



**Bruno Francisco Teixeira Simões**

**Controle Estatístico de Processos Multicanal**

**Tese de Doutorado**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção do Departamento de Engenharia Industrial da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Eugenio Kahn Epprecht

Rio de Janeiro

Maio de 2010



**Bruno Francisco Teixeira Simões**

## **Controle Estatístico de Processos Multicanal**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Eugenio Kahn Epprecht**

Orientador

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Flávio Sanson Fogliatto**

UFRGS

**Prof. Annibal Parracho Sant'Anna**

UFF

**Prof. Antonio Fernando de Castro Vieira**

Departamento de Engenharia Industrial - PUC-Rio

**Prof. Reinaldo Castro Souza**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 31 de maio de 2010

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Bruno Francisco Teixeira Simões**

Graduou-se em Estatística pela UERJ (Universidade do Estado do Rio de Janeiro) no início de 2004. Obteve o título de Mestre em Engenharia de Produção (área de concentração: Gerência de Produção) pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) com a dissertação intitulada “Gráfico EWMA com Constante de Amortecimento Adaptativa para Controle Estatístico de Processos” em 2006. Desde então tem atuado na linha de pesquisa de Engenharia da Qualidade, com artigos aceitos em bons periódicos internacionais.

#### Ficha Catalográfica

Simões, Bruno Francisco Teixeira

Controle estatístico de processos multicanal / Bruno Francisco Teixeira Simões ; orientador: Eugenio Kahn Epprecht. – 2010.

259 f. : il. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

Inclui referências bibliográficas

1. Engenharia Industrial – Teses. 2. Gráficos de controle de grupos. 3. Processos multicanal. 4. Média móvel exponencialmente ponderada. 5. Média. 6. Variância. I. Eugenio Kahn Epprecht. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Industrial. III. Título.

CDD: 658.5

Para meus pais Ana Maria e José Francisco  
pelo amor e dedicação

## Agradecimentos

O meu eterno agradecimento a Deus, para Ele toda a honra e toda a glória. A minha gratidão pelo dom da vida e caminho abençoado pelo seu infinito amor e a sua misericórdia, me direcionando sempre o melhor e, por me colocar próximo a pessoas altamente capacitadas e de boa vontade, tornando-me hábil a desenvolver o meu potencial.

Aos meus pais, Ana Maria e José Francisco, pelo amor, incentivo, participação e a excelente estrutura familiar, junto aos meus queridos irmãos.

Ao orientador e amigo Professor Doutor Eugenio Kahn Epprecht pela excelente orientação, por acreditar em mim e no meu trabalho, pela lealdade e dedicação, pelo seu incentivo e sua ponderação, tornando sempre possível a boa realização de pesquisas de qualidade e relevância no meio científico.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora desta tese, do exame de qualificação e de proposta de tese, que contribuíram com conselhos preciosos para a elaboração deste trabalho.

Aos funcionários e professores do Departamento de Engenharia Industrial que, no cumprimento do seu dever, sempre me trataram com cordialidade e boa vontade.

À PUC-Rio que, por intermédio do orientador Professor Doutor Eugenio Kahn Epprecht, me forneceu a estrutura acadêmica.

Ao CNPq pelo apoio financeiro concedido, com o qual foi possível a realização dos meus estudos de pós-graduação.

