2,4	373,3	97,4	23,6	10,3	6,0	3,4	2,5
	GC3	100,8	47,2	18,4	9,3	5,9	3,4	2,5	202,6	81,5	26,9	12,3	7,2	3,8	2,7	369,8	131,7	37,0	15,2	8,4	4,2	3,0
	GC4	100,3	<b>17,2</b>	<b>4,4</b>	<b>2,3</b>	<b>1,7</b>	<b>1,3</b>	<b>1,1</b>	202,6	<b>24,7</b>	<b>5,2</b>	<b>2,6</b>	<b>1,8</b>	<b>1,3</b>	<b>1,2</b>	371,7	<b>33,1</b>	<b>6,1</b>	<b>2,9</b>	<b>1,9</b>	<b>1,4</b>	<b>1,2</b>

GC1 Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)

GC2 Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)

GC3 Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)

GC4 Gráfico de controle de grupos de  $S^2$

Verificando os resultados de desempenho na Tabela 4.4, é observado que o tamanho de amostra não influi no desempenho dos gráficos de controle de média contra alterações na dispersão do canal afetado. Os valores de  $NMA_1$  dos esquemas de controle da média são praticamente os mesmos para os dois casos: observações individuais (Tabela 4.1) e dados subgrupados (Tabela 4.4). Os valores só não são iguais pela aleatoriedade natural do método de simulação. Tal comportamento já era previamente conhecido e estudado na literatura de CEP (ver, por exemplo, Costa et al., 2005, páginas 80 a 85).

No entanto, o gráfico de controle de grupos de  $S^2$  das observações originais apresenta desempenho bem superior, em termos de reduções nos valores de  $NMA_1$ , que os gráficos de controle de média analisados. Observa-se também que o GCG de  $S^2$ , cuja adoção é proposta para o controle da dispersão do processo, apresenta bom desempenho para vários casos, incluindo os de alteração de magnitude pequena na dispersão do canal afetado ( $\gamma=1,5$ ). No caso de processos compostos por 20 canais, o gráfico consegue um  $NMA_1$  para  $\gamma=1,5$  igual a 17,15% do valor do  $NMA_0$  de 100 amostras.

Nas figuras 4.7 a 4.10 são apresentados os desempenhos individuais (curvas de valores de  $NMA_1$  são mostradas em função da magnitude de alteração na dispersão do canal afetado) dos gráficos analisados nesta seção para o controle por dados subgrupados ( $n=4$ ). Tal como antes, por razões de espaço, somente são apresentadas as curvas de desempenho para  $NMA_0$  de 200 amostras. As curvas para os demais valores de  $NMA_0$  apresentam comportamento semelhante.

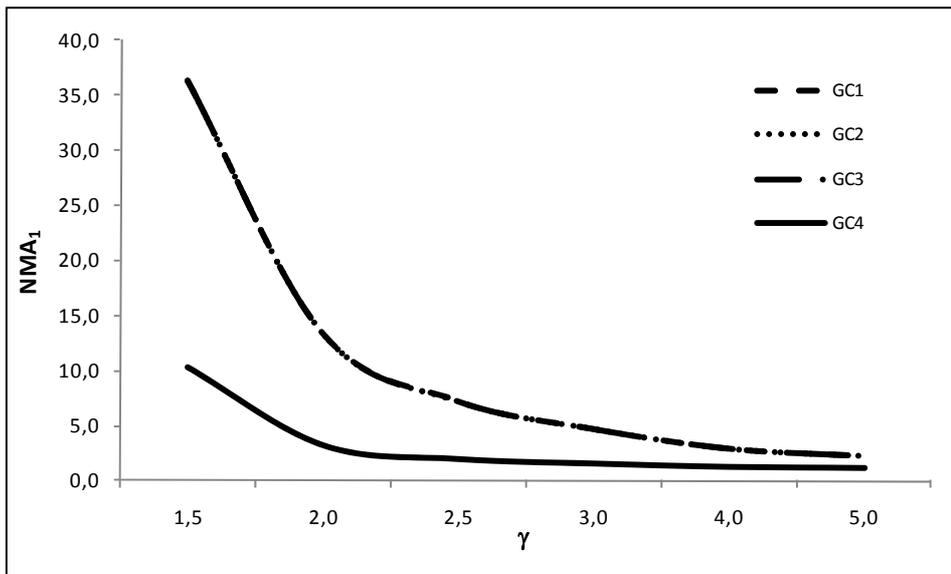


Figura 4.7 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 2 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=4$ )

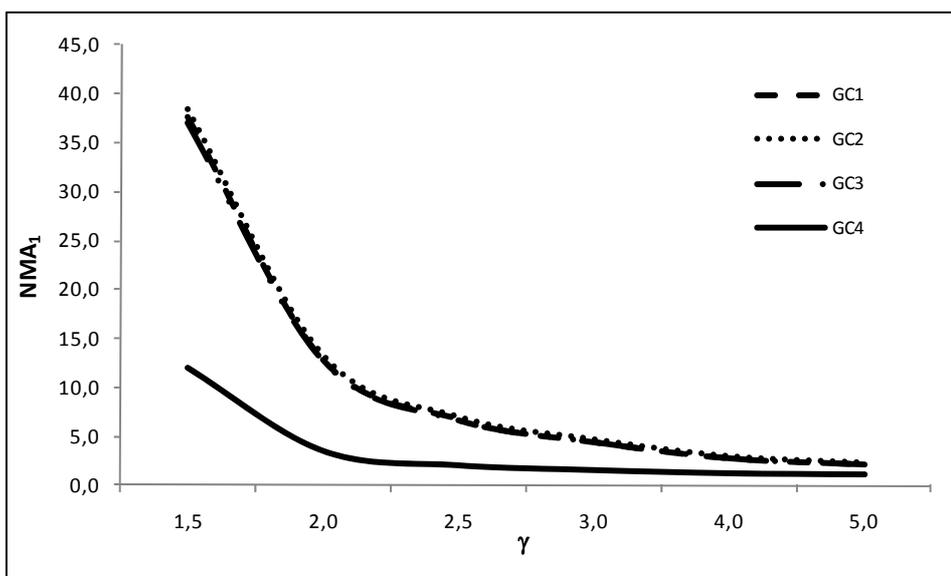


Figura 4.8 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 3 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=4$ )

- GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)
- GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)
- GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)
- GC4** Gráfico de controle de grupos de  $S^2$

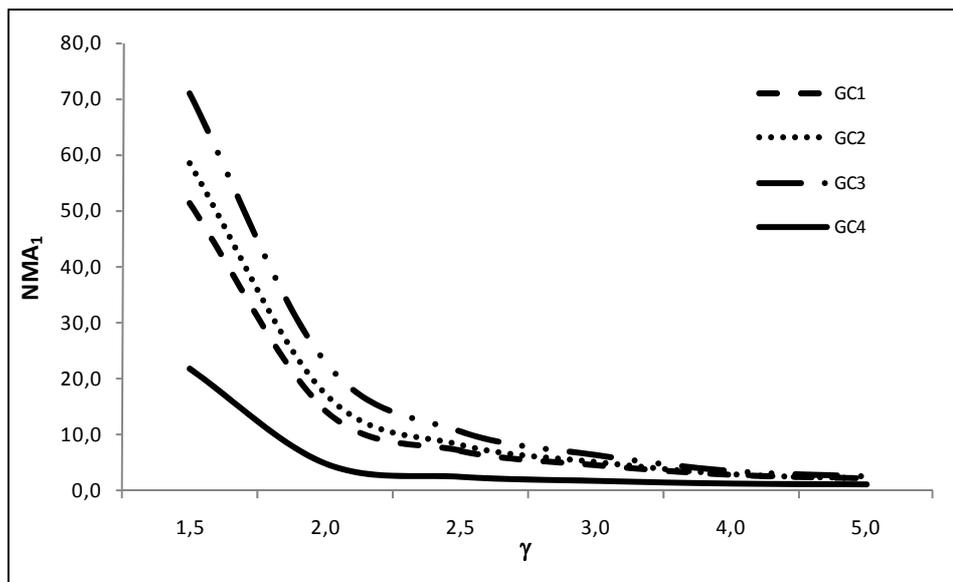


Figura 4.9 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 15 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=4$ )

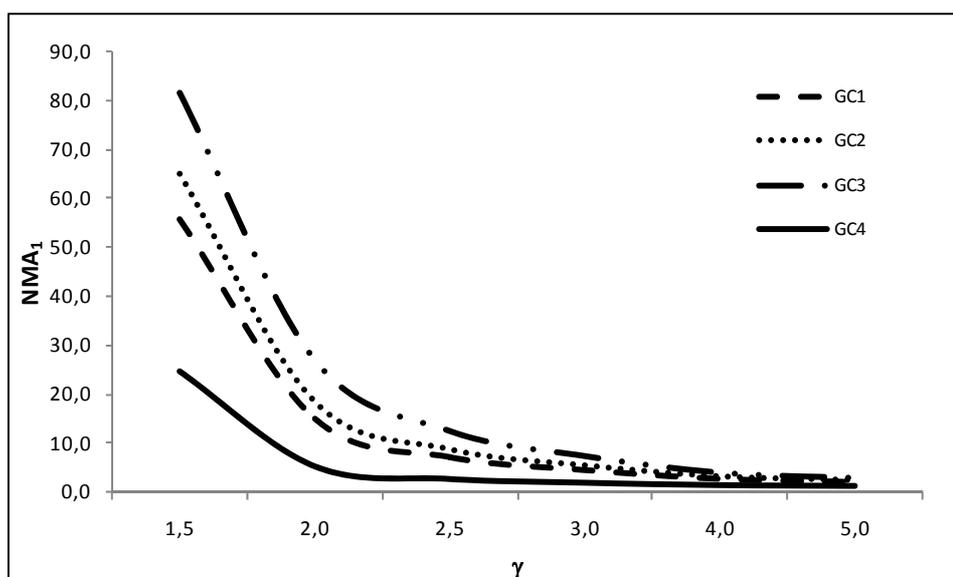


Figura 4.10 – Curva de valores de  $NMA_1$  para 20 canais e  $NMA_0=200$  ( $n=4$ )

- GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)  
**GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)  
**GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)  
**GC4** Gráfico de controle de grupos de  $S^2$

Nota-se uma superposição das curvas dos valores de  $NMA_1$  para processos com poucos canais, o que demonstra que os gráficos de controle para a média possuem o mesmo poder de detecção de descontrol na dispersão do canal afetado quando o número de canais presentes no processo ( $c$ ) é pequeno. Vale lembrar que em processos compostos por até 3 canais, um esquema a considerar é a plotagem dos valores individuais dos canais em um único gráfico.

É importante observar que, dentre os esquemas de controle da média, o gráfico mais eficiente contra aumentos na dispersão do canal afetado é o GCG das diferenças, para os casos de amostras de tamanho igual a 4 unidades. Contudo, este gráfico apresenta desempenho inferior ao apresentado pelo GCG de  $S^2$ , que é especialmente projetado para o controle da dispersão. Cabe ressaltar que as curvas distam bem (os valores de  $NMA_1$  do GCG de  $S^2$  são bem menores que os apresentados pelos demais esquemas de controle de média) nos casos de aumentos de magnitude pequena a moderada na dispersão ( $\gamma < 2$ ).

