

3

Medidas de Risco e Decisão sob Incerteza

3.1

Decisão Sob Incerteza

Decisão sob incerteza caracteriza processos decisórios no qual estão envolvidos parâmetros com incerteza, os quais usualmente são modelados por variáveis aleatórias. Frequentemente, existe um grupo de variáveis de decisão que deverão ser selecionadas antes da realização efetiva das variáveis aleatórias (sob incerteza), considerando-se apenas a distribuição de probabilidade conjunta das mesmas, assumida conhecida a priori.

A esse primeiro subgrupo de variáveis de decisão dá-se o nome de decisões de primeiro estágio. Neste contexto, as decisões a serem tomadas após a realização das incertezas são denominadas decisões de segundo estágio.

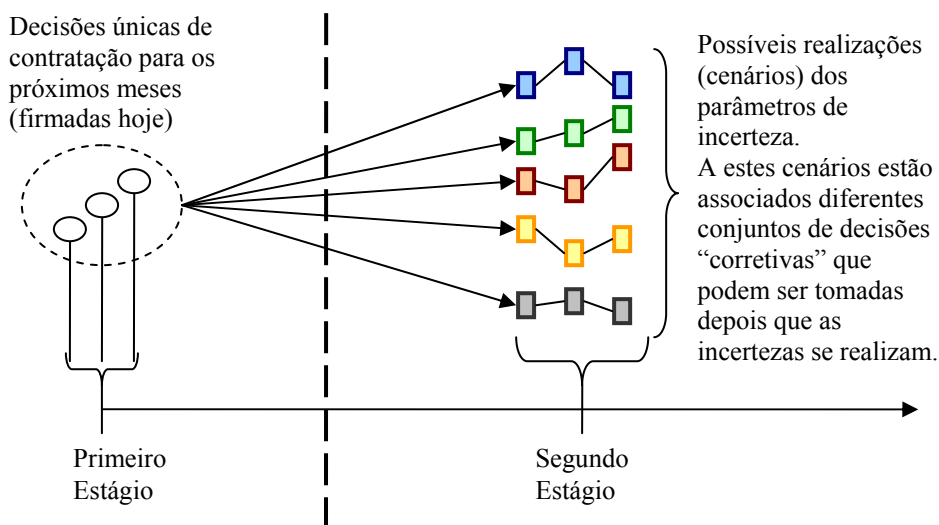


Figura 3.1 – Decisões de Dois Estágios¹⁹

O problema a ser tratado aqui é o tipo de tratamento que será dado às incertezas constantes do processo decisório. Uma medida de risco é, em essência, uma forma de quantificar o risco a que estão expostos os agentes. Em casos onde

¹⁹ Fonte: Tese de DSc Alexandre Street (2008) - [15]. Material cedido pelo autor.

o resultado é bastante sensível a essas incertezas, como é o caso a ser tratado neste trabalho, é importante que o modelo considere, ao indicar a decisão a ser tomada em ambos os estágios, a dispersão da variável em questão.

No âmbito deste trabalho, o risco a que o comercializador/ produtor está exposto é o risco de déficit de capacidade de suprimento, que pode ser traduzido pelo risco de ter que comprar grandes quantidades de GNL em situações desfavoráveis (alto despacho termelétrico), acarretando em uma perda financeira [14], uma vez que se supõe um compromisso de atendimento ao mercado. Esse risco está associado à incerteza em relação à realização da variável aleatória de decisão, que no caso é o despacho termoelétrico.

3.2

Modelagem das Incertezas

O despacho termoelétrico, que irá determinar a demanda termoelétrica por gás natural, é a principal incerteza na função de lucro futuro do comercializador. É a partir da análise dessa incerteza que serão construídos os cenários do modelo estocástico de otimização da carteira do produtor/comercializador de gás.

Conforme mencionado, no setor elétrico os processos que determinam o despacho das usinas são oriundos de uma otimização que visa minimizar o custo de atendimento à demanda por energia elétrica. Uma vez que no Brasil as térmicas operam em regime de complementaridade com a geração hídrica, o despacho das usinas térmicas é fortemente influenciado pelo regime de chuvas.