## Resumo

Simões, Bruno Francisco Teixeira; Epprecht, Eugenio Kahn (Orientador). **Controle Estatístico de Processos Multicanal**. Rio de Janeiro, 2010. 259p. Tese de Doutorado – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Processos Multicanal (PMC) estão presentes nas linhas de produção de muitos segmentos industriais, tais como na indústria alimentícia, farmacêutica, de fabricação de aço e de papel. No entanto, há poucos trabalhos na literatura dedicados ao controle estatístico de processos dessa natureza. O trabalho de Boyd (1950) é o primeiro deles. Neste trabalho são descritos os gráficos de controle de grupos (GCG). Este é o procedimento tradicional, recomendado em textos didáticos de CEP como Pyzdek (1992) e Montgomery (até a 3ª edição, de 1997). Posteriormente, Mortell e Runger (1995) elaboram um modelo matemático mais realista para PMC, decompondo a fonte de variação do processo em duas componentes distintas: uma, comum a todos os canais e outra, correspondendo à variação individual de cada canal do processo. Tal modelo foi tão bem aceito na literatura que, desde a sua publicação, tem sido utilizado para o desenvolvimento de esquemas de controle mais eficientes para PMC. Dos esquemas desenvolvidos na versão Shewhart, para o controle estatístico das *médias das componentes individuais de variação*, devem ser destacados os gráficos de controle de Mortell e Runger (1995), de Runger, Alt e Montgomery (1996) e o GCG de Barbosa (2008). Dentre os esquemas mencionados, somente os dois primeiros foram desenvolvidos tanto em uma versão “de Shewhart” como em uma versão EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), visando obter maior sensibilidade a pequenas alterações na média. Esta tese traz novas propostas para PMC bem representados pelo modelo de Mortell e Runger (1995). Propõe-se a análise da eficiência dos gráficos de controle existentes na detecção de *aumentos na dispersão de um canal*, bem como o desenvolvimento, na versão Shewhart e EWMA, de novos GCG especificamente destinados à sinalização de tais aumentos. Quando não é viável obter mais de uma observação por canal do processo, propõem-se os gráficos: GCG de MR das diferenças em relação ao nível-base (DNB) e GCG EWMA MR DNB. Já para as situações em que é possível obter mais de uma observação por canal, propõem-se: GCG de  $S^2$  e GCG EWMA de  $\ln(S^2)$ . É importante ressaltar que todos os trabalhos desenvolvidos na literatura (seguindo o modelo de Mortell e Runger, 1995) foram dedicados exclusivamente ao controle estatístico da *média* das componentes individuais de variação, portanto, esta tese tem caráter inédito. Além das contribuições mencionadas, visando obter maior sensibilidade a alterações de pequena magnitude na média das componentes individuais, propõe-se e analisa-se uma versão EWMA do GCG de Barbosa (2008), o mais eficiente na versão Shewhart. Adicionalmente, para obter esquemas EWMA mais eficientes, são obtidos os projetos ótimos de todos os esquemas EWMA apresentados nesta tese, incluindo os gráficos de controle de EWMA de  $R_i$  de Mortell e Runger (1995) e de MEWMA de  $S^2$  de Runger, Alt e Montgomery (1996). São analisadas as curvas de desempenho de todos os esquemas de controle para uma variedade de situações. Nas análises de desempenho, pode-se observar que os esquemas propostos nesta tese são os mais eficientes.

## Palavras-chave

Gráficos de controle de Grupos; Processos Multicanal; Média Móvel Exponencialmente Ponderada; Média; Variância.

## Abstract

Simões, Bruno Francisco Teixeira; Epprecht, Eugenio Kahn (Advisor). **Statistical Control of Multiple Stream Process**. Rio de Janeiro, 2010. 259p. DSc. Thesis – Departamento de Engenharia Industrial, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

In a multiple stream process (MSP), a same quality variable is measured in several streams in parallel. The first tool proposed for monitoring MSPs was the Group Control Chart (GCC) by Boyd (1950). These schemes are recommended in textbooks and guides as Pyzdek (1992) and Montgomery (until 3rd edition, 1997). Its efficiency is impaired by the presence of cross correlation between streams. A useful model for MSPs (Mortell and Runger, 1995) represents the value of the quality variable in each stream at any time  $t$  as the sum of a random variable (or stochastic process) but that is common to all streams, which can be called base level, plus the individual variation of each stream relative to the base level. In the literature, three different Shewhart schemes were developed to control the individual variation of each stream: Mortell e Runger (1995), Runger, Alt and Montgomery (1996) and Barbosa (2008). Only the two first ones were developed both in a Shewhart-type and a EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) version. All these schemes were devoted to monitoring the mean of the individual components of the streams; to the best of our knowledge, no previous work considered the case of increases in the variance of a stream. In this thesis four different GCCs for monitoring the inner variability of the individual streams are developed: a GCC of  $S^2$ , the sample variance of each stream (which is not the same as Runger, Alt and Montgomery's statistics); a GCC of EWMA( $\ln S^2$ ); a GCC of the Moving Ranges of the residuals of each stream to the estimated base level, and an EWMA version of it. The last two GCCs cater for the case where, at every sampling time, only individual observations per stream are feasible, which is frequent with a large number of streams. Beyond the mentioned contributions, aiming at more sensitivity to the small shifts in the mean of the individual components, this work proposes a EWMA version of the GCC by Barbosa (2008), the most efficient in the Shewhart version. The ARL performance of every one of these schemes is analyzed, in a variety of situations, including the case of increases in the variance of one stream when the schemes are designed for monitoring the means of individual streams. The results show that the proposed schemes are the fastest in detecting special causes that affect one individual stream.

