

2 Conceitos Importantes no Estudo de Impacto

Para um melhor entendimento do comportamento mecânico de uma estrutura submetida a impacto é necessário uma apresentação dos conceitos básicos que regem os fenômenos envolvidos com tal carregamento. Neste item será abordada a terminologia inerente ao impacto, assim como os modos de deformação associados e os ensaios mecânicos existentes para caracterização do comportamento mecânico de materiais submetidos a impacto.

2.1 Carregamento Estrutural Dinâmico

Os carregamentos possíveis de serem aplicados em uma estrutura são classificados em estático e dinâmico. Gere (2003) menciona que uma carga é considerada estática quando permanece constante ao longo do tempo. Filho (2005) complementa que o carregamento na estrutura é efetuado de forma bastante lenta e que qualquer estágio do carregamento pode ser tratado como carregamento estático. Como exemplo de carga estática pode-se citar uma viga bi-apoiada ilustrada na Figura 1.

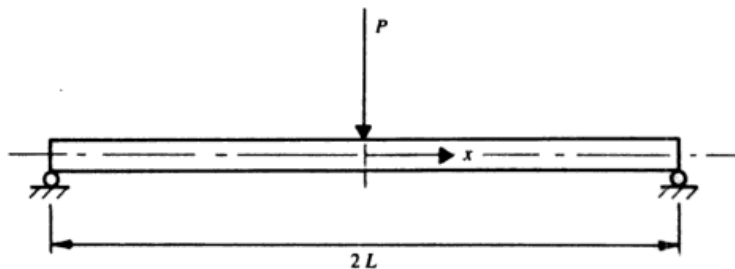


Figura 1 - Viga bi-apoiada submetida a carregamento estático concentrado. Fonte: (Jones, 1997).

O carregamento estático aplicado no meio da viga causa deslocamento vertical em vários pontos da viga. Entre os pontos deslocados pode-se citar o ponto central que tem seu deslocamento máximo representado pela seguinte equação,

$$\delta = \frac{PL^3}{48EI}$$

na qual,

δ = deslocamento máximo vertical [mm];

P = valor do carregamento [N];

L = comprimento da viga [mm];

E = módulo de elasticidade do material da viga [N/mm²]; e

I = momento de inércia [mm⁴]

Um carregamento dinâmico é aquele cujo módulo varia em função do tempo (Gere, 2003). Em casos onde a variação do carregamento se torna oscilante tem-se o fenômeno da fadiga. Sob essas circunstâncias é possível que estruturas mecânicas falhem em níveis de tensão bem abaixo do limite de resistência a tração ou do limite de escoamento para uma carga estática. O termo “fadiga” é usado, pois a falha ocorre após um longo período de carregamentos cíclicos ou repetitivos.

O impacto é um carregamento dinâmico e como exemplo de situações possíveis de se verificar este tipo de carregamento se pode citar a operação de equipamentos e componentes tais como bate-estacas e punções de corte, explosões, segurança em *containers* e, colisões entre meios de transporte, este último com crescente interesse devido ao aumento do número de acidentes.

Como exemplo de carga dinâmica pode-se citar a queda de uma massa em uma viga duplamente engastada, ilustrada na Figura 2.

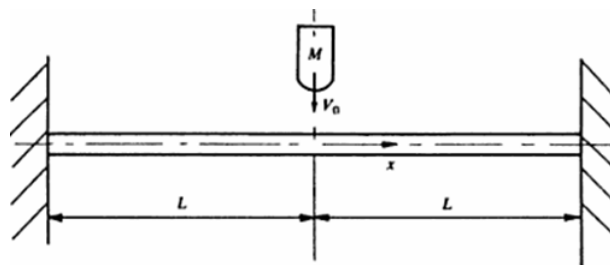


Figura 2 - Impacto em viga bi-engastada devido à queda de massa M. Fonte: (Jones,1997).

Os carregamentos mencionados causam na estrutura o deslocamento de seus pontos e podem provocar dois fenômenos distintos (Dally e Riley, 1991):

- Translação e/ou rotação: quando a posição relativa de todos os pontos da estrutura se mantém inalterados durante o deslocamento, diz-se que a estrutura sofreu um movimento de corpo rígido.
- Deformação: quando a posição relativa de quaisquer dois pontos da estrutura se altera, provocando modificação na forma e no tamanho do corpo. As deformações podem ser visíveis como o alongamento de uma estrutura de borracha ou praticamente imperceptíveis como, por exemplo, as pequenas deformações de uma ponte durante o tráfego de veículos.

Quando uma fibra de um componente estrutural, representada por uma pequena reta definida por dois pontos, sofre uma variação de comprimento, diz-se que o componente sofreu uma deformação longitudinal (ϵ) ou deformação normal expressa por,

$$\epsilon = \left(\frac{l - l_0}{l} \right) \times 100 ,$$

na qual

ϵ = deformação longitudinal ou normal (%);

l = comprimento final da fibra [m]; e

l_0 = comprimento inicial da fibra [m].

Muitas aplicações da engenharia envolvem deformações bem pequenas, dentro do limite elástico do material, mas em situações de impacto as deformações (plásticas) são bastante significativas. A deformação é uma grandeza geométrica e adimensional, normalmente é expressa em percentual e medida por técnicas experimentais através do uso de extensômetros.

A determinação da deformação em um componente feita através da equação acima não garante uma boa exatidão, pois é feita considerando um comprimento finito e não um ponto do componente. De modo a permitir uma melhor exatidão na medição da deformação, os extensômetros são bastante utilizados em muitas aplicações. Os extensômetros atendem melhor ao requisito

de medição pontual, pois podem possuir comprimento bastante reduzido (Dally e Riley, 1991). Entre os vários tipos de extensômetros existentes podem-se citar os de resistência elétrica.

Os extensômetros de resistência elétrica, (*strain gages*), ilustrado na Figura 3, são sensores formados por fios condutores de diâmetros extremamente pequenos que quando colados à superfície do componente, acusam variações do seu comprimento (alongamento ou encurtamento) através de variações de sua resistência elétrica quando estes se deformam.

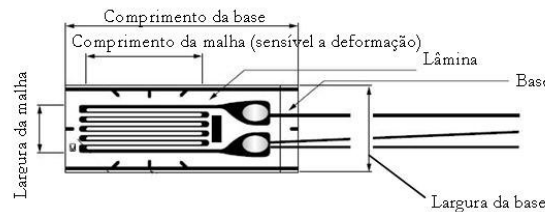


Figura 3 – Esquema de um extensômetro de resistência elétrica.

O funcionamento de um extensômetro baseia-se na propriedade física de um condutor denominada por resistividade elétrica, descoberta em 1856 por Lord Kelvin (Dally e Riley, 1991). Kelvin percebeu que a resistência de um fio aumenta ou diminui quando a deformação no mesmo aumenta ou diminui. A resistência de um condutor é definida pela seguinte equação,

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

na qual verifica-se que a resistência (R) depende da resistividade do material (ρ), do comprimento (L) e da área (A) do condutor. Diferenciando-se a equação mencionada conclui-se mais claramente que qualquer alteração na dimensão do condutor conseqüentemente causa uma alteração em sua resistência.

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A}$$

na qual,

dR = variação da resistência do condutor [Ω];

d ρ = variação da resistividade do material do condutor [$\Omega.m$];

dL = variação do comprimento do condutor [m]; e

dA = variação da área da seção transversal do condutor [m^2].

A partir do exposto acima se pode afirmar que uma deformação provocada em um componente estrutural será percebida pelo extensômetro que acusará com uma variação em sua resistência. Este sinal de variação de resistência devidamente convertido por um sistema de aquisição de sinais fornece a quantidade de deformação do componente estrutural, conforme a Figura 4.

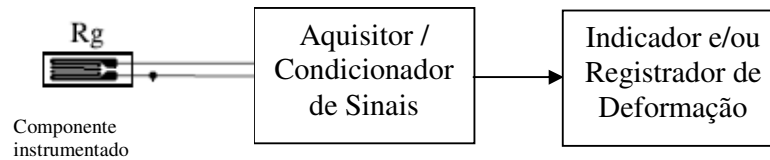


Figura 4 – Esquema de medição da deformação por extensômetro.

O carregamento estático e dinâmico não se diferenciam apenas pela duração do esforço atuante. O comportamento mecânico da estrutura é bem diferente quando está submetida a impacto devido à complexidade do fenômeno.

Um impacto ou colisão é definido como um carregamento não linear, no qual se verifica a atuação em uma estrutura de uma força de alto módulo em um curto intervalo de tempo (Goldsmith, 1960). A força do impacto, também conhecida como impulso, causa a mudança de uma variável física na estrutura chamada de quantidade de movimento (p), cujo módulo é expresso pela equação abaixo,

$$p = mv$$

na qual,

m = massa da estrutura [kg]; e

v = velocidade da estrutura [m/s].

Segundo Goldsmith (1960) e Stronge (2004), a colisão entre dois corpos pode ser perfeitamente ou parcialmente elástica ou ainda perfeitamente plástica – inelástica. Nas colisões elásticas, com deformações temporárias, há conservação da energia, ou seja, antes e depois da colisão a energia é igual. Quando há deformações permanentes nos corpos envolvidos na colisão não há conservação da energia, pois parte da energia cinética é convertida em energia de deformação.

Sendo assim tem-se uma colisão do tipo inelástica, na qual o grau de plasticidade é avaliado por um parâmetro chamado coeficiente de restituição (e), associado a

- $e = 1$ – Colisão perfeitamente elástica;
- $e = 0$ – Colisão perfeitamente plástica; e
- $0 < e < 1$ – Colisão elasto-plástica.

Em se tratando das colisões veiculares, o interesse está voltado para o estudo das colisões perfeitamente plásticas (inelásticas) e das elasto-plásticas. Nas colisões inelásticas ($e = 0$) considera-se que a velocidade após colisão (V_p) é a mesma para os dois corpos e que o efeito “rebound” é desprezível. De acordo com Abdulmassih (2003), através da teoria da conservação da quantidade de movimento tem-se V_p

$$V_p = \frac{m_1 V_{1A} + m_2 V_{2A}}{m_1 + m_2}$$

na qual,

V_p = velocidade dos corpos após colisão [m/s];

m_1 = massa do corpo 1 [kg];

m_2 = massa do corpo 2 [kg];

V_{1A} = velocidade do corpo 1 antes da colisão [m/s]; e

V_{2A} = velocidade do corpo 2 antes da colisão [m/s].

Normalmente as colisões possuem coeficientes de restituição (e) entre 0 e 1 (colisões parcialmente elásticas). Nestas condições as velocidades dos corpos após a colisão são diferentes e através da teoria da conservação da quantidade de movimento tem-se:

$$V_{1p} = \frac{(1+e)m_2 V_{2A}}{m_1 + m_2} - \frac{V_{1A}(m_2 e - m_1)}{m_1 + m_2}$$

$$V_{2p} = \frac{(1+e)m_1 V_{1A}}{m_1 + m_2} - \frac{V_{2A}(m_1 e - m_2)}{m_1 + m_2}$$

nas quais,

V_{1p} = velocidade do corpo 1 após a colisão [m/s];

V_{2p} = velocidade do corpo 2 após a colisão [m/s];

m_1 = massa do corpo 1 [kg];

m_2 = massa do corpo 2 [kg];

V_{1A} = velocidade do corpo 1 antes da colisão [m/s];

V_{2A} = velocidade do corpo 2 antes colisão [m/s]; e

e = coeficiente de restituição.

Haenchen *et al.* (2004) afirma que para colisões veiculares, a energia de deformação (E_D) absorvida, é a diferença entre a energia cinética antes (E_{CA}) e após (E_{CP}) colisão. Assim, a energia de deformação (E_D) para colisões inelásticas ($e = 0$) é expressa por:

$$E_D = E_{CA} - E_{CP}$$

$$E_D = \left[\frac{1}{2} (m_1 v_{1A}^2 + m_2 v_{2A}^2) \right] - \left[\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_P^2 \right]$$

$$E_D = \frac{1}{2} \times \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (v_{1A} - v_{2A})^2$$

nas quais,

m_1 = massa do corpo 1 [kg];

m_2 = massa do corpo 2 [kg];

v_{1A} = velocidade do corpo 1 antes da colisão [m/s];

v_{2A} = velocidade do corpo 2 antes da colisão [m/s]; e

v_P = velocidade dos corpos após a colisão [m/s].

Segundo Silva (2004) e Jones (1997) o impacto também pode ser classificado em impacto de baixa e de alta velocidade. Ainda com o critério de classificação exposto acima, o impacto é classificado por Jones (1997) em impacto quase-estático de baixa velocidade até 10 m/s (36 km/h) e dinâmico de alta velocidade maior que 10 m/s (36 km/h).

Com relação à classificação de um impacto, este ainda pode ser definido de acordo com a taxa de deformação provocada na estrutura. A taxa de deformação é definida como a variação da deformação no tempo e é calculada pela seguinte expressão:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Segundo Meyers (1994), o impacto segundo a taxa de deformação pode ser definido como impacto quase estático, impacto de dinâmica baixa, impacto de dinâmica alta e impacto de alta velocidade. A Tabela 2 apresenta as respectivas taxas de deformação de acordo com as técnicas de testes existentes.

METÓDOS DE TESTE COMUNS	TAXA DE DEFORMAÇÃO
ALTA VELOCIDADE DE IMPACTO	10^7
–Explosivos	10^6
–Impacto de placa normal	10^5
–Laser pulsado	
–Chapa explodindo	
DINÂMICA ALTA	
–Teste de Taylor	10^4
–Barra de Hopkinson	
–Anel de Expansão	10^3
DINÂMICA BAIXA	
–Máquinas hidráulica ou pneumática de alta velocidade	10^2
	10^1
	10^0
QUASE ESTÁTICO	
–Máquinas hidráulicas, servo-hidráulicas ou de parafuso	10^{-1}
	10^{-2}
	10^{-3}
	10^{-4}
FLUÊNCIA E RELAXAMENTO DE TENSÕES	10^{-5}
–Máquinas convencionais de teste	10^{-6}
–Testes de fluência	10^{-7}
	10^{-8}
	10^{-9}

Tabela 2: Técnicas de testes de acordo com a taxa de deformação. Fonte: (Meyers, 1994).

A resposta de uma determinada estrutura submetida à ação de carregamento dinâmico (impacto) depende da velocidade de impacto e da taxa de deformação imposta. Para materiais sensíveis à taxa de deformação há modificações nas propriedades mecânicas de acordo com o aumento da taxa de deformação (Meyers, 1994); (Jones, 1997). A Figura 5 mostra curvas tensão x deformação de um aço de médio carbono para diferentes taxas de deformação. A influência da taxa de deformação nas propriedades do material é denominada viscoplasticidade.

