10
Referências bibliográficas

ABREU, D. On the theory of infinitely repeated games with discounting. **Econometrica**, v.56, n.2, p.383-396, 1988.

ABREU, D.; PEARCE, D.; STACCHETTI, E. Toward a theory of discounting repeated games with imperfect monitoring. **Econometrica**, v.58, n.5, p.1041-1063, 1990.

ATHEY, S.; BAGWELL, K. Optimal collusion with private information. **The RAND Journal of Economics**, v.32, n.3, p.428-465, 2001.

BAYE, M. R.; MORGAN, J.; SCHOLTEN, P. Price dispersion in the small and in the large: evidence from an internet price comparison site. **The Journal of Industrial Economics**, v.52, n.4, p.463-496, 2004.

BAYLIS, K.; PERLOFF, J. M. Price dispersion on the internet: good firms and bad firms. **Review of Industrial Organization**, v.21, n.3, p.305-324, 2002.

BOLOTOVA, Y.; CONNOR, J. M.; MILLER D. J. The impact of collusion on price behavior: empirical results from two recent cases. **International Journal of Industrial Organization**, v.26, n.6, p.1290-1307, 2008.

BONANNO, G.; VICKERS, J. Vertical separation. **Journal of Industrial Economics**, v.36, n.3, p.257-265, 1988.

BORENSTEIN, S.; ROSE, N. Competition and price dispersion in the U.S. airline industry. **Journal of Political Economy**, v.102, n.4, p-653-683, 1994.

BURDETT, K.; JUDD, K. L. Equilibrium price dispersion. **Econometrica**, v.51, n.4, p.955-969, 1983.

CAMPBELL, C.; RAY, G.; MUHANNA, W. Search and collusion in electronic markets. **Management Science**, v.51, n.3, 2005.

CARLSON, J. A.; MCAFEE, R. P. Discrete equilibrium price dispersion. **Journal of Political Economy**, v.91, n.3, p.-480-493, 1983.

CASON, T. N.; FRIEDMAN, D. Buyer search and price dispersion: a laboratory study. **Journal of Economic Theory**, v.112, n.2, p.232-260, 2003

DAHLBY, B.; WEST, D. S. Price dispersion in an automobile insurance market. **Journal of Political Economy**, v.94, n.2, p.-418-438, 1986.

DECHENAUX, E.; KOVENOCK, D. Endogenous rationing, price dispersion and collusion in capacity constrained supergames. **Purdue University Economics Working Papers**, n.1164, 46p., 2003

DIAMOND, P. A model of price adjustment. **Journal of Economic Theory**, v.3, n.2, p.156-168, 1971.

FARREL, J.; SHAPIRO, C. Dynamic competition with switching costs. **RAND Journal of Economics**, v.19, n.1, p.123-137, 1988.

FRIEDMAN, J. W. A non-cooperative equilibrium for supergames. **Review of Economic Studies**, v.38, n.1, p.1-12, 1971.

GARBADE, K. D.; SILBER, W. L. Price dispersion in the government securities market. **Journal of Political Economy**, v.84, n.4, p.721-740, 1976.

GERARDI, K. S.; SHAPIRO, A. H. Does competition reduce price dispersion? New evidence from the airline industry. **Journal of Political Economy**, v.117, n.1, p.1-37, 2009.

GERSTNER, E. Sales: demand-supply variation or price discrimination? **Journal of Economics and Business**, v.37, n.2, p.171-182, 1985.

GOLDBERG, P. K.; VERBOVEN, F. The evolution of price dispersion in the European car market. **Review of Economic Studies**, v.68, n.4, p.811-848, 001.

HART, O.; TIROLE, J. Vertical integration and market foreclosure. **Brookings Papers on Economic Activity**, special issue microeconomics, p.205-286, 1990.

HAYES, K. J.; ROSS, L. B. Is airline dispersion the result of careful planning or competitive forces? **Review of Industrial Organization**, v.13, n.5, p.523-541, 1998.