## Keywords

Group Control Chart; Multiple Stream Process; Exponentially weighted moving average; Mean; Variance.

## Sumário

1. Introdução	23
1.1. Objetivos da Tese	28
1.2. Contribuições científicas e originalidade	29
1.3. Estrutura da Tese	29
2. Fundamentação Teórica e Trabalhos Precedentes	32
2.1. O Esquema EWMA	33
2.2. Trabalhos Precedentes – Visão Geral	38
2.3. Os Gráficos de Controle de Boyd (1950)	47
2.4. A proposta de Mortell e Runger (1995)	52
2.4.1. Gráfico de $R_t$ tipo Shewhart	54
2.4.2. Gráfico de controle em estilo EWMA	57
2.5. A proposta de Runger, Alt e Montgomery (1996)	58
2.5.1. Gráfico de controle de $T^2$ das $c-1$ componentes remanescentes	61
2.5.2. Gráfico de controle MEWMA das $c-1$ componentes remanescentes	63
2.6. A proposta de Barbosa (2008)	66
3. Controle Estatístico da Dispersão	74
3.1. Estudo analítico das medidas de desempenho do GCG das diferenças no caso de aumentos da dispersão de um canal	76
3.2. Gráficos específicos para o controle da dispersão	84
3.2.1. GCG versão Shewhart	84
3.2.1.1. Dados subgrupados: GCG de $S^2$	86
3.2.1.2. Observações individuais: GCG de MR	87
3.2.2. GCG versão EWMA	89
3.2.2.1. Dados subgrupados: GCG de EWMA de $\ln(S^2)$	90
3.2.2.2. Observações individuais: GCG de EWMA de MR	94
4. Análise de Desempenho dos Gráficos tipo Shewhart para o Controle Estatístico da Dispersão	97
4.1. Eventos de Interesse do GCG das Diferenças	97
4.2. Medidas de Desempenho	98
4.3. Procedimentos de Simulação	100
4.4. Resultados de Desempenho Individual	105
4.4.1. Controle por Observações Individuais	105
4.4.2. Controle por Dados Subgrupados	112
4.5. Resultados de Desempenho Conjunto	119
4.5.1. Controle por Observações Individuais	119
4.5.2. Controle por Dados Subgrupados	122
4.6. Cálculo Probabilístico de Eventos	126

5. Controle Estatístico da Média	131
5.1. A estatística EWMA das diferenças	131
5.2. Os limites de controle do GCG de EWMA DNB	132
6. Análise de Desempenho dos Gráficos EWMA para o Controle Estatístico da Média	134
6.1. Medidas de desempenho	134
6.2. Procedimentos de Simulação	135
6.2.1. Primeira Parte da Corrida de Simulação: Período de Aquecimento da Estatística EWMA	136
6.2.2. Segunda Parte da Corrida: Cálculo do $NMA_1$	138
6.3. Obtenção dos Projetos Ótimos	141
6.3.1. Curvas de $isoNMA_0$	141
6.3.2. Projetos ótimos	145
6.4. Resultados de Desempenho	154
6.4.1. Controle por Observações Individuais	154
6.4.2. Controle por Dados Subgrupados	162
6.5. GCG de EWMA DNB: detecção do canal afetado	169
7. Análise de Desempenho dos Gráficos EWMA para o Controle Estatístico da Dispersão	175
7.1. Medidas de desempenho	176
7.2. Procedimentos de Simulação	176
7.2.1. Período de Aquecimento da Estatística EWMA	177
7.2.2. Segunda Parte da Corrida: Cálculo do $NMA_1$	179
7.3. Obtenção dos Projetos Ótimos	183
7.3.1. Curvas de $isoNMA_0$	183
7.3.2. Projetos ótimos	186
7.4. Resultados de Desempenho Individual	190
7.4.1. Controle por Observações Individuais	190
7.4.2. Controle por Dados Subgrupados	198
7.5. Resultados de Desempenho Conjunto	205
7.5.1. Controle por Observações Individuais	206
7.5.2. Controle por Dados Subgrupados	210
8. Conclusões e Sugestões para pesquisas futuras	214
8.1. Conclusões	214
8.2. Sugestões para pesquisas futuras	218
9. Referências bibliográficas	220
10. Apêndice A: Contribuições originais da tese	226
11. Apêndice B: Relações entre os parâmetros $\lambda$ e $K$ de cada gráfico de controle analisado	227
12. Apêndice C: Medidas de desempenho dos Gráficos de Controle de EWMA para o controle estatístico da média	233

