# 6 Modelos Numéricos Computacionais

### 6.1 Introdução

Neste capítulo, serão apresentadas as técnicas utilizadas para a discretização, por meio do método dos elementos finitos, dos modelos computacionais desenvolvidos neste trabalho de pesquisa por meio do emprego do programa Ansys [55].

Os modelos núméricos foram desenvolvidos em concordância com os protótipos experimentais realizados por Oliveira [38], em 2005 e Chapman & Balakrishnan [6] em 1964, descritos no capítulo anterior. Trata-se de estruturas mistas compostas por vigas em aço, lajes em concreto, forma de aço incorporada (*steel deck*) e conectores de cisalhamento na interface da laje-viga.

No presente estudo, as vigas são simuladas por elementos finitos tridimensionais, em que são considerados os efeitos de flexão e de torção; a laje de concreto é simulada por meio de elementos finitos de placa e por elementos sólidos de acordo com cada modelo específico. Já os conectores de cisalhamento são simulados por elementos de mola translacional, representando a vinculação existente entre a laje de concreto e a viga de aço. Os modelos computacionais desenvolvidos consideram que as seções permanecem planas no estado deformado.

São utilizadas, também, ligações rígidas do tipo *off-set*, de modo a se garantir a compatibilidade de deformações entre os nós dos elementos de placa e dos elementos de viga tridimensionais, simulando o comportamento de um sistema estrutural misto. Considera-se, ainda, que os materiais empregados nas estruturas em estudo, aço e concreto, trabalham no regime linear-elástico.

Assim sendo, o principal objetivo deste capítulo é apresentar uma estratégia utilizada para discretizar, em elementos finitos, os modelos computacionais desenvolvidos para análise do comportamento dinâmico de pisos mistos em regime de interação parcial e total.

### 6.2 Elementos finitos

No que tange ao desenvolvimento dos modelos numérico—computacionais representativos do piso misto (aço-concreto) investigado, foram empregadas técnicas usuais de discretização, por meio do método dos elementos finitos, com o emprego do programa computacional Ansys [55]. As técnicas de discretização utilizadas objetivam modelar fielmente pisos feitos com laje de concreto apoiados em vigas de aço, assim como os conectores de cisalhamento responsáveis pela conexão laje viga. Os elementos finitos empregados para representar as vigas dos modelos computacionais desenvolvidos são denominados BEAM44 [55]. Já para representar a laje de concreto, utilizam-se os elementos SHELL63 [55] e SOLID 45 [55] em cada modelo distinto. Para os conectores de cisalhamento e ligações viga-viga, utiliza-se o elemento COMBIN 39 [55]. A seguir, descrevem-se as características dos elementos finitos empregados.

O elemento SOLID 45 [55] é definido por oito nós, cada um com três graus de liberdade, sendo eles translações segundo os eixos x, y e z, de acordo com a Figura 6.1.

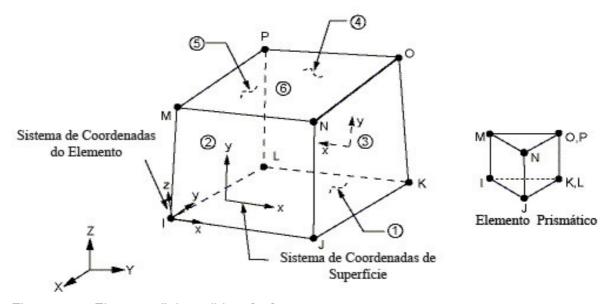


Figura 6.1 – Elemento finito solid-45 [55]

O elemento SHELL 63 [55] é definido por quatro nós, quatro espessuras, e considera efeitos de membrana e/ou flexão. O elemento tem seis graus de liberdade por nó, sendo três translações e três rotações nas direções x, y e z, consoante a Figura 6.2, e admite a utilização de cargas normais e no plano.

