

## Introdução

A crescente preocupação das organizações industriais na busca de vantagens competitivas frente à ampla concorrência tem norteado o desenvolvimento de técnicas estatísticas mais eficientes para a melhoria contínua da qualidade de seus processos produtivos, na tentativa de atender a um mercado consumidor mais exigente. As vantagens competitivas são impostas através do mercado consumidor, que cada vez mais declara a preferência por produtos de qualidade superior, os quais devem apresentar corretamente as especificações projetadas e anunciadas. Tais especificações são atendidas quando o sistema de produção encontra-se operando de forma estável, isto é, produzindo réplicas de um mesmo produto sem grandes variações na linha de produção.

Montgomery (2004) relata de forma mais precisa que “o processo deve ser capaz de operar com pequena variabilidade em torno das dimensões-alvo ou nominais das características de qualidade do produto”. A característica de qualidade é uma determinada característica alvo que se deseja controlar e deve ser acompanhada ao longo de todo o sistema produtivo. O Controle Estatístico de Processos (CEP) surgiu como uma poderosa coleção de ferramentas estatísticas destinadas à obtenção de processos produtivos mais estáveis e confiáveis.

Os processos produtivos, por mais bem planejados e monitorados que sejam, sofrem a influência de causas internas e externas a eles. Tais causas podem ser aleatórias, influenciando naturalmente a variabilidade do processo (ruído de fundo, inerente ao processo produtivo); ou, podem ser não-aleatórias (causas especiais de variação), causadas por perturbações que podem ser identificadas e eliminadas (ou corrigidas), como a deterioração do maquinário, matéria-prima não pré-selecionada ou erros de manuseio do sistema, por exemplo. Na presença de causas especiais de variação, a variabilidade do processo é alterada significativamente, o que leva a um estado de descontrole.

Com o advento dos gráficos de controle, por Walter A. Shewhart em 1924, o monitoramento on-line de processos produtivos tornou-se possível, detectando as ocorrências de causas especiais (ou atribuíveis) de variação durante o processo

de fabricação. Por tal razão e pela sua simplicidade de operação, os gráficos de controle constituem a ferramenta mais usada em CEP dentro de ambientes industriais. Com a detecção rápida de causas especiais de variação é possível que sejam tomadas ações corretivas para re-estabilizar o processo produtivo, evitando a produção de itens defeituosos.

A função dos gráficos de controle é semelhante à função dos testes de hipóteses. A cada amostra obtida, é testado se o processo encontra-se em controle ( $H_0$ ), i.e., se o processo está isento de causas especiais de variação. Tal como realizado nos testes de hipóteses estatísticas convencionais, há riscos inerentes ao uso dos gráficos de controle. O Erro Tipo I (com probabilidade  $\alpha$ ) é associado à conclusão errônea de que o processo encontra-se fora de controle, quando o processo está em controle. O Erro tipo II (com probabilidade  $\beta$ ) é associado à conclusão errônea de que o processo está em controle, quando está fora de controle.

Os gráficos de controle podem ser utilizados para o controle de variáveis ou de atributos, dependendo do tipo de observação que pode ser tomada do processo. Quando a característica de qualidade pode ser mensurada e expressa por um número em alguma escala de medida definida num espaço contínuo, denominamo-la variável (fala-se aqui em “controle de processos por variável”). Nesse caso, aconselha-se o uso conjunto de um gráfico de controle para a média amostral (ou para a observação individual) e de um gráfico de controle para a dispersão.

Se não for possível a mensuração da característica de qualidade ou considera-se mais vantajoso evitá-la (por exemplo, a substituição da medição do diâmetro de uma peça por um gabarito passa/não passa), geralmente se julga a unidade observada como conforme ou não-conforme as especificações projetadas, ou simplesmente conta-se o número de defeitos (ou não-conformidades) observados. Fala-se então em “controle de processos por atributos”.

Os gráficos de controle estilo Shewhart, inicialmente projetados com o surgimento das ferramentas de CEP, são pouco sensíveis a alterações de magnitude pequena a moderada no processo (menor que  $2\sigma$ ). Para situações que envolvam alterações de tais magnitudes, foram propostas algumas modificações aos gráficos tradicionais, surgindo o gráfico de controle de EWMA (*Exponentially*

*Weighted Moving Average*), o gráfico de CUSUM (*Cumulative Sum*), os esquemas de *run-rules* (regras suplementares de decisão, baseadas na observação de seqüências de pontos de amostras consecutivas), os esquemas de amostragem dupla (utilizando-se de dois diferentes tamanhos de amostras) e os esquemas adaptativos (variam os parâmetros do gráfico de controle em dois ou mais tamanhos) conjugados aos gráficos de controle.