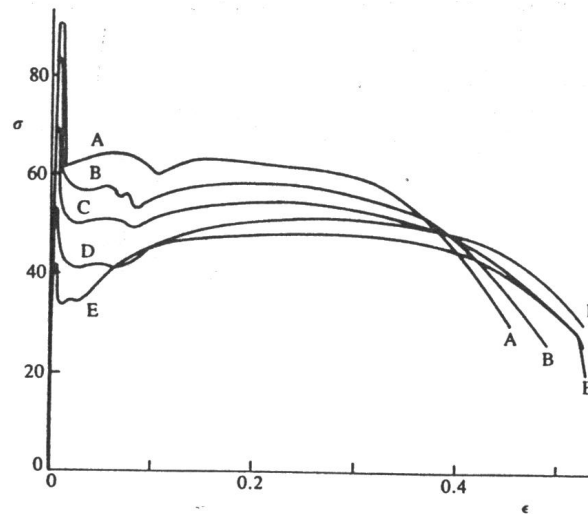


Figura 5 – Influência da taxa de deformação nas propriedades mecânicas de um aço de médio carbono obtidas em ensaio de tração. A: $\dot{\epsilon} = 106s^{-1}$, B: $\dot{\epsilon} = 55s^{-1}$, C: $\dot{\epsilon} = 2s^{-1}$, D: $\dot{\epsilon} = 0,22s^{-1}$, E: $\dot{\epsilon} = 0,001s^{-1}$. Fonte: (Jones, 1997).

2.2 Ensaio de Materiais

Os ensaios de materiais consistem em submeter um objeto já fabricado ou a matéria-prima deste as situações que simulem os esforços que estes irão sofrer nas condições reais de uso. Os ensaios mecânicos são classificados em ensaios destrutivos ou não destrutivos.

Os ensaios destrutivos são aqueles que provocam a ruptura ou inutilização do material. A finalidade destes ensaios é a determinação das propriedades mecânicas de um material e entre estes estão os ensaios de tração, flexão, dureza, dobramento e impacto, sendo este último de fundamental importância para conhecimento do comportamento dinâmico do material.

Na atualidade existem ensaios de impacto adequados para as mais diversas situações, desde impacto de baixas velocidades até impacto a velocidades hipersônicas. Entre os ensaios mais antigos estão os ensaios de impacto tipo Charpy e tipo Izod. A técnica Charpy de baixa velocidade é a mais comumente usada nos Estados Unidos (CALLISTER, 2002). Este ensaio relativamente simples consiste na colisão de um martelo pendular com um corpo de prova de seção transversal quadrada, entalhado no centro e bi-apoiado horizontalmente na máquina de ensaio.

Os corpos de prova entalhados para ensaio Charpy são subdivididos em três tipos conforme forma do entalhe: tipo A, tipo B e tipo C. Todos possuem comprimento igual a 55 milímetros e seção quadrada de 10 mm conforme mostra Figura 6.

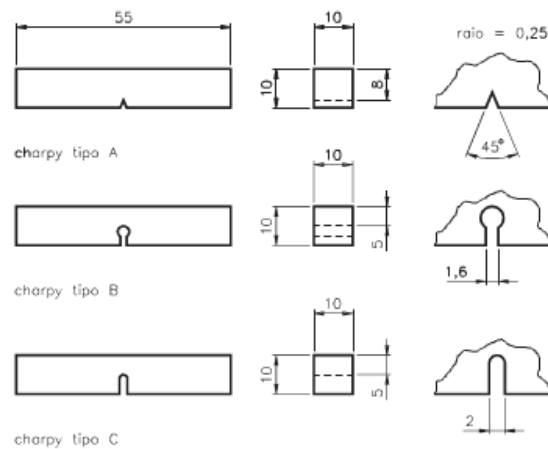


Figura 6 – Tipos de entalhe recomendados pela ASTM E -23 para ensaio de impacto tipo Charpy. Fonte: (Souza, 2004).

O entalhe é feito no meio do corpo de prova. O tipo A tem a forma de um V, o tipo B, a forma de um buraco de fechadura e o tipo C tem a forma de um U invertido. A Figura 7 ilustra um corpo de prova para ensaio de impacto Charpy com entalhe tipo V.

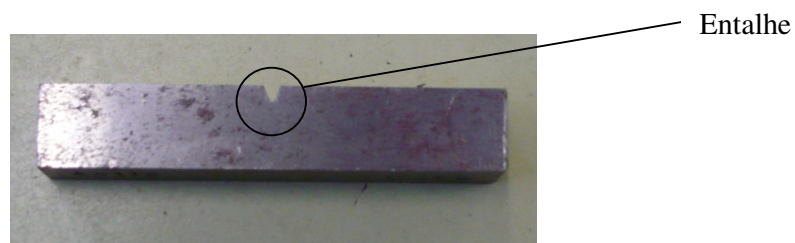


Figura 7 – Corpo de prova entalhado para ensaio de impacto. Fonte: Nuclep S/A.

Para iniciar o ensaio, o martelo pendular é elevado a uma determinada altura, onde adquire uma energia potencial gravitacional inicial. Quando o pêndulo é liberado, a aresta montada sobre o mesmo colide e fratura o corpo de prova exatamente no entalhe, que tem a finalidade de atuar como um ponto concentrador de tensões, e após isso continua sua trajetória até a certa altura, menor que a primeira, onde possui uma nova energia potencial gravitacional.

A diferença entre as energias potenciais gravitacionais antes e depois do impacto representa a energia absorvida pelo corpo de prova, necessária a ruptura do mesmo. A Figura 8 mostra uma máquina tipo Charpy com seus principais componentes e o nível de energia absorvida pelo material antes da ruptura.

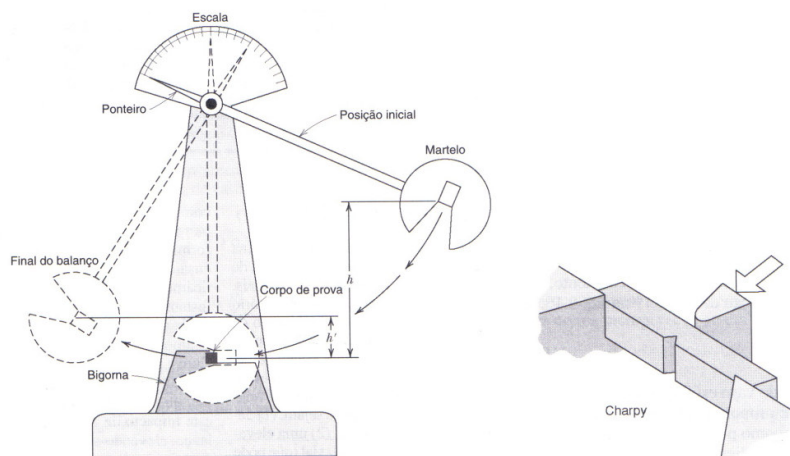


Figura 8 – Máquina tipo pêndulo para ensaio de impacto – Fonte: (Callister, 2002)

O ensaio tipo IZOD é bem similar ao ensaio tipo Charpy. Uma das diferenças está nas dimensões e posicionamento do corpo de prova. O entalhe no corpo de prova Izod tem a mesma forma do Charpy tipo A, porém não é centralizado. Quanto ao posicionamento, o corpo de prova é engastado verticalmente na máquina de ensaio. As Figuras 9 e 10 mostram respectivamente as dimensões do corpo de prova Izod e o posicionamento na máquina de ensaio.

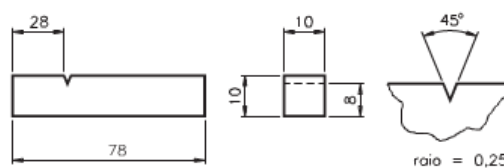


Figura 9 – Entalhe recomendados pela ASTM E -23 para ensaio de impacto tipo Izod. Fonte: (Souza, 2004).

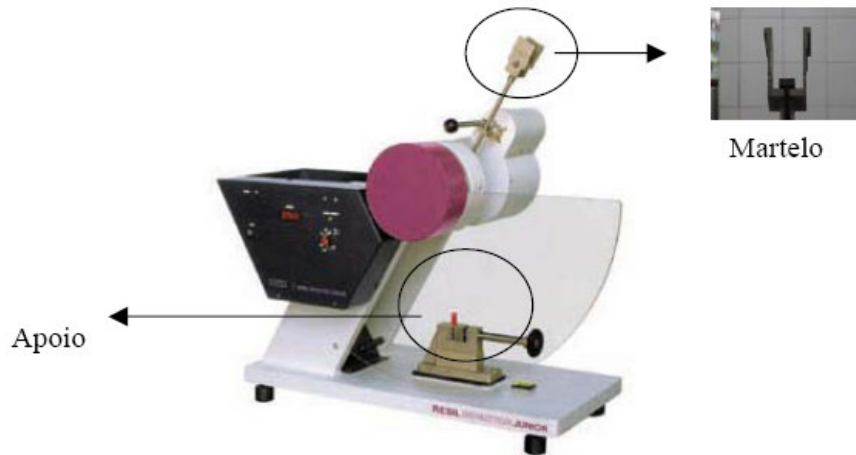


Figura 10 – Máquina tipo pêndulo para ensaio de impacto Izod – Fonte: (Silva, 2004)

Vale ressaltar que variáveis como o tamanho e o formato do corpo de prova, assim como a configuração e as dimensões do entalhe influenciam os resultados dos testes. Os resultados obtidos pelos ensaios clássicos de Charpy e Izod são em sua maioria de caráter comparativo, pois nestes vários fatores de interferência como, por exemplo, as dimensões do corpo de prova não são considerados (MARTINS; LUCENA, 2006). Por este motivo atualmente já existem estudos desenvolvidos para se instrumentar o ensaio de modo a garantir maior aproveitabilidade dos resultados.

A capacidade de um determinado material de absorver energia do impacto está associada à sua tenacidade. Os ensaios mencionados acima fornecem informações sobre a capacidade do material em absorver e dissipar essa energia. Estes também analisam a suscetibilidade do mesmo à transição dúctil-frágil, ou seja, condição onde um material dúctil se comporta de maneira frágil (SOUZA, 2004).

A transição dúctil-frágil está relacionada ao nível de energia de impacto absorvida em medida em função da temperatura (CALLISTER, 2002). Se um determinado material possui transição dúctil-frágil, os ensaios Charpy e/ou Izod objetivam determinar qual faixa de temperatura que este fenômeno ocorre. Para isso realizam-se diversos ensaios de impacto partindo-se de temperaturas elevadas até as temperaturas mais baixas.

Para temperaturas elevadas percebe-se um grande nível de energia absorvida até a fratura (fratura dúctil). À medida que se reduz a temperatura, verifica-se uma queda significativa da energia absorvida em uma faixa de

temperatura relativamente pequena. A partir daí a energia apresenta um valor pequeno e constante, caracterizando um modo de fratura frágil. Como exemplo de material com transição dúctil-frágil pode-se citar o aço. A Figura 11 mostra esquematicamente uma curva de material com transição dúctil-frágil.

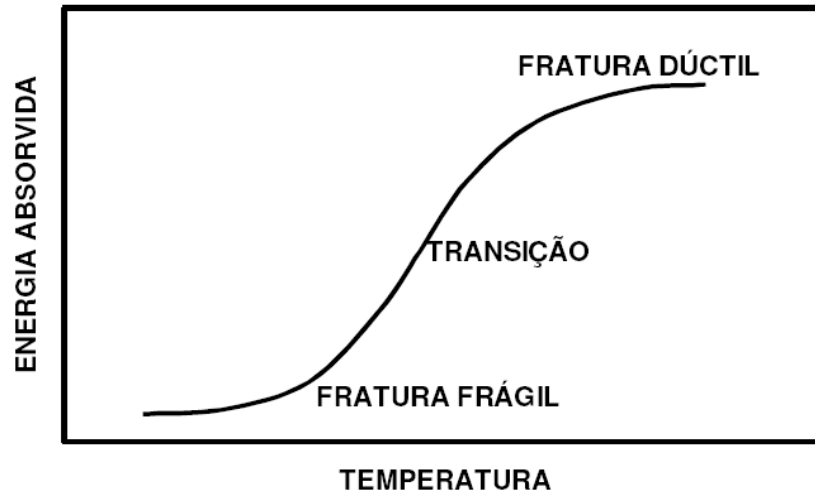


Figura 11 — Energia absorvida na fratura em função da temperatura. Fonte: (ESAB, 2009)

Nem todas as ligas metálicas apresentam transição dúctil-frágil. A ocorrência deste fenômeno está associada ao tipo de estrutura cristalina e também a composição química. Materiais de estrutura cristalina do tipo cúbica de face centrada (CFC) como, por exemplo, as ligas de alumínio e cobre são dúcteis mesmo em temperaturas mais baixas. Porém ligas com estrutura cristalina cúbica de corpo centrado (aços) possuem temperatura de transição dúctil-frágil.

Para os aços a temperatura de transição é fortemente influenciada pela composição química e pela microestrutura. O aumento do teor de carbono aumenta transição-dúctil frágil, ou seja, o aço passa a ter comportamento frágil a partir de temperaturas consideradas elevadas, conforme ilustra a Figura 12. Já o tamanho do grão (microestrutura) do aço provoca uma redução da temperatura de transição dúctil-frágil.

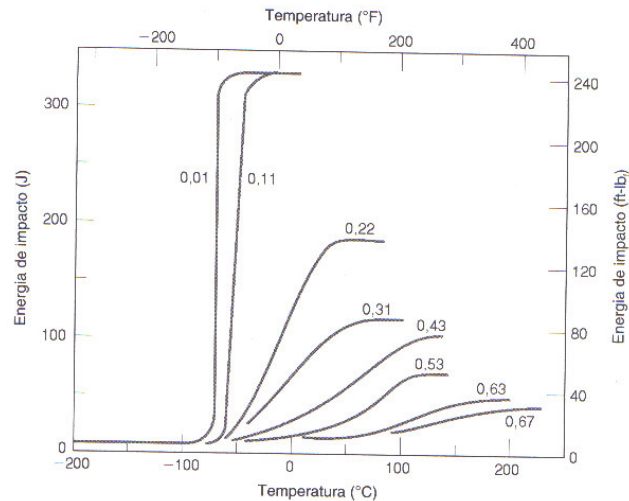


Figura 12 – Influência do teor de carbono na temperatura dúctil-frágil do aço. Fonte: (Callister, 2002)

Atualmente, outro item que está sendo bem explorado é a influência da taxa de deformação nas propriedades mecânicas de um material. Estes estudos estão sendo feitos por meio de máquinas hidráulicas que possuem maior custo do que os ensaios convencionais, pois permite um ajuste da taxa de deformação desejada. Com o avanço da tecnologia aeronáutica foi necessário o aperfeiçoamento dos ensaios de impacto para se alcançar maiores velocidades. Sendo assim desenvolveram-se os ensaios de altas velocidades como os ensaios de impacto balísticos e por Barra de Hopkinson.

