

1

Introdução

A busca por estruturas mais econômicas tem levado a sistemas estruturais cada vez mais leves e, conseqüentemente, a elementos estruturais mais esbeltos. Quando se aumenta a esbeltez de um dado elemento estrutural, o seu mecanismo de colapso pode sofrer significativas mudanças qualitativas. Por exemplo, à medida que uma coluna se torna mais esbelta, em vez da ruína ocorrer por se atingir à capacidade de carga da seção, esta pode ocorrer por perda de estabilidade e conseqüente aparecimento de grandes deflexões. Assim, para se projetar uma estrutura esbelta, deve-se usar o chamado critério de estabilidade.

Em elementos estruturais esbeltos, a não-linearidade geométrica é muito importante e dá origem a vários fenômenos que não são encontrados em sistemas lineares. Estes fenômenos incluem a existência de múltiplas configurações de equilíbrio (estáveis e instáveis) e de pontos de máximo e mínimo ao longo do caminho não-linear de equilíbrio (pontos limite) onde a estrutura pode exibir saltos dinâmicos.

A compreensão do fenômeno de flambagem em sistemas estruturais passa pela determinação da carga de flambagem (carga crítica e modo crítico), da solução pré-flambagem (solução fundamental) e das soluções pós-flambagem (soluções pós-críticas e soluções secundárias), Croll & Walker (1972).

A pedra fundamental da análise estrutural moderna pós-flambagem é o trabalho de Koiter (1967), onde se mostra a influência de imperfeições geométricas iniciais no comportamento pós-flambagem de sistemas estruturais, na capacidade de carga da estrutura e na resposta estrutural não-linear. A teoria inicial pós-flambagem de Koiter foi posteriormente detalhada e aplicada por, entre outros, Chilver (1972), Croll & Walker (1972) e Thompson & Hunt (1973) na Inglaterra e Budiansky (1974) e Hutchinson (1974) nos Estados Unidos. Estes trabalhos são à base da moderna teoria de estabilidade estrutural (El Naschie, 1990; Bazant & Cedolin, 1991). O principal mérito desta teoria consiste em

explicar como a análise pós-flambagem pode ajudar no entendimento do comportamento não-linear de estruturas suscetíveis a flambagem.

Isto é particularmente importante na análise de sistemas sujeitos a bifurcação simétrica instável e assimétrica. Nestes sistemas, para cargas inferiores à carga teórica de flambagem tem-se, supostamente, que o sistema está em uma configuração segura, já que o equilíbrio, segundo uma análise local da estabilidade, é estável. Contudo isso não é completamente verdade. O sistema pode flambar para níveis de carga muito inferiores à carga crítica devido ao efeito simultâneo de imperfeições iniciais e perturbações dinâmicas. Para níveis de carregamento inferiores à carga crítica tais sistemas exibem mais de um ponto de equilíbrio, sendo a posição de equilíbrio estável pré-flambagem rodeada por pontos de sela, pontos de equilíbrio instável, que definem a fronteira do vale potencial pré-flambagem. Assim se as perturbações ultrapassarem a fronteira do vale pré-flambagem, a resposta pode divergir para uma nova posição de equilíbrio ou para infinito. Neste caso a estrutura perde a estabilidade para cargas inferiores à carga crítica da estrutura. Esta região segura decresce com o aumento da carga estática e se torna nula no ponto crítico, assim a carga crítica é apenas um limite superior da capacidade de carga da estrutura. As imperfeições diminuem a carga teórica de flambagem e ao mesmo tempo mudam a topologia da energia potencial do sistema, diminuindo a região segura e mudando conseqüentemente seu comportamento dinâmico não-linear e sua estabilidade global (Gonçalves *et al*, 2007). Estruturas sujeitas a bifurcação simétrica instável ou assimétrica são conhecidas como estruturas sensíveis a imperfeições.

O entendimento do comportamento global de sistemas estruturais com vários graus de liberdade com comportamento pós-crítico instável é particularmente importante, pois tais sistemas podem ainda apresentar acoplamento modal, ou seja, a interação de diferentes modos com cargas de flambagem muito próximas ou iguais, levando ao surgimento de novos e inesperados caminhos de equilíbrio.