13. Apêndice D: Medidas de desempenho individual dos Gráficos de Controle de EWMA para o controle estatístico da dispersão	242
14. Apêndice E: Medidas de desempenho conjunto dos Gráficos de Controle de EWMA para o controle estatístico da dispersão	251

## Lista de tabelas e quadros

Quadro 2.1 – Trabalhos na literatura de PMC	39
Tabela 2.1 – Comprimento de corrida significativo para um único canal	49
Tabela 2.2 – Valores de $NMA_0$ obtidos para diferentes comprimentos de corridas pelo critério de corridas proposto por Nelson (1986)	51
Tabela 2.3 – Correlação entre $\hat{e}_{ti}$ e $\hat{e}_{tj}$ (para $i \neq j$ )	72
Tabela 2.4 – Diferenças (%) nos cálculo de $NMA_0$ e valores de K para os valores de $NMA_0$ especificados, considerando processos compostos por três canais ( $c = 3$ )	72
Tabela 4.1 – Medidas de Desempenho Individual para o controle por observações individuais	106
Tabela 4.2 – Exemplos de valores de SDRL das medidas de desempenho individuais dos gráficos para o controle por observações individuais	111
Tabela 4.3 – Valores de $NMA_1$ de <i>Zero-State</i> e <i>Steady-State</i> para o GCG de MR	112
Tabela 4.4 – Medidas de Desempenho Individual para o controle por amostras de tamanho igual a quatro	113
Tabela 4.5 – Exemplos de valores de SDRL das medidas de desempenho individuais dos gráficos para o controle por amostras de tamanho igual a quatro	118
Tabela 4.6 – Medidas de Desempenho Conjunto para o controle por observações individuais	121
Tabela 4.7 – Medidas de Desempenho Conjunto para o controle por amostras de tamanho igual a quatro	124
Tabela 4.8 – Cálculo Probabilístico dos Eventos AUO e O-A	129
Tabela 6.1 – Projetos ótimos para o GCG de EWMA DNB ( $n=1$ )	147
Tabela 6.2 – Projetos ótimos para o GCG de EWMA DNB ( $n=4$ )	148
Tabela 6.3 – Projetos ótimos para o GC de EWMA de $R_t$ ( $n=1$ )	149
Tabela 6.4 – Projetos ótimos para o GC de EWMA de $R_t$ ( $n=4$ )	150
Tabela 6.5 – Projetos ótimos para o GC de MEWMA de $S^2$ ( $n=1$ )	151
Tabela 6.6 – Projetos ótimos para o GC de MEWMA de $S^2$ ( $n=4$ )	152
Tabela 6.7 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	156
Tabela 6.8 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	157
Tabela 6.9 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> e <i>zero-state</i> ( $n=1$ )	161
Tabela 6.10 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	163