Pode-se, ainda, esperar um desempenho ainda melhor com a incorporação de um esquema EWMA ao GCG de  $S^2$ . Contudo, por causa de algumas peculiaridades apresentadas pela estatística  $S^2$  (a distribuição de probabilidades do EWMA de  $S^2$ , por exemplo) o GCG de EWMA proposto para o controle de tais processos trabalhará com a estatística de  $S^2$  linearizada,  $\ln(S^2)$ . Os resultados de desempenho deste esquema serão apresentados no Capítulos 7.

Alguns valores de SDRL correspondentes aos valores de  $NMA_1$  da Tabela 4.4, podem ser encontrados na Tabela 4.5. Observando o desvio-padrão do comprimento de corridas (SDRL), nota-se que os valores de SDRL são monotonicamente crescentes em relação aos valores de  $NMA_0$ , tal como já observado no controle por observações individuais.

Tabela 4.5 – Exemplos de valores de SDRL das medidas de desempenho individuais dos gráficos para o controle por amostras de tamanho igual a quatro

c	NMA <sub>0</sub>	Esquema	SDRL						
			$\gamma$						
			1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
5	100,0	GC1	98,8	25,4	9,2	4,8	3,3	1,9	1,4
		GC2	100,5	26,8	10,0	5,3	3,5	2,0	1,5
		GC3	100,5	27,2	9,8	5,3	3,5	2,0	1,5
		GC4	98,2	9,9	2,7	1,4	0,9	0,5	0,4
15		GC1	97,4	32,5	10,7	5,4	3,5	2,1	1,5
		GC2	98,3	35,5	12,4	6,3	3,9	2,3	1,6
		GC3	100,7	40,3	15,4	7,7	4,8	2,6	1,9
		GC4	99,8	14,9	3,7	1,7	1,0	0,6	0,4
5	200,0	GC1	198,1	38,8	12,1	6,0	3,8	2,2	1,6
		GC2	195,4	41,5	13,4	6,9	4,3	2,3	1,7
		GC3	195,3	41,1	13,4	6,7	4,2	2,3	1,7
		GC4	195,3	14,2	3,3	1,6	1,0	0,6	0,4
15		GC1	196,9	50,2	13,8	6,5	3,9	2,3	1,6
		GC2	201,8	58,3	16,7	7,7	4,7	2,5	1,8
		GC3	202,9	71,6	22,7	10,2	5,8	3,0	2,0
		GC4	199,4	21,5	4,4	1,9	1,2	0,6	0,4
5	370,4	GC1	368,8	58,5	15,1	7,1	4,4	2,4	1,7
		GC2	372,3	65,0	18,0	8,1	4,9	2,7	1,9
		GC3	371,3	64,3	17,6	8,0	4,9	2,6	1,9
		GC4	374,7	18,3	3,9	1,8	1,1	0,6	0,4
15		GC1	369,6	72,3	16,8	7,6	4,5	2,4	1,7
		GC2	367,5	87,5	21,9	9,3	5,4	2,8	1,9
		GC3	371,8	113,0	30,6	12,2	6,9	3,3	2,2
		GC4	374,8	27,6	5,1	2,2	1,3	0,7	0,5

**GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base (Barbosa, 2008)

**GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995)

**GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery (1996)

**GC4** Gráfico de controle de grupos de  $S^2$

No controle por observações individuais, o GCG das diferenças apresentou desempenho bem superior em relação aos demais, inclusive em comparação ao GCG de MR das diferenças que foi especialmente projetado para tais casos. Este comportamento deve-se ao fato da presença de correlação entre as observações individuais e os valores de MR, e da interdependência entre as informações fornecidas pelo gráfico MR (os sinais, por exemplo) e as fornecidas pelo gráfico de observações individuais, como já registrado por Woodall (2000).

No controle por dados subgrupados, pode-se concluir pela superioridade do GCG de  $S^2$ , em termos de boas reduções nos valores de NMA<sub>1</sub>, em relação aos esquemas de controle de média. E, além do que se esperava, o GCG proposto

apresentou também bons resultados de desempenho para os casos de alterações de pequena magnitude na dispersão do canal afetado. Claro que, como as estatísticas  $S^2$  são independentes entre os canais, tal comportamento já era esperado para tais casos.

Como os gráficos de controle para a dispersão são usados em conjunto com um gráfico para o monitoramento da média, e estes por sua vez também são sensíveis a aumentos na dispersão, é interessante analisar o desempenho conjunto do par de gráficos contra aumentos na dispersão. Isto será realizado a seguir.

## 4.5

### Resultados de Desempenho Conjunto

Esta seção dedica-se aos resultados de desempenho conjunto dos gráficos de controle tipo Shewhart contra alterações na dispersão no canal afetado. Em suma, trata-se da análise dos valores de  $NMA_1$  obtidos quando um gráfico de controle para a dispersão é usado em conjunto com um gráfico para o monitoramento da média.

No controle por observações individuais é analisado o desempenho conjunto do GCG de MR das diferenças, proposto no Capítulo 3, com os gráficos de controle para a média (especificamente, os gráficos de controle de  $R_t$  de Mortell e Runter, 1995 e de MEWMA de  $S^2$  de Runger et al., 1996 e o GCG das diferenças de Barbosa, 2008). No controle por dados subgrupados é analisado o desempenho do GCG de  $S^2$ , proposto no Capítulo 3, com os mesmos gráficos de controle para a média.

#### 4.5.1

##### Controle por Observações Individuais

Nesta subseção são considerados os valores de  $NMA_0$  igual a 100, 200 e 370,4 amostras para cada um dos dois gráficos utilizados (os dois são projetados com o mesmo valor de  $NMA_0$ ).

A Tabela 4.6 mostra os resultados de desempenho conjunto dos gráficos utilizados para o controle por observações individuais. Os menores valores

observados entre os valores de  $NMA_1$  conjunto dos três pares de gráficos estão destacados em vermelho.