Muitos estudos partem do princípio que um material é perfeitamente homogêneo e isotrópico e, portanto livre de qualquer defeito, como trincas, lacunas ou inclusões que poderiam atuar como um concentrador de tensões. Muitas ocorrências associadas a falhas de componentes submetidos a carregamentos estáticos mostram que isso não é verdade para materiais reais. Um fato bastante mencionado relacionado à falhas catastróficas, onde as tensões nominais estavam bem abaixo da resistência ao escoamento do material, foi a ruptura dos Navios Liberty nos Estados Unidos. Estes navios de carga, com casco de aço dúctil, utilizados na Segunda Guerra Mundial simplesmente se partiram em dois enquanto estava ancorado antes de ser colocado em serviço (NORTON, 2000). A Figura 13 mostra o comentário acima.



Figura 13 – Navio Liberty partido em dois após falha repentina (frágil) resultante de carregamento dinâmico de baixo grau significativo. Fonte: (Norton, 2000).

Visando uma melhor compreensão de falhas de materiais dúcteis que ocorreram de maneira frágil, surgiu o ensaio por queda de peso (*Drop Weight Test*). Este ensaio também conhecido por ensaio de Pellini foi desenvolvido no Laboratório de Pesquisas Navais dos Estados Unidos por William S. Pellini. A partir deste ensaio foi possível conhecer a temperatura de transição dúctil frágil, o que não era possível de se obter apenas pela técnica Charpy (LANCASTER, 1999).

O ensaio por queda de peso (*Drop Weight*) é também muito simples e consiste na queda livre de uma massa de certa altura sobre a estrutura a ser testada. Quando a massa está suspensa, esta possui energia potencial gravitacional que será convertida em energia cinética quando a massa for liberada, conforme Figura 14. Uma das vantagens deste teste em relação ao Charpy e Izod é a possibilidade de se avaliar estruturas de geometria diferente de uma simples viga.

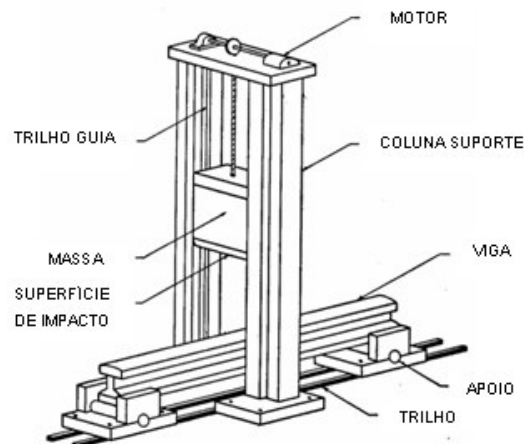


Figura 14 – Esquema de uma máquina *Drop Weight* – Fonte: (Goldsmith, 1960)

As máquinas hidráulicas são também bastante utilizadas no que se refere à caracterização do comportamento mecânico do material. São normalmente utilizadas em ensaios com corpos de prova a taxa de deformação baixa e constante, mas também podem gerar carregamento dinâmico com altas taxas de deformação impostas ao material conforme Figura 15.

Além de se conhecer a variação temporal da deformação através de sensores do tipo extensômetro posicionados no corpo de prova, também é possível determinar propriedades mecânicas do material como limite de resistência ao escoamento, módulo de elasticidade, limite de resistência a tração, entre outras propriedades.



Figura 15 – Máquina hidráulica para ensaios de materiais – Fonte: ITUC – PUC-RJ.

Ensaio por barra de Hopkinson é destinado à caracterização dinâmica do material permitindo a obtenção das propriedades do material a altas taxas de deformação. Normalmente a energia utilizada para geração do impacto provém de cilindros com gás comprimido a altas pressões. Segundo Silva (2004) esta técnica é parecida à utilizada nas máquinas hidráulicas no sentido de que a mesma também permite a determinação de propriedades básicas dos materiais em função da taxa de deformação. Verifica-se na Figura 16 o dispositivo utilizado para ensaio pela Barra de Hopkinson.

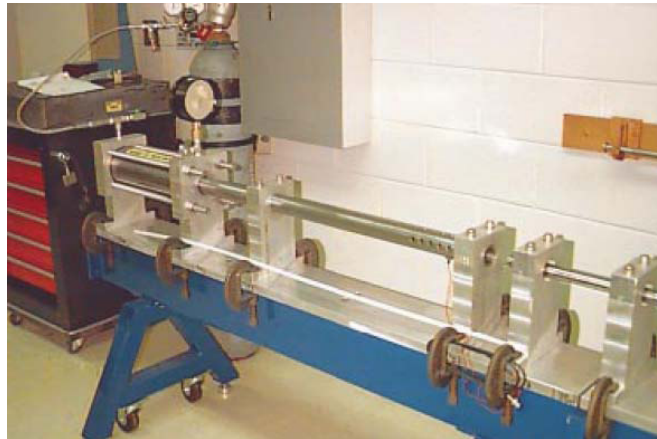


Figura 16 – Equipamento utilizado para ensaio por Barra de Hopkinson – Fonte: (Silva, 2004).

2.3 Testes de Impacto em Veículos (*Crash Tests*)

Os ensaios mencionados até aqui são basicamente utilizados para caracterização dinâmica de um material sob a forma de corpo de prova (geometria simples), exceto o ensaio *Drop Weight* que permite uma avaliação um pouco mais complexa. Em se tratando de análises veiculares, estes não são suficientes e por isso os testes de impacto, mais conhecidos como *crash tests*, são largamente utilizados para avaliação do comportamento veicular em uma colisão.

Os testes de impacto são realizados segundo diversas normas elaboradas por instituições governamentais existentes em várias partes do mundo. Como exemplos destas instituições elaboradoras de normas para *crash tests* pode-se citar *National Highway Traffic Safety Administration* (NHTSA), dos Estados Unidos, *New Car Assessment Program* (EuroNCAP), da Comunidade Européia e *National Agency for Automotive Safety & Victim's Aid* (NASVA) do Japão.

As normas regulamentadoras dos *crashes tests* não são de fácil acesso, porém no site da *National Highway Traffic Safety Administration* é possível encontrar o conjunto de normas denominadas *Federal Motor Vehicle Safety Standards* (FMVSS). Seguem abaixo algumas normas disponíveis no site mencionado acima:

- FMVSS 201 – Proteção dos Ocupantes a Impactos Interiores: Determina parâmetros para projeto de áreas internas do veículo com o objetivo de evitar lesões provenientes do golpe nas pessoas devido à colisão do veículo.
- FMVSS 204 – Deslocamento da Coluna de Direção: Limita o deslocamento da coluna de direção no sentido do motorista reduzindo assim as lesões peitorais, no pescoço e na cabeça.
- FMVSS 206 – Travas de Portas e Retenção dos Componentes: Detalha características para travas de portas laterais, trincos, etc. com o intuito de reduzir o risco dos passageiros serem expulsos do veículo na colisão.
- FMVSS 207 – Bancos: Estabelece requisitos para montagem dos bancos evitando que os mesmos sejam lançados a frente durante a colisão.
- FMVSS 208 – Colisão Frontal Contra Barreira Rígida: Determina os requisitos para colisão do veículo, devidamente instrumentado, com sensores de deformação, acelerômetros e células de carga, contra barreira rígida e fixa a 56 km/h. Como este teste fornece uma grande desaceleração sobre os passageiros representados por manequins instrumentados (*dummies*), também proporciona avaliação dos cintos de segurança, *air bags* e absorção de energia. Mostra-se na Figura 17, a sequência de um *crash test* de acordo com FMVSS 208.



Figura 17 - Etapas de um *crash* em VW Gol segundo FMVSS 208. Fonte: http://www.estradas.com.br/new/materias/materia_air_bags.asp

- FMVSS 210 – Montagem e fixação dos cintos de segurança: Estabelece requisitos para montagem dos cintos de segurança de forma a garantir a integridade dos passageiros durante uma colisão.

- FMVSS 212 – Montagem do Pára-Brisa: Estabelece requisitos para montagem de pára-brisas. O pára-brisa é um item importante no conjunto de um veículo, pois não deve permitir que os passageiros sejam lançados para fora do veículo em uma colisão.

Autores como Birch (2005) e Paul *et al.* (2000) concordam que os testes de impacto devem considerar os seguintes aspectos:

- Absorção de energia de forma estável e controlada sem invasão excessiva do espaço reservado aos passageiros;

- Manutenção da permanência dos passageiros no interior do veículo, impedindo o lançamento dos mesmos para meio externo; e

- Projeto de áreas internas do veículo para prover “suavidade” aos impactos secundários dos passageiros devido à colisão.

No auxílio aos estudos sobre as colisões veiculares surgiram na década de 80 às ferramentas de modelagem numérica, entre elas, o Método de Elementos Finitos – MEF (Birch, 2005)

A contribuição do Método de Elementos Finitos foi muito significativa na área de Segurança Veicular. Dentre as muitas pesquisas desenvolvidas, a maioria relacionada aos aspectos mencionados acima, outros estudos analisaram a influência de operações típicas na montagem de um veículo tais como conformação mecânica e soldagem, na resposta ao impacto (Craig *et al.*, 2004); (Chen *et al.*, 2004).

2.4 Variáveis e Características do Impacto

O impacto é um carregamento dinâmico de curta duração. Segundo Goldsmith (1960), em se tratando de impacto perfeitamente elástico entre corpos, pode-se aplicar sem nenhuma complexidade a lei de conservação da quantidade de movimento para determinar os parâmetros cinemáticos dos corpos.

No tocante a colisões veiculares há produção de deformações plásticas que funcionam como um modo de dissipação de energia. Neste tipo de colisão, um dos principais interesses é conhecer a quantidade de energia absorvida pela estrutura do veículo. Uma das finalidades do *crash test* é saber o nível de energia armazenada no veículo, sem que ocorra como consequência a penetração excessiva da estrutura ao espaço reservado aos passageiros - célula de sobrevivência (Paul *et al.*, 2000). Desta forma quanto maior o nível de energia armazenada na estrutura veicular, menor a transferência de energia para o interior do compartimento dos passageiros e menos severos serão os danos causados.

Segundo Junior, Walber e Iturrioz (2006), Cunat (2000) e Birch (2005), o termo atualmente utilizado na área de Segurança Veicular para designar a habilidade de uma estrutura em absorver energia pela conversão da energia cinética em energia de deformação plástica é *crashworthiness*.

As pesquisas atuais sobre *crashworthiness* estrutural visam o aprimoramento da resistência a colisão sacrificando elementos da estrutura para absorver energia do impacto protegendo assim os passageiros e ou cargas perigosas (Jones, 2003). Com isso pode-se afirmar que o fator *crashworthiness* é um critério muito importante no projeto de uma estrutura.

Como comentado a capacidade de absorção da energia do impacto é conhecida pela expressão *crashworthiness*. A dissipação desta energia é feita por elementos absorvedores deformáveis que de acordo com Alghamdi (2000) são capazes de transformar energia cinética em energia de deformação. No caso de colisões veiculares, a estrutura dianteira é projetada com zonas de deformação progressiva (enrugamento) e pára-choques equipados com sistemas amortecedores de impacto, esquematicamente ilustrado pela Figura 18, são responsáveis pela absorção da energia de maneira irreversível por deformações plásticas.

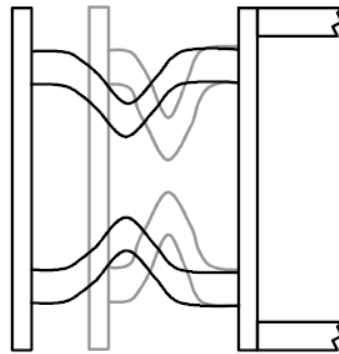


Figura 18 – Esquema de um pára-choque. – Fonte: (Frei *et al.*, 1999).

Haenchen *et al.*(2004) afirma que veículos projetados para impacto em barreira rígida a uma velocidade v_B que se envolvem em colisões com diferença de velocidades (*close velocity*) menor ou igual a $2v_B$ possuem energia de deformação suficiente para resistir ao impacto sem a presença de grandes penetrações em seus compartimentos de passageiros. Porém em várias situações de colisão percebe-se que não é isso que acontece e muitas vezes o compartimento dos passageiros de um veículo fica totalmente destruído enquanto o outro fica levemente danificado. Visando evitar esta desigualdade nas deformações dos veículos envolvidos em colisão frontal, o conceito de *bulk-head* estabelece que deve-se sempre definir uma deformação máxima para a parte frontal do veículo, de modo a evitar o colapso do compartimento durante a colisão.

A eficiência da absorção da energia do impacto está relacionada com o tipo de material da estrutura, modo do carregamento (axial, transversal, combinado, etc.), taxa de deformação, entre outros. Além destes parâmetros, estudos iniciados a partir de 1985, segundo Bruhning *et al.* (1991), mostraram que

a absorção de energia na colisão veicular também é influenciada pelas características dos veículos que os tornam compatíveis ou não entre si.

A compatibilidade é definida pelos institutos de estudos de segurança no tráfego urbano, reconhecidos mundialmente, como *National Highway Traffic Safety Administration* (NHTSA) e *Insurance Institute Highway Safety* (IIHS) como a capacidade de um veículo em proteger seus ocupantes durante uma colisão sem causar grandes danos aos ocupantes do outro veículo.

Haenchen *et al.* (2004) diz que a proteção proporcionada por um veículo aos seus passageiros e a proteção aos passageiros do outro veículo envolvido na colisão é chamada, respectivamente, de **auto proteção** e **proteção a terceiros**, e que a compatibilidade é vista como um ponto de equilíbrio entre a auto proteção e a proteção a terceiros.

De acordo com Lund *et al.* (2000), o que causa incompatibilidade entre os veículos é a diferença entre os projetos existentes no mercado automotivo. Como exemplos destas diferenças se pode citar a massa, rigidez estrutural, altura dos pára-choques em relação ao solo (geometria), etc. Segue abaixo Figura 19, representativa da incompatibilidade entre dois veículos de características diferentes.



Figura 19 – Diferença de altura dos elementos absorvedores de energia nos veículos.

A geometria é um fator de bastante influência na compatibilidade entre os veículos. Edward *et al.* (2001) afirma que a geometria garante uma boa interação estrutural, permitindo assim eficiência na absorção de energia com invasão mínima do compartimento dos passageiros.

Em relação à absorção de energia, Dimas e Soares (2009) dizem que a energia absorvida (energia de deformação) por uma estrutura pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$E_D = \int F(s)ds$$

A energia de deformação (E_D) é oriunda do trabalho realizado pela força

de impacto sobre a estrutura, que causa o deslocamento de suas partículas resultando assim na deformação. Segundo Meriam e Kraige (2004) o trabalho realizado durante um impacto corresponde à variação de sua energia cinética e é definido pela seguinte expressão:

$$W = \int F ds = \Delta E_c$$

na qual,

W = Trabalho realizado [J];

F = Força atuante [N];

ds = Variação do deslocamento [m]; e

ΔE_c = Variação da energia cinética.