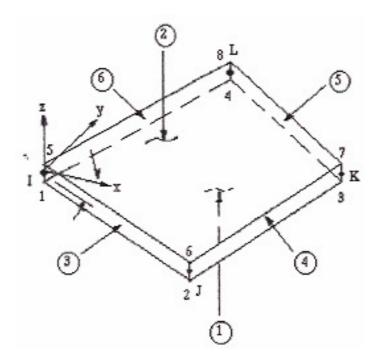


Figura 6.2 – Elemento SHELL 63 [55]

O elemento BEAM44 [55], apresentado na Figura 6.3, possui seis graus de liberdade por nó, sendo três translações e três rotações nas direções x, y e z. Ele permite a utilização de diferentes geometrias nas extremidades opostas da barra. A orientação do elemento vai do nó I para o nó J, sendo esse eixo o x. Os eixos principais y e z estão localizados na seção transversal.

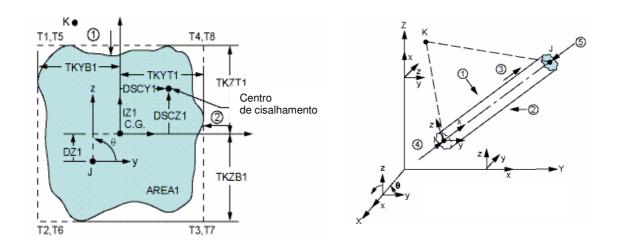


Figura 6.3 – Elemento BEAM 44 [55]

A grande vantagem desse elemento é a possibilidade de permitir que seus nós sejam distanciados do eixo do centroide das vigas, visto que a laje e a viga não estão posicionadas no mesmo eixo, como apresentado na Figura 6.4. Essa

excentricidade deve ser considerada na modelagem, pois afeta diretamente os valores das frequências naturais dos pisos.

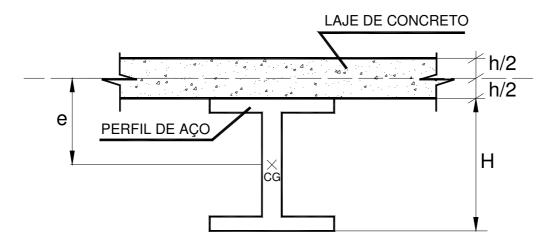


Figura 6.4 – Visualização da excentricidade entre a laje e a viga

No presente trabalho, as ligações semirrígidas e os conectores de cisalhamento são simuladas por elementos finitos de mola rotacional, COMBIN39 [55]. Esse elemento, em particular, incorpora os efeitos de não linearidade geométrica presente nesses tipos de conexões. O comportamento das ligações viga-viga é representado por meio de uma curva momento *versus* rotação de característica multilinear, conforme Figura 6.5.

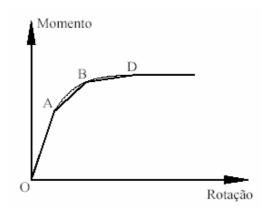


Figura 6.5 – Curva momento *versus* rotação multilinear

#### 6.3 Hipóteses simplificadoras

Objetivando-se a implementação computacional de um modelo matemático, mediante o emprego do método dos elementos finitos, de forma a traduzir mais realisticamente o efeito da interação aço-concreto e das ligações semirrígidas viga-viga em pisos mistos aço-concreto, serão adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a) Assume-se a hipótese clássica de Bernoulli, na qual se considera que a seção transversal dos elementos permanece plana e normal em relação ao eixo baricêntrico desses mesmos elementos, antes e após as deformações. Os efeitos de empenamento e distorção das seções não são considerados nessa modelagem;
- b) Considera-se que as tensões impostas não causam plastificação na seção transversal dos elementos;
- c) Os materiais empregados nas estruturas em estudo, aço e concreto, possuem um comportamento linear-elástico;
- d) As não linearidades são provenientes da rigidez das ligações viga-viga;
- e) Considera-se que a rigidez das ligações pode ser aproximada de forma conveniente por funções matemáticas;
- f) O elemento de mola rotacional, representativo das ligações viga-viga, possui comprimento zero;
- g) O elemento de mola translacional, representativo dos conectores de cisalhamento, possui comprimento zero;
- h) Postula-se que a curva momento *versus* rotação utilizada na análise dinâmica de todos os modelos estudados é a mesma utilizada na análise estática;

