6
Firmas impacientes

Nesta seção, discute-se a possibilidade de conluio para firmas impacientes. A proposição 1 apresentou o teorema *Folk* tradicional, se a taxa de desconto for suficientemente alta, então as firmas conseguem manter o preço de monopólio como resultado de um equilíbrio perfeito em sub-jogos. Contudo, se as firmas não forem suficientemente pacientes, ainda conseguem auferir lucros maiores que a repetição do equilíbrio de Nash estático. O lema abaixo mostra que se a restrição (iv) do programa original for ignorada, então a distribuição $F(\cdot)$ que soluciona o problema será degenerada, concentrando-se em dois pontos. Inicialmente ignora-se a restrição (iv), depois demonstra-se que não será ativa.

Lema 8: Ignorando a restrição (iv), o dispositivo aleatório que indica qual preço cada firma deve escolher com o objetivo de maximizar lucros e que mantém as firmas cooperando deverá escolher no máximo dois preços. Ou seja, em cada período, o dispositivo aleatório escolherá algumas firmas para terem preços iguais a $\underline{p}$ e outras para terem preços iguais a $\overline{p}$.

Dado os lemas 1, 2, 3 e 8, em cada período, o dispositivo aleatório escolherá αN para terem o preço $\overline{p}$ e $(1-\alpha)N$ para terem o preço $\underline{p}$ $\left(\underline{p} \leq \overline{p}\right)$. Formalmente, o dispositivo aleatório terá seguinte forma para cada firma:

$$x = \begin{cases} \overline{p}, & \text{com } Pr = \alpha \\ \underline{p}, & \text{com } Pr = 1-\alpha \end{cases}$$

Em cada período, quando uma firma tiver o preço $\overline{p}$, venderá aos $\frac{\mu}{N}$ consumidores com custo positivo de busca se for o menor preço, além de vender aos $\frac{1-\mu}{N}$ consumidores com custo zero de busca. Se a firma tiver o preço $\underline{p}$, venderá a $\left[\frac{1-\mu}{N} + \frac{\mu}{1+(N-1)(1-\alpha)}\right]$ consumidores, pois venderá tanto aos consumidores com custo zero de busca, $\frac{1-\mu}{N}$, quanto aos consumidores com custo positivo de busca, $\frac{\mu}{1+(N-1)(1-\alpha)}$[7]. Portanto, o lucro esperado *ex-ante* ao seguir o dispositivo aleatório será:

[7] Dividi-se μ por $1 + (N-1)(1-\alpha)$, pois é o número esperado de firmas com preço igual a $\underline{p}$, i.e. a própria firma mais o valor esperado das demais firmas.

$$\pi^e\left(\alpha,\overline{p},\underline{p}\right)=\alpha\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\alpha^{(N-1)}\frac{\mu}{N}\right]R(\overline{p})$$
$$+(1-\alpha)\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\frac{\mu}{1+(N-1)(1-\alpha)}\right]R\left(\underline{p}\right)$$

O problema do conluio será escolher $\left(\alpha,\overline{p},\underline{p}\right)$ que maximize o lucro das firmas sujeito às firmas cooperarem, ao parâmetro α pertencer ao conjunto $(0,1)$ e aos consumidores estarem dispostos a comprar[8], i.e. $\overline{p}\le r$. Ou seja:

$$\max_{\underline{p}\,\overline{p}\,\alpha}\pi^e\left(\alpha,\overline{p},\underline{p}\right)$$

Sujeito a:

(i) $\alpha\in(0,1)$ e $\overline{p}\le r$

(ii) $\pi^e\left(\alpha,\overline{p},\underline{p}\right)\ge(1-\delta)R(p')+\delta\underline{v}^*$

(iii) $\pi^e\left(\alpha,\overline{p},\underline{p}\right)\ge(1-\delta)\left[\frac{1-\mu}{N}+\mu\right]R(b')+\delta\underline{v}^*$

Na seqüência, mostra-se que a solução do programa acima e depois que a restrição (iv) não será ativa. A função objetivo é crescente em $R\left(\underline{p}\right)$ e $R(\overline{p})$. Como $R(\overline{p})$ aumenta o lado direito das restrições (ii) e (iii), o valor ótimo de $\overline{p}$ será $\overline{p}^*=\min\{r,\hat{p}\}$ à medida que maximiza $R(p)$ sujeito a $p\le r$.