Os gráficos de controle tradicionais foram desenvolvidos inicialmente para monitorar processos cujas observações da característica de qualidade sejam provenientes de uma população com distribuição normal (ou aproximadamente normal) e que, além disso, sejam independentes, isto é, que não apresentem autocorrelação. Walter A. Shewhart, ao desenvolver a teoria dos gráficos de controle, estabeleceu a única condição que as observações da característica de qualidade fossem independentes e identicamente distribuídas, quando o processo estivesse em controle (sujeito apenas às causas internas de variação).

A independência das observações da característica de qualidade é a principal suposição requerida pelos gráficos de controle projetados por Shewhart. Na violação dessa condição, o gráfico passa a fornecer resultados enganosos devido à autocorrelação presente nas observações, ocorrendo (no caso de autocorrelações positivas, que é o caso típico, quando há inércia presente no processo) um aumento da probabilidade de ocorrência de alarmes falsos (sinais de descontrole identificados quando o processo encontra-se em controle), o que compromete a credibilidade dos resultados apresentados. Para tal análise veja os trabalhos de Berthouex et al. (1978), Alwan e Roberts (1988), Montgomery e Friedman (1989), Harris e Ross (1991), Montgomery e Mastrangelo (1991), Maragah e Woodall (1992), Alwan(1992), Wheeler (1995), Costa et al. (2005). Processos industriais autocorrelacionados são facilmente encontrados no setor químico e metalúrgico, em sistemas de processos contínuos e por batelada, e em sistemas de produção altamente automatizados.

A condição de normalidade das observações da característica de qualidade não foi analisada por Shewhart. Como prova de tal afirmação, verifica-se que os gráficos de R, S e por atributos não exigem observações provenientes de uma população com distribuição normal. Wheeler (1995) esclarece bem essa questão.

Muitos trabalhos em CEP estudaram o desenvolvimento de técnicas para o monitoramento de uma ou de várias características de qualidade (processos

multivariados) provindas de uma mesma saída. No entanto, os casos de processos produtivos com múltiplas saídas foram pouco estudados, e há uma grande lacuna a ser investigada na teoria.

Um processo multicanal (PMC) é um processo com múltiplos fluxos ou canais individuais, onde cada um desses canais produz unidades nominalmente idênticas de um determinado tipo de produto (Montgomery, 2001). Processos dessa natureza estão presentes em muitas atividades industriais, tais como na indústria alimentícia, de bebidas, de plásticos, de fabricação de cosméticos e na indústria farmacêutica em geral.

A técnica clássica mais conhecida para o monitoramento de processos de fluxo múltiplo são os gráficos de controle de grupos (GCG) propostos por Boyd (1950), descritos por Pyzdek (1992) e Montgomery (2004); a idéia básica é utilizar apenas um gráfico de controle para o monitoramento de todos os canais de um processo. Tais gráficos não consideraram que o processo produtivo pode ser afetado por dois tipos diferentes de causas especiais, como levantadas posteriormente por Mortell e Runger (1995).

O trabalho de Mortell e Runger (1995) trouxe novas perspectivas para o controle de processos multicanal ao desenvolver um modelo matemático que considera a existência de duas possíveis fontes de variação em um processo multicanal (PMC): uma fonte comum a todos os canais e outra referente à variação individual de cada um dos canais do processo. A partir dessa publicação, a maioria dos trabalhos (menos o de Xiang e Tsung<sup>1</sup>, 2008) adotou o modelo de processos multicanal de Mortell e Runger (1995) para o desenvolvimento de novos esquemas de controle mais eficientes.

No trabalho de Mortell e Runger (1995) foram elaborados dois gráficos de controle para o monitoramento das componentes de variação. No controle da componente comum a todos os canais do processo, foi adotado um esquema clássico de Shewhart para a média de todos os fluxos, mais sensível a causas especiais que afetam todos os canais simultaneamente. No controle da segunda componente de variação, um gráfico de controle baseado na amplitude entre os canais (gráfico de controle de  $R_i$ ) é discutido e analisado. Outros esquemas foram apresentados para a detecção mais rápida de pequenas magnitudes na média dos

---

<sup>1</sup> Xiang e Tsung (2008) desenvolveram um GCG para processos representados por um modelo linear de espaço de estados. Tal modelo é dedicado à representação de processos multiestágio.

canais do processo. Para tais alterações foram aplicados esquemas EWMA, CUSUM e *Run-rules*.