KIM,B.; SHI, M.; SRINIVASAN, K. Reward programs and tacit collusion. **Marketing Science**, v.20, n.2, p.99-120, 2001.

KLEMPERER, P. Competition when consumers have switching costs: an overview with applications to industrial organization, macroeconomics, and international trade. **Review of Economic Studies**, v.62, n.4, p.515-539, 1995.

KLEMPERER, P. The competitiveness of markets with switching costs. **RAND Journal of Economics**, v.18, n.1, p.138-150, 1987.

MORGAN, J.; ORZEN, H.; SEFTON, M. An experimental study of price dispersion. **Games and Economic Behavior**, v.54, n.1, p.134-158, 2006.

NOCKE, V.; WHITE, L. Do vertical mergers facilitate upstream collusion? **American Economic Review**, v.94, n.4, p.1321-1339, 2007.

ORDOVER, J. A.; SALONER, G.; SALOP, C. S. Equilibrium vertical foreclosure. **American Economic Review**, 80(1), p.127-142, 1990.

PRATT, J. W.; WISE, D. A.; ZECKHAUSE, R. Price differences in almost competitive markets. **Quarterly Journal of Economics**, v.93, n.2, p.189-211, 1979.

REINGANUM, J. F.A simple model of equilibrium price dispersion. **Journal of Political Economy**, v.87, n.4, p.851-858, 1979.

SALINGER, M. A. Vertical mergers and market foreclosure. **Quarterly Journal of Economics**, v.103, n.2, p.345-256, 1988.

SALOP, S. C.; SCHEFFMAN, D. T. Cost-raising strategies. **Journal of Industrial Economics**, v.36, n.1, p.19-34, 1987.

SALOP, S.; STIGLITZ, J. Bargains and ripoffs: a model of monopolistically competitive price dispersion. **Review of Economic Studies**, v. 44, n.3, p.493-510, 1977.

SALOP, S.; STIGLITZ, J. E. The theory of sales: a simple model of equilibrium price dispersion with identical agents. **American Economic Review**, v.72, n.5, p.1121-11-30, 1982.

SORENSEN, A. T. Equilibrium price dispersion in retail markets for prescription drugs. **Journal of Political Economy**, v.108, n.4, p.833-862, 2000.

STAHL, D. O. Oligopolistic pricing with sequential consumer search. **American Economic Review**, v.79, n.4, p.700-712, 1989.

STIGLER, G. J. The economics of information. **Journal of Political Economy**, v.69, n.3, p.213-225, 1961.

VICKERS, J. Delegation and the theory of the firm. **Economic Journal**, v.95, supplement: conference papers, p.138-147, 1985.

11
Apêndice

11.1. Demonstrações

Lema 1: Não há perda de generalidade ao se restringir a estratégia do tipo: começar seguindo o dispositivo aleatório escolhendo o preço x_{it}, continuar seguindo se todos o fizeram no período anterior ou se duas ou mais firmas desviaram simultaneamente e, caso contrário, jogar a punição ótima contra a firma desviante.

Demonstração: Por Abreu (1988), existe uma punição ótima e, portanto, o conjunto de lucros de todos os equilíbrios perfeito em sub-jogos pode ser completamente analisado em termos de perfis de estratégia simples. Ou seja, o lucro de qualquer equilíbrio perfeito em sub-jogos pode ser replicado através de um perfil de estratégia simples $\sigma(Q^0, Q^1, \ldots, Q^N)$, onde Q é conjunto de perfis de ações $\{q(t)\}_{t=1}^{\infty}$, também chamado de caminho. Não há perda de generalidade ao se restringir ao mencionado tipo de estratégia, pois se pode replicar qualquer perfil de estratégia simples $\sigma(Q^0, Q^1, \ldots, Q^N)$ com $(x_{1t}\ x_{2t} \ldots x_{Nt}) = q(t)\forall t$ para Q^0 e usando o mesmo caminho da punição ótima, Q^i. ■

Lema 2: Sem perda de generalidade, pode-se analisar o equilíbrio de conluio em termos de um equilíbrio simétrico.