Nota-se que há pouca diferença entre os valores de  $NMA_1$  conjunto das três combinações de gráficos; no entanto, a combinação GCG MR das diferenças proposto e GCG das diferenças de Barbosa (2008) apresenta os menores valores de  $NMA_1$ . A diferença entre os desempenhos, contudo, só é perceptível para processos compostos por 10 ou mais canais.

Cabe-se ainda observar que os valores de  $NMA_0$  ( $NMA_1$  para  $\gamma=1$ ) conjunto são maiores que a metade dos valores de  $NMA_0$  individual devido à não independência entre os sinais nos dois gráficos do par utilizado. Quanto menor o número de canais, maior o  $NMA_0$  conjunto.

Nas figuras 4.11 e 4.12, ao comparar o desempenho individual do GCG de MR das diferenças com o desempenho do uso conjunto deste gráfico com o GCG das diferenças (a combinação com melhor desempenho), pode-se observar que o gráfico de controle para a média realmente contribui, associado ao GCG de MR das diferenças, para uma detecção mais rápida de aumentos na dispersão do canal afetado. Apenas são mostradas as curvas de desempenho para  $NMA_0$  igual a 200, amostras em detrimento das curvas dos outros valores de  $NMA_0$  (100 e 370,4), pois as curvas de desempenho individual e conjunto destes valores de  $NMA_0$  distam entre si de forma idêntica a apresentada nas figuras 4.11 e 4.12.

Tabela 4.6 – Medidas de Desempenho Conjunto para o controle por observações individuais

c	Conjunto	NMA <sub>0</sub> =100,00 NMA γ							NMA <sub>0</sub> =200,00 NMA γ							NMA <sub>0</sub> =370,40 NMA γ						
		1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
2	GC1	63,8	<b>16,5</b>	<b>7,6</b>	<b>4,8</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>2,0</b>	124,3	<b>25,1</b>	<b>10,3</b>	<b>5,9</b>	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>	221,2	<b>36,7</b>	<b>13,2</b>	<b>7,1</b>	<b>4,7</b>	<b>3,0</b>	<b>2,3</b>
	GC2	63,9	<b>16,5</b>	<b>7,6</b>	<b>4,8</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>2,0</b>	124,3	<b>25,1</b>	<b>10,3</b>	<b>5,9</b>	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>	223,2	<b>36,9</b>	<b>13,2</b>	<b>7,1</b>	<b>4,8</b>	<b>3,0</b>	<b>2,3</b>
	GC3	63,8	<b>16,5</b>	<b>7,6</b>	<b>4,8</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>2,0</b>	124,3	<b>25,1</b>	<b>10,3</b>	<b>5,9</b>	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>	221,2	<b>36,7</b>	<b>13,2</b>	<b>7,1</b>	<b>4,7</b>	<b>3,0</b>	<b>2,3</b>
3	GC1	62,3	<b>17,0</b>	<b>7,6</b>	<b>4,7</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>	118,9	<b>25,6</b>	<b>9,8</b>	<b>5,6</b>	<b>3,9</b>	<b>2,6</b>	<b>2,1</b>	214,1	37,1	<b>12,2</b>	<b>6,5</b>	<b>4,4</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>
	GC2	61,9	<b>17,0</b>	7,7	4,8	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	2,0	118,8	25,6	9,9	5,7	4,0	2,7	<b>2,1</b>	212,9	37,4	12,5	6,7	4,5	2,9	<b>2,2</b>
	GC3	62,2	<b>17,0</b>	<b>7,6</b>	<b>4,7</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>	118,9	<b>25,6</b>	<b>9,8</b>	<b>5,6</b>	<b>3,9</b>	<b>2,6</b>	<b>2,1</b>	213,0	<b>36,8</b>	<b>12,2</b>	<b>6,5</b>	<b>4,4</b>	<b>2,8</b>	<b>2,2</b>
5	GC1	59,7	17,4	<b>7,4</b>	<b>4,5</b>	<b>3,3</b>	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>	116,6	<b>26,9</b>	<b>9,6</b>	<b>5,4</b>	<b>3,8</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	216,7	<b>38,8</b>	<b>12,1</b>	<b>6,3</b>	<b>4,2</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>
	GC2	57,7	17,5	7,6	4,7	3,4	<b>2,4</b>	2,0	113,9	27,2	10,1	5,6	3,9	2,6	2,1	211,7	39,4	12,7	6,6	4,4	2,8	2,2
	GC3	58,0	<b>17,3</b>	7,5	4,6	3,4	<b>2,4</b>	2,0	112,5	27,2	10,2	5,6	3,9	2,6	2,1	210,2	39,9	12,7	6,6	4,4	2,8	2,2
10	GC1	58,7	<b>20,2</b>	<b>8,1</b>	<b>4,7</b>	<b>3,4</b>	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>	112,0	<b>29,8</b>	<b>10,1</b>	<b>5,5</b>	<b>3,8</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	209,0	<b>42,2</b>	<b>12,4</b>	<b>6,4</b>	<b>4,3</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>
	GC2	57,3	20,3	8,4	4,9	3,5	<b>2,4</b>	2,0	110,3	30,8	10,8	5,8	4,0	2,7	2,1	201,2	44,5	13,4	6,9	4,6	2,9	2,3
	GC3	55,0	20,4	8,7	5,1	3,7	2,5	2,0	109,7	31,3	11,2	6,1	4,2	2,8	2,2	199,4	45,9	14,1	7,3	4,8	3,0	2,3
15	GC1	57,0	<b>21,7</b>	<b>8,5</b>	<b>4,9</b>	<b>3,5</b>	<b>2,4</b>	<b>1,9</b>	110,4	<b>33,1</b>	<b>10,6</b>	<b>5,7</b>	<b>3,9</b>	<b>2,6</b>	<b>2,0</b>	207,9	<b>48,2</b>	<b>13,3</b>	<b>6,6</b>	<b>4,4</b>	<b>2,7</b>	<b>2,2</b>
	GC2	55,9	22,0	8,9	5,2	3,7	2,5	2,0	109,1	34,0	11,3	6,1	4,2	2,7	2,1	203,2	51,1	14,5	7,3	4,7	2,9	2,3
	GC3	54,5	22,7	9,5	5,6	4,0	2,7	2,1	105,3	36,0	12,3	6,6	4,5	2,9	2,3	199,5	54,2	16,0	8,0	5,1	3,1	2,4
20	GC1	57,2	<b>23,1</b>	<b>8,9</b>	<b>5,0</b>	<b>3,6</b>	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	112,3	<b>35,8</b>	<b>11,6</b>	<b>6,1</b>	<b>4,1</b>	<b>2,7</b>	<b>2,1</b>	209,0	<b>51,7</b>	<b>13,7</b>	<b>6,7</b>	<b>4,4</b>	<b>2,8</b>	<b>2,1</b>
	GC2	55,8	23,5	9,4	5,3	3,8	<b>2,5</b>	<b>2,0</b>	111,0	37,0	12,4	6,5	4,4	2,8	2,2	201,0	55,1	15,0	7,3	4,8	3,0	2,3
	GC3	54,0	24,0	10,2	5,9	4,1	2,7	2,2	105,9	38,8	13,7	7,3	4,9	3,1	2,4	197,0	59,1	17,0	8,2	5,3	3,2	2,4