Em uma colisão veicular frontal a expressão mencionada acima pode ser analisada pela Figura 20 onde se pode verificar que a energia absorvida é função da força atuante sob a estrutura a ser deformada.

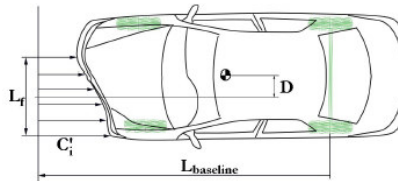


Figura 20 – Esquema de atuação da força sob a estrutura frontal de um veículo.

Para colisão entre veículos incompatíveis entre si, a desaceleração sofrida pelo veículo de massa menor e conseqüentemente seus passageiros é obtida relacionando a energia de deformação do veículo de massa maior considerando que o mesmo foi projetado para um impacto com uma barreira rígida à velocidade v_B (HAENCHEN *et al.*, 2004). Desta forma tem-se que a força aplicada no veículo menor durante a colisão é

$$F_s = m_s \times a_s,$$

na qual,

F_s = força de impacto no veículo menor [N];

m_s = massa do veículo menor [kg]; e

a_s = desaceleração do veículo menor [m/s^2].

A energia de deformação E_D absorvida pelo veículo maior é:

$E_D = \frac{1}{2} m_l v_B^2$, na qual m_l é massa do veículo maior e v_B é a velocidade de projeto do impacto contra barreira rígida. Considerando que a energia de deformação também é $E_D = F \times s_l$, tem-se, se a força é constante, que:

$$\frac{1}{2} m_l v_B^2 = F \times s_l$$

$$F_l = \frac{1}{2} \frac{m_l v_B^2}{s_l}$$

na qual,

F_l = força de impacto no veículo maior [N];

m_l = massa do veículo maior [kg]; e

s_l = deslocamento sofrido pelo compartimento do veículo maior [m].

Pelo princípio da ação e reação, as forças no veículo maior e menor são iguais. Assim tem-se que a desaceleração (a_s) do veículo menor é:

$$a_s = \frac{1}{2s_l} \times \frac{m_l}{m_s} \times v_B^2$$

Pela expressão acima, percebe-se que a desaceleração do veículo menor é inversamente proporcional ao deslocamento associado à deformação sofrida pelo veículo maior durante a colisão. Para se ter níveis menores de desaceleração no veículo menor, menos prejudiciais ao corpo humano, deve-se ter mais espaço para deformação no veículo maior. Porém isso é um impasse para as indústrias automotivas, pois o comprimento dos veículos é limitado devido às questões de espaço urbano e também devido aos sistemas de restrição (*air bags*) dos veículos só serem capazes de proteger seus ocupantes somente se a desaceleração do veículo estiver dentro de limites de projeto definidos.

A compatibilidade entre veículos é um assunto de abordagem recente e conforme Gabler & Hollowell (2000) esta é alvo de pesquisas devido à

popularidade crescente de veículos de grande massa (utilitários), tais como *pick-ups*, *vans* e *mini-vans*, incompatíveis com outros veículos da frota mundial.

Toda estrutura submetida a um carregamento do tipo impulso deve ser idealmente capaz de absorver toda a energia proveniente do impacto, ou pelo menos a maior parte dela. Desta forma garante-se que os prejuízos, sejam mínimos e por isso a necessidade de se estudar como ocorre esta absorção de energia (ALVES; BIRCH, 2000).

Os elementos absorvedores estruturais se deformam quando recebem a energia do impacto e o modo como estas deformações acontecem é de suma importância em *crashworthiness*. Estudos diversos mostram as características de deformação dos elementos, a força de impacto recebida por estes e a quantidade de energia absorvida. Também se verifica que a geometria dos elementos, condições de carregamento impulsivo, diferença entre as massas das estruturas envolvidas e material influenciam no modo de deformação dos absorvedores (REID, 1995), (LANGSETH; HOPPERSTAD, 1996), (KARAGIOZOVA; JONES, 1996), (ALGHAMDI, 2000), (JONES, 2003) E (BIRCH, 2005).

A avaliação do modo como os absorvedores estruturais se deformam é feita por diversos meios, entre eles o método experimental, onde carregamentos de impacto são aplicados a toda estrutura ou pelo menos em parte dela.

Das diversas possibilidades de carregamento, um dos mais explorados é o carregamento axial seguido do carregamento transversal, submetidos a elementos tubulares de seção circular, quadrada, retangular, etc. que são amplamente estudados devido ao bom desempenho mostrado na absorção de energia (Jones, 1997) e (Jones, 2003).

Birch (2005) considera um absorvedor de energia ideal, o elemento de seção circular com pequena espessura de parede que se deforma de maneira estável apresentando várias dobras (deformação tipo sanfona) quando submetido a um carregamento do tipo axial, ilustrado na Figura 21.

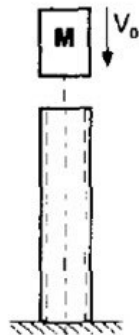


Figura 21 – Impacto axial de elemento absorvedor de energia. Fonte: (Langseth; Hopperstad, 1996)

Segundo Birch (2005) e Alghamdi (2000), um elemento tubular capaz de se deformar, de maneira controlada, através de um conjunto de dobras regulares e progressivas, ilustrada na Figura 22, apresenta elevada capacidade de absorção de energia durante o impacto.

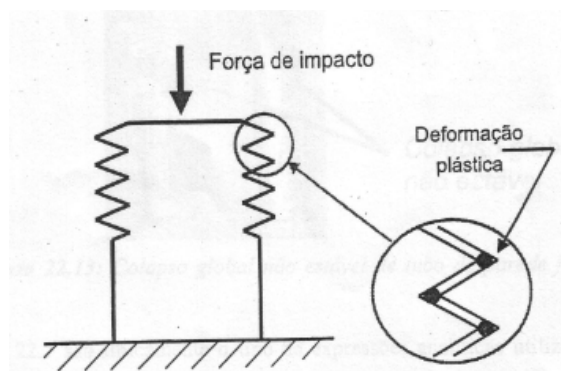


Figura 22 – Padrão de deformação ideal para elementos tubulares. Fonte: (Birch, 2005)

Porém como já foram mencionados, estudos feitos com elementos absorvedores de seções tubulares mostraram modos de deformação diferentes que dependem de fatores como:

- Geometria da seção tubular (dimensões gerais, espessura de parede, etc);
- Propriedade mecânica do material (ductilidade);
- Tipo de geometria (circular, quadrada, retangular, triangular, etc);
- Condições de impacto.

Diversas referências mostram os possíveis modos de deformação desenvolvidos pelos elementos absorvedores. Entre estas se podem citar Jones (1997), Alghamdi (2000) que classificam os modos de deformação em:

- Flambagem dinâmica progressiva;
- Flambagem dinâmica plástica; e
- Flambagem global.

O desenvolvimento de dobras plásticas, que se iniciam na extremidade submetida ao impacto caracteriza o modo de deformação conhecido por flambagem dinâmica progressiva de acordo com Figura 23. Esse modo é normalmente observado em casos de impacto de baixas velocidades (Jones, 1997).



Figura 23 – Flambagem dinâmica progressiva para elementos de seção tubular. Fonte: (Jones, 1997).

Em Langseth (1996) verifica-se que a flambagem dinâmica progressiva não é um modo de deformação particular de elementos tubulares de seção circular. Estudos feitos em perfis extrudados de seção quadrada mostram que estes exibem um padrão de deformação muito similar aos tubos circulares mostrado na Figura 24.

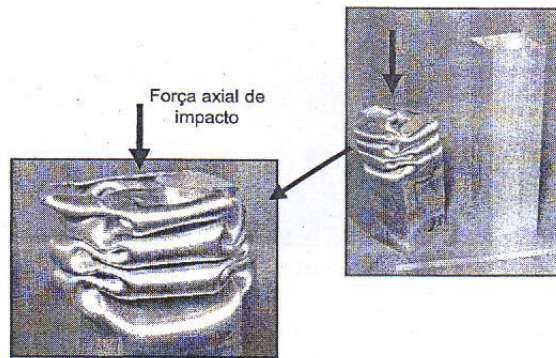


Figura 24 – Flambagem dinâmica progressiva em um tubo quadrado. Fonte: (Birch, 2005).

O modo de flambagem dinâmica plástica é caracterizado pela formação de dobras plásticas ao longo de todo o comprimento do elemento tubular (Figura 25). As dobras observadas neste modo são tão evidentes quanto às do modo flambagem progressiva. A flambagem dinâmica plástica é característica de impacto axial a altas velocidades (Jones, 1997).



Figura 25 – Flambagem dinâmica plástica para elementos de seção tubular. Fonte: (Jones, 1997).

A flambagem global é o modo de deformação que apresenta menos eficiência em relação à absorção de energia. Neste tipo de comportamento não há formação de dobras plásticas, pois o elemento ao receber o impacto perde estabilidade e colapsa de forma estável ao redor de um único ponto conhecido como rótula plástica, conforme Figura 26.



Figura 26 – Flambagem global de elementos de seção tubular. Fonte: (Jones, 1997).

Segundo estudos realizados por Karagiozova; Alves (2004) os elementos absorvedores de energia cinética são mais eficientes quando se deformam no modo de flambagem progressiva dinâmica em vez de dinâmica plástica.

A partir dos modos de deformação apresentados, percebe-se que um mesmo tubo pode se deformar de maneiras diferentes, influenciando assim a quantidade de energia absorvida durante o impacto. Mediante esta característica, estudos apresentados em Karagiozova; Alves (2004) e Karagiozova; Jones (2008) mostram que há uma condição que permite uma transição entre os modos de deformação já citados.

O comprimento crítico dos elementos tubulares determina a transição entre os modos de flambagem progressivo e global. Também se pode citar a velocidade de impacto como um fator de muita influência na transição entre os modos de deformação, de acordo com a Figura 27.

A Figura 27(a) mostra o comportamento de um tubo de 300 mm de comprimento quando submetido a um impacto de 5,9m/s e 6,3 m/s. Percebe-se que se iniciou a formação das dobras plásticas na maior velocidade. Já a Figura 27(b) mostra a deformação em um tubo de 500 mm de comprimento colidido a uma velocidade de 8,7 m/s e 9,0 m/s. Nesta condição a flambagem progressiva se desenvolveu no impacto a 9,0 m/s. Na Figura 27(c), o impacto ocorreu em um tubo de 650 mm. Nesta situação a flambagem dinâmica progressiva aconteceu em uma velocidade de 10,4 m/s enquanto que a flambagem global se deu em um impacto de 10,1 m/s. A partir do exposto se percebe que o modo de deformação não é função apenas da velocidade. Sendo assim pode-se concluir que o aumento

da velocidade de impacto faz com que os tubos se tornem mais estáveis desenvolvendo assim, em tubos mais longos, o modo de flambagem progressiva em vez da flambagem global.

Pode-se concluir também que pequenas variações na centralização do carregamento podem provocar uma mudança no modo de deformação para uma mesma velocidade. Desta forma se verifica que o comportamento apresentado pela estrutura é função da geometria, velocidade, tipo de carregamento e do material envolvido.



Figura 27(a), (b) e (c) - Diferença na flambagem global de elementos de seção tubular. Fonte: (Karagiozova; Alves, 2004).

2.5 Comportamento Dinâmico dos Materiais

A análise de uma estrutura sob impacto requer o conhecimento do modelo de comportamento mecânico do material, ou seja, é necessário descrever a resposta do material por meio de equações denominadas equações constitutivas (Nóbrega, 2009).

Segundo Gere (2003) a deformação de um material consiste em duas fases: a fase elástica e a fase plástica, sendo as duas fases facilmente identificadas na sua curva Tensão x Deformação ilustrada na Figura 28.

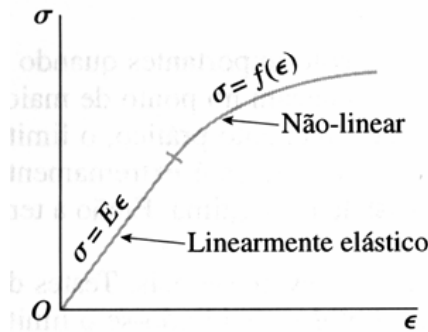


Figura 28 - Curva tensão x deformação de um certo material. Fonte: (Nóbrega, 2009).

Na região linear da curva tensão x deformação (fase elástica), onde existe uma relação de linearidade entre as tensões e deformações, o comportamento de um material submetido a um estado uniaxial de tensões é regido pela Lei de Hooke:

$$\sigma = \varepsilon \times E$$

na qual,

σ = Tensão [MPa];

ε = Deformação [adimensional]; e

E = Módulo de Elasticidade do material [MPa].

A lei de Hooke diz que as tensões são proporcionais às deformações mediante uma propriedade intrínseca do material chamada Módulo de Elasticidade. Já na fase plástica, ou região não linear, não se evidencia uma relação linear entre as tensões e deformações, por isso deve-se prever o comportamento do material por outra equação que segundo Gere (2003) é conhecida como equação de Ramberg-Osgood:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma_0 \alpha}{E_2} \times \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m$$

na qual:

σ - Tensão [MPa];

E_1 – Módulo de Elasticidade [MPa];

E_2 – Módulo de Plasticidade [MPa];

σ_0 = Tensão de escoamento [MPa];

α, m – Constantes experimentais do material; e
 ϵ - Deformação total [adimensional].

Nas situações de colisão a fase de interesse é a fase plástica de deformação, na qual ocorre a absorção de energia, por isso a necessidade em se conhecer o comportamento constitutivo do material. Dowling (1993), diz que os modelos de plasticidade do material ilustrados nas Figuras 29(a), 29(b), 29(c) e 29(d) são respectivamente:

- Modelo rígido perfeitamente plástico;
- Modelo elástico perfeitamente plástico;
- Modelo rígido com endurecimento linear; e
- Modelo elástico com endurecimento linear.

O modelo descrito pela Figura 29(a) indica que o material permanece sem deformações até ter seu limite de escoamento alcançado e somente a partir deste momento que o material se deforma continuamente para uma tensão constante.

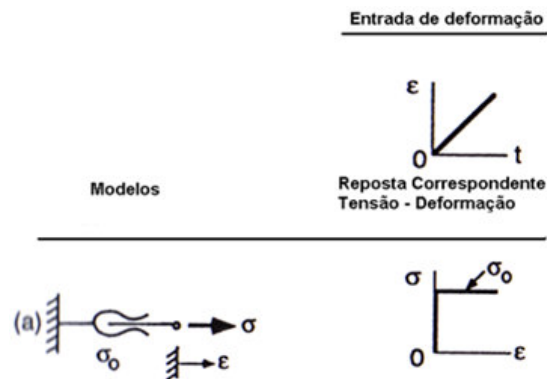


Figura 29(a) - Modelo de comportamento rígido perfeitamente plástico. Fonte: (Nóbrega, 2009).