Demonstração: Para todo equilíbrio assimétrico, existe um equilíbrio simétrico que gera o mesmo lucro total esperado *ex-ante*. Tome um perfil de estratégias $\sigma = (\sigma_1 \ldots \sigma_N)$ que é um equilíbrio assimétrico com o vetor de lucros $(\pi_1 \ldots \pi_N)$. Como o jogo é simétrico, trocando arbitrariamente a ordem do vetor de estratégias, o vetor de lucros se altera da mesma forma, por exemplo, se $\sigma = (\sigma_1\ \sigma_2\ \sigma_3)$ gera o vetor de lucro $\pi = (\pi_1\ \pi_2\ \pi_3)$, o perfil de estratégia $\tilde{\sigma} = (\sigma_3\ \sigma_1\ \sigma_2)$ gera o vetor de lucro $\tilde{\pi} = (\pi_1\ \pi_2\ \pi_3)$.

Sabe-se que σ tem $N!$ combinações possíveis e, para cada possibilidade, a soma o vetor de lucro se mantém inalterada. Portanto, define-se o seguinte perfil de estratégia σ': jogar cada possível combinação do equilíbrio assimétrico σ com a mesma probabilidade $\left(\frac{1}{N!}\right)$. Como cada combinação de σ é um equilíbrio por construção, então σ' também será um equilíbrio. Com perfil de estratégias σ', cada firma recebe a média dos lucros do equilíbrio assimétrico σ, $\left(\frac{\sum_{i=1}^{N}\pi_i}{N}\right)$, e o lucro total esperado *ex-ante* é o mesmo do equilíbrio assimétrico σ, $\left(\sum_{i=1}^{N}\pi_i\right)$. ■

Lema 3: Sem perda de generalidade, pode-se analisar o equilíbrio de conluio em termos de um equilíbrio estacionário.

Demonstração: Por Abreu, Pearce e Stacchetti (1990), pode-se representar o lucro do jogo repetido como a soma, ponderada pela taxa de desconto, do lucro do primeiro período com o valor de continuação do jogo. Se em algum período do jogo o lucro esperado varia, então se pode aumentar o valor de continuação do jogo jogando as ações do período com maior lucro em todos os períodos. Isso será um equilíbrio perfeito em sub-jogos, pois originalmente era um equilíbrio perfeito em sub-jogos e apenas se aumentou o valor de continuação o que relaxa as restrições de participação. ■

Lema 4: Dado que qualquer desvio é observado, há três candidatos para o melhor desvio para o conluio de monopólio: (i) escolher o preço p' que é um preço suficientemente baixo de modo que todos os consumidores pesquisem preços e a firma desviante vendará a todos os consumidores; (ii) escolher o preço b' marginalmente menor que o menor preço escolhido pelo dispositivo aleatório, assim a firma desviante venderá a todos os consumidores com custo zero de busca; (iii) escolher o preço $\min\{r',\hat{p}\}$ para a firma desviante vender a uma parcela dos consumidores com custo positivo de busca pelo maior preço possível, onde r' é o preço de reserva considerando o desvio em si.

Demonstração: O resultado de existir apenas três possíveis desvios vale, pois para qualquer outro preço há um melhor desvio. Se $p < p'$, então um aumento em p aumenta o lucro do desvio, pois a firma continuaria vendendo a todos os consumidores a um preço maior.

Se $p \in (p', b')$, então um aumento em p aumenta o lucro do desvio, pois a firma continuaria vendendo aos consumidores com custo zero de busca a um preço maior. Se $p \in (b', \min\{r',\hat{p}\})$, então a firma venderia apenas aos consumidores com custo positivos de busca e qualquer aumento no preço aumentaria o lucro do desvio. Por último, se $p > \min\{r',\hat{p}\}$, então a firma ou venderia zero unidade do bem caso $p > r'$ ou venderia aos consumidores com custo positivo de busca a um preço maior que o de monopólio $(p > \hat{p})$, em ambas as situações $p = \min\{r',\hat{p}\}$ gera um desvio com maior lucro.