Tabela 6.11 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	164
Tabela 6.12 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> e <i>zero-state</i> ( $n=4$ )	168
Tabela 6.13 – Valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> do evento A (canal afetado sinaliza) para o GCG de EWMA DNB ( $n=1$ )	171
Tabela 6.14 – Valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> do evento A (canal afetado sinaliza) para o GCG de EWMA DNB ( $n=4$ )	172
Tabela 7.1 – Projetos ótimos para o GCG de EWMA de MR de DNB ( $n=1$ )	188
Tabela 7.2 – Projetos ótimos para o GCG de EWMA de $\ln(S^2)$ ( $n=4$ )	189
Tabela 7.3 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	191
Tabela 7.4 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	192
Tabela 7.5 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> e <i>zero-state</i> ( $n=1$ )	197
Tabela 7.6 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	199
Tabela 7.7 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	200
Tabela 7.8 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ de <i>steady-state</i> e <i>zero-state</i> ( $n=4$ )	205
Tabela 7.9 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	208
Tabela 7.10 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	209
Tabela 7.11 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte I)	212
Tabela 7.12 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=200$ (Parte II)	213
Tabela 8.1 – Relação de gráficos de controle analisados nesta tese	215
Quadro 10.1 – Lista das Contribuições desta Tese	226
Tabela 11.1 – Relação $\lambda \times K$ para o GCG de EWMA das diferenças em relação ao nível-base	228
Tabela 11.2 – Relação $\lambda \times K$ para o Gráfico EWMA de $R_t$	229
Tabela 11.3 – Relação $\lambda \times K$ para o Gráfico MEWMA de $S^2$	230
Tabela 11.4 – Relação $\lambda \times K$ para o GCG de EWMA de $\ln(S^2)$	231
Tabela 11.5 – Relação $\lambda \times K$ para o GCG de EWMA de MR das diferenças em relação ao nível-base	232
Tabela 12.1 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	234
Tabela 12.2 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	235
Tabela 12.3 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=370,4$ (Parte I)	236
Tabela 12.4 – Medidas de Desempenho para $n=1$ e $NMA_0=370,4$ (Parte II)	237

Tabela 12.5 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	238
Tabela 12.6 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	239
Tabela 12.7 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=370,4$ (Parte I)	240
Tabela 12.8 – Medidas de Desempenho para $n=4$ e $NMA_0=370,4$ (Parte II)	241
Tabela 13.1 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	243
Tabela 13.2 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	244
Tabela 13.3 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=370,40$ (Parte I)	245
Tabela 13.4 – Medidas de Desempenho Individual para $n=1$ e $NMA_0=370,40$ (Parte II)	246
Tabela 13.5 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	247
Tabela 13.6 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	248
Tabela 13.7 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=370,40$ (Parte I)	249
Tabela 13.8 – Medidas de Desempenho Individual para $n=4$ e $NMA_0=370,40$ (Parte II)	250
Tabela 14.1 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	252
Tabela 14.2 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	253
Tabela 14.3 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=370,40$ (Parte I)	254
Tabela 14.4 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=1$ e $NMA_0=370,40$ (Parte II)	255
Tabela 14.5 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte I)	256
Tabela 14.6 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=100$ (Parte II)	257
Tabela 14.7 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=370,40$ (Parte I)	258
Tabela 14.8 – Medidas de Desempenho Conjunto para $n=4$ e $NMA_0=370,40$ (Parte II)	259