A Figura 29(b) representa a relação linear entre tensão e deformação que ocorre na fase elástica do material seguido de uma deformação contínua na fase plástica para uma tensão constante.

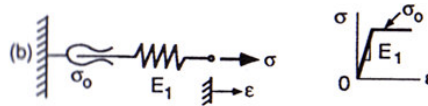


Figura 29(b) - Modelo de comportamento elástico perfeitamente plástico (elásto-plástico).
Fonte: (Nóbrega, 2009).

Quando um material possui um modelo rígido com endurecimento linear, Figura 23 (c), significa que este não se deforma até ter seu limite de escoamento atingido. Após esse momento há uma relação de proporcionalidade entre a tensão e deformação já no regime plástico.

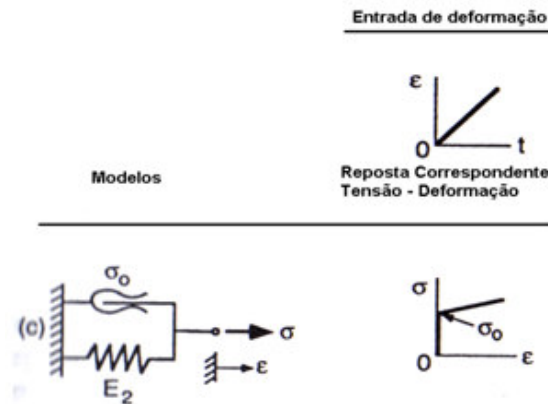


Figura 29(c) - Modelo rígido com endurecimento linear. Fonte: (Nóbrega, 2009)

No comportamento do material descrito pela Figura 29 (d) verifica-se uma relação de proporcionalidade entre a tensão e deformação na fase elástica seguida de outra relação de proporcionalidade na fase plástica, obtendo assim uma segunda propriedade intrínseca ao material chamada de Módulo de Plasticidade (E_2).

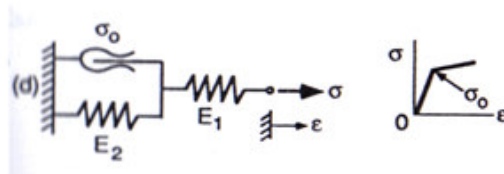


Figura 29(d) - Modelo elástico com endurecimento linear. Fonte: (Nóbrega, 2009)

Para este modelo de comportamento aplica-se a seguinte equação constitutiva:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_1} + \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{E_2} \right)^m$$

na qual,

σ – Tensão atuante [MPa];

σ_0 – Tensão de Escoamento [MPa];

ε – Deformação total [adimensional];

E_1 – Módulo de Elasticidade [MPa]; e

E_2 – Módulo de Plasticidade [MPa].

Conforme mencionado anteriormente, o comportamento dinâmico de um material sensível a taxa de deformação é dependente do valor da taxa imposta no carregamento e não deve ser analisado somente pela curva tensão x deformação convencional do material. De modo a analisar a influência da taxa de deformação no comportamento do material, várias equações constitutivas de modelo de material já foram propostas. Em Jones (1997) encontra-se a equação constitutiva proposta por Cowper-Symonds,

$$\frac{\sigma_{d_0}}{\sigma_0} = 1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/q}$$

$$\sigma_{d_0} = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/q} \right]$$

na qual,

σ_{d_0} = tensão de escoamento dinâmica (MPa);

σ_0 = tensão de escoamento obtida no ensaio de tração (MPa);

$\dot{\varepsilon}$ = taxa de deformação (s^{-1}); e

D e q = constantes experimentais inerentes ao material.

Segundo Jones (1997), as constantes experimentais D e q para um aço de médio teor de carbono e ligas de alumínio estão representadas na Tabela 3.

Material	D (s ⁻¹)	q
Aço médio carbono	40,4	5
Ligas de alumínio	6500	4

Tabela 3 – Coeficientes experimentais da equação constitutiva de Cowper-Symonds. Fonte: Adaptação de (Jones,1997).

Em Smerd *et al.* (2005), se encontra uma análise do comportamento dinâmico do alumínio, que é tradicionalmente considerado ter pouca sensibilidade à taxa de deformação. Nesta referência, a sensibilidade à taxa de deformação é modelada pela equação constitutiva de Johnson-Cook, na qual se verifica que a tensão dinâmica (σ_d) novamente dependente da taxa de deformação, deformação e temperatura,

$$\sigma_d = (\sigma_0 + B\varepsilon^n) \times \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \times [1 - (T^*)^m]$$

na qual,

σ_0 = tensão de escoamento obtida no ensaio de tração [MPa];

ε = deformação plástica;

$\dot{\varepsilon}$ = taxa de deformação carregamento dinâmico;

$\dot{\varepsilon}_0$ = taxa de deformação de referência;

$$T^* = \text{Temperatura} = \frac{T - T_{\text{ambiente}}}{T_{\text{fusão}} - T_{\text{ambiente}}}; \text{ e}$$

B, C, m e n = constantes experimentais do material.

Segue na Figura 30, uma comparação entre o resultado da análise do comportamento dinâmico de um alumínio obtido de forma experimental e através da equação de Johnson-Cook. Os resultados apresentados apresentam uma boa concordância.

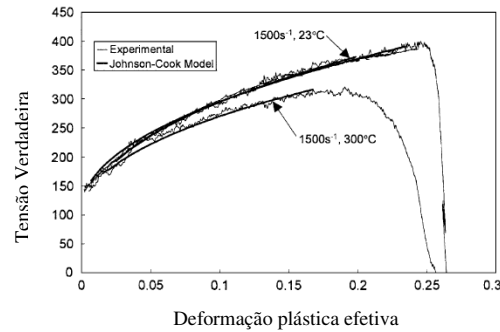


Figura 30 – Comparação do resultado previsto pelo modelo de Johnson-Cook com resultado experimental. Fonte: (Smerd *et al.*, 2005).

2.6 Método de Elementos Finitos Aplicados aos Problemas de Impacto

O Método de Elementos Finitos – MEF – é uma técnica computacional voltada para resolução de problemas de análise estrutural. A técnica não consiste na verificação de todos os pontos existentes na estrutura e sim na avaliação de uma quantidade suficiente para representar a resposta de toda a estrutura, que nesta etapa encontra-se discretizada (Huebner, 2001). Na Figura 31 segue um esquema das etapas necessárias para a aplicação do método de elementos finitos.

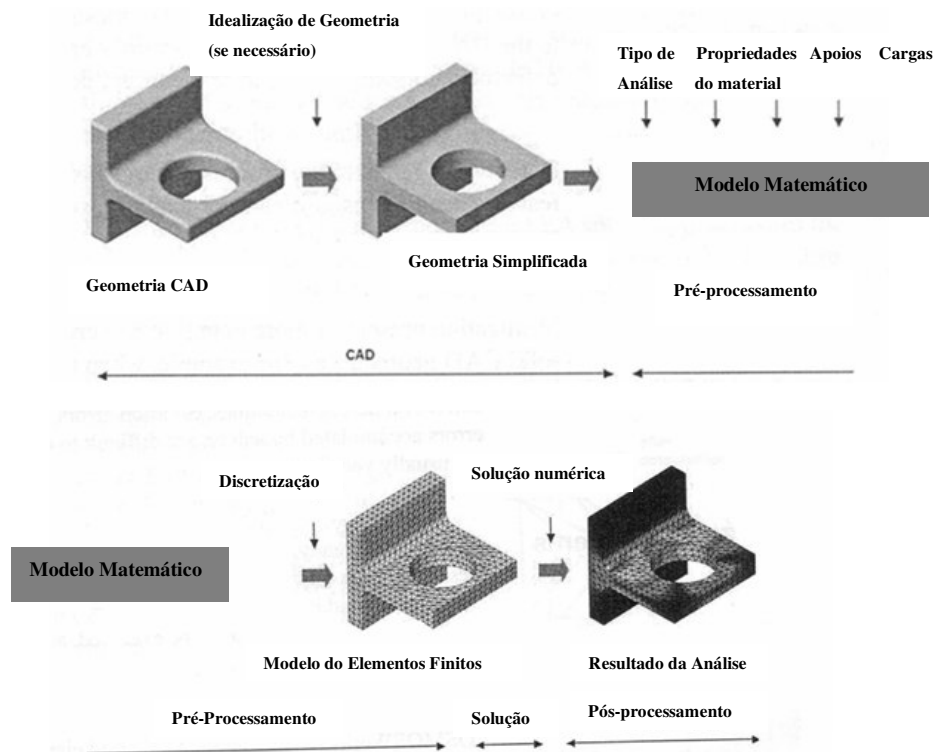


Figura 31 – Etapas da análise por elementos finitos. Fonte: Manual de Treinamento Profissional CosmosWorks 2005.

Atualmente a análise por elementos finitos pode ser realizada por vários programas existentes como, por exemplo, Ansys, Cosmos Works e Abaqus. O esquema mostrado anteriormente na Figura 31 é sempre válido independente do programa escolhido, porém dependendo do tipo de análise estrutural a ser executada devem-se incluir certos parâmetros que serão posteriormente comentados.

Conforme mencionado, os carregamentos estruturais são classificados em estático e dinâmico. Em se tratando de carregamento estático, este é linear quando se observa os seguintes itens:

- O comportamento constitutivo do modelo é regido pela Lei de Hooke. Normalmente esta condição é verificada com cargas atuantes pequenas;
- Os deslocamentos (deformações) causados no modelo pelo carregamento são pequenos; e
- Não há variação do carregamento com o tempo, após alcance de seu valor máximo.

Cargas dinâmicas variam com o tempo, induzem grandes forças de inércia e/ou amortecimento, e deslocamentos.

Um carregamento dinâmico é considerado não linear e na prática todas as estruturas reais se comportam de maneira não linear de uma forma ou de outra em algum momento do carregamento (Guia do Usuário Cosmos Works, 2007). Em alguns casos, a análise linear pode ser adequada, em outros, como situações que envolvem colisões, é mais adequado proceder a uma análise não linear. Segundo Sánches (2001), a não linearidade do carregamento representada por fenômenos associados à plasticidade, grandes deslocamentos e rotações, grandes deformações, comportamento constitutivo do material e condições de atrito durante o carregamento, pode ser agrupada em três classes:

- Não linearidade geométrica;
- Não linearidade do material; e
- Não linearidade de contato.

Segundo o Guia do Usuário Cosmos Works (2007), a não linearidade geométrica estará presente sempre quando estruturas submetidas a carregamento dinâmico apresentarem grandes deslocamentos em sua configuração geométrica. A não linearidade de material é originada da relação não linear entre tensão e deformação, verificada em muitas situações como, por exemplo, a plasticidade envolvida em colisões. A não linearidade de contato ocorre exclusivamente em condições que se verifica uma constante mudança na posição entre duas superfícies em contato, ou seja, na condição limite das estruturas envolvidas durante o carregamento.

Em Sánches (2001), verifica-se que as não linearidades são atribuídas ao comportamento não linear do tipo cinemático (grandes deslocamentos, rotações e deformações), ao comportamento não linear do tipo constitutivo (comportamento do material) e ao caráter não linear das condições de contorno (mudança do local de contato das superfícies envolvidas). Todas estas não linearidades tornam uma análise dinâmica muito mais complexa que uma análise estática, fazendo-se assim necessário uma análise por procedimentos computacionais implementados pelos programas de elementos finitos.

Para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizado inicialmente o programa Cosmos Works, desenvolvido pela *MechWorks Corporation* seguido do pacote LS-Dyna elaborado pela *Ansys Inc.* Ambos os programas para a análise de problemas dinâmico utilizam a equação do movimento,

$$F_I(t) + F_D(t) + F_E(t) = R(t),$$

na qual,

F_I = Forças inerciais;

F_D = Forças de amortecimento;

F_E = Forças elásticas; e

R = Resultante das forças aplicadas.

A equação do equilíbrio acima aplicada para os vários elementos finitos da estrutura assume a seguinte forma matricial,

$$[M] \left\{ \ddot{u} \right\} + [C] \left\{ \dot{u} \right\} + [K] \{u\} = \{F\}$$

na qual,

[M] = matriz de massa;

[C] = matriz de amortecimento;

[K] = matriz de rigidez;

$\{\ddot{\mathbf{u}}\}$ = vetor aceleração;

$\{\dot{\mathbf{u}}\}$ = vetor velocidade;

$\{\mathbf{u}\}$ = vetor deslocamento; e

$\{\mathbf{F}\}$ = vetor de forças aplicadas.

Na análise estática, a equação matricial acima se reduz a $[\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{F}\}$, uma vez que as forças de inércia e de amortecimento são desprezíveis em condições de baixa velocidade e aceleração. Porém em uma análise dinâmica não linear as matrizes de rigidez, de massa e de amortecimento da estrutura são dependentes do deslocamento e de suas derivadas.

Desta forma para estruturas complexas, onde as matrizes envolvidas são de ordem muito alta, a solução da equação acima é feita por métodos de integração direta no tempo. Entre os métodos de integração direta no tempo estão os métodos explícitos e os métodos implícitos.

Segundo Sánches (2001), a integração no tempo é feita por intervalos de tempo que, pela velocidade, transformam-se em incrementos de deslocamentos. Em situações de colisão, onde é interessante considerar plasticidade e contato, as análises consideram os incrementos de deslocamento, no qual a cada passo da integração no tempo, acha-se o incremento de deslocamento da estrutura necessário aos cálculos de tensões e deformações.

O Cosmos Works, programa de elementos finitos, inicialmente utilizado é elaborado em ambiente Windows e não transmite aos usuários muitas dificuldades em seu manuseio. Utiliza método de integração explícita no tempo, onde a determinação da solução do deslocamento em um dado instante é baseada nos deslocamentos dos instantes anteriores (Guia do Usuário Cosmos Works, 2007).

Para realização das análises utilizando CosmosWorks deve-se ajustar o tipo de estudo, as propriedades mecânicas do material, parâmetros associados ao carregamento e ao grau de restrição atuante na estrutura e dados para geração da

malha (discretização da estrutura). Para discretização da estrutura, o CosmosWorks fornece duas opções para escolha do elemento finito: o elemento sólido tetraédrico e o elemento de casca triangular. Tanto o elemento sólido tetraédrico quanto o elemento de casca triangular podem ser de primeira ordem (elemento linear) ou de segunda ordem (elemento parabólico) (Guia do Usuário CosmosWorks, 2007). Na Figura 32(a) e 32(b) é representado os tipos de elementos possíveis de serem utilizados pelo Cosmos Works.

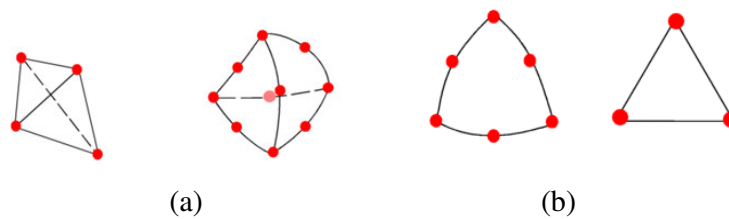


Figura 32(a), (b) – Elementos sólidos linear e parabólico. Elementos de casca linear e parabólico. Fonte: Guia do Usuário CosmosWorks, 2007.

Os elementos parabólicos quando comparados com os elementos lineares fornecem análises com melhor resultado, pois representam mais adequadamente os detalhes curvos das estruturas. Porém estes elementos exigem mais recursos computacionais do que os elementos lineares.

A escolha do tipo de malha a ser utilizada na análise determina o elemento a ser escolhido. Elementos de primeira ordem são utilizados em malhas de qualidade mais baixa (menos refinada) enquanto elementos de segunda ordem são utilizados em malha de alta qualidade que necessitam de maior tempo para convergência.

Neste trabalho foram realizadas análises com malha constituída por elementos sólidos lineares de 1ª. ordem, devido ao objetivo de conhecer preliminarmente o comportamento da estrutura submetida ao carregamento dinâmico.

O CosmosWorks fornece bons resultados para análises estáticas em estruturas simples e para análises de estruturas submetidas a queda livre, porém para carregamentos dinâmicos mais complexos tais como colisão entre corpos rígidos possui algumas limitações que serão expostas a seguir:

- Como o valor do carregamento na análise dinâmica é variável, não se tem uma boa qualidade na resposta, pois o carregamento em função do tempo é um dado de entrada no ajuste do parâmetro da análise;
- Em situações de colisão entre objetos e/ou veículos, na qual se observa estruturas de materiais diferentes envolvidos não se consegue modelar o contato entre as estruturas assim como as propriedades dos materiais envolvidos; e
- Para melhorar a convergência, são necessários incrementos de tempo extremamente pequenos, o que torna a análise muito demorada.

O Ansys LS-Dyna é um programa bastante utilizado nas análises numéricas de carregamento dinâmico. Utiliza o método implícito de integração direta no tempo, ou seja, a determinação da solução dos deslocamentos é realizada a partir da condição de equilíbrio no próprio instante.

O processo de modelagem do carregamento dinâmico oriundo de uma colisão é feito através de uma rotina implementada por meio de um arquivo de texto com comandos específicos que é executada pelos códigos do programa. Nesta rotina deve apresentar a especificação dos parâmetros necessários à análise tais como:

- Informações de massa e volume das partes envolvidas na colisão, assim como a especificação do tipo e tamanho do elemento a ser utilizado para processo de geração da malha do modelo;
- Definição do modelo constitutivo do material das partes envolvidas na colisão. As equações constitutivas que representam o comportamento do material estão implícitas na biblioteca do programa;
- Especificação de parâmetros relacionados ao carregamento e ao grau de restrição submetido a estrutura de interesse na análise. Em situações de colisão o carregamento é modelado através da velocidade de impacto;
- Definição do modelo de contato entre as partes envolvidas na colisão.

No Apêndice A segue a rotina utilizada para simulação do impacto assim como o modelo numérico submetido à estrutura de interesse deste trabalho.

Para discretização da estrutura (geração de malha) há a necessidade de se escolher o tipo de elemento para a análise estrutural desejada. O Ansys LS-Dyna

possui uma vasta biblioteca de elementos o que permite escolher o tipo de elemento mais adequado para a análise. Entre os elementos encontrados no Guia do Usuário Ansys pode-se citar o **shell 163**, utilizado para simulações de estruturas formadas por chapas de pequena espessura e também os da família **solid** que permitem simulações de estruturas sólidas delgadas. Nas simulações em LS-Dyna deste trabalho utilizou-se o elemento solid 164 mostrado na Figura 33. Este elemento é adequado somente para análise dinâmico explícitas.

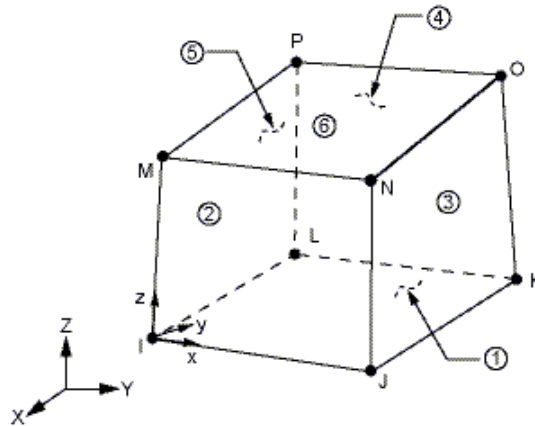


Figura 33 – Elemento solid 164 do LS-Dyna. Fonte: Guia do Usuário Ansys.

As análises dinâmicas realizadas pelo LS-Dyna tem as seguintes vantagens em relação ao programa Cosmos Works:

- A rotina a ser executada pelo programa não necessita ter informações sobre o valor do carregamento dinâmico, o que assegura melhores resultados já que o carregamento dinâmico variável vai ser conhecido ao final da análise; e
- Mesmo apresentando uma análise de maior duração, o programa apresenta convergência independente do incremento de tempo especificado (Sánchez, 2001).

Devido ao exposto anteriormente, verifica-se que o programa LS-Dyna é muito mais adequado a análises dinâmicas oriundas de impacto entre estruturas do que o CosmosWorks.

2.7 Análise de Similaridade

O estudo da resposta dinâmica de estruturas é de uma enorme complexidade devido à existência de não linearidades relacionadas ao carregamento e ao material, que refletem em um difícil equacionamento matemático. Devido a este fato não é possível se obter a resolução das equações somente através de forma analítica. Nestes casos com auxílio de bons recursos computacionais pode se obter uma solução por meio numérico.

Uma alternativa ao método numérico é o experimental com uso de modelos para se compreender melhor o comportamento do protótipo. O protótipo é o sistema físico de interesse que às vezes não pode ser reproduzido para o experimento devido a limitações relacionadas a instalações físicas e/ou recursos tecnológicos e financeiros. Por esta razão recorre-se ao uso de modelos similares em escala, geralmente em escala reduzida. Entre as áreas de bastante interesse na utilização desta técnica, pode-se citar a de colisão veicular, na qual normalmente os custos para a realização de um experimento com veículos em tamanho natural são bem elevados.

Um modelo é dito similar quando é muito parecido, porém não idêntico, com o protótipo (YOUNG, 1971). A partir da teoria da similaridade pode-se prever o comportamento do protótipo com a análise dos resultados experimentais feitos com modelos em escala (BAKER, 1971). Dois sistemas são similares quando seus parâmetros estão relacionados por um fator constante, λ , tornando os sistemas considerados, modelo e protótipo, correspondentes. Assim:

$$\text{Fator de Escala } (\lambda) = \text{parâmetro do modelo} / \text{parâmetro do protótipo}$$

Para uma similaridade completa entre os sistemas, estes devem atender as seguintes condições (BAKER, 1971):

- **Similaridade geométrica**, que consiste na semelhança de forma entre os sistemas. Além da similaridade de forma, todas as respectivas dimensões do modelo e do protótipo devem estar relacionadas por um único fator de escala (λ_L) constante,

$$\lambda_l = \frac{L_{\text{modelo}}}{L_{\text{protótipo}}}$$

na qual,

λ_l = fator de escala geométrico;

L_{modelo} = dado geométrico do modelo; e

$L_{\text{protótipo}}$ = dado geométrico do protótipo.

- **Similaridade cinemática**, isto é, se os pontos respectivos do modelo e do protótipo descrevem trajetórias semelhantes, então todos os parâmetros relacionados à cinemática tais como velocidade e aceleração também são similares desde que se relacionem por um fator de escala, λ_v e λ_a , constante, dados respectivamente por

$$\lambda_v = \frac{\lambda_l}{\lambda_t}$$

na qual,

λ_v = fator de escala de velocidade;

λ_l = fator de escala geométrico; e

λ_t = fator de escala do tempo, definido por $\frac{t_m}{t_p} = \frac{\text{Tempo}_{\text{modelo}}}{\text{Tempo}_{\text{protótipo}}}$

$$\lambda_a = \frac{\lambda_l}{\lambda_t^2}$$

na qual,

λ_a = fator de escala de aceleração;

λ_l = fator de escala geométrico; e

λ_t = fator de escala do tempo.

- **Similaridade dinâmica**, ou seja, quando as forças desenvolvidas nos sistemas são correspondentes (possuem a mesma direção e sentido) e estão relacionadas por um fator de escala constante (λ_F), o modelo e o protótipo são dinamicamente similares. Assim como a similaridade cinemática, a similaridade dinâmica pode

ser obtida através da correlação entre a similaridade geométrica e a cinemática. Assim a partir da 2.^a lei de Newton, tem-se:

$$\lambda_F = \lambda_m \times \lambda_a = \lambda_m \times \frac{\lambda_l}{\lambda_l^2},$$

na qual,

λ_F = fator de escala dinâmico; e

λ_m = fator de escala para massa, definido por $\frac{m_m}{m_p} = \frac{Massa_{modelo}}{Massa_{protótipo}}$

Além dos parâmetros dinâmicos estarem relacionados por um fator de escala constante, a similaridade dinâmica entre dois sistemas só existe se antes de qualquer coisa houver similaridade geométrica e cinemática.

O valor do fator de escala λ determina se o modelo em estudo será reduzido ou ampliado, independente do tipo de similaridade em questão. Para valor menor que a unidade, tem-se modelo reduzido enquanto que para valor maior que a unidade, tem-se modelo ampliado. Normalmente em se tratando de estudos experimentais, trabalha-se com modelos em escala reduzida devido a restrições ligadas a espaço físico e recursos financeiros para montagem das instalações experimentais (HOLMES, 1991).

O propósito do estudo com modelos similares é obter resultados que possam ser estendidos ao protótipo em escala natural, ou seja, escala 1:1 para determinação do comportamento quando exposto ao fenômeno em questão. Desta forma é possível prever a resposta do protótipo mesmo sem a realização de experimentos no mesmo (YOUNG, 1971).

A teoria similaridade direta permite obter as relações existentes entre as diversas variáveis do modelo e o protótipo a partir do fator de escala geométrico (λ_l). A relação entre massa do modelo e do protótipo pode ser obtida pela definição de massa específica representada pela equação $\rho = \frac{m}{v}$, na qual,

ρ = massa específica [kg/m³];

m = massa [kg]; e

v = volume [m³].

Então, $m = \rho v$ e desta forma tem-se que a relação entre a massa do modelo e do protótipo pode ser estabelecida por:

$$\lambda_m = \frac{m_m}{m_p} = \frac{\rho_m v_m}{\rho_p v_p}$$

Como neste tipo de estudo costuma-se ter o modelo construído com o mesmo material do protótipo, tem-se $\rho_m = \rho_p$ e então a equação acima se torna:

$$\lambda_m = \frac{m_m}{m_p} = \frac{v_m}{v_p}$$

$$\lambda_m = \frac{L_{1m}}{L_{1p}} \times \frac{L_{2m}}{L_{2p}} \times \frac{L_{3m}}{L_{3p}}$$

$$\lambda_m = \lambda_{l1} \times \lambda_{l2} \times \lambda_{l3}$$

nas quais,

m_m = massa do modelo;

m_p = massa do protótipo;

ρ_m = massa específica do modelo;

ρ_p = massa específica do protótipo;

v_m = volume do modelo;

v_p = volume do protótipo;

L_m = comprimento linear do modelo;

L_p = comprimento linear do protótipo;

λ_{l1} = fator de escala geométrico associado ao comprimento;

λ_{l2} = fator de escala geométrico associado a largura; e

λ_{l3} = fator de escala geométrico associado a altura.

Considerando que $\lambda_{l1} = \lambda_{l2} = \lambda_{l3} = \lambda_l$ e por comparação da equação acima com a relação que define o fator de escala geométrico percebe-se que as massas do modelo e do protótipo são relacionadas pelo cubo do fator de escala geométrico (λ_l).

$$\frac{m_m}{m_p} = \lambda_l \times \lambda_l \times \lambda_l = \lambda_l^3$$

$$\lambda_m = \lambda_l^3$$

As deformações no regime elástico no modelo e no protótipo causadas pelo carregamento podem ser relacionadas por:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}$$

na qual,

ε = Deformação (%);

δ = Deslocamento (m); e

L = Comprimento inicial (m).

Como o deslocamento e o comprimento estão relacionados com a geometria, tem-se: $\frac{\delta_m}{\delta_p} = \frac{L_m}{L_p} = \lambda_l$. A partir desta equação tem-se que a deformação do modelo é:

$$\varepsilon_m = \frac{\delta_m}{L_m} = \frac{\lambda \delta_p}{\lambda L_p}$$

$$\varepsilon_m = \frac{\lambda_l \delta_p}{\lambda_l L_p}$$

$$\varepsilon_m = \varepsilon_p$$

$$\lambda_\varepsilon = 1$$

A partir do exposto acima se conclui que a deformação no modelo é igual ao do protótipo, ou seja, independe da escala. A partir do raciocínio exposto acima também se conclui que as tensões na fase elástica, que obedecem a Lei de Hooke ($\sigma = \varepsilon E$), são iguais tanto no modelo quanto no protótipo.

$$\sigma_m = \sigma_p$$

$$\lambda_\sigma = 1$$

Durante um impacto, há necessidade que a estrutura volte ao equilíbrio. Enquanto isso não acontece, há a propagação de ondas elasto-plásticas a uma determinada velocidade (C) dada por,

$$C = \left(\frac{E}{\rho} \right)^{1/2}$$

na qual,

C = velocidade de propagação da onda;

E = módulo de elasticidade do material; e

ρ = massa específica do material.

Supondo que a princípio, a massa específica e o módulo de elasticidade do material do modelo e do protótipo são iguais, a relação entre a velocidade de propagação do modelo e do protótipo é dada por,

$$\frac{C_m}{C_p} = \frac{(E_m/\rho_m)^{1/2}}{(E_p/\rho_p)^{1/2}}$$

$$C_m = C_p$$

Analisando a equação acima se conclui que a velocidade de propagação de onda do modelo é igual ao do protótipo. Desta forma,

$$\lambda_c = \frac{C_m}{C_p} = 1$$

O tempo para propagação em uma determinada distância das ondas elasto-plásticas é dada por,

$$t = \frac{L}{C}$$

na qual a distância L percorrida pela onda relaciona-se com a geometria. Então a relação entre o tempo de propagação no modelo e no protótipo é dada por,

$$\frac{t_m}{t_p} = \frac{L_m / C_m}{L_p / C_p} = \frac{L_m}{C_m} \times \frac{C_p}{L_p}$$

Como a velocidade de propagação do modelo é igual ao do protótipo o fator de escala do tempo de propagação de onda (λ_t) é igual ao fator de escala geométrica (λ_l). Então,

$$\begin{aligned} \frac{t_m}{t_p} &= \lambda_t \therefore t_m = \lambda_t t_p \\ \lambda_t &= \lambda_l \end{aligned}$$

Pela equação acima se verifica que o tempo para propagação das ondas no modelo não é igual ao do protótipo, pois está escalonado do fator de escala geométrico.