Caso o conluio proposto não seja de monopólio (com um único preço), então o primeiro desvio pode ser diferente. Caso exista dois preços praticados pelas firmas, $\underline{p}$ e $\overline{p}$ com $\underline{p} < \overline{p}$ (lema 8 e proposição 2), os consumidores com custo positivo de busca se dividirão entre as firmas. Portanto, a firma desviante pode escolher suficientemente baixo de modo que os consumidores, com custo de busca positivo e que observaram o preço alto, estejam dispostos a sortear outro preço, *i.e.* $r' < \overline{p}$. Assim, a firma desviante venderia aos consumidores com custo de busca nulo e para uma parcela dos consumidores com custo positivo de busca, a parcela que observou $\overline{p}$.

Alternativamente, a firma desviante pode escolher um preço ainda menor para seu desvio tal que $r' < \underline{p}$, dessa forma venderia para todos os consumidores. Logo, o resultado de três candidatos para o melhor desvio permanece válido na presença de apenas dois preços praticados pelas firmas. ■

Proposição 1: Para todo $\delta \in \left[\overline{\delta}, 1\right)$, há conluio com preço de monopólio $(\hat{p})$ como resultado de um equilíbrio perfeito em sub-jogos. A taxa mínima de desconto, $\overline{\delta}$, para tal resultado será:

$$\overline{\delta} = \max\left\{\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2\right\}$$

Onde, $\overline{\delta}_1 = \frac{\mu(N-1)R(\hat{p})}{\mu(N-1)R(\hat{p})+R(\hat{p})-N\underline{v}^*}$ e $\overline{\delta}_2 = \frac{R(p\prime)-\frac{R(\hat{p})}{N}}{R(p')-\underline{v}^*}$.

Demonstração: A proposição 1 é uma simples aplicação dos teoremas *Folk*. O preço que maximiza a função objetivo é o preço de monopólio $\hat{p}$. Nesse caso a restrição (iv) não importa, pois não há como as firmas desviarem aumentando o preço e há penas dois desvios relevantes. Uma redução marginal no preço e uma redução maior no preço de modo que os consumidores pesquisem preços. A primeira opção será mais lucrativa se, e somente se, $\left[\frac{1-\mu}{N} + \mu\right] R(\hat{p}) \geq R(p')$, onde p' é o preço que faz consumidores pesquisarem preços, i.e. p' será tal que $\frac{1}{N-1}\int_{p\prime}^{\hat{p}} D(x)dx = c$.

Como $D(x) > 0\ \forall x$, p' será decrescente em relação ao c e, portanto, existe um único c^* tal que para todo $c \geq c^*$, $\left[\frac{1-\mu}{N} + \mu\right] R(\hat{p}) \geq R(p')$. Logo, se $c \geq c^*$, a taxa mínima de desconto exigida para a existência de conluio com preço de monopólio será:

$$\overline{\delta}_1 = \frac{\mu(N-1)R(\hat{p})}{\mu(N-1)R(\hat{p}) + R(\hat{p}) - N\underline{v}^*}$$

Caso contrário, i.e. $c < c^*$, o desvio relevante é uma redução maior no preço e a taxa mínima de desconto exigida para a existência de conluio com preço de monopólio será:

$$\overline{\delta}_2 = \frac{R(p') - \frac{R(\hat{p})}{N}}{R(p') - \underline{v}^*}$$

Formalmente, sempre que $\delta \geq \overline{\delta} = \max\{\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2\}$, há conluio com preço de monopólio. ■

Lema 5: A punição ótima é simétrica sem perda de generalidade.

Demonstração: Suponha que não, a punição ótima não é simétrica. Se a punição ótima é assimétrica, a firma que está sendo punida pode sempre jogar igual à firma que tem o maior lucro. Usando o lema 2, pode-se adotar uma nova estratégia que é um equilíbrio no qual cada firma recebe o lucro médio, logo essa nova estratégia punitiva é melhor ou igual que a punição assimétrica.