## Lista de figuras

Figura 2.1 – Exemplos de processos multicanal	32
Figura 2.2 – GCG proposto por Boyd (1950)	48
Figura 4.1 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho individual	103
Figura 4.2 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho conjunto	104
Figura 4.3 – Curva de valores de $NMA_1$ para 2 canais e $NMA_0=200$ ( $n=1$ )	108
Figura 4.4 – Curva de valores de $NMA_1$ para 3 canais e $NMA_0=200$ ( $n=1$ )	108
Figura 4.5 – Curva de valores de $NMA_1$ para 15 canais e $NMA_0=200$ ( $n=1$ )	109
Figura 4.6 – Curva de valores de $NMA_1$ para 20 canais e $NMA_0=200$ ( $n=1$ )	109
Figura 4.7 – Curva de valores de $NMA_1$ para 2 canais e $NMA_0=200$ ( $n=4$ )	115
Figura 4.8 – Curva de valores de $NMA_1$ para 3 canais e $NMA_0=200$ ( $n=4$ )	115
Figura 4.9 – Curva de valores de $NMA_1$ para 15 canais e $NMA_0=200$ ( $n=4$ )	116
Figura 4.10 – Curva de valores de $NMA_1$ para 20 canais e $NMA_0=200$ ( $n=4$ )	116
Figura 4.11 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ individuais e conjuntos para 3 canais considerando o valor de $NMA_0$ igual a 200 amostras ( $n=1$ )	122
Figura 4.12 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ individuais e conjuntos para 20 canais considerando o valor de $NMA_0$ igual a 200 amostras ( $n=1$ )	122
Figura 4.13 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ individuais e conjuntos para 3 canais considerando o valor de $NMA_0$ igual a 200 amostras ( $n=4$ )	125
Figura 4.14 – Comparação entre os valores de $NMA_1$ individuais e conjuntos para 20 canais considerando o valor de $NMA_0$ igual a 200 amostras ( $n=4$ )	125
Figura 6.1 – Algoritmo utilizado na simulação para o período de aquecimento da estatística EWMA	138
Figura 6.2 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho	140
Figura 6.3 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA DNB (3 canais)	142
Figura 6.4 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA DNB (20 canais)	142
Figura 6.5 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GC EWMA $R_t$ (3 canais)	143

Figura 6.6 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GC EWMA $R_t$ (20 canais)	143
Figura 6.7 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GC MEWMA $S^2$ (3 canais)	144
Figura 6.8 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GC MEWMA $S^2$ (20 canais)	144
Figura 6.9 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 15 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=0,5$ ( $n=1$ )	159
Figura 6.10 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 20 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=0,5$ ( $n=1$ )	159
Figura 6.11 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 15 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=1,0$ ( $n=1$ )	160
Figura 6.12 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 20 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=1,0$ ( $n=1$ )	160
Figura 6.13 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 15 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=0,5$ ( $n=4$ )	166
Figura 6.14 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 20 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=0,5$ ( $n=4$ )	166
Figura 6.15 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 15 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=1,0$ ( $n=4$ )	167
Figura 6.16 – Curvas de valores de $NMA_1$ para 20 canais, $NMA_0=200$ e $\delta^*=1,0$ ( $n=4$ )	167
Figura 7.1 – Algoritmo utilizado na simulação para o período de aquecimento individual da estatística EWMA	178
Figura 7.2 – Algoritmo utilizado na simulação para o período de aquecimento conjunto da estatística EWMA	179
Figura 7.3 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho individual	181
Figura 7.4 – Algoritmo utilizado na simulação para obtenção das medidas de desempenho conjunto	182
Figura 7.5 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA MR DNB (3 canais)	184
Figura 7.6 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA MR DNB (20 canais)	184
Figura 7.7 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA $\ln(S^2)$ (3 canais, $n=4$ )	185
Figura 7.8 – Curvas de valores de $NMA_0$ para GCG EWMA $\ln(S^2)$ (20 canais, $n=4$ )	185
Figura 7.9 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GCG de DNB para $NMA_0=200$ ( $c=15$ , $n=1$ )	194
Figura 7.10 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GC de $R_t$ para $NMA_0=200$ ( $c=15$ , $n=1$ )	195
Figura 7.11 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GC de $S^2$ para $NMA_0=200$ ( $c=15$ , $n=1$ )	195
Figura 7.12 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GCG de MR de DNB para $NMA_0=200$ ( $c=15$ , $n=1$ )	196
Figura 7.13 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GCG de DNB para $NMA_0=200$ ( $c=15$ , $n=4$ )	202

Figura 7.14 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GC de $R_t$ para $NMA_0=200$ ( $c=15, n=4$ )	202
Figura 7.15 – Comparação de desempenho entre as versões Shewhart e EWMA do GC de $S^2$ para $NMA_0=200$ ( $c=15, n=4$ )	203
Figura 7.16 – Comparação de desempenho entre o GCG de $S^2$ e o GCG EWMA de $\ln(S^2)$ para $NMA_0=200$ ( $c=15, n=4$ )	203