**GC1** Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base com o Gráfico de controle de grupos da amplitude móvel

**GC2** Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995) com o Gráfico de controle de grupos da amplitude móvel

**GC3** Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery com o Gráfico de controle de grupos da amplitude móvel

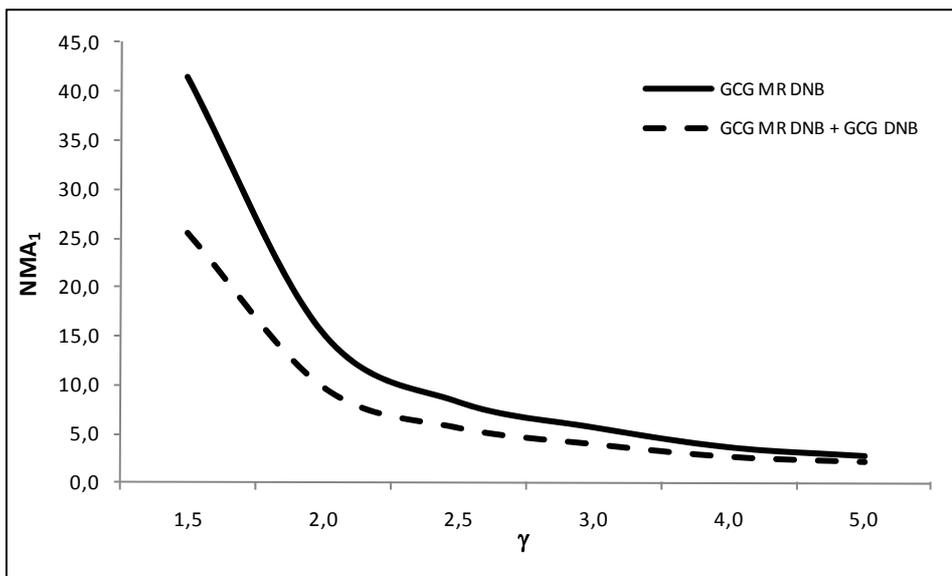


Figura 4.11 – Comparação entre os valores de  $NMA_1$  individuais e conjuntos para 3 canais considerando o valor de  $NMA_0$  igual a 200 amostras ( $n=1$ )

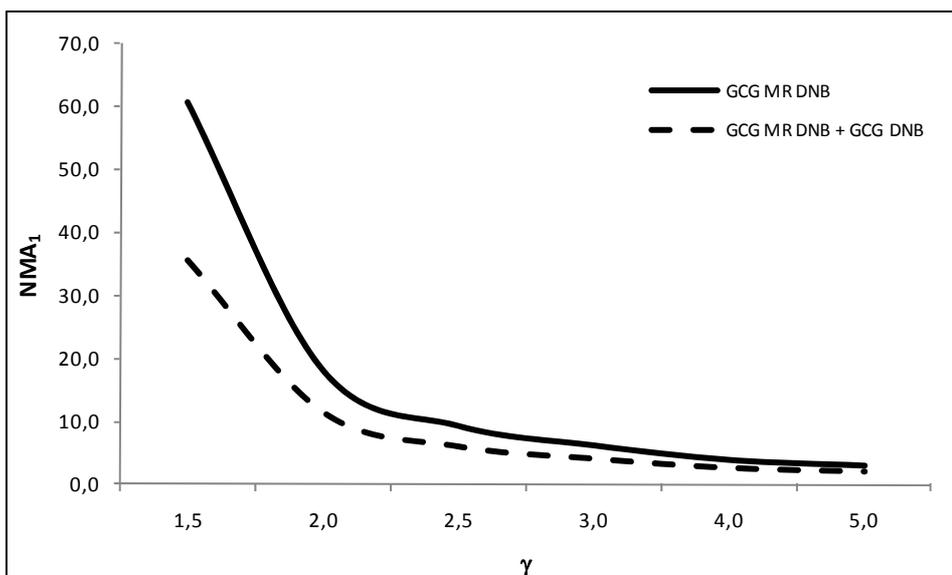


Figura 4.12 – Comparação entre os valores de  $NMA_1$  individuais e conjuntos para 20 canais considerando o valor de  $NMA_0$  igual a 200 amostras ( $n=1$ )

### 4.5.2

#### Controle por Dados Subgrupados

Na Tabela 4.7 são mostrados os resultados de desempenho conjunto dos gráficos utilizados para o controle por dados subgrupados, considerando os valores de  $NMA_0$  de 100, 200 e 370,4 amostras. Os menores valores observados

entre os valores de  $NMA_1$  conjunto dos três pares de gráficos estão destacados em vermelho.