O SDDP²⁰ (*Stochastic Dual Dynamic Programming*) é um modelo de despacho centralizado que possibilita a representação individualizada dos reservatórios de sistemas elétricos de grande porte, como o sistema brasileiro. Embora o ONS possua um software de despacho diferente (NEWAVE [34]) neste trabalho o modelo adotado para a geração de cenários de despacho hidrotérmico foi o SDDP.

Sendo assim, as incertezas presentes nos fluxos financeiros que serão analisados nesta tese, serão todas oriundas de uma simulação do despacho do

²⁰ Software de propriedade da PSR consultoria [40].

sistema elétrico brasileiro realizada pelo SDDP com os dados do sistema existente e futuro compatíveis com o cenário de março/2008 disponibilizados pelo ONS.

3.3

Teoria da Utilidade

Existem varias formas de tomar decisão sob incerteza, estabelecendo preferências sobre fluxos estocásticos. A escolha ótima está associada ao perfil do agente decisor. Economistas mapeiam o processo de escolha sobre fluxos estocásticos através da Teoria da Utilidade. Uma função de utilidades é, em essência, um objeto individual de cada agente decisor e cujo valor esperado aplicado a uma renda estocástica proporciona um funcional que traduz a preferência do agente. Assim, o funcional de utilidade esperada é capaz de ordenar diferentes variáveis aleatórias de acordo com a preferência de um determinado agente ao qual tal função pertença.

Uma crítica muito freqüente relacionada ao uso prático de funções utilidade no processo de decisão do dia-a-dia é que a utilidade é não observável, e portanto, difícil de ser estimada. Além disso, a teoria de utilidade é desenvolvida sob a preferência de agentes decisores (pessoas) e neste sentido se torna algo individual. Em função da dificuldade de se aplicar tal teoria ao contexto empresarial, os grupos de finanças iniciaram uma linha de pesquisa mais pragmática aplicada a decisões financeiras, que será apresentada a seguir.

3.4

Medidas de Risco

O principal argumento em que os grupos de pesquisa em finanças e teoria de decisão aplicada se baseiam para a utilização de medidas de risco no processo decisório é o de que empresas ou instituições financeiras devem possuir critérios de risco que definam os níveis de exposição (perdas financeiras) que são aceitáveis pelos investidores (grupo de pessoas que arcará com os prejuízos no caso de uma perda).

Medidas de risco visam quantificar o risco da perda que uma determinada posição financeira pode proporcionar em termos de unidades monetárias. Desta

forma, usualmente tais medidas levam em consideração a probabilidade dos eventos que definem uma perda ou um nível de confiança sob a exposição financeira. Diversas formas de relacionar o *trade-off* entre o risco de eventos desfavoráveis e o benefício de eventos favoráveis foram criados para que fosse possível selecionar o mais adequado a cada caso. A fronteira eficiente de Markowitz foi uma das primeiras a ser largamente utilizada e por isso será brevemente apresentada.

3.4.1

Teoria de Portfólio de Markowitz

A Teoria de Portfólio moderna é influenciada significativamente por Harry Markowitz [4], teoria essa que foi desenvolvida na década de 50, propondo uma modelagem para o “problema do investidor”. Basicamente, Markowitz acredita no controle de riscos através do correto balanceamento de carteiras e diversificação de portfólio.

Em última instância, o que sua teoria prega é que portfólios mais arriscados sempre devem apresentar como contrapartida retornos maiores. O modelo por ele desenvolvido pode ser representado pela seguinte equação:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min } V[r(x)] & \\
 \quad \quad \quad x & \\
 \text{s.a } (x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n) = 1 & \\
 E[r(x)] = r_0 & \quad \quad \quad (3-1)
 \end{array}$$

onde,

r é o retorno deste portfólio,

$E[r(x)]$ e $V[r(x)]$ a expectância e a variância do retorno da carteira,

X é a fração de capital investida em cada ativo que formará a carteira, e

r_0 é o nível de retorno esperado desse portfólio.