Como o parâmetro α aumenta a função objetivo no intervalo considerado e relaxa as restrições (ii) e (iii), o valor ótimo de α será o mais próximo possível da unidade, caracterizando uma solução de canto. Porém, se α for muito próximo da unidade, tem-se que considerar o desvio para $\overline{p}-\varepsilon$, logo α^* deve ser tal que:

$$\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\alpha^{*(N-1)}\mu\right]R(\overline{p})=\max\left\{R(p'),\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\mu\right]R\left(\underline{p}\right)\right\}$$

Dados α^* e $\overline{p}^*$, o $\underline{p}$ ótimo será tal que a restrição para o melhor desvio é ativa à medida que $\underline{p}$ aumenta a função objetivo, mas um aumento excessivo em $\underline{p}$ violará as restrições (ii) e (iii). Formalmente, $\underline{p}^*$ soluciona a restrição ativa:

$$\pi^e\left(\alpha^*,\overline{p}^*,\underline{p}^*\right)=(1-\delta)\max\left\{R(p'),\left[\frac{1-\mu}{N}+\mu\right]R(b')\right\}+\delta\underline{v}^*$$

Como programa original fica mais restrito com menores taxas de desconto, para formar conluio, as firmas se organizam de modo que algumas escolham o preço baixo apenas para punir eventuais desvios. A solução encontrada ignora a restrição (iv) do problema original, porém se a taxa de desconto for próxima de

[8] Pelo lema 4, há apenas três candidatos para o melhor desvio: p', b' e $\min\{r',\hat{p}\}$. Por enquanto, ignora-se o desvio para $\min\{r',\hat{p}\}$, que seria a restrição (iv), e, como discutido na demonstração do lema 4 e apenas para facilitar a exposição, considera-se p' tal que $r'=\underline{p}-\varepsilon$ para um $\varepsilon>0$ arbitrariamente próximo de zero, ao invés de se considerar p' tal que $r'=\overline{p}-\varepsilon$, uma vez que tal hipótese não altera os resultados.

$\overline{\delta}$, taxa que permite conluio com preço de monopólio, os preços serão $\underline{p}^* \cong \overline{p}^* = \hat{p}$. Para tais valores, a restrição (iv) não é ativa:

$$(1-\delta)\pi^e + \delta v(\cdot) > (1-\delta)\left[\frac{1-\mu}{N}\right]R(\min\{r',\hat{p}\}) + \delta \underline{v}^*$$

$$\therefore (1-\delta)\frac{\mu}{N}R(\hat{p}) + \delta\left(\frac{R(\hat{p})}{N} - \underline{v}^*\right) > 0$$

Menores taxas de desconto, δ, exigem um menor valor de $\underline{p}^*$ e, portanto, o preço de reserva r' considerado no desvio da restrição (iv) também se reduz. A partir de uma determinada taxa de desconto, o esquema de conluio com dois preços deixa de ser factível, pois violará a restrição (iv). Ou seja, existe uma taxa de desconto limite, $\underline{\delta}$, tal que se $\delta < \underline{\delta}$, o lema da distribuição de dois pontos (lema 8) não vale e $\underline{\delta}$ é tal que a restrição (iv) vale com igualdade. A proposição 2 mostra esse resultado.

Proposição 2: Para todo $\delta \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}]$, há conluio como resultado de um equilíbrio perfeito em sub-jogos no qual o dispositivo aleatório seleciona $\alpha^* N$ firmas para terem preço igual a $\overline{p}^*$ e $(1-\alpha^*)N$ para terem preço igual a $\underline{p}^*$, onde $\underline{p}^* < \overline{p}^*$. $\overline{\delta} = \max\{\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2\}$ é o mesmo usado na proposição 1 e $\underline{p}^*$ será crescente em relação à taxa de desconto δ.

Para firmas mais impacientes, i.e. firmas com $\delta \in [0, \underline{\delta})$, a restrição (iv) será ativa e a distribuição $F(\cdot)$ que soluciona o problema não será mais degenerada em dois pontos. Mais especificamente, a distribuição $F(\cdot)$ que soluciona o problema se transforma na distribuição do equilíbrio de Nash do jogo estático para $\delta = 0$.