Analisando os valores de  $NMA_1$  conjunto, obtidos para as três combinações de gráficos de controle, pode-se notar que há pouca diferença de desempenho entre tais combinações; contudo, observa-se que a combinação GCG  $S^2$  proposto e GCG das diferenças de Barbosa (2008) apresenta os menores valores para  $NMA_1$  para os casos de processos compostos por 10 ou mais canais.

Vale observar também que os valores de  $NMA_0$  ( $\gamma=1$ ) conjuntos são aproximadamente iguais a metade dos valores de  $NMA_0$  individual devido à independência entre os sinais nos dois gráficos do par utilizado. O GCG de  $S^2$  sinaliza descontroles no processo de forma independente dos gráficos de controle para a média.

Comparando o desempenho individual do GCG de  $S^2$  com o desempenho conjunto deste gráfico com o GCG das diferenças (a combinação com melhor desempenho), nota-se que a maior contribuição do gráfico de controle para a média está na detecção de pequenos aumentos na dispersão do canal afetado, como pode ser observado nas figuras 4.13 e 4.14. As curvas de desempenho conjunto e individual para os outros valores de  $NMA_0$  (100 e 370,4) distam entre si de forma semelhante às apresentadas nesta subseção.

Tabela 4.7 – Medidas de Desempenho Conjunto para o controle por amostras de tamanho igual a quatro

c	Conjunto	NMA <sub>0</sub> =100,00 NMA γ							NMA <sub>0</sub> =200,00 NMA γ							NMA <sub>0</sub> =370,40 NMA γ						
		1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0	1	1,5	2	2,5	3,0	4,0	5,0
2	GC1	50,3	5,9	2,3	1,6	1,3	1,1	1,0	99,5	8,1	2,8	1,7	1,4	1,1	1,1	186,8	10,9	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1
	GC2	50,4	5,9	2,3	1,6	1,3	1,1	1,0	99,5	8,1	2,8	1,7	1,4	1,1	1,1	188,2	10,9	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1
	GC3	50,3	5,9	2,3	1,6	1,3	1,1	1,0	99,5	8,1	2,8	1,7	1,4	1,1	1,1	186,8	10,9	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1
3	GC1	50,4	6,5	2,4	1,6	1,3	1,1	1,0	99,8	9,3	2,9	1,8	1,4	1,1	1,1	184,9	12,4	3,3	1,9	1,5	1,2	1,1
	GC2	50,6	6,5	2,4	1,6	1,3	1,1	1,0	100,0	9,4	2,9	1,8	1,4	1,1	1,1	187,6	12,5	3,4	1,9	1,5	1,2	1,1
	GC3	50,2	6,5	2,4	1,6	1,3	1,1	1,0	100,0	9,3	2,9	1,8	1,4	1,1	1,1	186,2	12,3	3,4	1,9	1,5	1,2	1,1
5	GC1	51,1	7,7	2,7	1,7	1,3	1,1	1,1	101,6	10,7	3,2	1,8	1,4	1,2	1,1	188,6	14,6	3,7	2,0	1,5	1,2	1,1
	GC2	50,8	7,8	2,7	1,7	1,4	1,1	1,1	101,0	11,0	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1	184,6	15,1	3,8	2,0	1,5	1,2	1,1
	GC3	51,3	7,8	2,7	1,7	1,4	1,1	1,1	100,4	11,0	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1	183,9	14,9	3,8	2,0	1,5	1,2	1,1
10	GC1	50,1	9,5	3,0	1,8	1,4	1,1	1,1	100,7	13,7	3,6	2,0	1,5	1,2	1,1	185,8	18,1	4,1	2,1	1,5	1,2	1,1
	GC2	49,5	9,9	3,1	1,8	1,4	1,1	1,1	100,7	14,1	3,7	2,0	1,5	1,2	1,1	183,2	18,9	4,3	2,2	1,6	1,2	1,1
	GC3	50,0	10,1	3,1	1,8	1,4	1,2	1,1	100,5	14,6	3,8	2,1	1,5	1,2	1,1	183,4	19,6	4,4	2,2	1,6	1,2	1,1
15	GC1	51,0	11,0	3,2	1,9	1,4	1,2	1,1	100,3	15,5	3,8	2,0	1,5	1,2	1,1	188,2	21,7	4,5	2,2	1,6	1,2	1,1
	GC2	49,9	11,3	3,3	1,9	1,5	1,2	1,1	100,0	16,1	4,0	2,1	1,5	1,2	1,1	186,2	22,8	4,7	2,3	1,6	1,2	1,1
	GC3	50,2	11,7	3,5	2,0	1,5	1,2	1,1	100,5	16,7	4,2	2,2	1,6	1,2	1,1	187,6	24,0	5,0	2,4	1,7	1,2	1,1
20	GC1	50,0	11,9	3,4	1,9	1,5	1,2	1,1	100,1	17,3	4,0	2,1	1,6	1,2	1,1	184,5	23,2	4,7	2,3	1,6	1,2	1,1
	GC2	50,4	12,2	3,5	2,0	1,5	1,2	1,1	99,8	17,8	4,2	2,2	1,6	1,2	1,1	187,6	24,9	5,0	2,4	1,7	1,2	1,1
	GC3	50,2	12,7	3,7	2,1	1,5	1,2	1,1	100,3	18,9	4,5	2,3	1,6	1,2	1,1	183,4	26,4	5,3	2,5	1,7	1,3	1,1