O modelo irá determinar, para cada valor de retorno r_0 , o portfólio cuja variância é mínima, formando uma curva com o formato abaixo, que representa todas as combinações de retorno e variância mínima de carteiras.

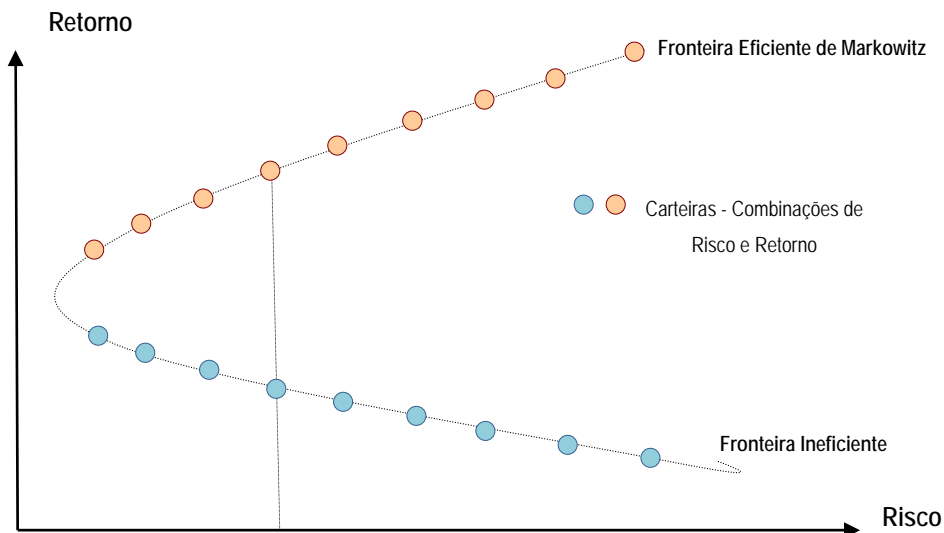


Figura 3.2 – Fronteira Eficiente de Markowitz

Note, entretanto, que para cada patamar de risco, há mais de uma possibilidade de retorno. Deriva daí a “Fronteira Eficiente de Markowitz”, que representa um conjunto de carteiras ótimas para cada nível de risco, isto é, para cada nível de risco, seleciona-se a carteira que apresenta maior retorno. Na figura 3.2 acima, a fronteira eficiente de Markowitz é representada pela curva superior.

Em seu trabalho, Markowitz usou como medida de risco a variância, e reside aí a maior crítica ao seu trabalho. O problema em se considerar a variância como medida de risco é que ela atribui igual peso a desvios negativos e positivos. E quando se trata de riscos de carteira, não se tenciona controlar desvios positivos, mas sim precaver-se contra desvios negativos (perdas).

Em seguida surgiu a utilização da semi-variância como medida de risco, sugestão do próprio Markowitz para melhorar a análise do seu modelo. A semi-variância controla apenas desvios negativos, probabilidades de perda na carteira. É útil como medida para o chamado *downside risk*. O *downside risk* representa um risco de perda em relação a um determinado benchmark, controlando apenas resultados de baixo retorno, sem abrir mão de cenários de retornos elevados.

Mais recentemente, em 1997, a *Securities and Exchange Commission* americana determinou que empresas de capital aberto deveriam disponibilizar informações quantitativas de sua exposição ao risco. Muitas entidades optaram por disponibilizar o VaR (*Value at Risk*) em seus relatórios financeiros. Após 1998, com o acordo de Basileia II, disseminou-se o uso de medidas de risco que se baseiam em quantis da distribuição. O VaR, *Value at risk*, se consolidou como a medida de risco quantitativa mais popular.

Devido à dificuldade na determinação da medida de risco ótima, recentemente pesquisas foram desenvolvidas no sentido de apontar propriedades desejáveis desses indicadores e classes de medidas que possuem essas propriedades, como, por exemplo, medidas de risco coerentes. Mais detalhes em [21].