Existem muitas estruturas para as quais a diferença entre as cargas críticas associadas a diferentes modos de flambagem é muito pequena ou nula. Tais estruturas apresentam freqüentemente o fenômeno de acoplamento modal ou interação modal. Essencialmente, o que acontece é que duas soluções pós-críticas distintas, cada uma delas associada a um modo de flambagem, emergem de dois

pontos críticos que são muito próximos ou coincidentes. Em virtude da não-linearidade, podem surgir novas soluções pós-críticas associadas a soluções acopladas com comportamento muitas vezes distinto do comportamento associado às soluções desacopladas (Augusti, 1964; Chilver & Johns, 1969; Croll & Walker, 1972; Thompson & Hunt, 1984; Bazant & Cedolin, 1991), mudando substancialmente o comportamento da estrutura.

O acoplamento modal é um fenômeno de grande importância na análise da estabilidade de estruturas, particularmente no estudo da estabilidade de placas, cascas, perfis de chapa dobrada a frio e alguns pórticos, como mostram os trabalhos de Bazant & Cedolin (1991), Brubak & Hellesland (2007), Chen & Yu (2006), Dinis *et al* (2007), Kiyamaz (2005), Kolakowski (2007), Quin *et al* (2007) e Tvergaard (1973), dentre outros. Um caso extremo é a casca cilíndrica sob compressão axial, que pode exibir para certas geometrias um número infinito de cargas de flambagem coincidentes (Brush & Almroth, 1975; El Naschie, 1990; Pignataro *et al*, 1991; Thompson & Hunt, 1984).

Em alguns casos, a solução segura pré-flambagem pode ser circundada por vários pontos de sela, conduzindo a várias bifurcações locais e globais e, conseqüentemente, a uma topologia complexa no espaço de fase. O comportamento deste tipo de estrutura pode tornar-se ainda mais complexo se houver frequências naturais coincidentes ou quase coincidentes, levando o sistema a uma possível ressonância interna (Del Prado, 1999; e Gonçalves & Del Prado, 2005).

Muitas das soluções apresentadas na literatura, em virtude da solução modal adotada, necessitam considerar um número elevado de modos para se obter a convergência do caminho pós-crítico (Yamaki, 1984). Entretanto, vários estudos nas últimas décadas revelam que, desde que sejam retidos os modos corretos que expressam o necessário acoplamento modal e a conseqüente quebra de simetria, podem-se construir modelos simplificados com um número razoavelmente pequeno de graus de liberdade que sejam capazes de descrever qualitativamente e quantitativamente o comportamento não-linear de sistemas estruturais. Contribuições neste sentido foram apresentadas por Batista (1979), Antonini (1981), Cowell & Hunt (1985), Hunt *et al* (1986), Gonçalves (1987), Santee (1988) e Del Prado (2001).

Na literatura se destacam dois modelos simplificados que representam uma grande classe de problemas estruturais com interação modal. O primeiro é o modelo clássico de Augusti (1964). O estudo detalhado deste modelo pode ser encontrado em Croll & Walker (1972), Bazant & Cedolin (1991), Del Prado (1999) e Raftoyiannis & Kounadis (2000), dentre outros. Já o segundo, é um modelo discreto de torre estaiada cujo comportamento estático foi extensamente estudado por Thompson e colaboradores (Thompson & Gaspar, 1977; Thompson & Hunt, 1984; Thompson & Stewart, 1987). Outros modelos simplificados que exibem acoplamento modal podem ser encontrados em El Naschie (1990), Hansen (1977), Hunt *et al.* (1979), Sophianopoulos (2007) e Teng & Hong (2006).

Em particular, o modelo de Augusti representa uma grande classe de problemas que apresentam acoplamento modal, pois apresenta duas cargas críticas iguais associadas a dois modos de flambagem distintos. Quando considerados desacoplados, esses modos levam a um comportamento pós-crítico estável (bifurcação simétrica estável). Porém, quando se considera o acoplamento entre os dois modos, as soluções pós-críticas desacopladas tornam-se instáveis e surgem novas soluções pós-críticas instáveis que passam a delimitar as oscilações da estrutura no vale pré-flambagem.