Lema 6: A restrição (iv) é ativa.

Demonstração: Suponha que não, no ótimo a restrição (iv) não é ativa. Logo, pode-se ignorá-la para resolver o programa e a solução será $p = 0$ com probabilidade um e $v = \underline{v}^*$, pois minimiza a função objetivo e respeitas as demais restrições. Contudo tal solução viola a restrição (iv). ■

Lema 7: Se $\delta < \delta^*$, então $v_i = \overline{v}^*$.

Demonstração: Suponha que não, $v(\cdot) < \overline{v}^*$. Nesse caso, pode-se resolver o programa ignorando a primeira restrição, porém a solução será a de minmax com $v(\cdot) > \overline{v}^*$, pois $\delta < \delta^*$, contradição. ■

Lema 8: Ignorando a restrição (iv), o dispositivo aleatório que indica qual preço cada firma deve escolher com o objetivo de maximizar lucros e que mantém as firmas cooperando deverá escolher no máximo dois preços. Ou seja, em cada período, o dispositivo aleatório escolherá algumas firmas para terem preços iguais a $\underline{p}$ e outras para terem preços iguais a $\overline{p}$.

Demonstração: Suponha que não. Em cada período, o dispositivo aleatório indica para as firmas três ou mais preços[9]. Podem-se ordenar as firmas de modo que $p_1 \leq p_2 \leq \cdots \leq p_N$ e, para uma dada coleção de preços, os consumidores terão um preço de reserva r. O preço de reserva dos consumidores será a raiz de $\left|\frac{1}{N}\int_{p_1}^{r} D(x)dx + \frac{1}{N}\int_{p_2}^{r} D(x)dx + \cdots + \frac{1}{N}\int_{p_i}^{r} D(x)dx - c\right|$ caso exista e $r = \infty$, caso contrário. Logo, r é crescente em p_i para todo i.

Seja $S = \{p_i \in \{p_1\, p_2 \ldots p_N\}: p_i \leq \min(r, \hat{p})\}$, define-se $\underline{p} = \inf(S)$ e $\overline{p} = \sup(S)$. O dispositivo aleatório pode aumentar o lucro das firmas realocando todas as firmas com preço diferentes de $\underline{p}$ para escolherem o preço $\overline{p}$, sem reduzir o preço de reserva dos consumidores garantindo que os consumidores

[9] A distribuição de probabilidade usada pelo dispositivo aleatório não importa, pois para qualquer distribuição (continua ou não), o dispositivo indicará um vetor de preços que é a realização do dispositivo e o argumento usado na demonstração é válido para qualquer realização.

estejam dispostos a comprar por $\overline{p}$. Ignora-se a restrição (iv), pois o preço de reserva pode aumenta o que poderia eventualmente violá-la. ■

Proposição 2: Para todo $\delta \in [\underline{\delta}, \overline{\delta}]$, há conluio como resultado de um equilíbrio perfeito em sub-jogos no qual o dispositivo aleatório seleciona $\alpha^* N$ firmas para terem preço igual a $\overline{p}^*$ e $(1-\alpha^*)N$ para terem preço igual a $\underline{p}^*$, onde $\underline{p}^* < \overline{p}^*$. $\overline{\delta} = \max\{\overline{\delta}_1, \overline{\delta}_2\}$ é o mesmo usado na proposição 1 e $\underline{p}^*$ será crescente em relação à taxa de desconto δ.