Motivados pelo desenvolvimento de um gráfico de controle mais sensível a alterações na média, Runger et al. (1996) desenvolvem dois novos gráficos de controle para processos multicanal representados pelo modelo de Mortell e Runger (1995). A idéia proposta nesse trabalho é baseada na técnica multivariada de Análises de Componentes Principais.

Nesse trabalho dois gráficos de controle foram propostos para o monitoramento da média de processos multicanal. O primeiro gráfico de controle foi desenvolvido para ter maior sensibilidade a causas especiais que afetam simultaneamente todos os canais. Consiste basicamente no monitoramento da primeira componente principal, que corresponde à média de todos os fluxos (trata-se do mesmo gráfico proposto por Mortell e Runger, 1995, para o controle de tais causas especiais). Ao propor o segundo esquema de controle, Runger et al. (1996) provaram que um gráfico de controle baseado na estatística  $T^2$  de Hotelling das últimas  $c-1$  componentes remanescentes corresponde a um gráfico de controle de  $S^2$  estilo Shewhart. A versão MEWMA (*Multivariate EWMA*) do gráfico de controle de  $S^2$  foi apresentada para a detecção mais rápida de magnitudes menores nos canais do processo.

Mortell e Runger (1995) reconheceram como uma possível alternativa ao gráfico de  $R_t$  trabalhar com um gráfico de controle de grupos (GCG) da diferença de cada canal em relação ao nível-base do processo (média de todos os  $c$  canais que compõem o processo), contudo, não houve nenhuma análise dessa técnica. Posteriormente, Passos (2005) utilizou um esquema similar, ao calcular as diferenças em relação ao nível-base, no entanto, o processo real que analisou apresentava muitas particularidades (canais com autocorrelação serial e com correlação cruzada) e o fato de que os canais possuíam médias e variâncias diferentes.

Embora, aparentemente, um GCG de  $c$  diferenças tenha um custo operacional mais alto que um gráfico de controle de  $R_t$ , que só trabalha com apenas um valor ( $R_t$ ), tanto um como outro esquema requerem que se obtenha medidas em todos os  $c$  canais (portanto o custo de amostragem é igual). Quanto à obtenção de máximos e mínimos, este procedimento é necessário tanto para o GCG de diferenças quanto para calcular  $R_t$ . Além disso, supondo que os dados

sejam lançados em uma planilha ou *software* de CEP, torna-se indiferente, em termos de custo operacional, utilizar um GCG, um gráfico de controle de  $R_t$  de Mortell e Runger (1995) ou um gráfico de controle de  $S^2$  de Runger et al. (1996).

Após uma primeira análise por Passos (2005), a pesquisa de Barbosa (2008) formulou os limites de controle analíticos do GCG das diferenças em relação ao nível-base, em estilo Shewhart. Depois da obtenção dos limites de controle, a eficiência do gráfico foi analisada contra alterações na média em um canal do processo. As medidas de desempenho do GCG foram obtidas e comparadas com as apresentadas pelo esquema de Mortell e Runger (1995). Barbosa (2008) observou que o GCG das diferenças em relação ao nível-base é mais sensível que o esquema de controle de  $R_t$  a alterações maiores que um desvio-padrão na média de um canal do processo.

## 1.1

### Objetivos da Tese

Esta tese tem quatro objetivos a serem alcançados ao longo de seu desenvolvimento. O primeiro deles é a análise da eficiência dos esquemas de controle existentes em CEP para múltiplos canais (projetados para o controle de alterações na média) contra aumentos na dispersão de um canal (especificamente serão considerados os esquemas de Mortell e Runger, 1995, Runger et al., 1996 e Barbosa, 2008).

O segundo objetivo é o detalhamento, projeto e análise de desempenho dos gráficos de controle de grupos (GCG) estilo Shewhart desenvolvidos para o controle de alterações na dispersão de um canal (especificamente tratar-se-á do GCG da amplitude móvel para o monitoramento de observações individuais e do GCG de  $S^2$  para o monitoramento de dados subgrupados).

O terceiro objetivo é o desenvolvimento da versão EWMA do GCG mais eficiente para o controle de alterações na média de um canal (especificamente, o gráfico de controle proposto por Barbosa, 2008) e dos GCG propostos para o controle de alterações na dispersão, com o detalhamento e análise de desempenho dos esquemas.

O quarto objetivo é a obtenção dos projetos ótimos dos esquemas EWMA em análise (Mortell e Runger, 1995, Runger et al., 1996 e propostos – GCG de

EWMA para monitoramento da média e GCG de EWMA para monitoramento da dispersão de um canal) e comparação das medidas de desempenho obtidas. Todas as análises propostas nesta tese serão exclusivamente no contexto de alteração (na média ou na dispersão) em somente um canal do processo.