#### 6.4 Modelo de viga mista - modelo computacional I

O primeiro modelo numérico-computacional desenvolvido baseia-se nas características geométricas e físicas de um protótipo experimental de viga mista (aço-concreto) investigado em 1964 por Chapman e Balakrishnan [6]. Esse protótipo é composto de uma faixa de laje em concreto que se apoia sobre uma viga de aço conectada a esta por meio de conectores de cisalhamento. A geometria e as características físicas referentes aos materiais constituintes do protótipo experimental foram apresentadas no capítulo 5 deste trabalho.

A modelagem numérica computacional deste sistema misto empregou técnicas usuais de discretização via método dos elementos finitos por meio da utilização do programa Ansys [55], para tanto, as vigas e a laje foram simuladas pelo elemento finito SHELL63 [55] conforme a Figura 6.6 e a Figura 6.7, respectivamente. Em seguida, apresenta-se na Figura 6.8 uma seção transversal típica do modelo computacional.

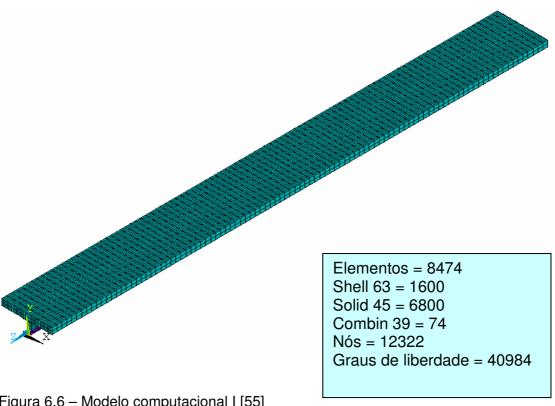


Figura 6.6 – Modelo computacional I [55]

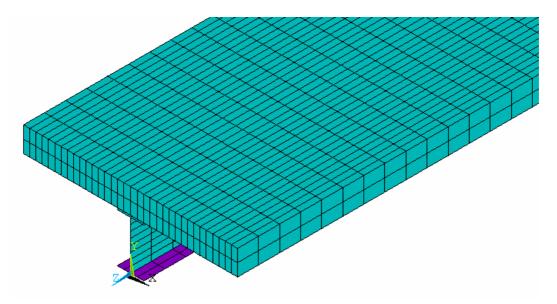


Figura 6.7 - Perspectiva do modelo [55]

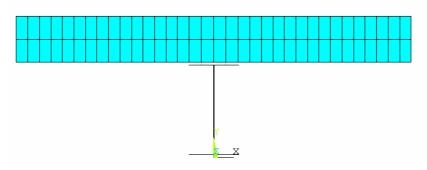


Figura 6.8 – Vista frontal do modelo [55]



Figura 6.9 – Vista superior do modelo [55]

Outro ponto importante a ser considerado na discretização do modelo numérico-computacional refere-se à metodologica utilizada para modelar os conectores de cisalhamento. Para tanto, adota-se a seguinte estratégia: durante a discretização da malha em elementos finitos, nós coincidentes, tanto na parte inferior da laje quanto na parte superior do perfil, foram utilizados. Esses nós foram alocados de tal forma que representassem a posição real dos conectores de cisalhamento no protótipo experimental.

A partir do elemento finito COMBIN 39 [55], realiza-se o acoplamento, vinculando o nó na mesa superior do perfil ao nó existente na parte inferior da laje de concreto. Esse acoplamento foi realizado sem que todos os graus de

liberdade fossem compatibilizados, ou seja, o grau de liberdade na direção correspondente ao deslizamento da laje sobre o perfil foi liberado. Dessa forma, foi possível, a partir de uma dada curva força deslizamento, implementar a rigidez do conector na direção do deslizamento da laje sobre o perfil.

Como não havia uma curva força deslizamento para o conector utilizado nos ensaios experimentais realizados por Chapman & Balakrishnan [6], optou-se pela utilização da curva força *versus* deslizamento, obtida a partir de ensaios experimentais realizados por Ellobody [73]. A representação da correspondente curva implementada no modelo computacional I pode ser vista na Figura 6.10, a seguir.

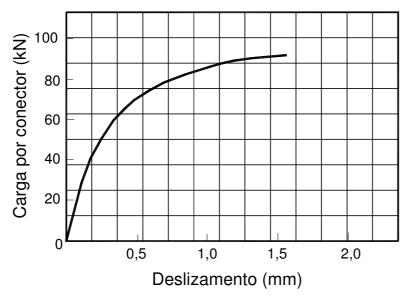


Figura 6.10 – Curva força *versus* deslizamento do conector [73]

Cabe ressaltar que o modelo computacional I, representativo de uma faixa de piso, foi aqui desenvolvido com o intuito de facilitar o entendimento do comportamento dinâmico de sistemas de pisos mistos aço-concreto em regime de interação parcial e/ou total. Entretanto, sabe-se que o principal objetivo deste trabalho é a investigação de um modelo de piso misto aço-concreto que será apresentada nas próximas seções.

#### 6.5 Modelo de piso misto isotrópico - modelo computacional II

O segundo modelo numérico-computacional desenvolvido baseia-se nas características geométricas e físicas de um protótipo experimental de piso misto aço-concreto investigado em 2005 por Oliveira [38]. Esse protótipo é composto de uma laje de concreto moldada a partir de uma forma de aço incorporada

(steel deck), que se apoia sobre uma viga de aço conectada a essa por meio de conectores de cisalhamento. A geometria e as características fisicas referentes aos materiais constituintes do protótipo experimental foram apresentadas no capítulo 5 deste trabalho.

A modelagem numérica computacional desse sistema misto empregou técnicas usuais de discretização por meio do método dos elementos finitos, com a utilização do programa Ansys [55]. Para tanto, a laje foi discretizada pelo elemento finito SHELL63 [55], com características estritamentes isotrópicas, e as vigas, pelo elemento BEAM 44 [55], conforme a Figura 6.11 abaixo.

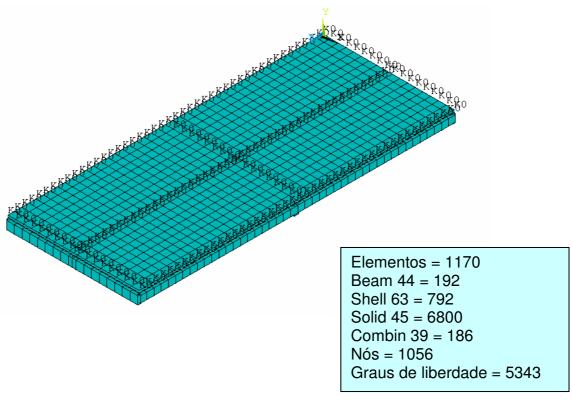


Figura 6.11 – Perspectiva do modelo [55]

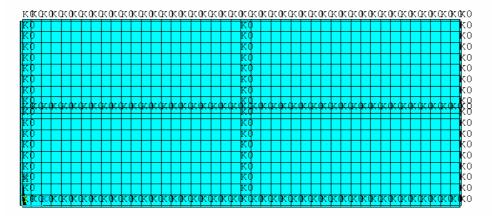


Figura 6.12 – Vista superior do modelo [55]

Para as ligações semirrígidas e flexíveis entre as vigas principais e as vigas secundárias do experimento, adotou-se a mesma estratégia utilizada para modelar os conectores de cisalhamento do modelo computacional I.

A partir de nós coincidentes entre as vigas principais e secundárias, realizam-se os acoplamentos a partir de elementos finitos de mola rotacional (COMBIN 39), porém não compatibilizando todos os graus de liberdade. Para tanto, o grau de liberdade referente à rotação no plano da ligação foi liberado e substituído pela rigidez real da ligação semirrígida, conforme apresentado nas Figura 5.16 e Figura 5.17 do capítulo 5, obtidos a partir de ensaios experimentais realizados por Oliveira [38].

No que tange a modelagem numérica dos conectores de cisalhamento, esses foram simulados a partir da implementação de uma curva força-deslizamento não-linear, como apresentado na Figura 6.10. As curvas representativas do comportamento estrutural dos conectores de cisalhamento foram obtidas experimentalmente por Ellobody [73].

### 6.6 Modelo de piso misto ortotrópico - modelo computacional III

O terceiro modelo numérico-computacional desenvolvido baseia-se nas características geométricas e físicas do protótipo experimental de piso misto açoconcreto investigado também por Oliveira [38]. Entretanto, nessa discretização, foi utilizada uma estratégia mais apropriada para analisar a resposta dinâmica desse tipo de estrutura.

Para tanto, na modelagem do piso misto aço-concreto, considerou-se uma solução ortotrópica para a laje, adotando-se a geometria real da laje incorporada na forma de aço (*steel deck*).

Assim, a partir de técnicas usuais de discretização por meio do método dos elementos finitos, com a utilização do programa Ansys [55], discretiza-se a laje pelo elemento finito SOLID 65 [55], e as vigas, pelo elemento finito BEAM 44 [55], conforme as Figura 6.13 a Figura 6.16 adiante.

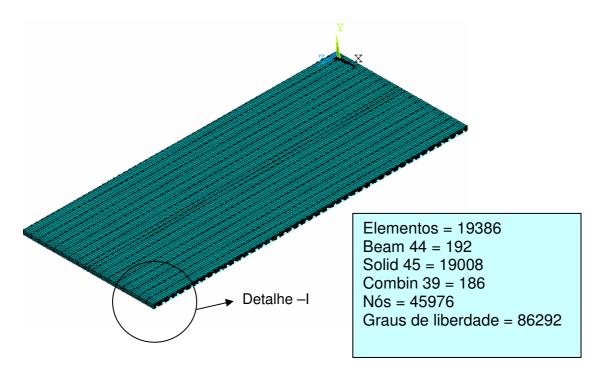


Figura 6.13 – Laje de concreto discretizada por elementos sólidos (Solid 45) [55]

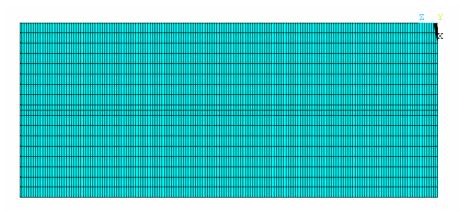


Figura 6.14 – Vista superior do modelo [55]

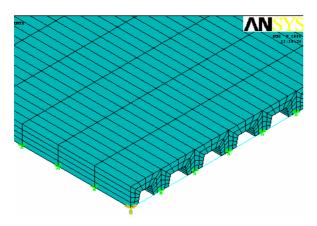


Figura 6.15 – Detalhe I [55]

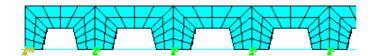


Figura 6.16 – Seção transversal [55]

Para as ligações semirrígidas e flexíveis entre as vigas principais e as vigas secundárias do modelo experimental, adotou-se a mesma estratégia utilizada para modelar os conectores de cisalhamento do modelo computacional I, subistituindo a rigidez real da ligação semirrígida, conforme apresentado nas Figura 5.16 e Figura 5.17 do capítulo 5, obtidos a partir de ensaios experimentais realizados por Oliveira [38].

No que tange a modelagem numérica dos conectores de cisalhamento, esses foram simulados a partir da implementação de uma curva forçadeslizamento não-linear, como apresentado na Figura 6.10. As curvas representativas do comportamento estrutural dos conectores de cisalhamento foram obtidas experimentalmente por Ellobody [73].

## 6.7 Modelagem do amortecimento

A avaliação física do amortecimento de uma dada estrutura é bastante complexa, cuja medida só poderá ser realmente comprovada mediante ensaios experimentais. Entretanto, a realização desses ensaios, muitas vezes, demanda tempo e custo que, na maioria dos casos, são muito elevados. Por essa razão, o amortecimento é geralmente obtido em termos de taxas de contribuição. É comum utilizar a matriz de amortecimento de Rayleigh [8], que é expressa em termos da taxa de contribuição da matriz de rigidez (β) e da taxa de contribuição da matriz de massa (α), como ilustrado na expressão (6.1).

$$C = \alpha M + \beta K \tag{6.1}$$

Em termos de taxa de amortecimento do modal e frequência natural circular (rad/s), a equação (6.1) acima pode ser reescrita como:

$$\xi_{i} = \frac{\alpha}{2 \omega_{0i}} + \frac{\beta \omega_{0i}}{2}$$
 (6.2)

Em que:

 $\xi_i$ : taxa de amortecimento do modo i;

 $\omega_{0i}$ : frequência natural circular do modo  $i = 2 i f_{ni}$ .

Isolando  $\alpha$  e  $\beta$  da equação (6.2) para duas frequências naturais importantes, tem-se que:

$$\alpha = 2 \xi_1 \omega_{o1} - \beta \omega_{o1} \omega_{o1}$$
 (6.3)

$$\beta = \frac{2(\xi_2 \ \omega_{o2} - \xi_1 \ \omega_{o1})}{\omega_{o2} \ \omega_{o2} - \omega_{o1} \ \omega_{o1}}$$
(6.4)

A partir de duas frequências naturais quaisquer, é possível descobrir os valores desses parâmetros. Em geral, a frequência natural  $\omega_{01}$  é tomada como a menor frequência natural da estrutura, e a  $\omega_{02}$ , como a maior frequência de interesse no carregamento. A taxa de amortecimento é, geralmente, constante para as duas frequências.

Em se tratando do modelo estrutural de piso misto em estudo, os parâmetros anteriormente citados foram medidos nos ensaios experimentais realizados por Oliveira [38]. Na Tabela 6.1, apresentam-se as taxas de amortecimento dos quatro primeiros modos de vibração.

Tabela 6.1 – Taxa de amortecimento dos quatro primeiros modos de vibração

Modos de vibração	1º modo	2º modo	3º modo	4º modo
Frequências modais	9,75	11,25	14,63	18,75
ξ (%)	0,95	1,06	0,74	0,75

## 6.8 Desempenho computacional

Na Tabela 6.2, apresenta-se uma estimativa do esforço computacional gasto nas análises realizadas neste trabalho. O objetivo dos valores de tempo gasto para executar os inúmeros exemplos do trabalho justifica-se pelo fato de nortear os próximos usuários que prosseguirão nessa linha de pesquisa.

36h

Modelo

Análise de autovalores vibração forçada

Modelo computacional I (Figura 6.6) 1min 2h

Modelo computacional II (Figura 6.11) 2min 24h

Tabela 6.2 – Esforço computacional.

Modelo computacional III (Figura 6.13)

As análises computacionais foram realizadas em um microcomputador com processador corel 2 duo, PENTIUM IV, com 4 GB de memória RAM e 1 disco rígido com 500 GB.

4min

No capítulo 7, analisa-se o comportamento dinâmico das estruturas investigadas nesta tese, inicialmente com base na análise de suas frequências naturais e seus modos de vibração, considerando-se os regimes de interação parcial e total.

#### 6.9 Análise Dinâmica

A análise dinâmica de um sistema estrutural linear pode ser realizada a partir do processo de superposição modal, sendo a sua resposta descrita em função de suas formas modais. Para a composição da resposta é possível utilizar uma parcela reduzida dos modos de vibração, o que, sem dúvida, reduz o custo computacional associado à análise.

No entanto, sistemas cujas propriedades mecânicas não podem ser consideradas constantes no decorrer da análise são ditos não-lineares, não sendo válida, portanto a análise dinâmica pelo método da superposição modal.

Em particularidade, o sistema estrutural investigado pode ser classificado como não-linear e, portanto, não pode ser analisado segundo o método da superposição modal. É necessária, então, a integração passo a passo das equações de movimento de forma acoplada.

A integração das equações de movimento pode ser realizada a partir de algoritmos de solução clássicos, como os métodos de Newmark implementado no Ansys [55].