## Lista de abreviaturas e símbolos

$\alpha$	probabilidade do erro tipo I
$\alpha_{individual}$	probabilidade de alarme falso para cada canal individual
$\alpha_{global}$	probabilidade de alarme falso global
$A$	evento “canal afetado sinalizar”
$AUO$	evento “qualquer canal sinalizar”
$A_t$	variável aleatória que representa a variação do nível-base do processo. É a parcela de variação que é comum a todos os canais
ARL	<i>Average Run Length</i>
$\mathbf{1}$	vetor coluna de ordem $c \times 1$ de elementos iguais a 1
$b_t$	valor real do nível-base
$\hat{b}_t$	valor estimado do nível-base
$\beta$	probabilidade do erro tipo II
$c$	número de canais compondo o sistema
CEP	Controle Estatístico de Processos
CUSUM	<i>Cumulative Sum</i>
DNB	Diferenças em relação ao Nível-Base
$\delta$	deslocamento na média do processo
$\delta^*$	valor de deslocamento na média do processo para o qual se obtém o projeto ótimo
$d_2, d_3$	constantes determinadas pelo número total de canais no processo
$\varepsilon_t$	ruído do processo
$e_{ijk}$	variável aleatória que representa a componente individual de cada canal

$e_{ij}$	ruído aleatório correspondente ao j-ésimo valor da componente individual do canal i no instante t
$\hat{e}_{ij}$	resíduos correspondente ao j-ésimo valor da componente individual do canal i no instante t (valor das diferenças em relação ao nível-base)
$\hat{e}_{ii}$	diferenças do canal i (valor médio das diferenças) em relação ao nível-base estimado
$E(.)$	valor esperado
$E_t$	vetor de dimensão $c \times 1$ , representando a variação individual de cada canal do processo
EWMA	<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>
$F_{W,S}$	função de probabilidade acumulada da amplitude relativa
$G$	matriz de dimensão $c \times c$ , cujas colunas são iguais aos autovetores de $\Sigma$
$G_1$	vetor de dimensão $c \times 1$ formado pela primeira coluna de $G$
$G_2$	matriz de dimensão $c \times (c-1)$ formado pelas $c-1$ colunas de $G$
$\gamma$	fator de aumento na dispersão do processo
$\gamma^*$	fator de aumento na dispersão do processo para o qual se obtém o projeto ótimo
GC	<i>Gráfico de Controle</i>
GCC	<i>Group Control Chart</i>
GCG	Gráfico de Controle de Grupos
$H_0$	hipótese nula
$H$	matriz centrada, idempotente
$I$	matriz identidade
i.i.d.	independente e identicamente distribuído
K	fator de abertura dos limites de controle
$K_{mru}$	fator de abertura do limite superior de controle do gráfico de $R_t$ e de EWMA de $R_t$ de Mortell e Runger (1995)

$K_{dnb}$	fator de abertura dos limites de controle do gráfico das diferenças em relação ao nível-base de Barbosa (2008)
$K_{MR}$	fator de abertura do limite superior de controle do GCG de MR de DNB proposto
$K_{Ins}$	fator de abertura do limite superior de controle do GCG de EWMA de $\ln(S^2)$ proposto
$K_{ZMR}$	fator de abertura do limite superior de controle do GCG de EWMA de MR DNB proposto
$K_{Zdnb}$	fator de abertura dos limites de controle do GCG de EWMA de DNB proposto
$\lambda$	constante de amortecimento do modelo de EWMA
$\lambda^*$	valor da constante de amortecimento do modelo de EWMA que fornece o menor $NMA_1$
$LSC_z$	limite superior de controle para o gráfico de controle de EWMA
$LSC_{R_t}$	limite superior de controle para o gráfico de controle de $R_t$ de Mortell e Runger (1995)
$LSC_{Z_{R_t}}$	limite superior de controle para o gráfico de controle de EWMA de $R_t$ de Mortell e Runger (1995)
$LSC_{RAM}$	limite superior de controle para o gráfico de controle de $S^2$ de Runger, Alt e Montgomery (1996)
$LSC_{GCGS^2}$	limite superior de controle para o GCG de $S^2$ proposto
$LSC_{GCGMR}$	limite superior de controle para o GCG de MR proposto
$LSC_{GCGZ_{\ln}}$	limite superior de controle para o GCG de EWMA de $\ln(S^2)$ proposto
$LSC_{GCGZMR}$	limite superior de controle para o GCG de EWMA de MR proposto
$LSC_{Zdnb}$	limite superior de controle para o GCG de EWMA de DNB proposto

