3
Jogo repetido

No jogo repetido, a taxa intertemporal de desconto será $\delta \in (0, 1)$ e, por hipótese, os consumidores vivem por apenas um período. Dessa forma, os consumidores não jogam estrategicamente ao longo do tempo e agem de acordo com a regra ótima de busca definida no jogo estático.

Formalmente, uma estratégia para o jogador i será uma função, σ_i, que associa a qualquer história possível uma ação sempre que chamado a jogar. Supõe-se que as firmas podem se encontram e comunicar antes de cada período, Athey (2001) também faz uso dessa hipótese, porém em um ambiente diferente. Essa hipótese é equivalente a cada firma i observar um dispositivo aleatório no período t, x_{it}, que será o preço sugerido se a firma desejar cooperar com o conluio. No final de cada período o dispositivo aleatório se torna público e, portanto, qualquer desvio é observado.

Dado o dispositivo aleatório, considera-se a seguinte tipo de estratégia simples: começar seguindo o dispositivo aleatório, continuar seguindo se todos o fizeram no período anterior e, caso contrário, jogar a punição ótima contra a firma desviante[4]. O lema abaixo, uma aplicação dos resultados de Abreu (1988), mostra que se pode restringir a esse tipo de estratégia sem perda de generalidade. Todas as demonstrações se encontram no apêndice.

Lema 1: Não há perda de generalidade ao se restringir a estratégia do tipo: começar seguindo o dispositivo aleatório escolhendo o preço x_{it}, continuar seguindo se todos o fizeram no período anterior ou se duas ou mais firmas desviaram simultaneamente e, caso contrário, jogar a punição ótima contra a firma desviante.

O dispositivo aleatório cria o caso discutido por Abreu (1988) de estratégias mistas observáveis. Como o jogo repetido é simétrico, a punição ótima é igual para todas as firmas. Apesar do lema 1 mostrar que não há perda de generalidade ao usar o mencionado tipo de estratégia de gatilho, o dispositivo aleatório ainda pode depender do tempo e ser específico a cada firma o que torna complexa a caracterização de um equilíbrio. Porém, considerando a lucro

[4] Por Abreu (1988), a punição ótima existe.

de conluio, os lemas 2 e 3 mostram que não há perda de generalidade ao se restringir a equilíbrios simétricos e estacionários.

Lema 2: Sem perda de generalidade, pode-se analisar o equilíbrio de conluio em termos de um equilíbrio simétrico.

Lema 3: Sem perda de generalidade, pode-se analisar o equilíbrio de conluio em termos de um equilíbrio estacionário.

Portanto, em cada período cada firma observa a realização de um dispositivo aleatório com a mesma distribuição de probabilidade. Em cada período quando a firma i escolhe o preço p_i, venderá aos consumidores com custo positivo de busca ganhando $\frac{(1-\mu)}{N}R(p_i)$ e, se p_i for o menor preço, venderá também aos consumidores com custo zero de busca ganhando $\frac{\mu}{M}R(p_i)$, onde M é o número de firmas com o preço igual a p_i naquele período. Logo, o lucro esperado *ex-ante* será:

$$\pi_i^e = E_{p_i}\left\{\left[\frac{(1-\mu)}{N} + \frac{\Pr\left(p_i \leq p_j \forall j\right)\mu}{1+(N-1)\dfrac{\Pr\left(p_j = p_i\right)}{\Pr\left(p_j \geq p_i\right)}}\right]R(p_i)\right\}$$

Detalhes da expressão acima se encontram no apêndice. O lema abaixo mostra os possíveis desvios de um eventual conluio.

Lema 4: Dado que qualquer desvio é observado[5], há três candidatos para o melhor desvio para o conluio de monopólio: (i) escolher o preço p' que é um preço suficientemente baixo de modo que todos os consumidores pesquisem preços e a firma desviante vendará a todos os consumidores; (ii) escolher o preço b' marginalmente menor que o menor preço escolhido pelo dispositivo aleatório, assim a firma desviante venderá a todos os consumidores com custo zero de busca; (iii) escolher o preço $\min\{r', \hat{p}\}$ para a firma desviante vender a uma parcela dos consumidores com custo positivo de busca pelo maior preço possível, onde r' é o preço de reserva considerando o desvio em si.