Demonstração: Usando o lema 8 e solucionando o problema de maximização, mostrou-se que $\overline{p}^* = \min\left\{r\left(\underline{p}^*, \alpha\right), \hat{p}\right\}$, $\alpha^* = \max\{\alpha_1^*, \alpha_2^*\}$, e que uma das restrições (ii) ou (iii) será ativa no ótimo. Logo, $\underline{p}^*$ será determinando implicitamente pela restrição ativa o que depende de qual é o desvio relevante e, portanto, do custo de busca c. O $\underline{p}^*$ determinando implicitamente depende positivamente de δ, pois qualquer aumento em δ torna o problema menos restrito ao reduzir o lado direito das restrições (ii) e (iii) permitindo um aumento em $\underline{p}^*$ à medida que $\left[\frac{1-\mu}{N} + \mu\right] R\left(\underline{p}^*\right) \geq \underline{v}^*$. ■

Lema 9: Quando há compra, um consumidor pesquisa por novos preços se, e somente se, troca de firma, i.e. compra de uma firma diferente da firma que ele conhece o preço gratuitamente.

Demonstração: ($\Leftarrow$) Se o consumidor comprou de uma firma diferente da qual dele estava associado, necessariamente pesquisou preços, pois caso contrário não poderia realizar a compra.

($\Rightarrow$) Se o consumidor pesquisou preços, o seu ganho esperado ao sortear outro preço era maior que o custo de busca, logo sempre que encontrar um preço maior ou igual ao inicial, o consumidor sorteará outro preço à medida que a distribuição dos preços não muda e o ganho esperado de se sortear novamente continua sendo maior que o custo de busca. O consumidor pára de pesquisar novos preços quando encontra um preço menor que o inicial de modo que não é mais vantajoso continuar a busca, portanto, terminada a busca, a compra se realiza necessariamente de outra firma. ■

11.2.Lucro esperado *ex-ante*

Pela lei das expectativas iteradas, para uma dada distribuição de probabilidade acumulada, o lucro esperado *ex-ante* da firma i em cada período será:

$$\pi_i^e = E_p[\pi(p_i, p_{-i})] = E_{p_i}\left[E_{p_{-i}}[\pi(p_i, p_{-i})|p_i]\right]$$

$$= E_{p_i}\{E_{p_{-i}}[\pi(p_i, p_{-i})|p_i \leq p_j \forall j] \Pr(p_i \leq p_j \forall j)$$
$$+ E_{p_{-i}}[\pi(p_i, p_{-i})|p_i > p_j \text{ para algum } j][1 - \Pr(p_i \leq p_j \forall i\, j)]\}$$

Se p_i não for o menor preço, o lucro esperado será:

$$E_{p_{-i}}[\pi(p_i, p_{-i})|p_i > p_j \text{ para algum } j] = \frac{(1-\mu)}{N} R(p_i)$$

Seja M o número de firmas com preço igual a p_i, se p_i for o menor preço, o lucro esperado será:

$$E_{p_{-i}}[\pi(p_i, p_{-i})|p_i \leq p_j \forall j] = E_M\left\{\left[\frac{(1-\mu)}{N} + \frac{\mu}{M}\right] R(p_i)||p_i \leq p_j \forall j\right\}$$
$$= \left[\frac{(1-\mu)}{N} + \frac{\mu}{E[M|p_i \leq p_j \forall j]}\right] R(p_i)$$

A segunda igualdade vale à medida que $M > 0$ sempre e que a função acima é diferenciável em M, então pode-se usar o teorema do valor médio e tirar a esperança. O número esperado de firmas com preço igual a p_i é um (a própria firma i) mais o número médio das demais $(N-1)$ firmas com preço igual a p_i, isto é:

$$E[M|p_i \leq p_j \forall j] = 1 + (N-1)\Pr(p_i = p_j|p_i \leq p_j) = 1 + (N-1)\frac{\Pr(p_i = p_j)}{\Pr(p_i \leq p_j)}$$

Portanto, dada a distribuição de probabilidade dos preços, o lucro esperado *ex-ante* da firma i será:

$$\pi_i^e = E_{p_i}\left\{\left[\frac{(1-\mu)}{N} + \frac{\Pr(p_i \leq p_j \forall j)\,\mu}{1 + (N-1)\dfrac{\Pr(p_i = p_j)}{\Pr(p_i \leq p_j)}}\right] R(p_i)\right\}$$