A velocidade média (V) desenvolvida por um sistema em movimento retilíneo é definida pela variação da distância percorrida (deslocamento δ) em um intervalo de tempo (t). Então:

$$V = \frac{\delta}{t}$$

O fator de escala entre as velocidades de movimento no modelo (V_m) e no protótipo (V_p) estão relacionadas por:

$$\begin{aligned} \frac{V_m}{V_p} &= \frac{\delta_m / t_m}{\delta_p / t_p} = \frac{\delta_m}{t_m} \times \frac{t_p}{\delta_p} \\ \frac{V_m}{V_p} &= \lambda_l \times \frac{1}{\lambda_l} \\ \lambda_v &= 1 \end{aligned}$$

na qual pode-se ver pelas equações acima que o fator de escala da velocidade de movimento é igual a unidade, ou seja a velocidade no modelo é igual a velocidade no protótipo.

Como mencionado anteriormente, a taxa de deformação ($\dot{\epsilon}$) imposta no carregamento influencia bastante o comportamento de uma estrutura submetida a

impacto. Assim a velocidade e a taxa de deformação no modelo e no protótipo estão relacionadas por:

$$\frac{\dot{\varepsilon}_m}{\dot{\varepsilon}_p} = \frac{V_m/L_m}{V_p/L_p} = \frac{V_m}{V_p} \cdot \frac{L_p}{L_m}$$

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{\lambda_l} \times \dot{\varepsilon}_p$$

Na equação acima se verifica que a relação entre as taxas de deformação do modelo e do protótipo (λ_ε) é igual ao inverso do fator de escala geométrico (λ_l), pois as velocidades do modelo e do protótipo são iguais. Assim,

$$\lambda_\varepsilon = \frac{1}{\lambda_l}$$

A relação entre as acelerações do modelo e protótipo é dada por:

$$\frac{a_m}{a_p} = \frac{V_m/t_m}{V_p/t_p} = \frac{V_m}{V_p} \cdot \frac{t_p}{t_m} = \frac{1}{\lambda}$$

$$a_m = \frac{1}{\lambda_l} \cdot a_p$$

$$\lambda_a = \frac{1}{\lambda_l}$$

Em situações nas quais se deseja verificar energia potencial gravitacional, então

$$E = m \times g \times h$$

A relação entre as energias potenciais gravitacionais (E) do modelo e do protótipo pode ser dada por:

$$\frac{E_m}{E_p} = \frac{m_m}{m_p} \times \frac{g_m}{g_p} \times \frac{h_m}{h_p}$$

$$\frac{E_m}{E_p} = \lambda_l^3 \times \frac{1}{\lambda_l} \times \lambda_l$$

$$\lambda_E = \lambda_l^3$$

Em se tratando de colisões veiculares é conveniente saber a relação entre as energias cinéticas do modelo e do protótipo. A energia cinética é definida por:

$$E_c = \frac{mV^2}{2}$$

Sendo assim o fator de escala para energia cinética é dado por:

$$E_c = \frac{m_m}{m_p} \times \left(\frac{V_m}{V_p} \right)^2$$

$$E_c = \lambda_m \times 1$$

$$E_c = \lambda_l^3$$

A partir da análise das equações acima se conclui que o fator de escala da energia cinética e potencial gravitacional é igual ao cubo do fator de escala geométrico, ou seja, o fator de escala da energia é igual ao fator de escala da massa. Assim,

$$\lambda_E = \lambda_m$$

A Tabela 4 resume as principais relações para uma estrutura submetida a um carregamento dinâmico.

Variável	Fator de Escala	Variável	Fator de Escala
Geometria	λ_l	Tempo de Propagação da Onda	λ_l
Massa	λ_l^3	Velocidade	1
Deformação	λ_l	Taxa de Deformação	$1/\lambda_l$
Tensão	1	Aceleração	$1/\lambda_l$
Velocidade de Propagação de onda	1	Energia	λ_l^3

Tabela 4 – Fatores de escala de variáveis submetidas a cargas dinâmicas segundo teoria da similaridade direta.

Segundo Alves e Oshiro (2006), estruturas submetidas a impacto não obedecem às leis de similaridade direta. Isto ocorre principalmente devido a influência da taxa de deformação no comportamento mecânico do material. Para exemplificar este fato pode-se citar a relação entre as tensões dinâmicas existentes no modelo e no protótipo.

Em casos de colisão veicular a tensão dinâmica (σ_d) pode ser obtida pela equação constitutiva de Cowper-Symonds (Jones, 1997). Então:

$$\sigma_d = \sigma_o \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/p} \right]$$

na qual,

σ_o = Tensão obtida em ensaio de tração estático [MPa];

$\dot{\varepsilon}$ = Taxa de deformação [s^{-1}];

D, p = Constantes experimentais relacionadas ao material

A relação entre as tensões dinâmicas no modelo e no protótipo é dada por:

$$\frac{\sigma_{dm}}{\sigma_{dp}} = \frac{\sigma_{om} \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_m}{D_m} \right)^{1/p_m} \right]}{\sigma_{op} \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{D_p} \right)^{1/p_p} \right]}$$

Supondo que o modelo e o protótipo são construídos com o mesmo material tem-se que as tensões estáticas e as constantes experimentais do material são iguais no modelo e no protótipo. Sendo assim $\sigma_{om} = \sigma_{op}$, $D_m = D_p = D$ e $p_m = p_p = p$. Sabendo que,

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{1}{\lambda_l} \dot{\varepsilon}$$

a relação acima reduz a

$$\frac{\sigma_{dm}}{\sigma_{dp}} = \frac{\left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\lambda_l \times D} \right)^{1/p} \right]}{\left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{D} \right)^{1/p} \right]}$$

A partir do exposto acima se conclui que a tensão dinâmica no modelo não é igual ao do protótipo, contrariando assim o fator de escala para tensão mencionado na Tabela 4. Como a tensão dinâmica depende da taxa de deformação, o uso de modelos escalonados para previsão do comportamento do protótipo faz a tensão dinâmica ser também dependente do fator de escala, ou seja, nessa condição a tensão dinâmica é função da taxa de deformação e também do fator de escala.

$$\sigma_d = f\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\lambda}\right)$$

Para se prever o comportamento do protótipo a partir de um modelo não se deve utilizar os fatores de escala mencionados na Tabela 4, e sim fatores de escala obtidos para cada uma das variáveis em estudo que levam consideração a taxa de deformação.

Para que se conheça o comportamento do protótipo a partir do modelo deve-se estabelecer uma relação entre os sistemas que deve atender aos requisitos de similaridade já mencionados, a começar pela similaridade geométrica (Carneiro, 1996). Um dos métodos de se estabelecer esta relação é através da **análise dimensional** das variáveis que descrevem o fenômeno físico de interesse e que possuem unidades de medida fixa, utilizando a classificação adotada para tais unidades, em unidades primárias e unidades secundárias, para qualquer sistema de unidades adotado.

As unidades primárias são as existentes em qualquer sistema de unidade escolhido. Normalmente na área da engenharia mecânica, as unidades primárias usadas são o comprimento (L), massa (M) e o tempo (T). Já as unidades secundárias, também chamadas de derivadas, são todas as outras formadas a partir das unidades primárias, através de expressões chamadas dimensão. Pode-se

mostrar que qualquer grandeza secundária, S_i , pode ser expressa, na forma de um produto entre grandezas primárias (Young, 1971):

$$S_i = L^a \times T^b \times M^c \times X^d \times Y^e,$$

na qual X e Y são outras grandezas físicas primárias. A Tabela 5 apresenta exemplos de grandezas físicas secundárias com suas respectivas dimensões e unidades.

Grandeza Física	Dimensão	Unidade no Sistema Internacional
Área (A)	L^2	m^2
Volume (V)	L^3	m^3
Velocidade (v)	LT^{-1}	m/s
Aceleração (a)	LT^{-2}	m/s^2
Tensão (σ)	$MT^{-2}L^{-1}$	N/m^2

Tabela 5 – Exemplos de unidades secundárias com suas respectivas dimensões.

Após análise dimensional das variáveis de influência no fenômeno de interesse deve-se realizar um procedimento para se estabelecer o comportamento das variáveis em um modelo em escala por meio do **Teorema de Pi (π) ou de Buckingham**.

A descrição de um problema físico envolve variáveis que dependendo da quantidade pode dificultar a observação e compreensão do fenômeno. Uma quantidade de produtos adimensionais entre estas variáveis pode ser formada através de uma combinação entre as variáveis da seguinte forma:

$$u_1^{x_1} \times u_2^{x_2} \times u_3^{x_3} \times \dots \times u_n^{x_n}$$

na qual u_1, u_2 , etc. são as variáveis e x_1, x_2, x_3 , etc. são os expoentes que devem ser escolhidos para que o produto entre as variáveis seja adimensional (Young, 1971). Assim representando as variáveis em função de suas grandezas primárias, tem-se, o produto das variáveis:

$$\left(L^{a_1} \times T^{b_1} \times M^{c_1} \times X^{d_1} \times Y^{e_1}\right)^{x_1} \times \left(L^{a_2} \times T^{b_2} \times M^{c_2} \times X^{d_2} \times Y^{e_2}\right)^{x_2} \times \dots \times \left(L^{a_n} \times T^{b_n} \times M^{c_n} \times X^{d_n} \times Y^{e_n}\right)^{x_n}$$

Para descobrir o valor dos expoentes deve-se construir uma matriz, considerando cada uma das unidades envolvidas no produto das variáveis, ou seja, a matriz conhecida como matriz dimensional é do tipo:

$$L: a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = 0$$

$$M: b_1x_1 + b_2x_2 + \dots + b_nx_n = 0$$

$$T: c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = 0$$

$$X: d_1x_1 + d_2x_2 + \dots + d_nx_n = 0$$

$$Y: e_1x_1 + e_2x_2 + \dots + e_nx_n = 0$$

A quantidade de equações dependerá do número de grandezas primárias no produto de variáveis. Considerando que há m equações e k incógnitas (x_1, x_2, \dots) pela teoria da Álgebra Linear, sabe-se que a matriz possui $(k - \tau)$ soluções linearmente independentes, onde τ é o posto da matriz dos coeficientes. Desta forma o número de produtos adimensionais independentes a ser formado é igual ao número de variáveis do problema, k , menos o posto da matriz τ . Uma vez que um conjunto completo de produtos adimensionais é encontrado, todas as outras possíveis combinações adimensionais pode ser formada. Assim o mencionado Teorema Pi de Buckingham estabelece que se uma equação com k variáveis é dimensionalmente homogênea, esta pode ser reduzida a um relacionamento entre $k - \tau$ produtos adimensionais independentes, onde τ é o posto da matriz dimensional.

Então o Teorema Pi de Buckingham transforma o conjunto total de variáveis dimensionais em um conjunto menor de termos sem dimensão (adimensionais) denominados Pi termos (BAKER, 1991). A redução da quantidade de variáveis importantes ao fenômeno para uma quantidade menor de números adimensionais conhecidos por Pi termos facilita a compreensão do problema.

Como mencionado os fatores de escala obtidos pela similaridade direta não podem ser aplicados em estruturas submetidas a impacto devido à taxa de deformação. Neste caso deve-se então obter novos fatores de escala que leve em

consideração a taxa de deformação a partir da nova relação entre as velocidades do modelo e do protótipo ($V_m / V_p \neq 1$).

A princípio para determinação dos fatores de escala corrigidos pelo efeito da taxa de deformação deve ser determinar uma base mais adequada utilizando-se variáveis importantes ao entendimento do fenômeno impacto (Nóbrega, 2009). Uma base conveniente para esta análise é composta pela massa de impacto (G), tensão dinâmica (σ_d) e velocidade de impacto (V_0). Justifica-se a escolha desta base pelos seguintes aspectos:

- A velocidade de impacto é uma variável bastante significativa para o fenômeno, por isso a opção de se alterar a relação desta variável existente no modelo e no protótipo;
- A influência da taxa de deformação afeta diretamente a tensão dinâmica no material; e
- A massa de impacto também é bastante significativa no fenômeno, por isso adota-se esta variável para completar a base.

Com Teorema Pi de Buckingham, de acordo com Carneiro (1996), uma grandeza secundária pode ser expressa por um produto de grandezas, consideradas primárias na base escolhida para o fenômeno, que neste caso é impacto. Sendo assim, a taxa de deformação, pode ser expressa por:

$$\dot{\varepsilon} = V_0^a \times \sigma_d^b \times G^c$$

Escrevendo a equação acima usando as dimensões das grandezas envolvidas tem-se:

$$T^{-1} = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Construindo a matriz dimensional considerando todas as dimensões envolvidas e resolvendo o sistema de equações tem-se que: $a = 1/3$, $b = 1/3$ e $c=1/3$. Sendo assim, a taxa de deformação é:

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} &= V_o^{1/3} \times \sigma_d^{1/3} \times G^{-1/3} \\ \dot{\varepsilon} &= \left(\frac{V_o \cdot \sigma_d}{G} \right)^{1/3}\end{aligned}$$

O tempo na base para o impacto é expresso por:

$$T = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c$$

na qual,

$$T^1 = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Resolvendo o sistema de equações obtidas pela matriz dimensional verifica-se que $a = -1/3$, $b = -1/3$ e $c = 1/3$. Então:

$$\begin{aligned}T &= V_o^{-1/3} \times \sigma_d^{-1/3} \times G^{1/3} \\ T &= \left(\frac{G}{V_o \cdot \sigma_d} \right)^{1/3}\end{aligned}$$

A equação para o deslocamento (δ) da estrutura impactada escrito na base de impacto é

$$\delta = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c$$

na qual,

$$L^1 = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Resolvendo o sistema de equações tem que $a = 2/3$, $b = -1/3$ e $c = 1/3$. Então:

$$\begin{aligned}\delta &= V_o^{2/3} \cdot \sigma_d^{-1/3} \cdot G^{1/3} \\ \delta &= \left(\frac{V_o^2 \cdot G}{\sigma_d} \right)^{1/3}\end{aligned}$$