Embora existam muitos trabalhos publicados sobre acoplamento modal na presença de cargas estáticas, sua influência no comportamento dinâmico tem sido objeto de poucos estudos, sendo esta uma área que precisa ser mais pesquisada devido à sua importância na engenharia estrutural. A análise da instabilidade dinâmica, apesar de sua grande importância técnica, tem recebido pouca atenção na literatura. Na verdade pouco se conhece ainda hoje sobre o comportamento não-linear e perda de estabilidade de estruturas sob cargas dinâmicas.

No âmbito da dinâmica não-linear de sistemas com interação modal e sujeitos a bifurcações instáveis, a região segura da solução fundamental é delimitada pelas órbitas dos pontos de sela das soluções pós-flambagem e corresponde ao vale potencial pré-flambagem. O objetivo do projeto estrutural é preservar a integridade da configuração pré-flambagem. Porém, muitas vezes, a identificação desta região segura não é trivial, particularmente quando se tem a presença de imperfeições geométricas e perturbações dinâmicas. Assim, para quantificar a integridade dinâmica destes sistemas, é necessária uma análise paramétrica da evolução destas regiões seguras (bacias seguras de atração) no

espaço de fase (Lansbury & Thompson, 1992; Rega & Lenci, 2005; Soliman & Gonçalves, 2003). Para sistemas conservativos, a análise da região segura é realizada usando-se as ferramentas e conceitos da mecânica Hamiltoniana (Arnold, 1989; Greenwood, 2003; Meirovitch, 2003).

Conforme apresentado anteriormente, o desenvolvimento da teoria da estabilidade elástica no último século conduziu à identificação de várias estruturas com interação modal sujeitas a bifurcações instáveis, mas, somente recentemente, devido ao desenvolvimento da teoria de sistemas dinâmicos não-lineares (Palis & de Melo, 1978; Moon, 1992; Nayfeh & Balashandran, 1995, El Naschie, 1990; Thompson & Stewart, 1987), a definição do fator de integridade e a análise da integridade destas estruturas se tornaram possíveis. O conceito de fator de integridade e o estudo da evolução de bacias de atração foi inicialmente introduzido por Thompson e colaboradores (Soliman & Thompson, 1989). Recentemente Rega & Lenci (2005) apresentaram uma revisão dos principais conceitos e medidas de integridade existentes na literatura.

Uma forma de atenuar a erosão e manter a integridade dinâmica da região segura desses sistemas é aplicar mecanismos de controle de integridade, que possibilitem eliminar ou ao menos retardar o início da erosão das bacias seguras. Dentre as técnicas de controle da erosão de bacias de atração, destaca-se aquela que modifica a excitação harmônica do sistema através da adição de uma excitação paramétrica (Lenci & Rega, 2003a), retardando a ocorrência das bifurcações globais responsáveis pela erosão e estratificação das bacias de atração. Está técnica foi inicialmente proposta por Shaw (1990), que adicionou um super-harmônico à excitação. Posteriormente Lenci & Rega (1998a, 1998b) consideraram todos os super-harmônicos, de modo que a forma da excitação pudesse variar de maneira arbitrária. A forma da excitação, definida como excitação ótima por Lenci & Rega (1998a, 1998b), permite aumentar o valor crítico da excitação referente à bifurcação global, ou seja, retardar o início da erosão da bacia segura. A teoria e implementação deste método de controle, juntamente com os detalhes das simulações numéricas para vários sistemas dinâmicos não-lineares são apresentados por Lenci & Rega em uma série de trabalhos (Lenci & Rega, 1998a, 1998b, 2000, 2003a, 2003b, 2003c, 2004a, 2004b, 2005).