## 1.2

### **Contribuições científicas e originalidade**

A presente tese tem caráter inédito. Não existe na literatura, até agora, nenhuma análise de sensibilidade dos gráficos de controle de PMC existentes (especificamente, os esquemas de Mortell e Runger, 1995, de Runger, Alt e Montgomery, 1996 e de Barbosa, 2008) a aumentos na dispersão em um canal. Além disso, serão desenvolvidos novos projetos de GCGs específicos para aumentos na dispersão, o que é uma contribuição original para a área de PMC. Uma terceira contribuição é a aplicação de esquemas EWMA ao GCG de Barbosa (2008) para controle da média e aos GCGs propostos para o controle da dispersão das componentes individuais de variação. Por fim, uma última contribuição é a obtenção dos projetos ótimos dos esquemas EWMA propostos e dos esquemas EWMA existentes (Mortell e Runger, 1995 e Runger et al., 1996), e comparação das medidas de desempenho obtidas.

Uma lista das contribuições propostas ao longo desta pesquisa é apresentada no Apêndice A (referenciando os capítulos em que cada uma delas se encontra).

## 1.3

### **Estrutura da Tese**

Esta tese está estruturada em oito capítulos, entre os quais este é o primeiro deles, e cinco Apêndices após as referências bibliográficas. Os programas utilizados para a obtenção das medidas de desempenho e dos projetos ótimos estão em CD, que pode ser obtido por solicitação ao autor.

O Capítulo 2 faz uma revisão dos conceitos fundamentais para o entendimento de Controle Estatístico de Processos Multicanal, e de algumas propostas correlatas na literatura, de esquemas para o controle desse tipo de

processo produtivo. O modelo de Boyd (1950) será descrito neste capítulo para um maior suporte ao entendimento do que está proposto nesta tese. Nesse capítulo também são apresentados em detalhes os modelos formais dos três gráficos de controle mais eficientes para o controle da média de um canal do processo (especificamente, serão descritos os modelos de Mortell e Runger, 1995, Runger et al., 1996, e Barbosa, 2008). Vale ressaltar que os três trabalhos seguem o modelo de Processos Multicanal de Mortell e Runger (1995).

No Capítulo 3 é realizado o desenvolvimento detalhado dos gráficos de controle de grupos estilo Shewhart e EWMA dedicados ao controle de alterações na dispersão de um canal do processo (especificamente, os gráficos de controle de grupos de  $s^2$  e de EWMA de  $\ln(S^2)$ , para os casos em que há mais de uma observação por canal, e os gráficos de controle de grupos da amplitude móvel e de EWMA da amplitude móvel, para os casos de observações individuais).

No Capítulo 4 é apresentada uma análise comparativa de desempenho dos esquemas em estilo Shewhart mostrados nos capítulos 2 e 3, para os casos de alterações na dispersão de um canal do processo.

O Capítulo 5 apresenta detalhadamente o desenvolvimento da versão EWMA do gráfico de controle de grupos das diferenças em relação ao nível-base proposto para o controle de alterações na média.

O Capítulo 6 analisa e compara o desempenho dos esquemas EWMA aqui desenvolvidos e dos já existentes para o controle das médias de canais individuais, para o caso de alterações na média de um canal do processo. Inicialmente, são descritas as etapas desde a obtenção dos projetos ótimos dos esquemas de controle estilo EWMA descritos no Capítulo 4 (Mortell e Runger, 1995 e Runger et al., 1996) e do esquema de controle desenvolvido no Capítulo 5 (GCG de EWMA das diferenças em relação ao nível-base); seguem-se as análises e comparações entre tais esquemas, para os casos de alterações na média de um canal do processo.

O Capítulo 7 analisa e compara o desempenho dos esquemas EWMA na detecção de aumentos na dispersão de um canal. Inicialmente, são apresentados os projetos ótimos dos esquemas EWMA projetados para o controle da dispersão descritos no Capítulo 5. Algumas comparações serão realizadas em relação aos esquemas EWMA projetados para o controle da média, para os casos de alterações na dispersão em um canal.



O Capítulo 8 sintetiza as principais conclusões da pesquisa, mostrando uma visão geral dos novos esquemas apresentados para o Controle Estatístico de Processos Multicanal, e as suas principais vantagens em termos de desempenho. Também são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros.

Nos apêndices são apresentadas as demais tabelas, citadas nos capítulos de análises, e um quadro exibindo uma lista de contribuições desta tese.