A aceleração em análises de colisão pode ser escrita em função das outras grandezas primárias na seguinte forma:

$$a = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c$$

$$L^1 \cdot T^{-2} = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Resolvendo o sistema de equações obtidas pela matriz dimensional verifica-se que $a = 4/3$, $b = 1/3$ e $c = -1/3$. Então:

$$a = V_o^{4/3} \cdot \sigma_d^{1/3} \cdot G^{-1/3}$$

$$a = \left(\frac{V_o^4 \times \sigma_d}{G} \right)^{1/3}$$

A variável energia de impacto (E_i) pode ser escrita na base de impacto na seguinte forma:

$$E_i = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c$$

$$MLT^{-2} \cdot L = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Resolvendo o sistema de equações obtidas pela matriz dimensional verifica-se que $a = 2$, $b = 0$ e $c = 1$. Então:

$$E_i = V_o^2 \cdot \sigma_d^0 \cdot G^1$$

$$E_i = V_o^2 \times G$$

A tensão atuante num ponto qualquer da estrutura escrita na base de impacto é

$$\sigma = V_o^a \cdot \sigma_d^b \cdot G^c$$

Escrevendo a equação acima usando as dimensões das grandezas envolvidas tem-se:

$$M^1 \cdot L^{-1} \cdot T^1 = L^a \cdot T^{-a} \cdot M^b \cdot L^{-b} \cdot T^{-2b} \cdot M^c$$

Com a resolução do sistema de equações lineares tem-se que os expoentes da equação acima são $a = 0$, $b = 1$ e $c = 0$. Sendo assim:

$$\sigma = V_o^0 \cdot \sigma_d^1 \cdot G^0$$

$$\sigma = \sigma_d$$

Com o procedimento de Carneiro (1996) definem-se os números adimensionais π_i associados à aceleração, tempo, deslocamento, taxa de deformação, tensão e energia, dados respectivamente por:

$$\pi_1 = \frac{A^3 \times G}{V_o^4 \times \sigma_d}$$

$$\pi_2 = \frac{T^3 \times V_o \times \sigma_d}{G}$$

$$\pi_3 = \frac{\delta^3 \times \sigma_d}{G \times V^2}$$

$$\pi_4 = \dot{\epsilon} \times \left(\frac{G}{V_o \times \sigma_d} \right)^{1/3}$$

$$\pi_5 = \frac{\sigma}{\sigma_d}$$

$$\pi_6 = \frac{E_i}{V_o^2 \times G}$$

Segundo Carneiro (1996), uma completa semelhança física entre protótipo e modelo se dá quando todos os números Pi's tem os mesmos valores tanto no

modelo quanto no protótipo, ou seja, $\pi_m = \pi_p$. Sendo assim estabelecendo a relação entre modelo e protótipo para número adimensional π_3 tem-se:

$$\frac{\pi_{3m}}{\pi_{3p}} = \frac{\delta_m^3 \times \sigma_{dm}}{G_m \times (V_{0m})^2} \times \frac{G_p \times (V_{0p})^2}{\delta_p^3 \times \sigma_{dp}}$$

$$\frac{\pi_{3m}}{\pi_{3p}} = \frac{\delta_m^3}{\delta_p^3} \times \frac{\sigma_{dm}}{\sigma_{dp}} \times \frac{G_p}{G_m} \times \left(\frac{V_{0p}}{V_{0m}} \right)^2$$

$$\frac{\pi_{3m}}{\pi_{3p}} = \lambda_l^3 \times \lambda_{\sigma_d} \times \frac{1}{\lambda_G} \times \frac{1}{(\lambda_{V_0})^2}$$

Conforme mencionado, $\lambda_G = \lambda_l^3$,

$$\frac{\pi_{3m}}{\pi_{3p}} = \frac{\lambda_{\sigma_d}}{(\lambda_{V_0})^2}$$

se $\pi_m = \pi_p$, então,

$$\lambda_{\sigma_d} = \lambda_{V_0}^2$$

$$\lambda_{V_0} = \sqrt{\lambda_{\sigma_d}}$$

Portanto o novo fator de escala da velocidade é a raiz quadrada do fator de escala da tensão dinâmica.

Realizando o mesmo procedimento descrito anteriormente para os outros números adimensionais se estabelece a relação entre os outros fatores de escala com o novo fator de escala de velocidade.

Então relacionado os termos π_1 , tem-se:

$$\frac{\pi_{1m}}{\pi_{1p}} = \frac{\lambda_A \cdot \lambda_G}{\lambda_l^3}$$

$$\lambda_A = \frac{\lambda_{V_0}^2}{\lambda_l}$$

Sendo assim, o fator de escala de aceleração é a razão entre o fator de escala de velocidade ao quadrado e o fator de escala geométrico.

Relacionado os termos π_2 , tem-se:

$$\frac{\pi_{2m}}{\pi_{2p}} = \frac{\lambda_T^3 \cdot \lambda_{\sigma d} \cdot \lambda_{V_0}}{\lambda_G}$$

$$\lambda_T = \frac{\lambda_l}{\lambda_{V_0}}$$

Então, o fator de escala do tempo é uma razão entre o fator de escala geométrico e fator de escala de velocidade.

Relacionado os termos π_4 , tem-se:

$$\frac{\pi_{4m}}{\pi_{4p}} = \lambda_{\varepsilon} \left(\frac{\lambda_G}{\lambda_{\sigma d} \cdot \lambda_{V_0}} \right)^{1/3}$$

$$\lambda_{\varepsilon} = \frac{\lambda_l}{\lambda_T}$$

O fator de escala da taxa de deformação é uma razão entre o fator de escala escala geométrica e o fator de escala de tempo.

Relacionado os termos π_5 , tem-se:

$$\frac{\pi_{5m}}{\pi_{5p}} = \frac{\lambda_{\sigma}}{\lambda_{\sigma d}}$$

$$\lambda_{\sigma} = \lambda_{\sigma d}$$

O valor do fator de escala da tensão real igual ao fator de escala da tensão dinâmica no material.

Relacionado os termos π_6 , tem-se:

$$\frac{\pi_{6m}}{\pi_{6p}} = \frac{E_m}{V_0^2 \times G_m} \times \frac{G_p \times V_0^2 \times p}{E_p}$$

$$\lambda_{E_i} = \lambda_l^3 \times \lambda_{\sigma d}$$

Portanto o fator de escala de energia de impacto é uma relação entre o fator de escala geométrico e o fator de escala de tensão dinâmica.

A Tabela 6 mostra os novos fatores de escala para as variáveis listadas anteriormente obtidos a partir do Teorema de Buckingham na nova base de impacto V_0 - G - σ_d .

Variável	Fator de Escala Corrigido
Tensão Dinâmica	$\lambda_{\sigma_d} = (\lambda_{V_0})^2$
Aceleração	$\lambda_A = (\lambda_{V_0})^2 / \lambda_l$
Tempo	$\lambda_T = \lambda_l / \lambda_{V_0}$
Taxa de Deformação	$\lambda_{\dot{\epsilon}} = \lambda_{V_0} / \lambda_l$
Tensão real	$\lambda_{\sigma} = (\lambda_{V_0})^2$
Energia	$\lambda_E = \lambda_l \times (\lambda_{V_0})^2$

Tabela 6 – Fatores de escala corrigidos.

Vale ressaltar que os fatores de escala corrigidos não são independentes. Observando os valores mencionados na Tabela 6 verifica-se que todos são função do fator de escala da velocidade que se mostra dependente da tensão dinâmica do material. Com o comentário acima se conclui que todos os fatores de escala das variáveis em questão são influenciados pela taxa de deformação.

Para se prever o comportamento de um protótipo em situações de impacto deve-se conhecer o fator de escala da velocidade. Assim tem-se

$$\lambda_{V_0} = \sqrt{\lambda_{\sigma_d}}$$

Como o fator de escala da tensão dinâmica $\lambda_{\sigma_d} = \frac{f(\dot{\epsilon}_m \text{ corrigido})}{f(\dot{\epsilon}_p)}$ e a taxa

de deformação $\dot{\epsilon} = \frac{V_0}{L}$ obtém-se a relação entre a taxa de deformação entre o

modelo corrigido e o não corrigido ($\dot{\epsilon}_m$). Então,

$$\frac{\dot{\varepsilon}_m \text{ corrigido}}{(\dot{\varepsilon}_m)} = \frac{\lambda_{v_0} \times V_0 / L}{V_0 / L}$$

$$\dot{\varepsilon}_m \text{ corrigido} = \lambda_{v_0} \times \dot{\varepsilon}_m$$

A partir do fator de escala corrigido para a taxa de deformação tem-se

$$\lambda_\varepsilon = \frac{\dot{\varepsilon}_m \text{ corrigido}}{\dot{\varepsilon}_p}$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\dot{\varepsilon}_m \text{ corrigido}}{\lambda_\varepsilon}$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\lambda_l \times \dot{\varepsilon}_m \text{ corrigido}}{\lambda_{v_0}}$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\lambda_l}{\lambda_{v_0}} \times \lambda_{v_0} \times \dot{\varepsilon}_m$$

$$\dot{\varepsilon}_p = \lambda_l \times \dot{\varepsilon}_m$$

Desta forma analisando as equações acima tem-se $\lambda_{v_0} = \sqrt{\frac{f(\lambda_{v_0} \dot{\varepsilon}_m)}{f(\lambda_l \times \dot{\varepsilon}_m)}}$.

Sendo assim para estudo da influência da taxa de deformação nos fatores de escala de tensão, velocidade, aceleração, tempo, taxa de deformação e energia deve-se seguir o seguinte procedimento:

1. Escolher a taxa de deformação para estudo;

2. Calcular o fator de escala de tensão por $\lambda_{\sigma_d} = \frac{1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\lambda_l \times D} \right)^{1/p}}{1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{D} \right)^{1/p}}$;

3. Calcular o fator de escala de velocidade por $(\lambda_{v_0})^2 = \lambda_{\sigma_d}$; e

4. Calcular os outros fatores de escala de interesse a partir das equações mencionadas na Tabela 6.

Em Nóbrega (2009), encontra-se um exemplo com a finalidade de se aplicar as equações deduzidas anteriormente. Considere que foi fixado na extremidade de uma máquina de ensaio Charpy um componente veicular ou um *chassi* em escala, conforme mostrado na Figura 34. O ensaio é executado liberando o corpo da posição 1 até atingir a posição 2.

Para o caso em estudo são adotadas as seguintes hipóteses:

- ✓ A velocidade é horizontal e linear na posição 2.
- ✓ A escala geométrica é $\lambda_1 = 1/4$
- ✓ O material da estrutura é de aço médio carbono, com $D = 40,4$ e $p = 5$, tanto para o modelo, quanto para o protótipo.
- ✓ Três diferentes taxas de deformação ($\dot{\epsilon}$) foram consideradas para simulação: 0,0004, 8,7 e 208,8.

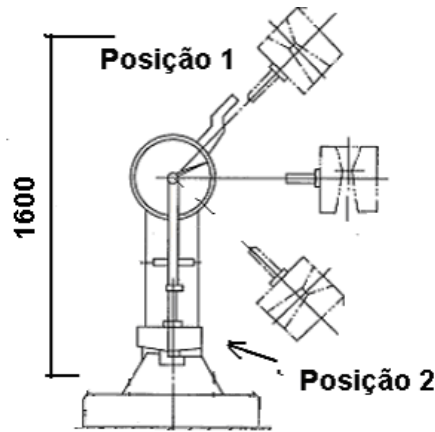


Figura 34 - Esquema de ensaio de impacto tipo Charpy de componente veicular.

Aplicando o princípio de conservação de energia, tem-se:

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

então

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 5,6 \text{ m/s}$$

e portanto a velocidade máxima em que o componente passa pela posição 2 é de 5,6 m/s.

A Tabela 7 apresenta a influência da taxa de deformação nos fatores de escala de tensão dinâmica, velocidade, aceleração, tempo, taxa de deformação e energia junto com o erro obtido para análises por similaridade de situações dinâmicas desconsiderando o efeito da taxa de deformação.

Taxa de Deformação (s^{-1})	Fatores de Escala Corrigidos					
	λ_{σ_d}	λ_v	λ_A	λ_T	$\lambda_{\dot{\epsilon}}$	λ_{E_i}
0,0004	1,029	1,014	4,113	0,247	4,049	0,016
8,7	1,135	1,065	4,534	0,235	4,255	0,018
208,8	1,186	1,089	4,744	0,230	4,348	0,019
Erro (%)	15,26	7,40	15,34	6,88	7,38	18,75

Tabela 7: Influência da taxa de deformação nos fatores de escalas corrigidos.

Como mencionado a análise de estruturas em escala submetidas a impacto não é feita por similaridade direta utilizando os fatores da Tabela 4. A Tabela 8 mostra os fatores de escala pela similaridade direta e comparando-os com os valores da Tabela 7 verifica-se que eles não são iguais.

Variável	Fator de Escala $\lambda_l = 1/4$ (Similaridade direta)	Fator de Escala ($\dot{\epsilon} = 0,0004$)	Fator de Escala ($\dot{\epsilon} = 208,8$)
Tensão dinâmica (σ_d)	1	1,029	1,186
Velocidade (V_0)	1	1,014	1,089
Aceleração (A)	4	4,113	4,744
Tempo (T)	0,25	0,247	0,230
Taxa de Deformação ($\dot{\epsilon}$)	4	4,049	4,348
Energia (E)	0,016	0,016	0,019

Tabela 8: Comparação entre fatores de escala.

Como os fatores de escala dependem da taxa de deformação, as análises por similaridade de carregamentos dinâmicos (altas taxas de deformação) realizadas com fatores de escala associados à condição estática apresentam erro significativo definido por:

$$\%Erro = \left(\frac{X - X_{ref}}{X_{ref}} \right) \times 100$$

Pela equação para cálculo do erro e utilizando os fatores de escala da Tabela 8 verifica-se que erro associado ao fator de escala de velocidade (λ_v) para taxa de deformação de $208,8 \text{ s}^{-1}$ é de $7,4\%$ quando comparado com o fator de escala para taxa de deformação referencial de $0,0004 \text{ s}^{-1}$. O cálculo abaixo demonstra o comentário acima.

$$\%Erro = \left(\frac{1,089 - 1,014}{1,014} \right) \times 100$$

$$\%Erro = 7,40$$

A partir do procedimento mencionado acima se obtém o erro associado ao fator de escala de energia envolvida no impacto de $18,75\%$.

Segundo a similaridade direta a velocidade do modelo é igual ao do protótipo, porém é observado no exemplo que a velocidade do protótipo é menor. Para uma taxa de deformação de $208,8 \text{ s}^{-1}$ tem-se:

$$\lambda_v = \frac{V_m}{V_p}$$

$$1,089 = \frac{5,6}{V_p}$$

$$V_p = 5,1 \text{ m/s}$$

Pela análise da Tabela 7 conclui-se que a escala entre modelo e protótipo não é apenas geométrica ou cinemática. Assim é necessário conhecer o comportamento dinâmico do material, quando está sujeito a taxas de deformações distintas, como o caso de uma colisão veicular e/ou reconstituição de acidentes, para estabelecer a correta relação entre os resultados obtidos no modelo em escala com aqueles de interesse no sistema real.