GC1 Gráfico de controle de grupos da diferença em relação ao nível-base com o Gráfico de controle de grupos da variância

GC2 Gráfico de controle de Mortell e Runger (1995) com o Gráfico de controle de grupos da variância

GC3 Gráfico de controle de Runger, Alt e Montgomery com o Gráfico de controle de grupos da variância

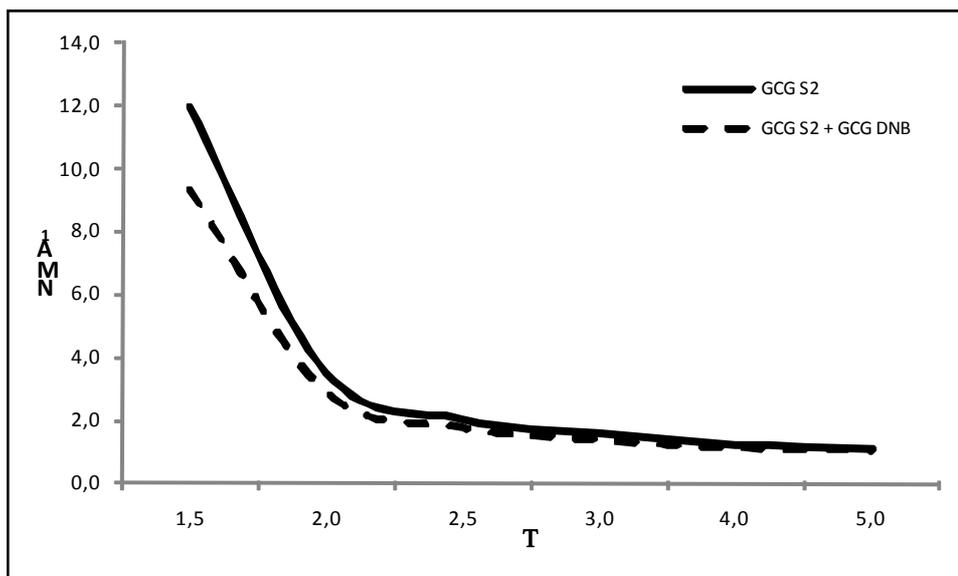


Figura 4.13 – Comparação entre os valores de  $NMA_1$  individuais e conjuntos para 3 canais considerando o valor de  $NMA_0$  igual a 200 amostras ( $n=4$ )

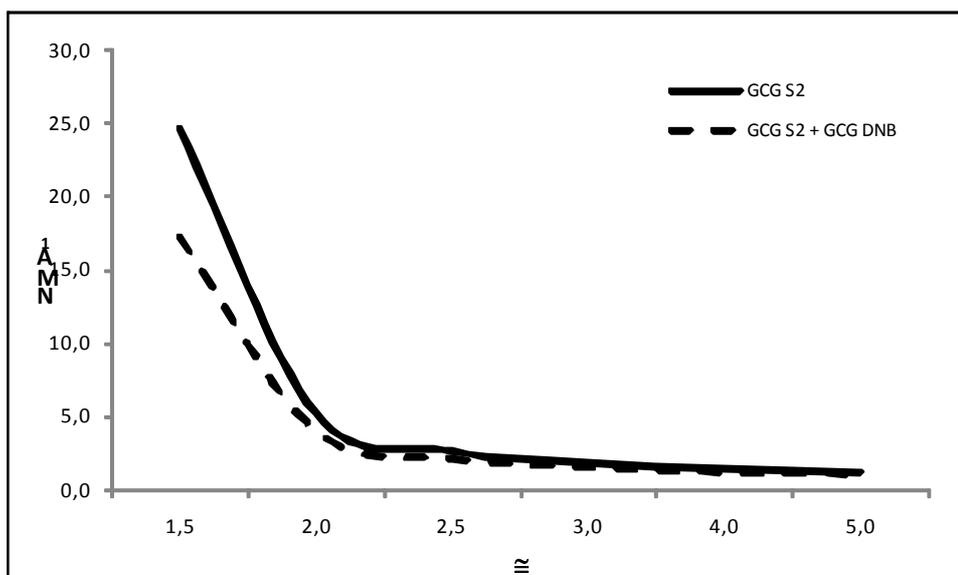


Figura 4.14 – Comparação entre os valores de  $NMA_1$  individuais e conjuntos para 20 canais considerando o valor de  $NMA_0$  igual a 200 amostras ( $n=4$ )

Embora o desempenho conjunto dos esquemas de controle de Shewhart analisados para o controle de dados subgrupados seja bem satisfatório, em relação à redução dos valores de  $NMA_1$ , espera-se que estes gráficos de controle obtenham melhor desempenho conjunto contra alterações de pequena magnitude na dispersão, quando desenvolvidos em suas formas de esquemas de controle de EWMA. As análises conjuntas de tais esquemas são mostradas no Capítulo 7, quando a presente tese voltar ao controle estatístico da dispersão.

Uma última análise que ainda pode ser realizada para o desempenho do GCG das diferenças em relação ao nível-base contra alterações na dispersão do canal afetado é o cálculo de alguns eventos probabilísticos mencionados no início deste capítulo.

## 4.6

### Cálculo Probabilístico de Eventos

Nesta seção são calculadas algumas probabilidades dos eventos considerados importantes para análise de eficiência do GCG das diferenças contra aumentos na dispersão de um canal do processo: probabilidade de sinalização de descontrole para os eventos  $A$  (canal afetado sinalizar),  $A \cup O$  (qualquer canal sinalizar) e  $O - A$  ou  $O \cap \bar{A}$  (algum canal não afetado sinalizar, sem que o canal afetado sinalize).