A proposição 2 mostra que para $\delta \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}]$, $\underline{p}^*$ é crescente em relação ao δ. Ou seja, como um aumento em $\underline{p}^*$ aumenta o lucro do conluio, taxas de desconto maiores permitem ao conluio auferir maiores lucros. Para se analisar o efeito dos parâmetros de busca em conluio, considera-se a punição de minmax e identificam-se os efeitos marginais desses parâmetros no preço baixo, $\underline{p}^*$. Novamente, efeitos distintos são encontrados. Por exemplo, suponha que $\delta < \overline{\delta}$ e que o custo de busca seja tal que o desvio relevante seja uma pequena redução no preço baixo. Logo, pode-se aplicar o teorema da função implícita na expressão:

$$G\left(\alpha^*, \overline{p}^*, \underline{p}^*, \mu, \underline{v}^*, \delta\right) = \pi^e\left(\alpha^*, \overline{p}^*, \underline{p}^*\right) - (1-\delta)\left[\frac{1-\mu}{N}\mu\right]R\left(\underline{p}^*\right) - \delta\underline{v}^* = 0$$

Ou seja, $\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial \mu} = -\frac{\partial G}{\partial \mu} \Big/ \frac{\partial G}{\partial \underline{p}^*}$.

Seja $h = \left(\alpha^* \overline{p}^* \underline{p}^* \mu\, \underline{v}^* \delta\right)$, como o denominador é, por construção, negativo:

$$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial \mu} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\partial G}{\partial \mu} = \nabla G(h).\frac{\partial h}{\partial \mu} \geq 0$$

$$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial \mu} \geq 0 \Leftrightarrow -\alpha\left[\frac{1-\alpha^{(N-1)}}{N}\right] R(\overline{p}) + (1-\alpha)\left[\frac{1}{1+(N-1)(1-\alpha)} - \frac{1}{N}\right] R\left(\underline{p}\right) - (1-\delta)\left[-\frac{1}{N}+1\right] R\left(\underline{p}\right) - \delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial \mu} + \Delta_2 \geq 0$$

Onde, $\Delta_2 = \frac{\partial G}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial \mu} \geq 0$. De forma análoga ao efeito marginal de μ em $\overline{\delta}_1$, um aumento na intensidade de busca representada pelo parâmetro μ aumenta o lucro do primeiro período do desvio, porém μ reduz o lucro da punição. Portanto, por um lado, um aumento na busca, representada por μ, requer um maior $\underline{p}^*$, pois o lucro da punição é menor. Contudo, por outro lado, requer também uma redução em $\underline{p}^*$ à medida que aumenta o lucro inicial do desvio. Supondo a punição de minmax, a expressão acima é crescente em relação ao δ, logo para menores valores de δ a expressão pode ser negativa. Ou seja, se as firmas forem impacientes, busca representada por μ pode deixar o conluio menos lucrativo.

Seja $\Delta_1 = \frac{\partial G}{\partial \alpha^*}\frac{\partial \alpha^*}{\partial c} \geq 0$, de forma análoga, o efeito marginal do custo de busca c será positivo quando:

$$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial c} \geq 0 \Leftrightarrow \alpha\left[\frac{(1-\mu)}{N} + \alpha^{(N-1)}\frac{\mu}{N}\right] R'(\overline{p})\frac{\partial \overline{p}}{\partial c} - \delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial c} + \Delta_1 \geq 0$$

Para valores de δ próximos de $\overline{\delta}$, a expressão acima é negativa. Ou seja, um aumento no custo de busca c reduz o valor de $\underline{p}^*$ e, portanto, reduz o lucro do conluio. Este resultado é o mesmo encontrado anteriormente ao se analisar o efeito de c em $\overline{\delta}_1$ e, como o desvio relevante é uma pequena redução no preço, o custo de busca não afeta o lucro do desvio inicial.

Para menores valores de δ a expressão acima pode ser positiva, pois é decrescente em relação a δ. Por um lado, se o preço alto for o preço de reserva dos consumidores e se o custo de busca c aumentar, então esse aumento no custo de busca pode tornar o conluio mais lucrativo, pois um c maior aumentará o preço de reserva dos consumidores. Por outro lado, o custo de busca aumenta também o lucro da punição o que, por sua vez, reduz o lucro do conluio.

Novamente, têm-se efeitos distintos de busca em conluio e, na próxima seção, apresenta-se um exemplo no qual essa mudança está clara: para valores de δ próximos a $\overline{\delta}$, custo de busca reduz o lucro do conluio e, para valores menores de δ, o efeito inverte.