LICz	limite inferior de controle para o gráfico de controle de EWMA
LIC <sub>Zdnb</sub>	limite inferior de controle para o GCG de EWMA de DNB proposto
ln(S <sup>2</sup> )	variância amostral linearizada
$\mu$	média do processo
$\mu_0$	valor-alvo da média do processo
MR <sub>t</sub>	amplitude móvel no instante t
MR DNB	amplitude móvel das Diferenças em relação ao Nível-Base
MSP	<i>Multiple Stream Process</i>
n	tamanho de amostra por canal
NMA	número médio de amostras até um sinal de descontrole no processo
NMA <sub>0</sub>	número médio de amostras até um alarme falso
NMA <sub>1</sub>	número médio de amostras até um alarme verdadeiro, a partir do instante de ocorrência da causa especial de variação
$\nu$	parâmetro de não-centralidade da distribuição Qui-quadrado
$O \cap \bar{A}$	evento “sinalização apenas por um canal não afetado”
PMC	Processo Multicanal
r	Comprimento Significativo de Corrida
$\rho_{ij}$	coeficiente de correlação entre duas diferenças quaisquer $\hat{e}_{ii}$ e $\hat{e}_{ij}$ .
R	amplitude amostral
RL	<i>Run-Length</i>
SDRL	desvio-padrão de <i>Run-Length</i>
S	desvio-padrão amostral
S <sup>2</sup>	variância amostral
$\sigma$	desvio-padrão do processo
$\sigma_0^2$	variância do processo quando está em controle
$\sigma_1^2$	variância do processo quando está fora de controle

$\sigma_a$	desvio-padrão da componente $A_t$
$\sigma_{eti.}$	desvio-padrão da componente $e_{ti.}$
$\sigma_{Z_t}$	desvio-padrão da estatística EWMA
$\sigma(R_t)$	desvio-padrão da amplitude amostral
$\sigma(Z_{R_t})$	desvio-padrão da estatística EWMA da amplitude amostral
$\sigma(Z_{\ln_i(t)})$	desvio-padrão da estatística EWMA de $\ln(S^2)$
$\Sigma$	matriz de covariâncias dos dados observados nos $c$ canais
$T^2$	estatística multivariada de Hotelling(1942)
$\theta$	conjunto de parâmetros do projeto do gráfico de controle
$U_1$	primeira componente principal
$U_2$	contém as $c-1$ componentes remanescentes
$Var(.)$	variância
VSSI	<i>Variable Sample Size and Sampling Interval</i>
$\mathbf{X}_t$	vetor das observações de dimensão $c \times 1$ de todos os canais no instante $t$
$x_t$	amostra retirada do processo no instante $t$
$x_{ij}$	amostra retirada do canal $j$ no instante $t$
$x_{ij}$	$j$ -ésima medida obtida no canal $i$ no instante $t$
$X_{ijk}$	variável aleatória que representa o valor esperado da $k$ -ésima observação contida no canal $j$ no instante $t$
$\bar{X}$	média amostral da variável $x$
$Z_0$	valor inicial da estatística de controle EWMA
$Z_t$	estatística de controle EWMA no instante $t$
$Z_{\ln_i(t)}$	estatística de controle EWMA de $\ln(S^2)$ do canal $i$ no instante $t$
$Z_{MR_i}$	estatística de controle EWMA de MR DNB do canal $i$ no instante $t$

$Z_{\bar{e}ii}$	estatística de controle EWMA das diferenças do canal $i$ no instante $t$
$Z_t(\mathbf{X})$	vetor de estatísticas de controle EWMA das observações originais
$Z_t(\mathbf{U}_2)$	vetor de estatísticas de controle EWMA das $c-1$ componentes remanescentes
$Z_{R_t}$	estatística de controle EWMA de $R_t$ de Mortell e Runger (1995)
$Z_{RAM_t}$	estatística de controle EWMA de $S^2$ de Runger, Alt e Montgomery (1996)
$Z_{t-1}$	estatística de controle EWMA no instante $(t - 1)$