É importante ter em mente que toda a análise nesta seção se aplica ao caso de processo fora de controle, i.e., existe um canal sob efeito de uma causa especial. A análise se limita ao GCG das diferenças. Os outros gráficos de controle para a média descritos no Capítulo 2 (o gráfico de controle de  $R_i$  de Mortell e Runger, 1995, o gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al., 1996) não terão esta medida de desempenho avaliada, devido à dificuldade de identificação dos canais (identificação entre o canal afetado e os canais não afetados pela causa especial de variação) por causa de sua estrutura e critério de sinalização.

A motivação para a análise desta seção é a correlação existente entre as diferenças em relação ao nível-base, uma vez que o aumento na dispersão em um canal gera um aumento na dispersão do nível-base estimado (mais especificamente, um aumento na dispersão do erro de estimativa do nível-base real), e isto pode levar a um aumento na dispersão de todas as diferenças, o que, conseqüentemente, aumenta a probabilidade de sinal por um canal diferente do afetado. Devido ao critério de sinalização do GCG das diferenças, esse efeito pode ser observado. Esse efeito é análogo aos casos mais simples univariados, em que um aumento na dispersão do processo aumenta a dispersão de  $\bar{x}$  (embora não introduza um viés em  $\bar{x}$ ), e este aumento da dispersão aumenta a probabilidade de que o gráfico de  $\bar{x}$  sinalize.

No caso do GCG de  $S^2$ , porém, as estatísticas  $S^2$  dos diversos canais são independentes entre si. No caso da estatística MR das diferenças em relação ao nível-base espera-se que o efeito do aumento da dispersão em um canal sobre as estatísticas MR dos demais canais seja desprezível. Por isso, os gráficos para o controle da dispersão também não serão analisados neste contexto.

A análise de desempenho com os eventos acima descritos servirá apenas para ajudar a entender um pouco mais, em termos probabilísticos, o mecanismo gerador de sinais de aumentos na dispersão pelo GCG das diferenças, e auxiliar na tomada de algumas decisões práticas em relação a possíveis inspeções no processo.

Em situações práticas, o cálculo probabilístico do evento  $O - A$  pode auxiliar o operador, no momento da inspeção do processo, na descoberta do canal afetado (caso não haja interesse ou exista alguma restrição econômica ou operacional que impeça a inspeção de todos os canais do processo). Desta forma, tal evento pode dar maior segurança em relação à possibilidade de algum canal não afetado ter sinalizado, sem que o canal afetado pela causa especial de variação tenha sinalizado. Por exemplo, no caso de um canal sinalizar e não se encontrar nenhum problema com ele, a segurança do operador em concluir que o alarme foi falso ou a decisão de inspecionar todos os canais dependerá do (ou será apoiada pelo) conhecimento da probabilidade do evento  $O - A$ .

A probabilidade de ocorrência do evento  $O - A$  ou  $O \cap \bar{A}$  é dada por:

$$P(O \cap \bar{A}) = P(A \cup O) - P(A) \quad (4.1)$$

onde:

$P(A \cup O)$  representa a probabilidade de que qualquer canal do processo tenha sinalizado algum descontrole. Devido a os eventos A (canal afetado sinalizar) e O (qualquer canal diferente do afetado sinalizar) não serem independentes, a probabilidade da união desses eventos não é facilmente obtida na forma analítica. Contudo, para obter tal medida é necessário apenas calcular a inversa do  $NMA_1$  obtido pela simulação (este é o evento tratado na simulação, pois não há como identificar os canais nos outros gráficos de controle para a média, mostrados no Capítulo 2 desta tese). Os valores de  $NMA_1$  considerados estão na Tabela 4.1, e os resultados obtidos da inversa estão na Tabela 4.8.

$P(A)$  representa a probabilidade absoluta do evento  $A$  independentemente da ocorrência ou não do evento  $O$ . Essa probabilidade é facilmente obtida na forma analítica e pode ser encontrada em (3.8). Os valores obtidos podem ser encontrados na Tabela 4.8;

Nota-se que há um valor negativo, quando a probabilidade de ocorrência do evento  $O - A$  é calculada para um processo composto por 15 canais, considerando um aumento de  $\gamma=5$  na dispersão e o valor de  $NMA_0$  igual a 370,40 amostras. Este erro é proveniente da aleatoriedade natural da simulação (no cálculo do  $NMA_1$  do evento  $A \cup O$ ). O valor dessa probabilidade (evento  $O - A$ ) pode ser considerado muito pequeno, o que indica que  $P(A \cup O) \cong P(A)$ .

Como pode ser observado na Tabela 4.8, os valores da probabilidade de ocorrência do evento  $O - A$  são desprezíveis, mostrando que o efeito do aumento na dispersão em um canal é pequeno sobre os demais canais do processo, i.e., os custos associados a possíveis inspeções ou ajustes indevidos no processo são muito raros.



Depois de realizadas todas as análises de desempenho dos gráficos de controle apresentados no Capítulo 2 e 3, contra alterações na dispersão do canal afetado, a presente tese dará espaço nos próximos dois capítulos ao controle estatístico da média de canais individuais, desenvolvendo e analisando o desempenho de uma versão EWMA do GCG das diferenças em relação ao nível-base. No Capítulo 6, o desempenho de tal gráfico é comparado ao do gráfico de controle de EWMA de  $R_t$  de Mortell e Runger (1995) e do gráfico de controle de  $S^2$  MEWMA de Runger et al. (1996) contra alterações na média de um canal do processo.

O controle estatístico da dispersão em processos multicanal voltará no Capítulo 7, com os projetos ótimos das versões EWMA dos gráficos de controle para a dispersão descritos no Capítulo 3.