Se o custo de busca for suficientemente baixo de modo que o desvio relevante seja uma redução maior no preço para que os consumidores pesquisem preços, então se têm efeitos parecidos com os efeitos de μ e c em $\overline{\delta}_2$. A proporção de consumidores com custo zero de busca não importa muito para o lucro do desvio inicial, porém o parâmetro μ afeta tanto os preços do conluio quanto o lucro da punição.

Nesse caso, o efeito marginal de μ em $\underline{p}^*$ pode ser positivo ou negativo, dependendo dos parâmetros do modelo, mas à medida que a taxa de desconto δ se reduz o efeito tende a ser positivo. A condição para que μ afete positivamente $\underline{p}^*$ se torna mais frouxa para valores maiores de δ, ou seja, uma busca mais intensa torna o conluio menos lucrativo quanto menor for a taxa de desconto δ. Todavia, o efeito de c em $\underline{p}^*$ será negativo valores de δ próximos de $\overline{\delta}$, para valores menores de δ esse efeito pode se tornar positivo. Todos esses resultados e condições estão na tabela 2 de forma mais sistemática.

Independente do custo de busca ser suficientemente baixo ou não, busca representada pelos parâmetros μ e c parece tornar o conluio menos lucrativo para menores taxas de desconto. Na próxima seção, apresenta-se um exemplo para ilustrar o modelo e suas principais conclusões, nesse exemplo um aumento em μ reduz a lucro do conluio em todo o intervalo $[\underline{\delta}, \overline{\delta}]$ e um aumento no custo de busca c reduz o lucro do conluio para taxas de desconto próximas de $\overline{\delta}$, porém o efeito inverte para menores taxas de desconto. O exemplo também contempla os efeitos de μ e c na taxa mínima de desconto para conluio de monopólio $(\overline{\delta})$. Além disso, compara-se a solução de conluio proposta com o equilíbrio de Nash do jogo estático.

Tabela 2 – Efeito de busca em conluio para firmas impacientes.

	Derivadas e condições de sinal	Sinal	Como a condição de sinal depende de δ.
	Altos valores de c, i.e. c suficientemente alto tal que o desvio relevante seja uma redução marginal no preço		
$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial c} \geq 0 \Leftrightarrow$	$\alpha^*\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\alpha^{*(N-1)}\frac{\mu}{N}\right]R'(\overline{p}^*)\frac{\partial \overline{p}^*}{\partial c}-\delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial c}+\Delta_1 \geq 0$	Negativo para δ próximo de $\overline{\delta}$, mas positivo para valores menores de δ.	Decrescente.
$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial \mu} \geq 0 \Leftrightarrow$	$-\alpha^*\left[\frac{1-\alpha^{*(N-1)}}{N}\right]R(\overline{p}^*)+(1-\alpha^*)\left[\frac{1}{1+(N-1)(1-\alpha^*)}-\frac{1}{N}\right]R\left(\underline{p}^*\right)-(1-\delta)\left[-\frac{1}{N}+1\right]R\left(\underline{p}^*\right)-\delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial \mu}+\Delta_2 \geq 0$	Positivo ou negativo.	Crescente.
	Baixos valores de c, i.e. c suficientemente baixo tal que o desvio relevante seja uma redução maior no preço		
$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial c} \geq 0 \Leftrightarrow$	$\alpha^*\left[\frac{(1-\mu)}{N}+\alpha^{*(N-1)}\frac{\mu}{N}\right]R'(\overline{p}^*)\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial c}-(1-\delta)R'(p')\frac{\partial p'}{\partial c}-\delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial c}+\Delta_1 \geq 0$	Negativo para δ próximo de $\overline{\delta}$, mas pode ser positivo ou negativo para valores menores de δ.	Decrescente se $R'(p')\frac{\partial p'}{\partial c}-\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial c}<0$ e crescente caso contrário.
$\frac{\partial \underline{p}^*}{\partial \mu} \geq 0 \Leftrightarrow$	$\alpha^*\left[\frac{-1}{N}+\alpha^{*(N-1)}\frac{1}{N}\right]R(\overline{p}^*)+(1-\alpha^*)\left[-\frac{1}{N}+\frac{1}{1+(N-1)(1-\alpha^*)}\right]R\left(\underline{p}^*\right)-\delta\frac{\partial \underline{v}^*}{\partial \mu}+\Delta_2 \geq 0$	Positivo ou negativo.	Crescente.