3.4.2

O VaR – Value at Risk

O VaR é, em essência, a perda financeira máxima de uma determinada carteira dentro de um horizonte temporal a um dado nível de significância. O primeiro passo para o cálculo do VaR de uma carteira, portanto, é a determinação do horizonte temporal a ser considerado, e o intervalo de confiança. Ambos são estabelecidos segundo perfil e preferência do investidor.

Na figura 3.3 (abaixo), o VaR é o valor (quantil) que separa a área colorida (resultados que ocorrem com probabilidade $1-\alpha$) e a área branca (resultados que ocorrem com probabilidade α).

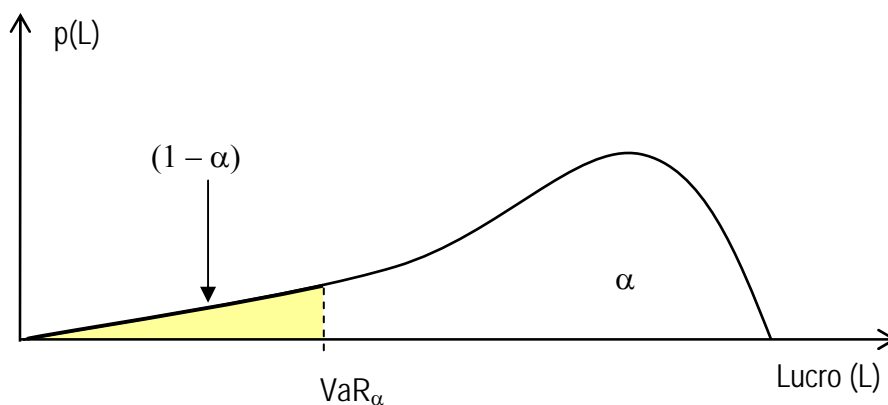


Figura 3.3 – VaR – Value at Risk

O VaR aponta em um único número um valor pessimista para o resultado de determinada carteira, e é especificado em unidades monetárias. Então, por exemplo, se é escolhido um nível de confiança de 95% (α), um horizonte temporal de um ano, e o VaR desta carteira for US\$ 200 milhões, então nesse ano, há apenas 5% de chances do resultado desta carteira ser inferior a esse valor.

Entretanto o VaR não é uma medida de risco coerente. Para ser uma medida de risco coerente, uma medida de risco μ necessitaria atender aos axiomas abaixo:

- 1) $\mu(c \cdot X) = c \cdot \mu(X)$, para todo $c \geq 0$ onde c é uma constante e X uma variável aleatória (v.a.). – Homogeneidade Positiva
- 2) $\mu(X + c) = \mu(X) + c$, $c \geq 0$ - Invariância das Translações
- 3) Para toda dupla de v.a.'s $Y \leq X$, $\mu(Y) \leq \mu(X)$ – Monotonicidade
- 4) $\mu(X+Y) \geq \mu(X) + \mu(Y)$ – Superaditividade

As três primeiras são atendidas pelo VaR, e para distribuições normais, o VaR normalmente atende à superaditividade também, mas em geral não. Na prática, isso significa que o VaR não “captura” o efeito que uma diversificação de portfólio gera em termos de redução de risco. Adicionalmente, o emprego do VaR gera um problema de otimização não-convexo, criando dificuldades na otimização do portfólio. O CVaR, *Conditional Value at Risk*, é uma medida de risco que se popularizou por atender todas as propriedades axiomáticas de coerência, independente da forma da distribuição.

3.4.3

O CVaR – Conditional Value at Risk

O CVaR, *conditional value at risk* é a média dos quantis de pior cenário. Sua medida não foca apenas no valor que “separa” os $\alpha\%$ melhores cenários dos $(1-\alpha)\%$ piores, mas identifica qual a média dos cenários pessimistas. A Figura 3.4 abaixo explicita bem a diferença entre a utilização do VaR e do CVaR.

Ambas as distribuições de retornos (A e B) possuem o mesmo VaR, mas a distribuição de B tem um CVaR pior, ou seja, se a métrica escolhida fosse o VaR,

o investidor estaria indiferente entre as duas curvas, mas se a métrica escolhida fosse o CVaR, B seria preterida.

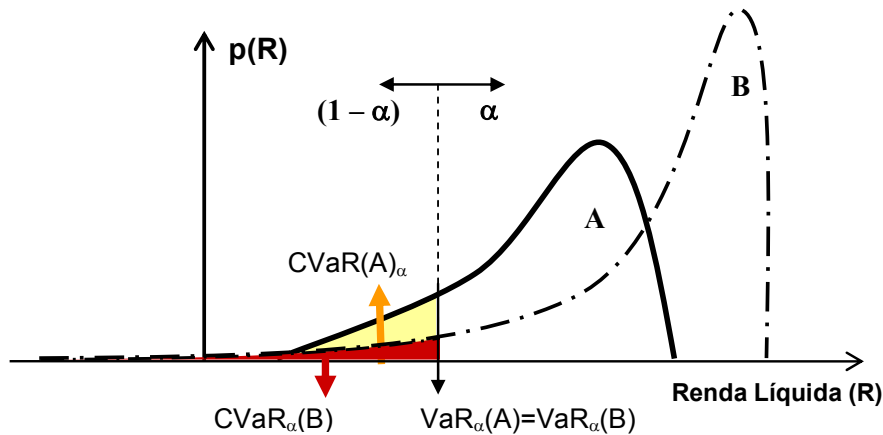


Figura 3.4 – CVaR – Conditional Value at Risk

O que ocorre é que a distribuição B, ao contrário da A, apresenta cenários de perda muito grandes, ainda que com baixa probabilidade. O CVaR “captura” esse efeito, e penaliza B quando comparada com a A. De fato, quando se está muito preocupado com os cenários de perda (de baixo resultado), quando o objetivo é evitá-los a qualquer custo, a medida CVaR se apresenta como mais adequada.

Conforme mencionado, o CVaR também é uma medida de risco que atende aos axiomas de coerência. Isto é, além de apresentar todas as propriedades do VaR (monótono, homogêneo e transladável), o CVaR ainda possui a propriedade de superaditividade, isto é, apresenta uma redução de risco quando há uma diversificação de carteira.

Adicionalmente, o CVaR elimina o problema de otimização não-convexa, permitindo que o problema seja escrito como um problema de maximização com restrições lineares e podendo ser facilmente acoplado em problemas de portfólio.

Pelas vantagens apresentadas pelo CVaR, ele será a medida de gestão de risco utilizada neste trabalho. Considera-se que, sendo o agente tomador de decisão a Petrobras S.A, empresa de economia mista cujo acionista controlador é o governo federal, este deve assumir um perfil avesso ao risco. Além de objetivar

maximizar seu lucro, também está preocupado com uma escolha que reduza suas incertezas.

De acordo com [41], um agente que toma suas decisões maximizando o CVaR ou uma combinação linear entre este e o valor esperado, tem como equivalente certo exatamente esta métrica. Desta maneira, podemos afirmar que, se um decisor tem como métrica de decisão o CVaR, o montante de capital pelo qual ele se torna indiferente (aceitaria vender ou comprar) a um determinado fluxo financeiro estocástico X é o $CVaR_\alpha(X)$. Isso pode ser facilmente comprovado uma vez que a equação de indiferença que visa determinar EC_X (o equivalente certo de X) assume a seguinte forma: $CVaR_\alpha(EC_X) = CVaR_\alpha(X)$, que é equivalente a $EC_X = CVaR_\alpha(X)$, uma vez que CVaR de um valor determinístico (EC_X) é ele mesmo. Assim sendo, sob a hipótese de que o decisor tem como métrica de preferência o CVaR, ou uma combinação deste com o valor esperado, o modelo que será proposto visará maximizar o valor que este atribui ao fluxo avaliado (seu equivalente certo).