Os lucros dos desvios serão respectivamente:

$$R(p'); \left[\frac{1-\mu}{N} + \mu\right]R(b');\ \text{e}\ \left[\frac{1-\mu}{N}\right]R(\min\{r', \hat{p}\})$$

[5] Supõe-se que o desvio das firmas é observado pelos consumidores. Alternativamente, se os consumidores não observam os desvios, há apenas um desvio relevante para a firma que é cobrar um preço marginalmente menor que o menor preço cobrado pelas demais firmas. Como tal hipótese altera apenas o desvio relevante para o conluio, os resultados para o caso no qual os consumidores não observam os desvios é um caso particular dos resultados encontrado nesta dissertação. Mais especificamente, esse caso particular é observado quando o custo de busca é suficientemente alto de modo que o desvio relevante é uma redução marginal no preço.

Onde p' é tal que o benefício esperado dos consumidores de sortear outro preço seja igual ao custo de busca, logo os consumidores sortearão preço até encontrarem p'. Se o custo de busca é baixo, esse desvio é crível, pois o p' não será muito menor que b'. Porém, se o custo de busca for suficientemente baixo, o modelo se aproxima ao modelo de Bertrand e a dimensão de busca deixa de ser relevante.

Seja $\underline{v}^*$ o lucro descontado da punição ótima, segundo Abreu, Pearce e Stacchetti (1990), pode-se encontrar o lucro do conluio resolvendo o seguinte programa: encontrar a distribuição de probabilidade $F(\cdot)$ que maximiza o lucro do conluio (π^e) sujeito às firmas estarem dispostas a cooperar[6]. Isto é:

$$\overline{v}^* = \max_{F(\cdot)} \pi^e$$

Sujeito a:

(i) $\pi^e \geq (1-\delta)R(p') + \delta\underline{v}^*$

(ii) $\pi^e \geq (1-\delta)\left[\frac{1-\mu}{N} + \mu\right]R(b') + \delta\underline{v}^*$

(iii) $\pi^e \geq (1-\delta)\left[\frac{1-\mu}{N}\right]R(\min\{r', \hat{p}\}) + \delta\underline{v}^*$

A proposição 1 mostra que se a taxa de desconto for suficientemente alta, as firmas formam conluio com preço de monopólio ($\hat{p}$).

Proposição 1: Para todo $\delta \in \left[\overline{\delta}, 1\right)$, há conluio com preço de monopólio ($\hat{p}$) como resultado de um equilíbrio perfeito em sub-jogos. A taxa mínima de desconto, $\overline{\delta}$, para tal resultado será:

$$\overline{\delta} = \max\left\{\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2\right\}$$

Onde, $\overline{\delta}_1 = \frac{\mu(N-1)R(\hat{p})}{\mu(N-1)R(\hat{p}) + R(\hat{p}) - N\underline{v}^*}$ e $\overline{\delta}_2 = \frac{R(p\prime) - \frac{R(\hat{p})}{N}}{R(p') - \underline{v}^*}$.

Quando o custo de busca c não for muito pequeno, o desvio relevante será escolher um preço marginalmente inferior a $\hat{p}$ $\left(\overline{\delta}_1 \geq \overline{\delta}_2\right)$. Porém, se o custo de busca for muito baixo, o melhor desvio será escolher um preço menor que $\hat{p}$ tal que os consumidores pesquisem preços sempre que sortearem $\hat{p}$ $\left(\overline{\delta}_1 \leq \overline{\delta}_2\right)$.

Para melhor compreender os efeitos marginais de μ e c em $\overline{\delta}$, tem-se que definir formalmente o lucro da punição ótima, $\underline{v}^*$, o que será discutido na próxima seção. Na seção cinco, discutem-se os efeitos de μ e c em $\overline{\delta}$ e, a seção seis discute a solução para firmas impacientes, i.e. firmas com $\delta < \overline{\delta}$. Intuitivamente,

[6] Para usar o resultado de Abreu, Pearce e Stacchetti (1990), tem-se que garantir V, o conjunto dos lucros de todos os equilíbrios seqüenciais, não vazio. Trivialmente, a estratégia simples de conluio de monopólio garante $V \neq \emptyset$: começar jogando $\hat{p}$, continuar jogando $\hat{p}$ se todas as outras firmas o fizeram e, caso contrário, jogar a punição de minmax ($p = 0$ no primeiro período e $p > 0$ nos demais período da punição, ver seção 4).

se a taxa de desconto não for alta o suficiente, as firmas têm que penalizar desvio escolhendo preço menor que $\hat{p}$ e o lucro do conluio será o maior possível tal que:

$$\pi^e = \pi_{Melhor\ Desvio} - \frac{\delta}{1-\delta}\left(\overline{v}^* - \underline{v}^*\right)$$

A distribuição $F(\cdot)$ se transforma na distribuição do equilíbrio de Nash à medida que $\delta \rightarrow 0$ e, portanto, o último termo se iguala a zero.