

2 REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Uma falha é normalmente o resultado de erros no projeto, da presença de impurezas, de inclusões ou defeitos no material, da deterioração com o tempo e da utilização equivocada dos elementos como sobrecargas, colisões e falta de manutenção (Cetlin et al., 1978). Geralmente o processo de falha começa com a geração e posterior propagação de pequenas trincas ou fissuras que podem ter sua origem na superfície das faces ou na microestrutura interna do material. Este processo gradual e estável é chamado de trincamento ou fissuração (Castro & Meggiolaro, 2007), e pode levar a elemento a se quebrar em duas ou mais partes, o que é denominado fratura.

A mecânica da fratura junto com a mecânica de dano contínuo têm por objetivo o estudo do comportamento dos materiais sob o efeito de processos de falha principalmente produzidos por fissuras ou microfissuras, para estabelecer (Castro & Meggiolaro, 2007):

- A influência que há na resistência dos materiais.
- A distribuição de tensões e deformações sob carregamentos externos.
- A máxima carga que uma estrutura trincada pode suportar em condições de serviço.
- O tamanho crítico da trinca.
- A taxa de propagação de fissuras.
- A vida residual das estruturas trincadas sob cargas reais de serviço.

Kirsh em 1898 resolveu o problema das tensões no bordo de um furo circular em uma placa infinita sob carregamento de tração. Assim, definiu que as tensões no ponto de interseção do eixo y com o contorno do furo são três vezes maiores que a tensão nominal aplicada, e além disso, o corpo submetido a cargas de tração gera pequenas tensões compressivas na região próxima ao eixo x . A Figura 1 mostra a distribuição de tensões tangenciais no bordo do furo com um esquema da placa e o sistema de coordenadas utilizado por Kirsh.

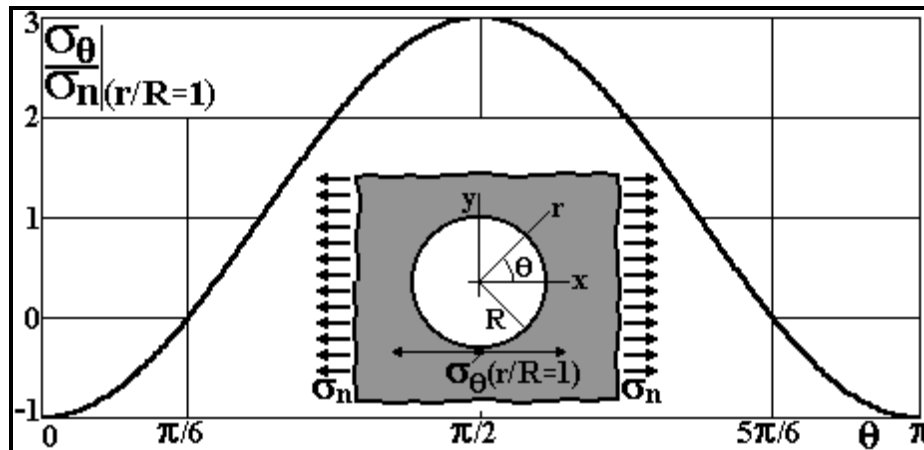


Figura 1-Distribuição de tensões tangenciais ao longo da borda do furo de Kirsh (Castro & Meggiolaro, 2007).

Em 1913, C. E. Inglis realizou ensaios de tração em placas com orifícios elípticos para analisar as tensões provocadas no contorno do furo. Desta forma, estabeleceu que as tensões no semi-eixo maior da elipse como mostra a Figura 2 tinham os valores mais altos no contorno e que a ruptura se caracteriza por o comprimento do orifício e do raio de curvatura do vértice, e não a forma do furo.

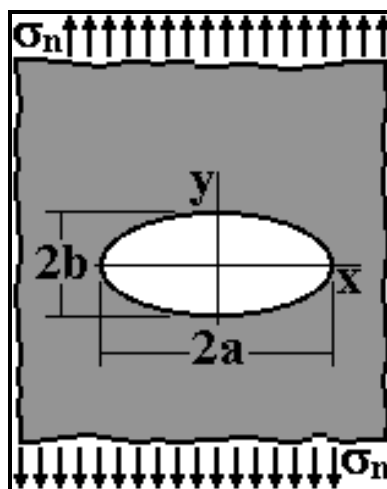


Figura 2-Esquema do modelo estudado por Inglis em 1913 (Castro & Meggiolaro, 2007).

Anos depois em 1920, A.A. Griffith ensaiou placas de vidro com fissuras induzidas em ensaios de tração, aplicando a carga em sentido perpendicular ao comprimento da trinca. Assim determinou que as tensões no começo e ao final da trinca tinham os valores mais elevados e que o vidro era debilitado significativamente. Com estes dados definiu que para que uma trinca crescesse, era necessário que a energia potencial do sistema fosse suficiente para criar uma nova superfície de ruptura, i.e, que a fratura será instável quando a energia

de deformação liberada for maior que a necessária para criar uma nova superfície de falha.

Em 1957, G. R Irwin, propôs os fatores de intensidade de tensões para representar a magnitude da intensificação da tensão na região da ponta da trinca, e definiu o efeito da introdução de uma fissura num elemento, estabelecendo o princípio de similitude que indica que se duas trincas diferentes em corpos diferentes, sob cargas diferentes, com modos de deslocamento iguais e com deformações elásticas, possuem o mesmo valor do K_C já que têm o mesmo campo de tensões (Velásquez, 2004). Os fatores de intensidade de tensões são calculados para cada um dos tipos de modos de deslocamento da superfície de fratura, como é mostrado na Figura 3.

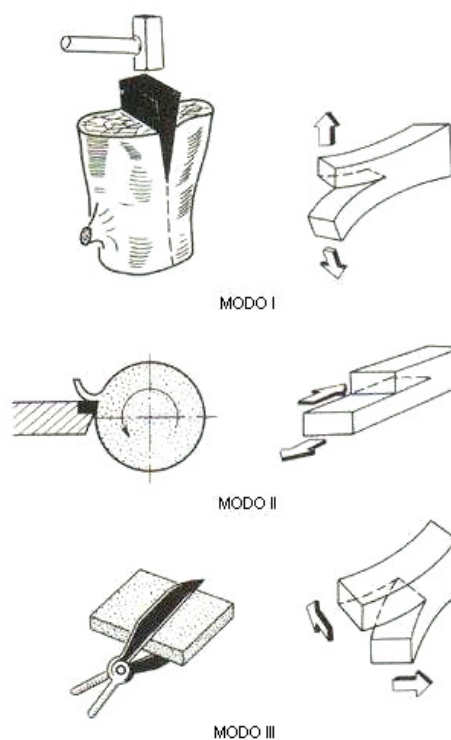


Figura 3-Modos de deslocamento da superfície de fratura de um corpo trincado (Tassini, 2005).

2.1.O bambu como material compósito

O bambu é um polímero natural, heterogêneo, poroso, higroscópico e anisotrópico, cujas paredes são constituídas por compostos orgânicos como a celulose, principal fonte de suas propriedades mecânicas, a lignina, responsável pela rigidez e durabilidade dos tecidos e de poliusacaridos de baixa resistência que são chamados de hemiceluloses. Estes componentes orgânicos formam as

paredes das células que compõem os tecidos do bambu (Ghavami, 1988). Sua estrutura pode ser classificada como inteligente. Isto porque tanto sua macro-estrutura (diâmetro, espessura, espaçamento entre nós) quanto sua micro-estrutura (variação da fração volumétrica de fibras de celulose na espessura) desenvolveram-se de forma a otimizar o volume de material frente aos esforços aos quais este está sujeito na natureza (peso próprio e flexão devido á força do vento), resultando em um material leve e de excepcionais características mecânicas. A esta otimização natural chama-se Funcionalidade Graduada (Murad, 2005).

2.1.1. Análises Micro-mecânica do Bambu

As formulações para a micro-mecânica baseadas na mecânica dos materiais podem ser empregadas na modelagem do bambu como material compósito natural com fibras longas alinhadas, auxiliando nos estudos da funcionalidade graduada do bambu a nível micro-estrutural (Ghavami, 2003).

Já que as fibras do bambu não são uniformemente distribuídas na espessura, as constantes de engenharia não podem ser obtidas aplicando o conceito da regra das misturas tradicionais expressas nas eq. (2.1) até (2.4).

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.1)$$

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f V_m + E_m V_f} \quad (2.2)$$

$$G_{12} = \frac{G_f G_m}{G_f V_m + G_m V_f} \quad (2.3)$$

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (2.4)$$

Para poder aplicar as regras das misturas para o material bambu, é preciso estabelecer uma função da fração volumétrica das fibras em relação à espessura, assumindo que a distribuição de fibras é simétrica ao eixo radial x com origem na parede interna como indica a Figura 4. Assim, por exemplo, o módulo de elasticidade no eixo principal 1, isto é, o eixo longitudinal no sentido das fibras, E_1 , pode ser expresso de forma simplificada pela eq. (2.5).

$$E_1 = E_f V_f(x) + E_m (1 - V_f(x)) \quad (2.5)$$

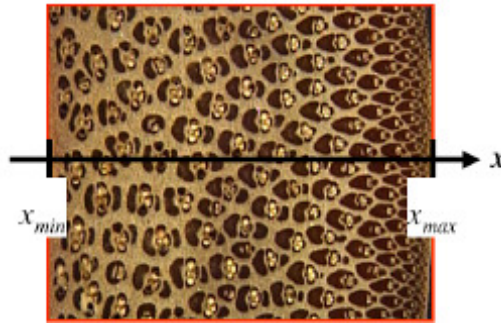


Figura 4-Definição do eixo radial x ao longo da espessura do bambu (Ghavami et al, 2003).

Para determinar a função $V_f(x)$ é preciso aplicar técnicas para o processamento digital de imagens, já que a seção transversal da espessura é digitalizada e seccionada em varias fatias onde a distribuição de fibras seja considerada uniforme (Figura 5). Cada fatia é processada para obter a quantidade de fibras e definir com os dados de cada seção os pontos coordenados em uma curva de fração volumétrica vs. posição no eixo x e definir a melhor regressão para a função de $V_f(x)$. A Figura 6 mostra a curva para o bambu *Dendrocalamus Giganteus*, cuja função da fração volumétrica é dada pela eq. (2.6) (Ghavami, 2003). Tal resultado permite a utilização das formulações das regras das misturas e calcular as propriedades mecânicas em função da distribuição de fibras na matriz.

Devido à dificuldade para caracterizar as propriedades isoladas das fibras e da matriz do bambu, a abordagem da mecânica dos materiais pode ser utilizada para aferir as propriedades destes componentes a partir do comportamento global do compósito, determinado experimentalmente. Por exemplo para a determinação do módulo de elasticidade E_T , são realizados ensaios de tração simples para avaliar o módulo de elasticidade para várias fatias com distribuição aproximadamente uniforme de fibras. A Figura 7 mostra um esquema da seqüência do processo de análise para a determinação do módulo de elasticidade para as fibras e a matriz do bambu.

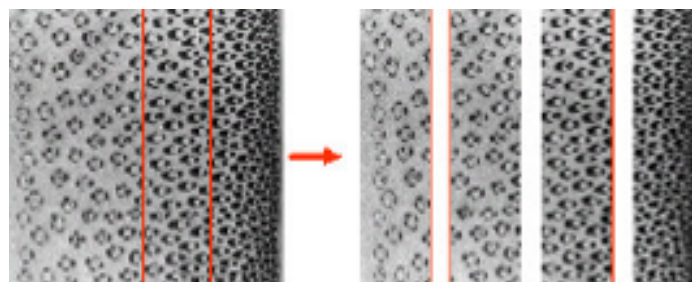


Figura 5-Fatias da seção do bambu para o processamento digital de imagens (Ghavami et al, 2003).

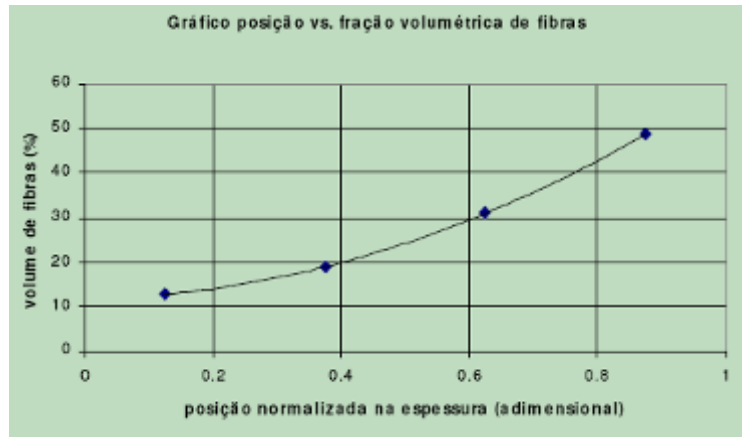


Figura 6-Relação entre a fração volumétrica de fibras e a posição na espessura no bambu (Ghavami, 2003).

$$V_f(x) = 46.27x^2 + 1.60x + 11.85 \quad (2.6)$$

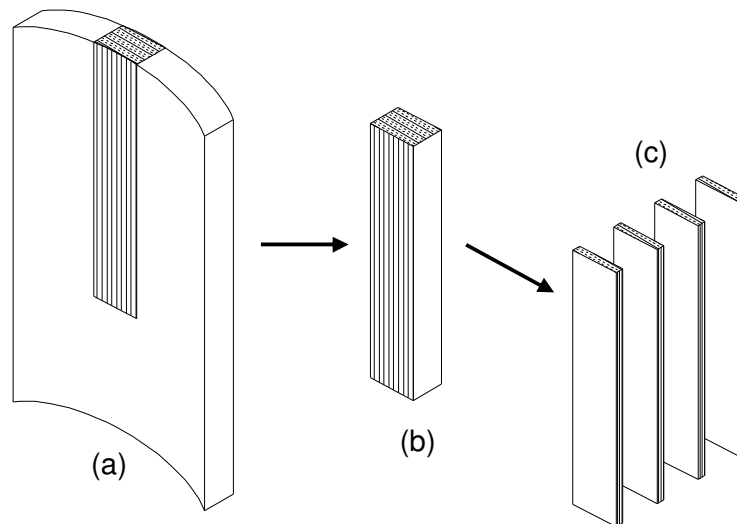


Figura 7-Processo de avaliação do módulo de elasticidade para a fibra e a matriz do bambu. (a) e (b) extração do corpo-de-prova, (c) fatias com distribuição de fibras uniforme.

Das fatias obtidas do corpo-de-prova, são extraídas imagens da seção transversal para serem processadas digitalmente e calcular a fração volumétrica para cada uma do mesmo jeito que foi estabelecida à função $V_f(x)$. Com os resultados dos ensaios a tração das fatias, é possível plotar uma curva de fração volumétrica vs. módulo de elasticidade e usando uma regressão linear definir os valores dos módulos de elasticidade para a matriz (E_m) e as fibras (E_{f1}) como os valores extrapolados para 0% e 100% respectivamente (Figura 8).

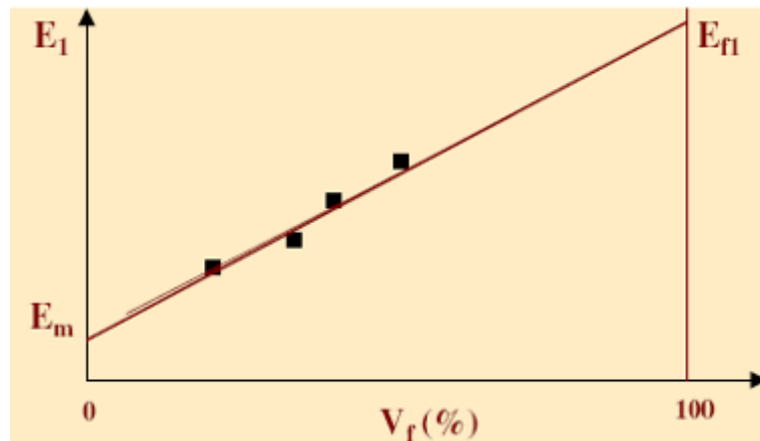


Figura 8-Fração volumétrica vs. módulo de elasticidade para o cálculo de E_m e E_{ff} (Ghavami 1990).

Este procedimento é aplicável para a determinação das demais propriedades elásticas e das propriedades isoladas dos componentes (fibras e matriz) do bambu.

2.1.2. Análise Macro-mecânica do Bambu

Outra forma de caracterizar as propriedades mecânicas do bambu é observar um elemento estrutural de compósito como um todo, onde as propriedades macroscópicas dele são expressas em termos de propriedades efetivas de um material homogêneo equivalente. Desta forma, as relações constitutivas $\sigma-\varepsilon$ são modeladas através de valores médios de tensão e deformação obtidos experimentalmente, ao invés de considerar propriedades de fibras e matriz isoladamente. A Figura 9 apresenta um esquema de um modelo para homogeneizar a tensão normal de um compósito.

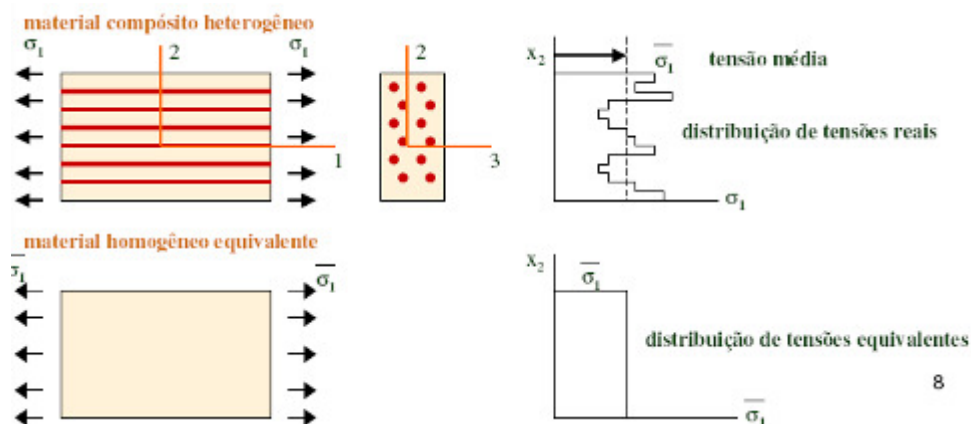


Figura 9-Modelo de homogeneização do valor da tensão média de um compósito.

O bambu é considerado um material compósito natural com fibras alinhadas e no qual a espessura de parede é muito menor comparada com seu diâmetro e comprimento, assim, pode-se simplificar definindo-o como uma lamina unidirecional especialmente ortotrópica (Figura 10) sob um estado plano de tensões ($\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0$) para o qual as relações constitutivas são dadas nas eq. (2.13) a eq. (2.15).

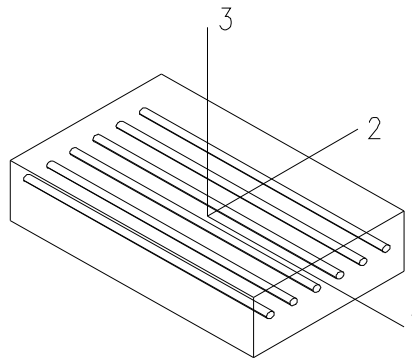


Figura 10-Esquema de uma lamina unidirecional especialmente ortotrópica.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1} \sigma_1 - \frac{\nu_{12}}{E_2} \sigma_2 \quad (2.7)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E_2} \sigma_2 - \frac{\nu_{12}}{E_1} \sigma_1 \quad (2.8)$$

$$\gamma_{12} = \frac{1}{G_{12}} \tau_{12} \quad (2.9)$$

As relações tensão-deformação podem ser definidas em forma matricial a partir da matriz de flexibilidade, dos quais 4 dos 5 elementos não nulos são independentes. As constantes de engenharia são expressas a seguir pelas Equações. (2.16).

$$S_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad S_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad (2.10)$$

$$S_{12} = S_{21} = -\frac{\nu_{21}}{E_2} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}$$

Assim, a forma matricial fica definida pela eq. (2.17).

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

As tensões na lâmina também podem ser definidas em termos do tensor de deformações (eq. (2.18)), onde Q_{ij} correspondem aos elementos da matriz de rigidez da lâmina que são o resultado da inversão da matriz de flexibilidade $[Q]=[S]^{-1}$.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ & & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Onde,

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{S_{22}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{12} &= \frac{S_{12}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = Q_{21} \\ Q_{22} &= \frac{S_{11}}{S_{11}S_{22} - S_{12}^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \\ Q_{66} &= \frac{1}{S_{66}} = G_{12} \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.2.Mecânica da fratura

2.2.1. Definições e conceitos básicos

A fratura de um elemento corresponde a sua separação ou fragmentação sob cargas externas, como resultado do processo de criação de novas superfícies de fratura que pode se originar a partir de uma fissura preexistente no material. O processo de fratura tem lugar em pequenas regiões localizadas geralmente com tensões menores que as máximas, caracterizando-o como uma ação súbita, inesperada e catastrófica (Gonzalez, 2004).

Desde o ponto de vista do comportamento dos materiais, a fratura se pode dividir em dois tipos que dependem da quantidade de deformação plástica previa à falha. Assim, a Figura 11 apresenta um esquema dos tipos de fratura que são definidos a seguir.

- **Fratura frágil:** ocorre quando a deformação da maior parte do corpo é elástica, de forma que depois da fratura sob pequenas deformações, os fragmentos do elemento se podem juntar sem mudanças significativas na geometria da peça.

- **Fratura dúctil:** ocorre depois de uma apreciável deformação plástica e uma propagação estável de trincas.

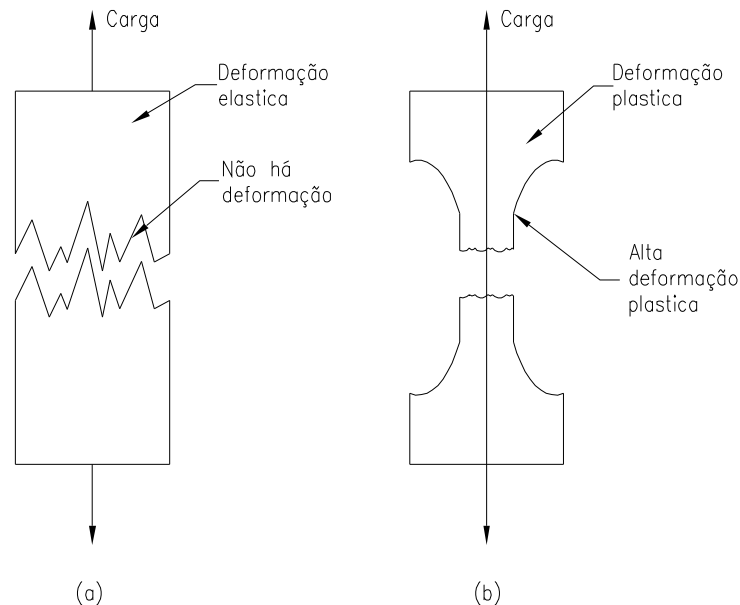


Figura 11-Tipo de fratura. (a) Fratura frágil, (b) fratura dúctil.

Quando um elemento apresenta trincas, os deslocamentos e deformações vão ser maiores na região da fissura, havendo uma elevada concentração de tensões na ponta da trinca, o que leva a se terem deformações locais muito superiores às globais. Isto tem como conseqüência uma redução da capacidade de suportar cargas, levar a um desempenho inadequado e a diminuir o tempo de vida útil da estrutura (Gonzalez, 2004).

Já que uma trinca representa uma descontinuidade no corpo do material, os postulados da mecânica do contínuo tradicional não podem ser aplicados para análise do elemento trincado, levando ao desenvolvimento da mecânica da fratura para a determinação da *resistência residual* (resistência mecânica de um elemento trincado) e a predição da taxa de propagação de fissuras definido como *vida residual*. Com estes parâmetros definidos é possível estabelecer se sob cargas de serviço (cargas normais de operação) os elementos estruturais trincados têm a capacidade de suportar as ditas cargas e o tempo no qual será funcional e seguro.

A mecânica da fratura baseia seus fundamentos na definição de dois aspectos principais. O primeiro corresponde às relações entre o tamanho e forma das trincas com os carregamentos que podem provocar mecanismos de falha ou fratura a partir do cálculo dos campos de tensões, deformações e

deslocamentos na ponta de uma trinca; e o segundo, no estabelecimento dos balanços de energia que têm lugar durante a propagação de uma fissura.

A análise de fratura se pode dividir em três tipos de metodologias dependendo de extensão da deformação plástica que precede à fratura, como é mostrado na Figura 12.

- **Fratura linear plástica:** quando numa pequena região na ponta da trinca estão concentradas as deformações plásticas, embora o corpo esteja no regime elástico.
- **Fratura elastoplástica:** quando a zona plástica esta localizada numa região relativamente estreita ao longo da largura do corpo entorno do plano da fissura.
- **Colapso plástico:** quando a fratura ocorre depois de uma deformação plástica em todo o corpo.

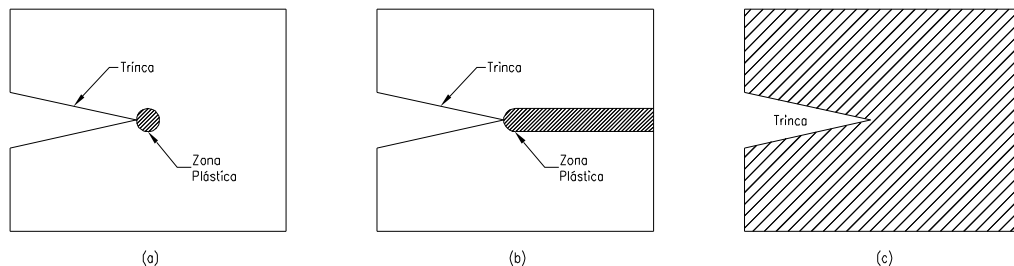


Figura 12-Tipo de fratura. (a) Linear elástica, (b) Elastoplástica, (c) Colapso plástico.

2.2.2.Tenacidade à fratura K_C

O processo de fratura começa com uma trinca que se propaga até a separação ou fragmentação do elemento. Se a propagação da trinca pode se detiver ao diminuir ou se eliminar as tensões na ponta da trinca, a propagação chama-se de *estável*, mas se a trinca se propaga rapidamente e não é possível dete-la, a propagação é denominada *instável*.

O critério energético de propagação de fissuras proposto por Griffith está determinado a partir da solução elástica do problema de tensões na ponta de uma cavidade elíptica num meio semi-infinito, assim a Equação 2.14 define a energia de deformação liberada (U_r) em função da geometria a trinca (espessura t , comprimento a), da tensão (σ) e do modulo de elasticidade do material (E).

$$U_r = \frac{\pi\sigma^2 a^2 t}{E} \quad (2.14)$$

Griffith assumiu também que a criação de uma nova superfície trincada precisa da absorção de uma quantidade de energia, dada pela Equação (2.15), onde U_s corresponde à energia absorvida e, γ_s a energia de superfície pela área.

$$U_s = 4at\gamma_s \quad (2.15)$$

Desta forma, derivando parcialmente as equações (2.14) e (2.15) em relação ao comprimento de trinca (a), obtêm-se as expressões matemáticas que definem a estabilidade do sistema.

- Propagação estável de trinca

$$\frac{\partial U_r}{\partial a} > \frac{\partial U_s}{\partial a} \quad (2.16)$$

- Propagação instável de trinca

$$\frac{\partial U_r}{\partial a} < \frac{\partial U_s}{\partial a} \quad (2.17)$$

- Condição de equilíbrio

$$\frac{\partial U_r}{\partial a} = \frac{\partial U_s}{\partial a} \quad (2.18)$$

Resolvendo a Equação (2.18) obtêm-se:

$$\frac{\pi\sigma^2 a}{E} = 4\gamma_s \quad (2.19)$$

Da Equação (2.19) pode-se arranjar os termos de forma a de deixar em evidência duas parcelas, uma em função da geometria e cargas, e outra dependendo das propriedades do material.

$$\begin{aligned} \sigma\sqrt{\pi a} &= 2\sqrt{\gamma_s E} \\ \sigma_c\sqrt{\pi a} &= K_c \end{aligned} \quad (2.20)$$

Substituindo a tensão crítica de fratura (σ_c), isto é, a tensão com a qual começa a propagação da trinca na Equação (2.20), obtêm-se a expressão que define a tenacidade à fratura K_c , que constitui uma propriedade do material que pode ser medível por meio de ensaios de laboratório.

A Figura 3 no capítulo anterior mostra os três tipos de modo de propagação de trinca; o modo I que caracteriza a propagação da trinca pela ação de uma tensão perpendicular ao plano da trinca; o modo II provocado por uma tensão cisalhante no plano da fissura, e o modo III por efeito também de uma tensão de cortante, mas fora do plano da trinca. Assim, para cada um dos modos

de propagação, é definido um fator de intensidade de tensões em função da geometria da trinca e da tensão atuante.

O primeiro problema que se deve resolver dentro da análise da fratura, é o cálculo do campo de tensões na ponta da trinca que consiste em procurar uma função de tensões que satisfaça simultaneamente as equações de equilíbrio (2.21), de compatibilidade (2.22) e constitutivas (2.23)

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.22)$$

$$E\varepsilon_{xx} = \sigma_{xx} - \nu\sigma_{yy}; \quad E\varepsilon_{yy} = \sigma_{yy} - \nu\sigma_{xx}; \quad G\gamma_{xy} = \tau_{xy} \quad (2.23)$$

Esta solução logra-se com uma função ψ tal que:

$$\sigma_{xx} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}; \quad \sigma_{yy} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}; \quad \tau_{xy} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \quad (2.24)$$

$$\nabla^4 \psi = 0 \quad (2.25)$$

A combinação das Equações (2.24) leva a uma expressão conhecida como função de tensões de Airy (Equação (2.25)), cujas condições de fronteira estão definidas pelas Equações (2.26 e 2.27).

$$\text{Quando } (x, y) \rightarrow \infty: \quad \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{\text{aplicado}}; \quad \tau_{xy} = 0 \quad (2.26)$$

$$\text{Na superfície da trinca:} \quad \sigma_{yy} = \tau_{xy} = 0 \quad (2.27)$$

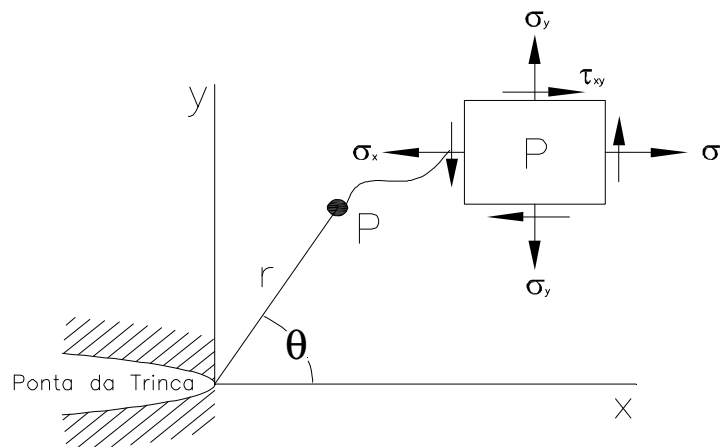


Figura 13-Estado de tensões na ponta de uma trinca

De forma geral, a Equação (2.28) expressa o estado de tensões de um ponto qualquer, como o indica a Figura 13. Assim, tem-se que para ponto muito

perto da ponta da trinca, as tensões tendem para o infinito, condição que torna mais fácil o processo de propagação e fratura.

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (2.28)$$

Já que geralmente os corpos-de-prova não apresentam tensões uniformes na sua seção transversal, o fator de intensidade de tensões (K) é expresso em função da carga aplicada (P), de uma função da geometria do espécime $g(t, W)$, onde t corresponde a espessura e W a largura do espécime; e de expressões polinomiais ou trigonométricas que definem a geometria da trinca, $f(a/W)$, onde a define o comprimento de trinca, Equação (2.29).

$$K = P \times g(B, W) \times f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2.29)$$

2.2.3. Taxa de dissipação de energia crítica G_c

Se um corpo é deformado elasticamente durante a aplicação de uma carga (Figura 14), este armazenará certa quantidade de energia potencial (dada pela deformação), e uma quantidade de trabalho aplicado pela carga. Irwin estabeleceu que a trinca cresce em função destas energias.

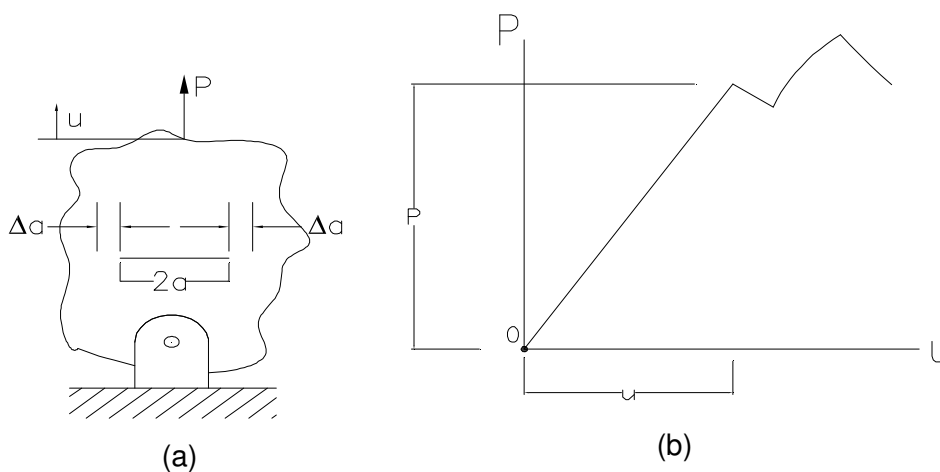


Figura 14-(a) Corpo-de-prova trincado sob ensaio de tração, (b) Curva típica de Carga (P) vs. Deslocamento (u) de um ensaio de tração.

A taxa de dissipação de energia está definida como a diferença entre a variação do trabalho (W) e a energia potencial (U) em função da área de extensão da trinca. A Figura 15 mostra que a energia potencial armazenada antes da propagação da trinca corresponde à área do triângulo definido pelos

vértices OAC; a energia potencial dissipada pela extensão da fissura é dada pela área triangular OAB e o acréscimo de trabalho realizado pelo espécime durante o incremento de deslocamento corresponde à área do trapézio ABCD.

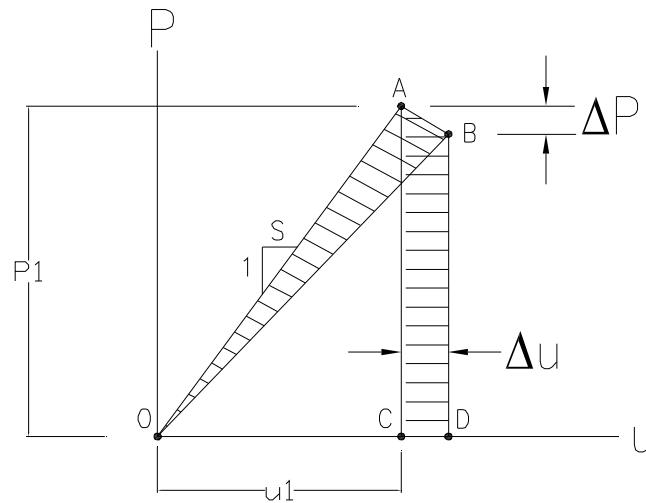


Figura 15-Diagrama energético de um corpo-de-prova trincado.

Assim, a expressão que define a taxa de dissipação de energia é dada pela Equação (2.30), onde A representa a área da superfície da trinca. Levando em consideração a definição da flexibilidade do sistema como a relação entre o deslocamento e a carga aplicada, Equação (2.31), é possível expressar a energia potencial em relação da flexibilidade (C), como o indica a Equação (2.32).

$$G = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta W - \Delta U}{\Delta A} = \frac{dW}{dA} - \frac{dU}{dA} \quad (2.30)$$

$$C = \frac{u}{P} \quad (2.31)$$

$$U = \frac{1}{2} Pu = \frac{1}{2} P^2 C \quad (2.32)$$

Agora, derivando parcialmente a energia potencial em relação à área da trinca, obtemos o segundo termo da definição da taxa de dissipação de energia.

$$\frac{dU}{dA} = PC \frac{\partial P}{\partial A} + \frac{1}{2} P^2 \frac{\partial C}{\partial A} \quad (2.33)$$

O acréscimo no trabalho feito pela carga durante a propagação da trinca é dado pela Equação (2.34), cuja derivada parcial com respeito à área da trinca e substituindo-se o valor da flexibilidade do sistema, define o primeiro termo da Equação (2.30).

$$G = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta W - \Delta U}{\Delta A} = \frac{dW}{dA} - \frac{dU}{dA} \quad (2.34)$$

$$\Delta W = P\Delta u \quad (2.35)$$

$$\frac{dW}{dA} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta A} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{P\Delta u}{\Delta A} = P \frac{du}{dA} = P \frac{d}{dA}(PC) = PC \frac{\partial P}{\partial A} + P^2 \frac{\partial C}{\partial A} \quad (2.36)$$

Substituindo-se a Equação (2.33) e (2.36) na (2.30) e levando em conta que a variação da área da trinca está definida pela espessura (t) vezes a variação do comprimento de trinca (a), obtém-se uma expressão para G , em função da carga, da espessura do espécime e da variação da flexibilidade do sistema em função do comprimento de trinca. A Equação (2.37) apresenta a expressão geral para a determinação da taxa de dissipação de energia crítica G_C .

$$G_I = \frac{P^2}{2t} \frac{\partial C}{\partial a} \Rightarrow G_{IC} = \frac{P_c^2}{2t} \left(\frac{\partial C}{\partial a} \right)_c \quad (2.37)$$

A equação anterior permite encontrar os valores de G_C tanto para materiais isotrópicos como anisotrópicos, e permite obter uma correlação com a tenacidade (K_C), Equação (2.38 e 2.39) e os fatores de intensidade de tensões ($K_{I,II,III}$) em função do módulo de elasticidade (E , para materiais isotrópicos), ou do módulo de elasticidade efetivo (E^* , para anisotrópicos, Equação (2.40)), onde E_{11} e E_{22} correspondem ao módulo de elasticidade longitudinal e transversal respectivamente, G_{12} ao módulo de cortante e ν_{12} ao coeficiente de Poisson.

$$K^2 = GE \quad (2.38)$$

$$K_C^2 = G_C E^* \quad (2.39)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{E_{11}\sqrt{2}} \left[\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}} + \frac{E_{11}}{2G_{12}} - \sqrt{\nu_{12}} \right] \quad (2.40)$$

2.3.Procedimentos Experimentais

Amada e Untao (2001) estudaram o comportamento à fratura sob modo I do bambu da espécie *Mosó* com ensaios de tração de corpos-de-prova com entalhes induzidos na face externa do material, i.e, na face exodérmica. A pesquisa encontrou que a tenacidade à fratura é proporcional à variação da fração volumétrica das fibras na espessura. Assim, os fatores de intensidade de tensões têm valores mais altos na parede exterior e vão decrescendo até a parede interior, mostrando que corresponde a um material funcionalmente graduado. Os valores de K_{IC} médio é 56.8 MPa·m^{1/2}. Assim, foi adotada a seção

transversal e procedimento de ensaio nesta dissertação para comparar os valores do fator de intensidade de tensões.

Os primeiros trabalhos no estudo do fator de intensidade de tensões para o modo II em materiais ortotrópicos, especialmente para as madeiras e mais recentemente para materiais compósitos, foram feitos com corpo-de-prova tipo viga, em ensaios de flexão em três pontos como o desenvolvido por Yoshihara e Ohta no ano 2000.

Devido à influência das deformações pelo cortante num ensaio de flexão em três pontos, em 2004, Yoshihara propõe um ensaio de flexão em quatro pontos, conhecido como 4-ENF para a determinação a taxa de dissipação de energia para o modo II G_{II} , com o qual é garantida uma zona sem a influência do cortante nas deformações do corpo.

Mindess e Bentur (1986) ensaiaram diferentes corpos-de-prova de madeira com entalhes induzidos a diferentes orientações com respeito ao plano de orientação das fibras. Eles encontraram que, independentemente da orientação do entalhe inicial, a propagação da trinca sempre é paralela à fibra.

Valores da tenacidade à fratura para os modos I e II sob diferentes tipos de ensaio para alguns tipos de madeiras foram recopilados por Patton e Cramer (1987), encontrando valores para K_{IC} entre 0.11 a 0.54 MPa-m^{1/2} e 1.33 até 2.24 MPa-m^{1/2} para o K_{IIc} .