Uma característica usual de estruturas com acoplamento modal é a existência de diversas simetrias (Hunt *et al*, 1986). Estas simetrias levam não só à coincidência de cargas críticas, mas também à coincidência de frequências naturais, levando a ressonâncias internas, e à existência de mais modos de vibração que o número de graus de liberdade, os chamados modos não-lineares de vibração. O conceito de modos não-lineares, apresentado inicialmente por Rosenberg (1961, 1962, 1966), é considerado como uma extensão dos modos lineares, e tem se tornado uma ferramenta útil na análise de vibrações não-lineares. De acordo com Rosenberg, os modos não-lineares são movimentos síncronos que apresentam uma relação bem definida entre as coordenadas generalizadas, isto é, todas as coordenadas generalizadas executam movimentos de mesmo período, passando pela posição de equilíbrio e alcançando seus deslocamentos máximos simultaneamente. O conceito original de modos não-lineares apresentado por Rosenberg foi modificado por Shaw e Pierre (1991) que definiram um modo não-linear como um movimento em vibração livre que se realiza em uma variedade bidimensional invariante inserida no espaço de fase do sistema. Como as variedades são invariantes, isso significa que, se as condições iniciais estão em uma dessas variedades, o movimento correspondente permanece nesta variedade. A vantagem dessa definição é que ela incorpora a definição de Rosenberg como um caso particular e é apropriada para sistemas conservativos e não-conservativos. Vakakis tem também contribuído bastante para o entendimento dos modos não-lineares e sua aplicação em engenharia (Vakakis, 1991; Vakakis, 1997). Outras contribuições importantes incluem os trabalhos de Nayfeh (1995), Manevitch (2001) e Adrianov (2008). No Brasil, devem-se destacar os trabalhos de Mazzilli e colaboradores na determinação de modos não-lineares, usando o método dos elementos finitos (Mazzilli & Baracho Neto, 2002).

1.1. Objetivo

Esta tese está inserida na linha de pesquisa em Instabilidade e Dinâmica das Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio. Pretende-se, com essa pesquisa, fornecer uma contribuição para área de instabilidade dinâmica de sistemas estruturais sujeitos ao fenômeno de acoplamento modal.

O objetivo desta tese de doutorado é investigar a influência da interação de modos de flambagem no comportamento dinâmico não-linear de estruturas e identificar características particulares do comportamento dinâmico não-linear desta classe de problemas. Para isto, são usados dois modelos simplificados que exibem forte acoplamento de modos de flambagem: o modelo de Augusti e um modelo de torre estaiada.

1.2. Organização do Trabalho

O presente trabalho constitui-se de sete capítulos, incluindo este de introdução, onde são apresentados conceitos básicos, revisão bibliográfica e objetivos da tese.

No capítulo 2, apresenta-se a formulação matemática utilizada para descrever o comportamento dinâmico não-linear dos modelos de Augusti e de torre estaiada. São apresentadas as formulações para a análise estática e dinâmica, considerando a influência da rigidez relativa das molas e o efeito de imperfeições geométricas.

O capítulo 3 mostra uma análise minuciosa da estabilidade estática dos modelos em estudo, com ênfase na influência do acoplamento modal e das imperfeições nos caminhos de equilíbrio pré- e pós-críticos em sua estabilidade e na topologia da superfície de energia potencial, que governa o comportamento dinâmico da estrutura.

No capítulo 4, apresenta-se o comportamento dinâmico dos modelos em vibração livre. Inicialmente são determinadas as frequências naturais e os modos lineares de vibração, e verifica-se a possível existência de ressonância interna. A seguir, estuda-se, usando-se o princípio da conservação da energia, a influência do acoplamento modal e das imperfeições na região segura pré-flambagem e determinam-se as variedades invariantes dos pontos de sela que definem a fronteira do vale potencial pré-flambagem. Finalmente, são identificados os modos não-lineares e a relação frequência-amplitude associada a cada modo, informações fundamentais para a compreensão da dinâmica sob vibração forçada.

No capítulo 5, apresenta-se o comportamento dinâmico dos modelos sob vibração forçada, gerada por uma excitação de base. A influência do acoplamento

modal e das imperfeições na segurança dos modelos é estudada através das fronteiras de estabilidade, das bifurcações associadas a estas fronteiras, da evolução das bacias de atração e dos fatores de integridade associados a estas bacias.

O capítulo 6 mostra a aplicação do método de controle proposto por Lenci & Rega (1998a, 1998b) aos modelos em estudo, e investiga-se a eficiência do controle na redução da erosão das bacias seguras.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros.