

5 Experimentos e Aplicações

5.1. Experimentos de Monte Carlo

Experimentos de Monte Carlo foram planejados com o objetivo de constatar a funcionalidade tanto do teste LM quanto da estimação do modelo STVAR-Tree. Nos experimentos, foram realizadas 1000 replicações para cada modelo com tamanho de amostra variando em $T = 200, 600$ e 1100 , numa tentativa de representar amostras pequenas, médias e grandes. Para evitar efeitos de inicialização, as 100 primeiras observações geradas foram descartadas e, assim, passamos a ter amostras de tamanho $T = 100, 500$ e 1000 . Foram considerados os níveis de significância do teste LM, $\alpha = 0,1\%, 1\%, 5\%, 10\%$ e 15% .

5.1.1. Teste LM

Ao efetuarmos um teste de hipóteses, podemos tomar decisões certas ou erradas, de acordo com a aceitação ou rejeição das hipóteses em questão. Se representarmos isso numa tabela em termos de probabilidade, temos:

	H_0 Verdadeira	H_0 Falsa
P(Rejeitar H_0)	α (Erro do Tipo I)	$1 - \beta$ (Poder do teste)
P(Aceitar H_0)	$1 - \alpha$ (Decisão correta)	β (Erro do Tipo II)

Tabela 5.1: Probabilidades em um teste de hipóteses

Para a avaliação do teste LM, foram realizados dois experimentos, baseados nas seguintes hipóteses:

H_0 : Linearidade

H_1 : Não-linearidade

Primeiramente, uma análise da coluna que considera H_0 verdadeira foi feita, isto é, um modelo linear, um VAR bivariado, foi simulado, tendo os seguintes parâmetros fixos:

$$[y_1 \ y_2]_t = [1 \ y_1 \ y_2]_{t-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,90 & 0 \\ 0 & 0,95 \end{bmatrix} + [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2]_t \quad (5.1)$$

Neste experimento, definimos o vetor constante como nulo e os erros aleatórios e independentes $\varepsilon_{it}, i = 1,2$ com distribuição Normal (0,1). A candidata a variável de transição foi y_{1t-1} . Vale ressaltar que as mesmas análises foram refeitas considerando a variável de transição y_{2t-1} , porém os resultados não se alteraram.

A Tabela 5.2 apresenta os resultados obtidos. Duas conclusões deste primeiro experimento são tiradas, sendo uma positiva e outra negativa:

Positiva: O teste LM apresentou grande nível de acerto quanto à linearidade dos dados;

Negativa: Os valores de $\alpha_{empirico}$ são sempre menores que $\alpha_{nominal}$. E isto indica que o teste LM apresenta uma tendência para a aceitação da linearidade. Em outras palavras, o teste LM aceita a linearidade mais do que deveria. Uma atenção a mais deve ser dada aos valores muito baixos para α .

	Lineares	Não-lineares	$\alpha_{empirico}$
$\alpha_{nominal} = 0,1\%$			
T = 100	1000	0	0,0%
T = 500	1000	0	0,0%
T = 1000	1000	0	0,0%
$\alpha_{nominal} = 1\%$			
T = 100	999	1	0,1%
T = 500	999	1	0,1%
T = 1000	999	1	0,1%
$\alpha_{nominal} = 5\%$			
T = 100	970	30	3,0%
T = 500	973	27	2,7%
T = 1000	981	19	1,9%
$\alpha_{nominal} = 10\%$			
T = 100	915	85	8,5%
T = 500	936	64	6,4%
T = 1000	931	69	6,9%
$\alpha_{nominal} = 15\%$			
T = 100	842	158	15,8%
T = 500	877	123	12,3%
T = 1000	899	101	10,1%

Tabela 5.2: Experimento Monte Carlo – Simulação de um VAR

Em seguida, foi realizada uma análise da Tabela 5.1 na coluna que considera H_0 falsa. Para tal, basta simular um modelo não-linear. Neste estudo, um modelo STVAR-Tree bivariado foi simulado, tendo a seguinte arquitetura:

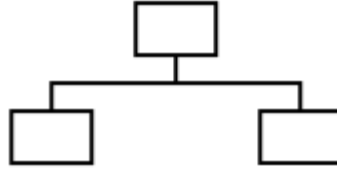


Figura 5.1: Arquitetura STVAR-Tree simulada

A fim de evitar complexidade, definiu-se esta arquitetura por apresentar um número pequeno de folhas (nós terminais). Matematicamente, o modelo com os parâmetros fixos é representado por:

$$\begin{aligned}
 [y_1 \ y_2]_t = & [1 \ y_1 \ y_2]_{t-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,90 & 0 \\ 0 & 0,95 \end{bmatrix} G(x_t; \gamma, c) + [1 \ y_1 \ y_2]_{t-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0,50 & 0 \\ 0 & 0,50 \end{bmatrix} (1 - G(x_t; \gamma, c)) \\
 & + [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2]_t
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Neste experimento, também definimos o vetor constante como nulo e os erros aleatórios e independentes ε_{it} , $i = 1, 2$ com distribuição Normal $(0, 1)$. A candidata a variável de transição também foi y_{1t-1} e os parâmetros não-lineares da função de transição $G(y_{1t-1}; \gamma, c)$ assumiram os valores $c = 0$, para o parâmetro de locação, e o parâmetro de suavidade variou em $\gamma = 1, 5, 10$. Vale ressaltar que, inicialmente, variamos o parâmetro de suavidade em diversos valores, desde 0.01 até 100. Porém, este procedimento acarretou num custo computacional muito alto e não houve melhora significativa nos resultados. Por isso, fixamos somente três valores para γ .

A Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos. Em geral, o poder do teste aumenta com o aumento do nível de significância $\alpha_{nominal}$ e/ou do parâmetro de suavidade γ . O teste LM acusa problemas na identificação de não-linearidade para amostras de tamanho pequeno.

Conclui-se que, quanto maior o tamanho da amostra, maior o poder do teste, independente do nível de significância e do valor do parâmetro de suavidade γ .

	$\gamma = 1$			$\gamma = 5$			$\gamma = 10$		
	Lineares	Não-lineares	Poder do teste	Lineares	Não-lineares	Poder do teste	Lineares	Não-lineares	Poder do teste
$\alpha = 0,1\%$									
T = 100	1000	0	0,0%	993	7	0,7%	992	8	0,8%
T = 500	600	400	40,0%	114	886	88,6%	107	893	89,3%
T = 1000	25	975	97,5%	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%
$\alpha = 1\%$									
T = 100	986	14	1,4%	952	48	4,8%	915	85	8,5%
T = 500	222	778	77,8%	21	979	97,9%	24	976	97,6%
T = 1000	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%
$\alpha = 5\%$									
T = 100	895	105	10,5%	750	250	25,0%	708	292	29,2%
T = 500	60	940	94,0%	0	1000	100,0%	1	999	99,9%
T = 1000	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%
$\alpha = 10\%$									
T = 100	788	212	21,2%	571	429	42,9%	570	430	43,0%
T = 500	20	980	98,0%	0	1000	100,0%	1	999	99,9%
T = 1000	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%
$\alpha = 15\%$									
T = 100	681	319	31,9%	452	548	54,8%	447	553	55,3%
T = 500	14	986	98,6%	1	999	99,9%	0	1000	100,0%
T = 1000	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%	0	1000	100,0%

Tabela 5.3: Experimento Monte Carlo – Simulação de um STVAR-Tree

5.1.2. Modelo STVAR-Tree

Para a avaliação da modelagem STVAR-Tree, foram realizados outros experimentos de Monte Carlo. Novamente, foram considerados os níveis de significância para o teste LM $\alpha = 0,1\%, 1\%, 5\%, 10\%$ e 15% .

Primeiramente, um modelo linear, um VAR bivariado, foi simulado, com os mesmos parâmetros fixos utilizados na avaliação do teste LM. Aqui, o experimento avalia a modelagem STVAR-Tree na situação em que o modelo em questão não apresenta não-linearidade, ou seja, o modelo é linear. E por isso, o modelo terá como nó terminal a raiz da árvore e, assim, um modelo linear VAR deverá ser estimado.

Espera-se que os parâmetros lineares estimados sejam aproximadamente iguais aos valores fixos. A matriz de covariâncias dos erros também foi estimada e analisada. Considerou-se as medidas de tendência central, média e mediana, além das medidas de dispersão, desvio-padrão e DAM (desvio absoluto mediano) em torno da mediana (do inglês, *Mean Absolute Deviation*, MAD), sendo o último expresso por:

$$DAM(\hat{\psi}) = \text{mediana} \left(\left| \hat{\psi} - \text{mediana}(\hat{\psi}) \right| \right) \quad (5.2)$$

A Tabela 5.4 apresenta os resultados da estimação dos parâmetros lineares

Φ .

		$\hat{\Phi}$							
		Média		Mediana		Desvio-padrão		DAM	
$\alpha = 0,1\%$									
T = 100		0,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,22	0,10	0,12
		0,85	0,00	0,85	0,00	0,06	0,07	0,04	0,04
		0,00	0,90	0,00	0,91	0,05	0,05	0,03	0,03
T = 500		0,01	0,00	0,01	0,00	0,05	0,05	0,03	0,03
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,02	0,02	0,01	0,02
		0,00	0,94	0,00	0,94	0,02	0,02	0,01	0,01
T = 1000		0,00	0,00	0,01	0,00	0,04	0,03	0,02	0,02
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01
		0,00	0,95	0,00	0,95	0,01	0,01	0,01	0,01
$\alpha = 1\%$									
T = 100		0,01	0,01	0,00	0,01	0,18	0,21	0,11	0,12
		0,85	0,00	0,86	0,00	0,06	0,06	0,04	0,04
		0,00	0,90	0,00	0,91	0,05	0,06	0,03	0,03
T = 500		-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	0,05	0,06	0,03	0,03
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,02	0,02	0,01	0,01
		0,00	0,94	0,00	0,94	0,01	0,02	0,01	0,01
T = 1000		0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,02	0,02
		0,90	0,00	0,89	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01
		0,00	0,95	0,00	0,95	0,01	0,01	0,01	0,01
$\alpha = 5\%$									
T = 100		0,00	-0,02	0,00	0,00	0,17	0,24	0,10	0,12
		0,85	0,00	0,86	0,00	0,06	0,06	0,04	0,04
		0,00	0,90	0,00	0,91	0,05	0,06	0,03	0,03
T = 500		0,00	-0,01	0,01	-0,02	0,06	0,06	0,03	0,03
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,02	0,02	0,01	0,01
		0,00	0,94	0,00	0,95	0,02	0,02	0,01	0,01
T = 1000		0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,03	0,03	0,02
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01
		0,00	0,95	0,00	0,95	0,01	0,01	0,01	0,01
$\alpha = 10\% \square$									
T = 100		0,00	0,00	0,00	0,00	0,19	0,22	0,11	0,12
		0,84	0,00	0,85	0,00	0,06	0,07	0,04	0,04
		0,00	0,89	0,00	0,90	0,05	0,06	0,04	0,04
T = 500		-0,01	0,00	-0,01	0,01	0,05	0,06	0,03	0,03
		0,89	0,00	0,89	0,00	0,02	0,02	0,01	0,01

	0,00	0,94	0,00	0,94	0,02	0,02	0,01	0,01
T = 1000	0,00	0,01	0,00	0,01	0,04	0,04	0,03	0,02
	0,90	0,00	0,90	0,00	0,02	0,02	0,01	0,01
	0,00	0,94	0,00	0,95	0,01	0,01	0,01	0,01
$\alpha = 15\%$								
T = 100	0,00	-0,01	0,00	0,00	0,19	0,23	0,11	0,11
	0,84	0,00	0,85	0,00	0,06	0,07	0,04	0,04
	0,00	0,90	0,00	0,91	0,05	0,06	0,03	0,04
T = 500	0,00	0,01	0,00	0,00	0,05	0,05	0,03	0,03
	0,89	0,00	0,89	0,00	0,02	0,02	0,01	0,01
	0,00	0,94	0,00	0,94	0,02	0,01	0,01	0,01
T = 1000	0,00	0,00	0,00	0,00	0,03	0,04	0,02	0,02
	0,89	0,00	0,90	0,00	0,02	0,01	0,01	0,01
	0,00	0,95	0,00	0,95	0,01	0,01	0,01	0,01

Tabela 5.4: Experimento Monte Carlo – Estimação dos parâmetros lineares

Conclui-se que, para amostras pequenas, a tendência é subestimar os parâmetros lineares, independente do nível de significância do teste LM. Para amostras médias e grandes, o modelo STVAR-Tree estima corretamente os parâmetros. As medidas de dispersão não apontam grandes afastamentos das estimativas.

Com os mesmos modelos estimados, foi feita uma análise da estimativa da matriz de covariâncias dos termos de erro, Σ_ε , apresentada na Tabela 5.5.

		Σ_ε							
α	T	Média		Mediana		Desvio-Padrão		DAM	
0,1%	100	0,96	0,96	0,95	0,96	0,15	0,14	0,10	0,09
	500	1,00	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	1,00	0,99	1,00	0,99	0,04	0,05	0,03	0,03
1%	100	0,97	0,96	0,96	0,95	0,13	0,14	0,09	
	500	0,99	0,99	0,99	1,00	0,06	0,06	0,05	0,04
	1000	1,00	0,99	1,00	0,98	0,05	0,04	0,03	0,03
5%	100	0,96	0,96	0,95	0,96	0,14	0,14	0,09	0,09
	500	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	1,00	0,99	1,00	0,99	0,04	0,04	0,03	0,03
10%	100	0,97	0,96	0,96	0,95	0,14	0,14	0,09	0,09
	500	0,99	1,00	0,99	0,99	0,07	0,07	0,05	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,05	0,05	0,03	0,03
15%	100	0,97	0,95	0,96	0,94	0,14	0,14	0,09	0,09
	500	0,99	1,00	1,00	1,00	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	1,00	0,99	0,04	0,04	0,03	0,03

Tabela 5.5: Experimento Monte Carlo – Estimação da diagonal principal da matriz de covariâncias dos erros, Σ_ε

Este resultado mostra que, apesar de amostras pequenas subestimarem os parâmetros, como resultado final da estimação, os modelos conseguem capturar toda a estrutura e ajustar valores próximos aos valores observados.

Em seguida, simulou-se um modelo STVAR-Tree, com a mesma arquitetura e os mesmos parâmetros fixos utilizados na avaliação do teste LM. Esta etapa avaliou a modelagem STVAR-Tree na situação em que o modelo apresenta não-linearidade, ou seja, ocorre crescimento da árvore. Aqui, deve-se considerar somente os resultados para a simulação que detectou a arquitetura especificada. Então, modelos especificados de modo incorreto, ou seja, que não apresentaram não-linearidade ou modelos com mais de dois nós terminais foram retirados desta análise.

A estimação dos parâmetros resultou em *outliers* e valores extremos para algumas simulações. Conseqüentemente, tanto a média quanto o desvio-padrão das estimativas foram fortemente afetados por estes valores. Por isso, a análise baseada na mediana e no DAM permite tirar melhores conclusões. A Tabela 5.6 apresenta os resultados da estimação dos parâmetros não-lineares γ e c . Vale ressaltar que para $\alpha = 0,1\%$, $\gamma = 1$ e $T = 100$, o teste LM acusou linearidade para as 1000 replicações, por isso, nenhum parâmetro não-linear foi estimado.

T		$\hat{\gamma}$				\hat{c}			
		Média	Mediana	Desvio-Padrão	DAM	Média	Mediana	Desvio-Padrão	DAM
$\alpha = 0,1\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	x	x	x	x	x	x	x	x
	500	7,71	2,31	20,61	1,28	-0,01	0,02	0,69	0,40
	1000	46,94	9,14	181,55	7,22	-0,03	-0,01	0,44	0,10
$\gamma_{nominal} = 5$	100	5,06	5,51	2,22	0,89	-0,31	-0,08	0,68	0,05
	500	35,45	7,18	132,33	5,08	-0,03	-0,01	0,42	0,12
	1000	45,86	9,19	179,68	7,00	-0,03	-0,01	0,43	0,09
$\gamma_{nominal} = 10$	100	10,89	5,51	19,45	2,19	-0,20	-0,04	0,49	0,07
	500	54,92	10,93	182,54	7,88	-0,02	-0,01	0,33	0,08
	1000	48,39	9,85	194,42	7,46	-0,03	-0,01	0,41	0,09
$\alpha = 1\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	9,19	5,78	14,48	4,41	-0,15	-0,07	0,94	0,44
	500	45,12	8,56	162,28	6,91	-0,02	-0,01	0,48	0,12
	1000	45,86	9,16	188,83	7,15	-0,03	-0,01	0,43	0,09
$\gamma_{nominal} = 5$	100	18,92	5,51	58,88	3,44	-0,18	-0,11	0,69	0,28
	500	46,51	9,02	185,86	6,67	-0,03	-0,01	0,43	0,10
	1000	44,70	9,16	186,16	6,94	-0,03	-0,01	0,41	0,09
$\gamma_{nominal} = 10$	100	21,08	6,38	51,01	4,16	-0,15	-0,08	0,63	0,23

	500	54,30	10,61	187,93	7,94	-0,03	-0,01	0,39	0,09
	1000	46,28	9,72	194,65	7,32	-0,03	-0,01	0,40	0,08
$\alpha = 5\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	20,41	5,98	46,89	4,48	0,00	-0,03	0,79	0,33
	500	49,29	9,41	181,19	7,38	-0,02	-0,01	0,46	0,11
	1000	44,36	9,16	190,31	7,08	-0,03	0,00	0,41	0,09
$\gamma_{nominal} = 5$	100	27,85	6,90	83,74	4,92	-0,04	-0,07	0,72	0,30
	500	48,58	9,41	206,81	7,03	-0,02	-0,01	0,44	0,10
	1000	43,41	9,18	186,85	6,94	-0,03	0,00	0,40	0,08
$\gamma_{nominal} = 10$	100	38,70	7,98	153,55	6,01	-0,03	-0,06	0,71	0,27
	500	52,93	10,28	205,08	7,75	-0,02	-0,01	0,41	0,09
	1000	44,18	9,59	186,10	7,21	-0,03	0,00	0,40	0,08
$\alpha = 10\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	36,75	7,74	144,02	6,26	0,00	-0,05	0,78	0,32
	500	49,29	9,51	195,75	7,50	-0,03	-0,01	0,46	0,10
	1000	42,79	9,16	182,81	7,05	-0,03	0,00	0,40	0,08
$\gamma_{nominal} = 5$	100	35,22	8,13	127,24	6,23	0,00	-0,04	0,77	0,31
	500	47,92	9,57	188,50	7,32	-0,03	-0,01	0,44	0,10
	1000	42,70	9,20	195,19	6,96	-0,03	0,00	0,40	0,08
$\gamma_{nominal} = 10$	100	38,67	9,21	125,79	7,27	0,02	-0,03	0,76	0,29
	500	50,96	10,20	194,07	7,82	-0,03	-0,01	0,43	0,09
	1000	43,87	9,55	197,48	7,19	-0,03	0,00	0,39	0,08
$\alpha = 15\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	36,80	9,07	120,99	7,02	0,05	-0,02	0,81	0,33
	500	48,80	9,64	188,46	7,55	-0,03	-0,01	0,45	0,10
	1000	42,69	9,16	194,57	7,03	-0,03	0,00	0,40	0,08
$\gamma_{nominal} = 5$	100	37,50	9,42	117,88	7,33	0,04	-0,02	0,78	0,31
	500	48,06	9,69	184,07	7,42	-0,03	-0,01	0,44	0,10
	1000	42,10	9,17	192,34	6,94	-0,03	0,00	0,39	0,08
$\gamma_{nominal} = 10$	100	44,69	10,42	93,41	8,38	0,11	-0,01	0,75	0,27
	500	50,24	10,10	188,15	7,68	-0,03	-0,01	0,43	0,09
	1000	42,73	9,45	192,65	7,10	-0,03	0,00	0,38	0,08

Tabela 5.6: Experimento Monte Carlo – Estimação dos parâmetros não-lineares γ e c

Para valores de γ muito baixos, o modelo STVAR-Tree superestima este parâmetro, independente do tamanho da amostra e do nível de significância. Conforme aumentamos o valor de γ , aumenta a acurácia das estimativas, com destaque para amostras grandes.

O modelo STVAR-Tree não apresenta problemas em estimar o parâmetro de localização c . Inicialmente definido como $c = 0$, em todos os experimentos este foi o valor médio e mediano, com baixa dispersão, mesmo variando o tamanho de amostra, o nível de significância e o parâmetro de suavidade γ .

Para estes experimentos, também medimos a dispersão dos dados através da estimativa da diagonal principal da matriz de covariâncias dos termos de erro ($\hat{\Sigma}_\varepsilon$) foi feita. Vale ressaltar que para $\alpha = 0,1\%$, $\gamma = 1$ e $T = 100$, o teste LM acusou linearidade para as 1000 replicações.

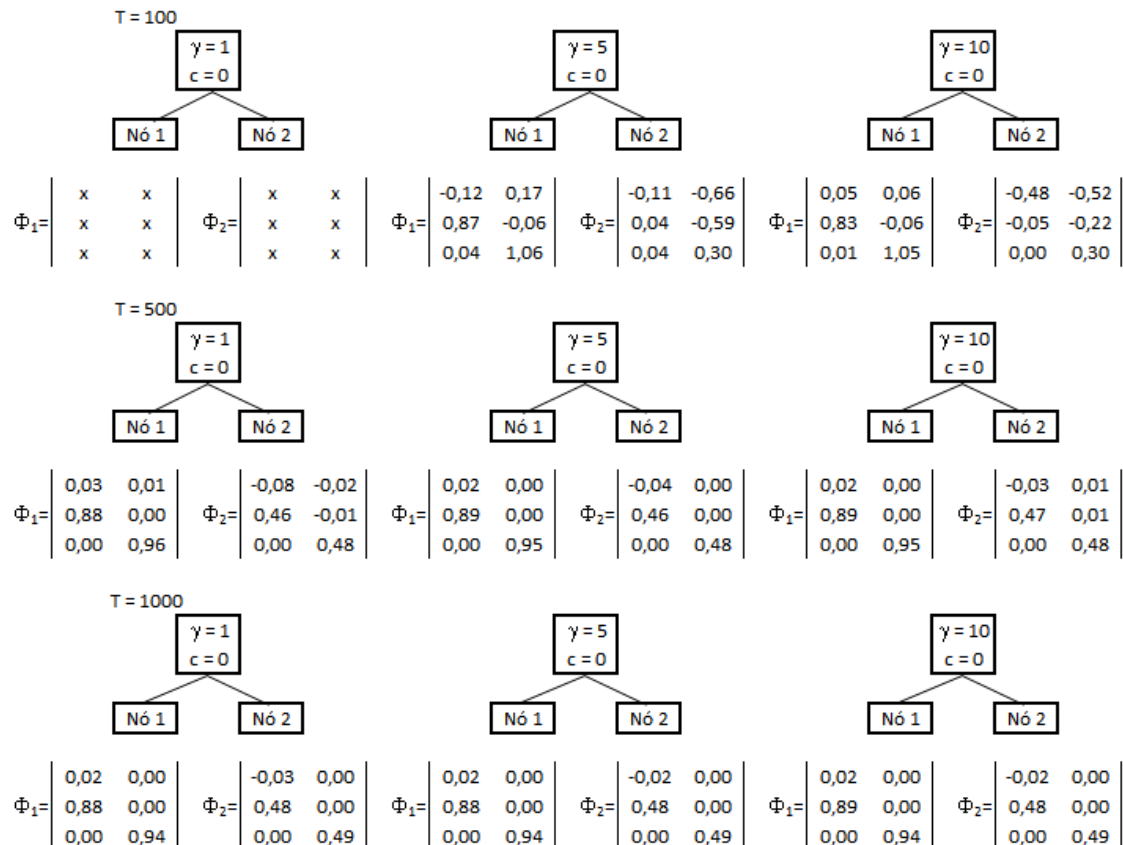
		$\hat{\Sigma}_\varepsilon$							
$\alpha = 0,1\%$	T	Média		Mediana		Desvio-Padrão		DAM	
$\gamma_{nominal} = 1$	100	x	x	x	x	x	x	x	x
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 5$	100	0,85	0,88	0,85	0,92	0,12	0,10	0,11	0,07
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 10$	100	0,87	0,86	0,85	0,82	0,14	0,10	0,11	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
$\alpha = 1\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	0,88	0,86	0,93	0,86	0,15	0,11	0,11	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 5$	100	0,89	0,89	0,91	0,87	0,14	0,13	0,09	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 10$	100	0,91	0,91	0,92	0,89	0,13	0,13	0,09	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\alpha = 5\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	0,91	0,89	0,92	0,88	0,14	0,14	0,09	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 5$	100	0,92	0,90	0,91	0,89	0,13	0,13	0,09	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 10$	100	0,91	0,91	0,91	0,89	0,13	0,13	0,09	0,08
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\alpha = 10\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	0,91	0,90	0,91	0,89	0,13	0,13	0,09	0,09
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 5$	100	0,91	0,91	0,91	0,90	0,14	0,13	0,09	0,09
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,06	0,04	0,04

$\gamma_{nominal} = 10$	100	0,91	0,91	0,90	0,90	0,14	0,13	0,09	0,09
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,06	0,05	0,04	0,04
$\alpha = 15\%$									
$\gamma_{nominal} = 1$	100	0,91	0,91	0,90	0,90	0,14	0,13	0,09	0,09
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,05	0,05	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 5$	100	0,91	0,91	0,91	0,90	0,14	0,13	0,09	0,09
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,05	0,05	0,04	0,04
$\gamma_{nominal} = 10$	100	0,92	0,91	0,92	0,90	0,14	0,13	0,09	0,10
	500	0,99	0,98	0,99	0,98	0,06	0,06	0,04	0,04
	1000	0,99	0,99	0,99	0,99	0,05	0,05	0,03	0,04

Tabela 5.7: Experimento Monte Carlo – Estimação da diagonal da matriz de covariâncias dos erros, Σ_e

Este resultado mostra que o modelo STVAR-Tree consegue capturar toda a estrutura e ajustar valores próximos aos valores observados.

As figuras a seguir ilustram alguns dos resultados da estimação de $\hat{\Phi}_i, i = 1, 2$ dos modelos STVAR-Tree simulados. Por termos muitos dados para analisar, somente as medianas foram consideradas aqui. Cada conjunto agrupa os modelos com o mesmo nível de significância do teste LM.

Figura 5.2: Mediana de $\hat{\Phi}_i, i = 1, 2$ do modelo STVAR-Tree simulado, com $\alpha = 0,1\%$

Analisando a Figura 5.2, com nível de significância $\alpha = 0,1\%$, percebe-se que a primeira árvore não foi estimada, justamente pelo fato da não-detecção de não-linearidade. Mais uma vez, nota-se problemas de estimação para amostras pequenas. As estimativas são distantes dos valores fixos, mesmo com variação dos valores do parâmetro de suavidade. Em alguns casos, o modelo estimou valores maiores que 1. Para amostras médias e grandes, o modelo STVAR-Tree apresenta melhores resultados, tanto para árvores com divisões suaves quanto para divisões mais bruscas.

A Figura 5.3 mostra os resultados com nível de significância $\alpha = 1\%$.

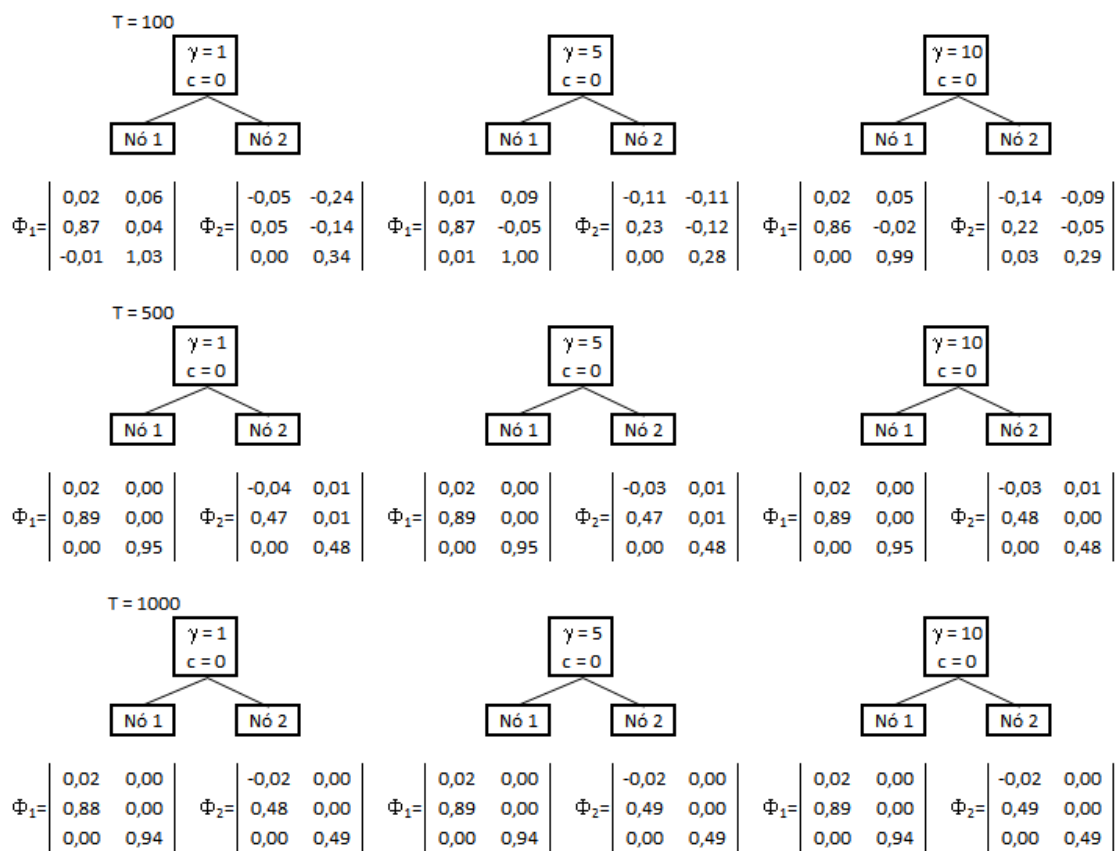


Figura 5.3: Mediana de $\hat{\Phi}_i, i = 1,2$ do modelo STVAR-Tree simulado, com $\alpha = 1\%$

Pode-se repetir aqui as análises feitas para os resultados anteriores. Isto mostra que com o aumento do nível de significância de $\alpha = 0,1\%$ para $\alpha = 1\%$ não houve melhoras nas pequenas amostras. E nas médias e grandes amostras, os resultados foram praticamente os mesmos.

As Figuras 5.4 e 5.5 ilustram os casos de aumentos do nível de significância para $\alpha = 5\%$ e para $\alpha = 10\%$.

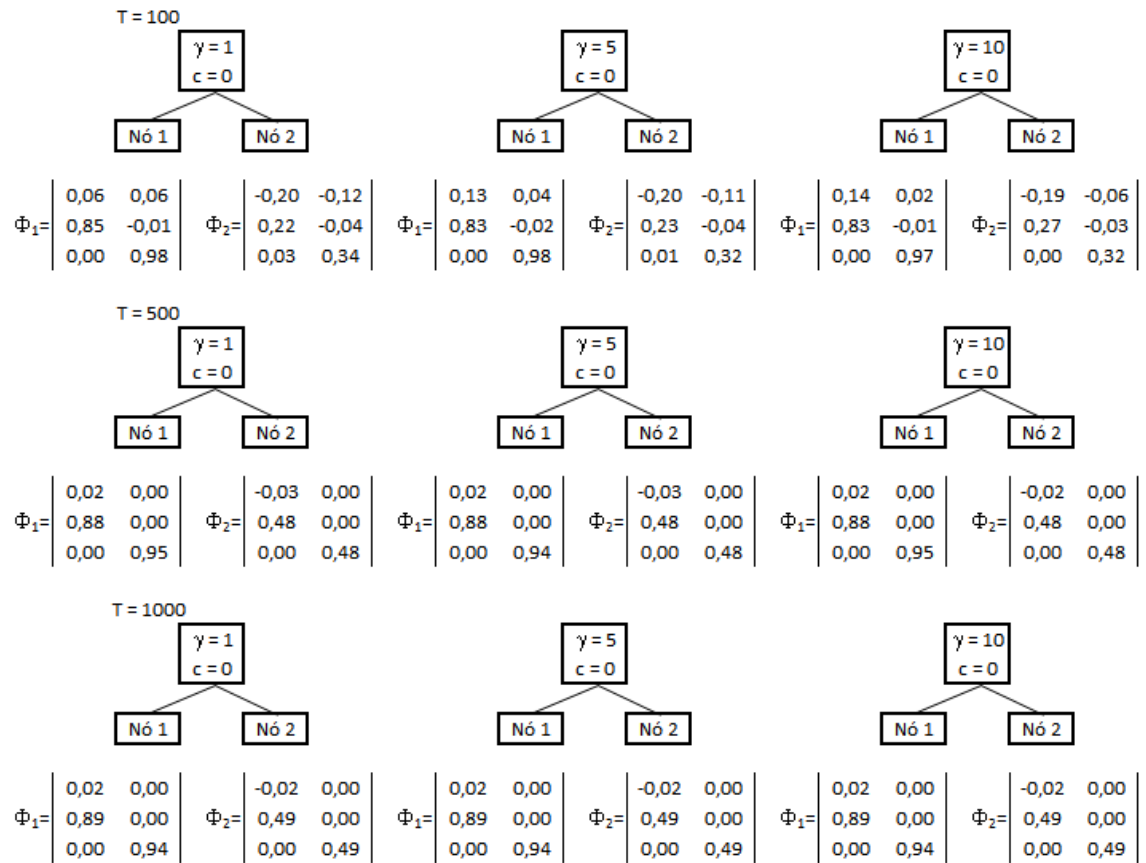


Figura 5.4: Mediana de $\hat{\Phi}_i, i = 1, 2$ do modelo STVAR-Tree simulado, com $\alpha = 5\%$

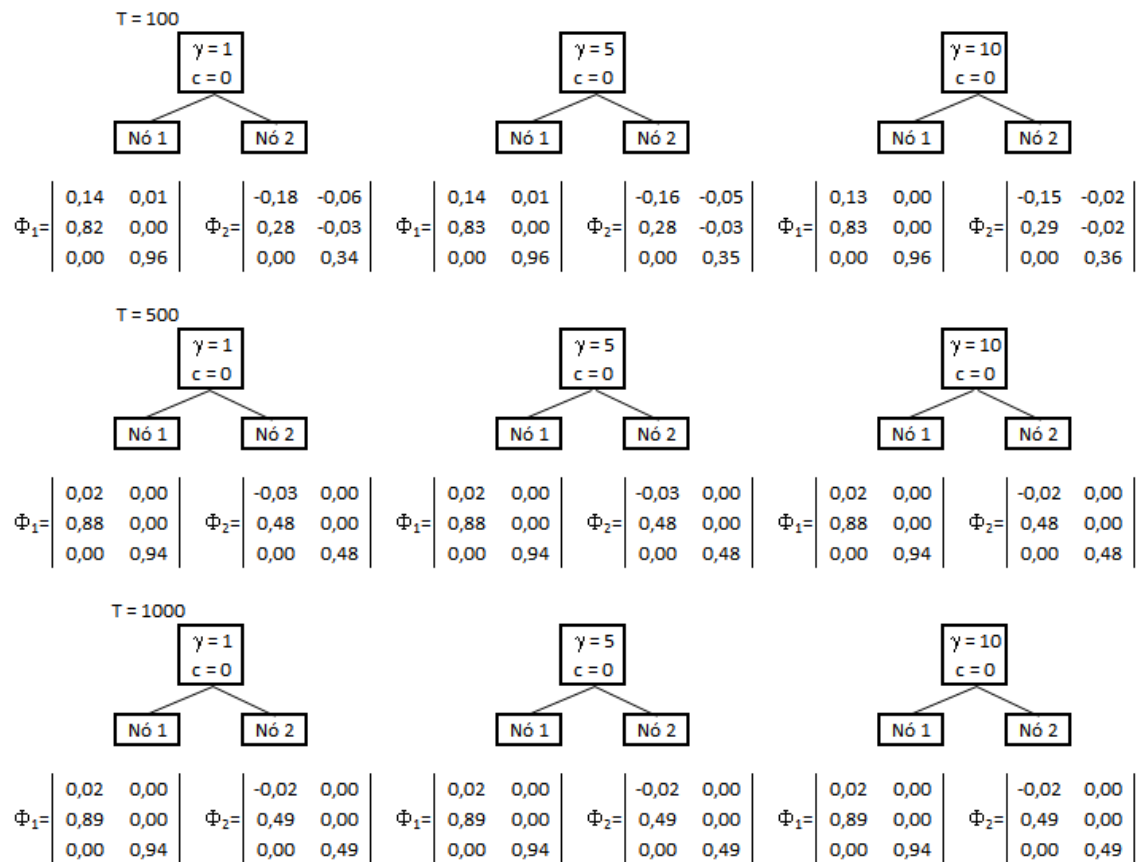


Figura 5.5: Mediana de $\hat{\Phi}_i, i = 1, 2$ do modelo STVAR-Tree simulado, com $\alpha = 10\%$

Os resultados para pequenas amostras continuam distantes dos valores fixos inicialmente, porém, as estimativas não apresentam mais o problema de valores maiores que 1. Para amostras médias e grandes, os resultados são próximos aos valores fixos inicialmente.

Por fim, os modelos que consideram nível de significância $\alpha = 15\%$ apresentam estimativas próximas àquelas fixas nas amostras pequenas. E os comentários dos resultados para as demais amostras são os mesmos das árvores estimadas anteriormente.

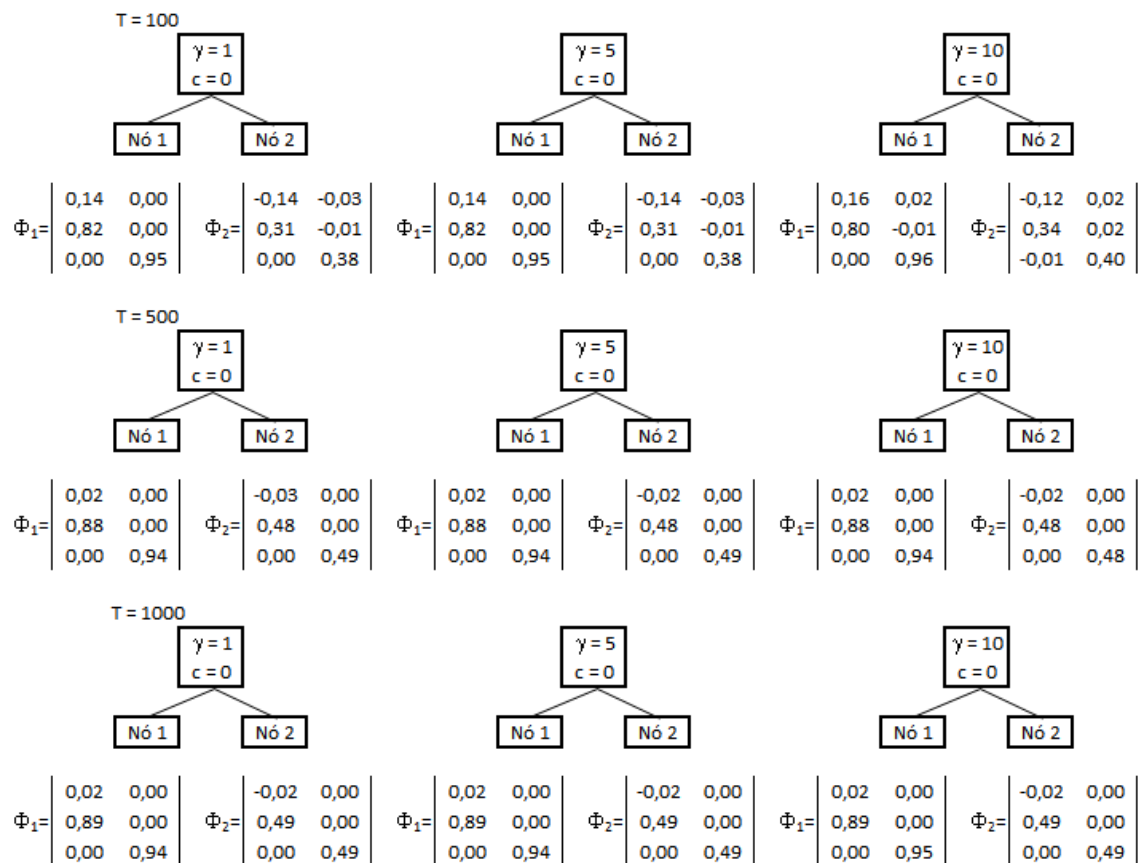


Figura 5.6: Mediana de $\hat{\Phi}_i, i = 1, 2$ do modelo STVAR-Tree simulado, com $\alpha = 15\%$

5.2. Aplicações a dados reais

Nesta seção são apresentadas aplicações para dois conjuntos de dados reais. A primeira aplicação refere-se à Vazão de Rios, medida pela Energia Natural Afluente (ENA) dos quatro sub-mercados brasileiros, Sudeste/Centro-Oeste (SE), Sul (S), Nordeste (NE) e Norte(N). A outra, refere-se ao Preço Spot de energia elétrica no Brasil, considerando também os quatro sub-mercados brasileiros, com

a adição das séries de ENA e Energia Armazenada (EARM), utilizadas como candidatas a variáveis de transição.

5.2.1. Vazão de Rios

Primeiramente, uma análise exploratória foi feita para conhecimento do comportamento das séries de ENA. Em seguida, para a modelagem das séries de Vazão de rios, considerou-se o modelo STVAR-Tree e o modelo PAR(p). Na fase de estimação dos modelos, foram utilizados 80% das observações e os 20% restantes foram separados para a previsão fora da amostra (*out-of-sample*), com 1 passo à frente, utilizada como validação dos modelos ajustados. Estes números estão mais detalhados na Tabela 5.8.

Período	Divisão	Início	Fim	Observações (univariado)	Observações (multivariado)
<i>In-sample</i>	80%	Janeiro/1931	Dezembro/1990	720	2880
<i>Out-of-sample</i>	20%	Janeiro/1991	Dezembro/2005	180	720
Total	100%	Janeiro/1931	Dezembro/2005	900	3600

Tabela 5.8: Divisão dos dados

A comparação dos modelos foi feita com base em medidas estatísticas no período *out-of-sample*, considerando previsões de 1 passo à frente.

5.2.1.1. Análise exploratória

O conjunto de dados de vazão de rios trata de séries mensais, coletadas no período de Janeiro/1931 a Dezembro/2005, representando 74 anos, no total de 900 observações, para cada um dos 4 submercados. A tabela 5.9 apresenta algumas estatísticas descritivas das séries.

	SE	S	NE	N
Média	32.752,88	7.673,40	8.305,83	6.311,03
Mediana	27.175,67	6.316,19	5.884,49	4.183,39
Desvio-padrão	17.158,06	5.384,29	6.068,08	5.278,20
Mínimo	9.115,39	992,44	1.523,22	736,53
Máximo	114.307,50	61.043,77	46.262,92	29.424,81
Assimetria	1,07	2,36	1,59	1,10
Curtose	3,80	15,29	6,45	3,63
Jarque-Bera	197,15	6.501,80	821,40	197,27
P-valor	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 5.9: Estatísticas Descritivas das séries de ENA

O Gráfico 5.1 apresenta a evolução das séries de ENA ao longo dos anos.

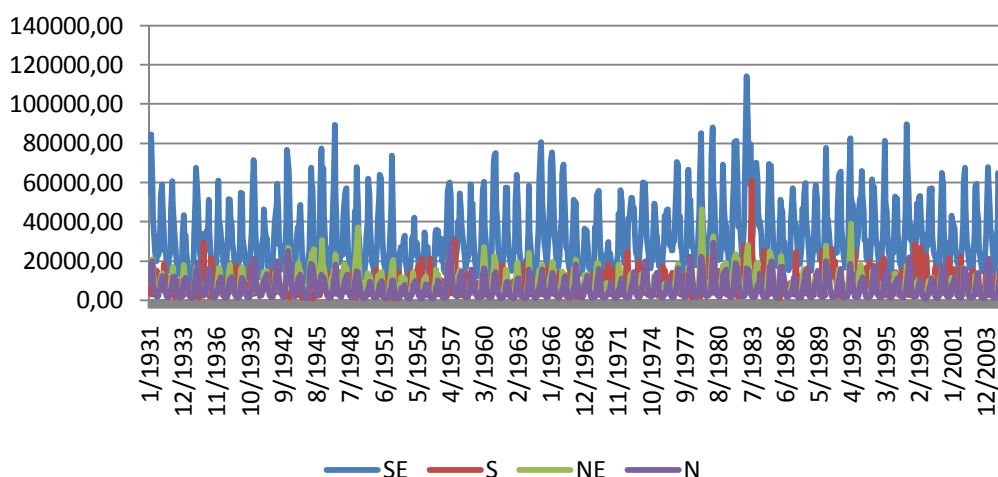


Gráfico 5.1: Evolução das séries de ENA

Devido à grande variabilidade dos dados, melhores resultados foram obtidos ao aplicar o logaritmo natural às séries de ENA. E daqui para frente, somente estas séries serão consideradas nas análises. A Tabela 5.10 fornece estatísticas descritivas do logaritmo natural das séries de ENA. As médias das séries apresentam valores semelhantes às medianas, devido à baixa dispersão medida pelos desvios-padrão. Nota-se que os valores de mínimo e máximo não são distantes.

	ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
Média	10,27	8,74	8,79	8,38
Mediana	10,21	8,75	8,68	8,34
Desvio-padrão	0,50	0,64	0,68	0,89
Mínimo	9,12	6,90	7,33	6,60
Máximo	11,65	11,02	10,74	10,29
Assimetria	0,16	0,00	0,27	0,03
Curtose	2,19	2,78	2,06	1,74
Jarque-Bera	28,60	1,81	43,80	60,06
P-valor	0,00	0,40	0,00	0,00

Tabela 5.10: Estatísticas Descritivas do logaritmo natural das séries de ENA

Sabemos que se uma variável aleatória segue uma distribuição Normal, então as medidas de assimetria e curtose são 0 e 3, respectivamente. Para o logaritmo natural das séries de ENA, as medidas de assimetria são próximas a zero e as medidas de curtose são menores que 3. Isto nos sugere que as séries não seguem uma distribuição Normal. Para comprovar estatisticamente, o teste de Jarque-Bera foi realizado, o qual se baseia nas seguintes hipóteses:

H_0 : a série é normalmente distribuída

H_1 : a série não é normalmente distribuída

O teste sugere que a distribuição do logaritmo natural das séries de ENA do sub-mercado Sul apresenta a normalidade e para os sub-mercados SE, NE e N não apresenta, devido aos baixíssimos p-valores.

A Tabela 5.10 apresenta as correlações entre as séries de ENA. É possível notar as correlações elevadas entre os sub-mercados, com exceção do Sul.

	ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
ln(SE)	1	-0,11	0,85	0,78
ln(S)	-0,11	1	-0,36	-0,34
ln(NE)	0,85	-0,36	1	0,85
ln(N)	0,78	-0,34	0,85	1

Tabela 5.11: Matriz de Correlação do logaritmo natural das séries de ENA

Visualmente, no Gráfico 5.2, as séries apresentam comportamento de séries estacionárias, uma vez que os níveis se mantêm constantes. É possível perceber a ausência de tendência (crescente ou decrescente) nas séries dos quatro sub-mercados.

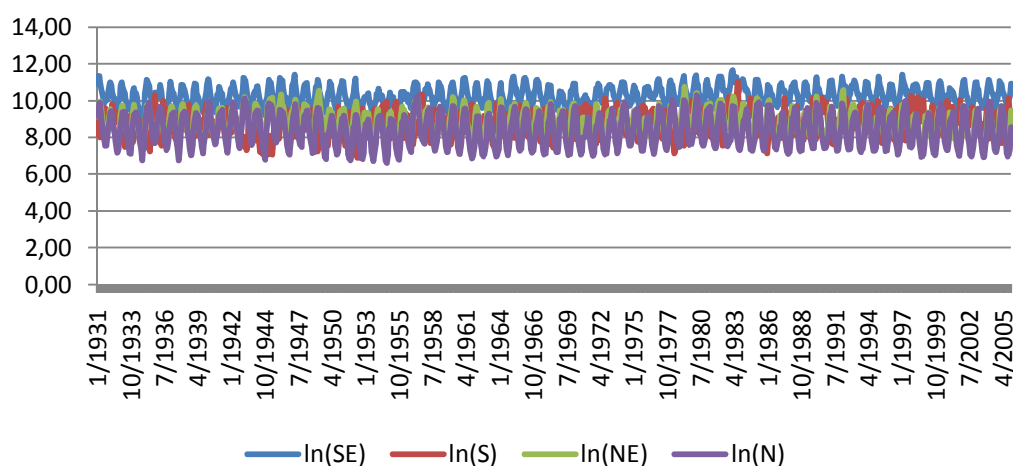


Gráfico 5.2: Evolução do logaritmo das séries de ENA

Conforme indicado inicialmente na análise exploratória, com destaque para o Gráfico 5.2, as séries apresentam comportamento estacionário. Para comprovar estatisticamente este resultado, o teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) foi realizado, baseado nos valores críticos de McKinnon para a rejeição da hipótese nula, com as seguintes hipóteses:

H_0 : a série tem raiz unitária (não é estacionária)

H_1 : a série não tem raiz unitária (é estacionária)

Como resultados dos testes, temos a rejeição da hipótese de raiz unitária para as séries, aos níveis de 1%, 5% e 10%.

ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
-20,71	-10,8	-18,98	-23,49
* valores críticos de McKinnon			
	1%*	-3.46	
	5%	-2.87	
	10%	-2.57	

Tabela 5.12: Teste Estatístico ADF para o logaritmo das séries de ENA

Portanto, a conclusão que tiramos é que as séries temporais do logaritmo natural das séries de ENA são $I(0)$. Este resultado indica que temos satisfeitas as condições necessárias para usar o arcabouço da modelagem STVAR-Tree.

5.2.1.2. STVAR-Tree

Para a escolha do modelo STVAR-Tree mais adequado ao logaritmo das séries de ENA, estimou-se 12 modelos, cada um deles com o aumento de uma unidade no número de defasagem nas séries das variáveis endógenas dos quatro sub-sistemas brasileiros, começando na ordem 1 e alcançando o máximo de 12 defasagens.

As candidatas a possíveis variáveis de transição foram as 12 primeiras defasagens nas séries das variáveis endógenas e o mês. Coloca-se a variável tempo (mês) no conjunto de variáveis de transição na tentativa de capturar possíveis efeitos de quebra estrutural nas séries.

O *grid* de valores dos parâmetros não-lineares foi composto por:

- Suavidade: $\gamma = (1,5,10)$
- Locação: percentis das candidatas a variável de transição, fixos em $c = (5\%, 10\%, 20\%, 30\%, 40\%, 50\%, 60\%, 70\%, 80\%, 90\%, 95\%)$.

Com a finalidade de evitar a estimação de árvores complexas e também de reduzir o tempo computacional, limitou-se árvores com no máximo 8 folhas (nós

terminais). Ao analisar diversos resultados de árvores mais complexas, percebeu-se que estas poderiam até apresentar um ajuste um pouco melhor, porém, com a limitação, os resultados foram satisfatórios e houve redução de tempo de processamento e complexidade.

Uma forma de ilustrar essa complexidade seria com a apresentação do número de nós terminais e de parâmetros dos 12 modelos estimados, já considerando o procedimento de limitação. Vale lembrar que o número que identifica o modelo está associado à ordem de defasagem das variáveis endógenas. A Tabela 5.13 mostra os números.

Modelo	Número de nós terminais	Número de parâmetros de suavidade (γ)	Número de parâmetros locação (c)	Número de parâmetros lineares (Φ)
1	8	7	7	160
2	8	7	7	288
3	8	7	7	416
4	8	7	7	544
5	8	7	7	672
6	8	7	7	800
7	2	1	1	232
8	1	0	0	132
9	1	0	0	148
10	1	0	0	164
11	1	0	0	180
12	1	0	0	196

Tabela 5.13: Número de nós terminais e de parâmetros dos modelos estimados

Conforme aumenta a ordem da defasagem, os modelos apresentam um decréscimo no número de nós terminais. Isto se deve ao procedimento adotado de diminuir o nível de significância do teste LM, de acordo com o crescimento da árvore.

Os modelos de 1 a 6 apresentaram crescimento da árvore e, com a limitação, esses modelos possuem o número máximo de folhas. O modelo 7 só cresceu da raiz para as folhas 1 e 2, sendo a arquitetura mais simples de um modelo STVAR-Tree. Os modelos de 8 a 12 não formaram árvores e, neste caso, modelos lineares foram estimados. Portanto, estes últimos modelos não serão tratados como prioritários, já que o objetivo é estimar modelos STVAR-Tree. Caso nenhum dos anteriores se mostre adequado, pode ser que um desses seja o modelo escolhido.

Para cada modelo estimado, verificou-se os valores assumidos pelos Critérios de Informação *Akaike* (AIC), *Bayesian* (BIC), *Hannan-Quinn* (HQ) e *Final Prediction Error* (FPE), expressos por:

$$\text{AIC}(m) = \ln|\tilde{\Sigma}_u(m)| + \frac{2mK^2}{T} \quad (5.4)$$

$$\text{BIC}(m) = \ln|\tilde{\Sigma}_u(m)| + \frac{\ln T}{T}mK^2 \quad (5.5)$$

$$\text{HQ}(m) = \ln|\tilde{\Sigma}_u(m)| + \frac{2 \ln \ln T}{T}mK^2 \quad (5.6)$$

$$\text{FPE}(m) = \left[\frac{T + Km + 1}{T - Km - 1} \right]^K \det \tilde{\Sigma}_u(m) \quad (5.7)$$

onde,

m é a ordem do modelo STVAR-Tree ajustado aos dados;

T é o tamanho da amostra;

K é a dimensão das séries temporais;

$\hat{\Sigma}_u(m)$ é a estimativa da matriz de covariância ruído branco;

O critério FPE auxilia na obtenção de um modelo com melhor capacidade preditiva. Já os critérios BIC e HQ são os mais consistentes, dentre os quatro. O objetivo então é selecionar o modelo que minimiza esses valores.

A Tabela 5.14 apresenta os valores dos quatro Critérios de Informação para os 12 modelos estimados.

Modelo	AIC	BIC	FPE	HQ
1	-99,04	-9,58	1,44E-05	-10,21
2	-64,35	-6,10	4,35E-05	-8,37
3	63,48	-0,15	-1,64E-04	-5,07
4	284,42	8,25	-1,07E-05	-0,33
5	598,15	18,79	-1,58E-05	5,53
6	1004,74	31,53	-1,04E-05	12,59
7	-87,34	3,84	-8,75E-06	-2,57
8	-91,43	-1,09	-9,39E-06	-5,26
9	-94,05	1,39	-1,93E-05	-3,86
10	-95,15	4,17	-1,57E-05	-2,30
11	-94,78	7,18	-3,10E-05	-0,64
12	-92,75	10,60	-2,69E-05	1,32

Tabela 5.14: Critérios de Informação

O modelo com uma defasagem nas variáveis endógenas apresentou o menor valor para AIC, BIC e HQ. O modelo com melhor capacidade preditiva, pelo critério FPE, é o modelo 8. Porém, o modelo final não foi selecionado aqui nesta etapa. Além dessas, outras estatísticas baseadas nos resíduos foram utilizadas para seleção do modelo mais adequado, tanto *in-sample* quanto *out-of-sample*.

A Tabela 5.15 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos no período *in-sample*. Todos os modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena, assimetria próxima a zero e curtose próxima a 3, com pequenos desvios. Estes resultados mostram o bom ajuste aos dados do modelo STVAR-Tree.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Média	SE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	S	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	NE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	N	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Variância	SE	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	S	0,23	0,21	0,20	0,19	0,17	0,15	0,22	0,23	0,23	0,22	0,22	0,22
	NE	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04
	N	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04
Assimetria	SE	0,09	0,10	0,12	0,13	0,20	0,15	0,08	0,04	0,02	0,03	0,04	0,04
	S	0,27	0,23	0,22	0,20	0,16	0,12	0,29	0,28	0,29	0,26	0,27	0,27
	NE	-0,01	0,06	0,09	-0,01	-0,01	-0,05	0,15	0,17	0,16	0,18	0,09	0,10
	N	0,63	0,48	0,59	0,46	0,32	0,20	0,45	0,55	0,52	0,50	0,48	0,48
Curtose	SE	3,50	3,27	3,51	3,19	3,24	3,43	3,55	3,07	3,09	3,05	3,23	3,24
	S	2,89	2,67	3,10	2,90	2,85	3,18	2,85	2,85	2,89	2,84	2,86	2,86
	NE	4,11	4,51	4,50	4,08	4,23	4,32	4,17	3,99	3,96	4,00	3,86	3,92
	N	4,87	4,69	4,97	4,73	4,95	3,81	5,15	4,95	5,08	5,06	4,87	4,87

Tabela 5.15: Estatísticas descritivas dos resíduos – *in-sample*

A Tabela 5.16 apresenta as estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE, dadas por:

$$\text{Mean Squared Error (Erro Quadrático Médio): } \text{MSE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2$$

$$\text{Root Mean Squared Error (Raiz do Erro Quadrático Médio): } \text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2}$$

$$\text{Mean Absolute Error (Erro Absoluto Médio): } \text{MAE} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |y_t - \hat{y}_t|$$

$$\text{Mean Absolute Percentual Error (Erro Percentual Absoluto Médio): } \text{MAPE} = 100 \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

Os valores de MSE, RMSE e MAE estão próximos a zero. Além disso, as medidas de MAPE apontam valores baixos, o que indica que os modelos estimados controlaram bastante os erros *in-sample*. É interessante notar que a dispersão dos valores é mínima, o que não permite destacar um único modelo como o mais adequado para representar as séries de vazão de rios.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MSE	SE	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	S	0,23	0,21	0,20	0,19	0,17	0,14	0,22	0,23	0,23	0,22	0,22	0,22
	NE	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,04	0,04	0,04
	N	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,05	0,05	0,05	0,04	0,04
RMSE	SE	0,19	0,19	0,18	0,17	0,16	0,15	0,19	0,20	0,20	0,19	0,19	0,19
	S	0,47	0,45	0,44	0,43	0,41	0,38	0,47	0,48	0,47	0,47	0,47	0,47
	NE	0,21	0,19	0,19	0,18	0,18	0,17	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21	0,21
	N	0,21	0,20	0,19	0,19	0,18	0,17	0,21	0,22	0,22	0,21	0,21	0,21
MAE	SE	0,15	0,15	0,14	0,14	0,13	0,12	0,14	0,16	0,15	0,15	0,15	0,15
	S	0,38	0,37	0,35	0,35	0,33	0,30	0,37	0,38	0,38	0,38	0,38	0,38
	NE	0,15	0,14	0,14	0,14	0,13	0,12	0,15	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
	N	0,16	0,15	0,14	0,15	0,13	0,13	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,15
MAPE	SE	1,43	1,42	1,36	1,34	1,25	1,15	1,41	1,51	1,51	1,49	1,46	1,46
	S	4,40	4,26	4,06	4,03	3,83	3,47	4,33	4,44	4,41	4,39	4,38	4,38
	NE	1,68	1,55	1,51	1,51	1,48	1,39	1,68	1,82	1,82	1,79	1,76	1,76
	N	1,90	1,75	1,67	1,74	1,60	1,53	1,87	1,97	1,91	1,88	1,83	1,83

Tabela 5.16: Estatísticas de erro dos modelos – *in-sample*

Por fim, verificou-se a normalidade dos resíduos dos modelos estimados, mostrados na Tabela 5.17. Para esta análise, realizou-se tanto a versão multivariada do teste (descrito a seguir) quanto à versão univariada, dada pelo teste Jarque-Bera, considerando as hipóteses:

H_0 : a série é normalmente distribuída

H_1 : a série não é normalmente distribuída

Sob H_0 , a estatística de teste (multivariado) é dada por,

$$\sqrt{T}\bar{\varepsilon}'S_{\varepsilon}^{-1}\bar{\varepsilon} \sim \chi_{p-1}^2$$

onde,

T é o tamanho da amostra;

$\bar{\varepsilon}$ é um vetor que contém a média das discrepâncias;

S_{ε} é a estimativa da matriz de covariâncias dos erros;

p é a o número de parâmetros no modelo.

Ao nível de significância $\alpha\%$, rejeita-se H_0 para valores de $\sqrt{T}\bar{\varepsilon}'S_{\varepsilon}^{-1}\bar{\varepsilon}$ maiores que $\chi_{p-1}^2(\alpha\%)$.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Teste Normalidade Multivariado	χ_{calc}^2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\chi_3^2(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Teste JB	H=0 SE	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0
	Normal H=1 S	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
	Não-normal NE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	N	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
p-valor do teste JB	SE	0,02	0,17	0,01	0,22	0,04	0,02	0,01	0,5	0,5	0,5	0,39	0,37
	S	0,02	0,01	0,05	0,07	0,14	0,24	0,01	0,01	0,01	0,02	0,02	0,01
	NE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	N	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabela 5.17: Testes de normalidade dos resíduos – *in-sample*

Conclui-se que os resíduos *in-sample* de todos os modelos seguem distribuição Normal multivariada.

Um ponto positivo na estimação é que todos os modelos se ajustaram bem aos dados. Com a adição da análise dos critérios de informação, seria interessante selecionar o modelo 1 como o modelo mais adequado por querermos sempre o modelo mais parcimonioso. Porém, estatísticas descritivas e de erro dos modelos no período *out-of-sample* também foram geradas.

Depois de estimados os modelos, 3 tipos de previsão foram realizadas no período *out-of-sample*: Combinação de Regimes (RC), Máxima Pertinência (MM) e Combinação Adaptativa de Regimes (ARC), conforme descritas no Capítulo IV. Analisar os resíduos gerados por modelos utilizando estes três métodos de previsão determinará o modelo STVAR-Tree que melhor se adequa aos dados. Nesta etapa, os modelos de 1 a 12 competem entre si, pois alguns modelos apresentam bons ajustes *out-of-sample* e outros não.

A Tabela 5.18 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos no período *out-of-sample* pelo método RC. Nem todos os

modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena, assimetria próxima a zero e curtose próxima a 3. Destacam-se com melhores resultados os modelos 1, 2, 3, 4 e 7.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Média	SE	-0,14	-0,25	-0,14	0,19	0,14	-8,75	0,09	5,17	5,17	5,17	5,17	5,17
	S	0,06	0,16	0,10	-0,42	-2,85	-51,29	0,05	4,50	4,51	4,50	4,50	4,50
	NE	-0,32	-0,35	0,02	-0,50	1,53	-0,29	0,05	4,28	4,28	4,28	4,28	4,28
	N	-0,27	-0,25	-0,13	0,68	0,33	9,34	0,13	4,15	4,15	4,15	4,15	4,15
Variância	SE	0,07	0,72	0,32	0,21	3,47	1.498,73	0,04	0,08	0,07	0,07	0,08	0,08
	S	0,55	0,95	2,58	1,74	37,35	6.005,73	0,30	0,29	0,29	0,29	0,29	0,29
	NE	0,15	0,48	0,35	0,37	6,82	506,98	0,06	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
	N	0,14	0,70	0,60	0,27	1,95	1.827,38	0,04	0,25	0,24	0,24	0,24	0,24
Assimetria	SE	0,12	-0,59	-0,93	0,29	1,78	-0,35	0,19	0,21	0,21	0,21	0,22	0,24
	S	-0,27	0,31	-0,68	-0,31	-1,59	-1,05	-0,13	-0,03	-0,03	-0,02	-0,02	-0,02
	NE	-0,39	0,25	0,67	-0,06	1,73	-0,03	0,32	0,40	0,40	0,42	0,43	0,43
	N	0,27	1,08	-0,38	0,41	0,23	0,17	0,31	0,25	0,26	0,26	0,27	0,27
Curtose	SE	3,36	4,02	7,10	3,32	8,79	7,45	3,23	2,84	2,85	2,81	2,83	2,87
	S	2,91	5,33	4,30	5,01	5,57	4,56	2,76	2,41	2,39	2,39	2,40	2,41
	NE	4,44	6,26	4,08	3,94	5,82	6,77	3,68	2,49	2,49	2,51	2,52	2,51
	N	2,75	7,64	3,77	2,65	5,78	6,22	3,48	1,84	1,84	1,84	1,86	1,87

Tabela 5.18: Estatísticas descritivas dos resíduos (RC) – *out-of-sample*

Diferentemente do ocorrido no período *in-sample*, nem todos os valores de MSE, RMSE, MAE e MAPE do período *out-of-sample* estão próximos a zero, o que indica que alguns modelos estimados não conseguiram controlar os erros neste período. A Tabela 5.19 apresenta as estatísticas, com destaque positivo para os modelos 1,2 e 7, este último apresentou os menores valores de MAPE.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MSE	SE	0,09	0,78	0,34	0,25	3,47	1.566,84	0,05	26,81	26,81	26,83	26,85	26,84
	S	0,55	0,97	2,57	1,90	45,26	8.603,08	0,30	20,55	20,60	20,55	20,51	20,52
	NE	0,25	0,60	0,35	0,61	9,11	504,22	0,06	18,48	18,46	18,49	18,52	18,52
	N	0,21	0,76	0,61	0,73	2,04	1.904,32	0,06	17,46	17,44	17,44	17,46	17,46
RMSE	SE	0,31	0,88	0,58	0,50	1,86	3,96E+01	0,23	5,18	5,18	5,18	5,18	5,18
	S	0,74	0,99	1,60	1,38	6,73	9,28E+01	0,54	4,53	4,54	4,53	4,53	4,53
	NE	0,50	0,78	0,59	0,78	3,02	2,25E+01	0,25	4,30	4,30	4,30	4,30	4,30
	N	0,45	0,87	0,78	0,85	1,43	4,36E+01	0,24	4,18	4,18	4,18	4,18	4,18
MAE	SE	0,25	0,62	0,39	0,38	1,13	22,24	0,17	5,17	5,17	5,17	5,17	5,17

	S	0,59	0,73	1,19	1,03	3,93	59,74	0,44	4,50	4,51	4,50	4,50	4,50
	NE	0,40	0,57	0,44	0,62	1,80	12,63	0,18	4,28	4,28	4,28	4,28	4,28
	N	0,38	0,63	0,57	0,70	1,00	24,98	0,19	4,15	4,15	4,15	4,15	4,15
MAPE	SE	2,43	6,14	3,78	3,66	10,65	210,13	1,64	50,02	50,02	50,04	50,06	50,05
	S	6,61	8,13	13,47	11,67	44,43	666,81	4,89	50,20	50,26	50,21	50,16	50,16
	NE	4,83	6,82	5,07	7,11	19,73	141,54	2,10	49,66	49,64	49,67	49,73	49,72
	N	4,78	8,01	7,01	8,76	11,42	298,19	2,22	49,80	49,77	49,77	49,81	49,80

Tabela 5.19: Estatísticas de erro dos modelos (RC) – *out-of-sample*

Por fim, verificou-se a normalidade (nas versões univariada e multivariada do teste) dos resíduos dos modelos estimados no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.20.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Teste Normalidade Multivariado	χ^2_{calc}	12,94	5,25	1,16	16,98	6,58	5,35	6,60	52,83	52,83	52,83	52,84	52,84
	$\chi^2_3(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	0,00	0,15	0,76	0,00	0,09	0,15	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Teste JB	H=0	SE	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0
	Normal	S	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0
	H=1	NE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Não-normal	N	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
p-valor do teste JB	SE	0,45	0,00	0,00	0,14	0,00	0,00	0,43	0,43	0,43	0,39	0,38	0,35
	S	0,27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,21	0,19	0,20	0,20	0,21
	NE	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03
	N	0,20	0,00	0,02	0,05	0,00	0,00	0,08	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01

Tabela 5.20: Testes de normalidade dos resíduos (RC) – *out-of-sample*

Conclui-se que os resíduos neste período *out-of-sample* dos modelos 2, 3, 6 e 7 seguem distribuição Normal multivariada, porém, nem todos seguem distribuição Normal univariada.

Considerando o método de previsão RC, o modelo 7 foi o modelo que apresentou melhores resultados para os resíduos, em todas as análises. Seleciona-se, portanto, este modelo como o mais adequado.

Considere, agora, o tipo MM de previsão. A Tabela 5.21 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos. Nem todos os modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena, assimetria próxima a zero e curtose próxima a 3. Destacam-se com melhores resultados os modelos 7 (com 2 nós terminais), 8 a 12 (não formaram árvores).

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Média	SE	4,91	9,55	-6,40	-18,68	3,29	832,71	-0,18	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
	S	-1,13	-1,81	25,99	80,23	8,21	795,40	0,59	0,06	0,07	0,07	0,06	0,06
	NE	4,60	1,12	-21,89	-9,38	3,67	57,53	0,02	-0,05	-0,05	-0,05	-0,04	-0,04
	N	1,50	-0,89	-12,06	-36,53	1,72	-285,57	0,32	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03	-0,03
Variância	SE	4,09	529,19	338,47	2,53E+03	0,09	2,03E+06	1,21	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	S	1,00	17,23	2.092,15	1,99E+04	0,50	2,08E+06	7,75	0,28	0,29	0,29	0,29	0,29
	NE	7,19	15,72	3.913,94	651,74	0,12	2,21E+04	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
	N	14,14	62,38	587,97	1,03E+04	0,06	2,37E+05	1,65	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
Assimetria	SE	-0,60	0,60	-1,74	-1,45	0,53	-1,21	0,36	-0,36	-0,37	-0,30	-0,26	-0,22
	S	-0,53	-0,79	1,80	1,43	0,05	-1,22	-0,34	-0,09	-0,10	-0,10	-0,11	-0,11
	NE	-0,56	-1,79	-1,88	-1,34	0,04	-1,33	-0,01	0,05	0,05	0,05	0,06	0,07
	N	-0,61	-1,51	-1,83	-1,41	0,23	1,26	-0,36	0,41	0,42	0,36	0,47	0,46
Curtose	SE	1,45	6,06	4,26	3,16	3,23	2,48	1,28	3,88	3,95	3,99	4,13	4,23
	S	3,01	5,57	4,37	3,13	2,67	2,50	1,27	2,49	2,45	2,51	2,54	2,53
	NE	1,42	7,05	4,53	3,02	3,07	2,94	3,11	3,49	3,52	3,43	3,55	3,57
	N	1,42	4,98	4,44	3,12	3,34	2,65	1,24	3,80	3,72	3,69	4,24	4,26

Tabela 5.21: Estatísticas descritivas dos resíduos – *out-of-sample*

A Tabela 5.22 apresenta as estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE do período *out-of-sample* do tipo MM de previsão.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MSE	SE	28,17	617,48	377,53	2.869,04	10,91	2,71E+06	1,23	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
	S	2,26	20,40	2.756,13	26.224,08	67,94	2,70E+06	8,05	0,28	0,30	0,29	0,29	0,29
	NE	28,30	16,87	4.371,11	735,98	13,62	25.237,59	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06
	N	16,30	62,82	730,20	11.605,10	3,00	3,17E+05	1,74	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
RMSE	SE	5,31	24,85	19,43	53,56	3,30	1.646,24	1,11	0,19	0,19	0,19	0,19	0,20
	S	1,50	4,52	52,50	161,94	8,24	1.644,18	2,84	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54
	NE	5,32	4,11	66,11	27,13	3,69	158,86	0,27	0,26	0,26	0,26	0,25	0,25
	N	4,04	7,93	27,02	107,73	1,73	563,46	1,32	0,21	0,21	0,20	0,21	0,21
MAE	SE	4,91	13,81	10,74	29,04	3,29	1.645,13	1,09	0,14	0,14	0,14	0,15	0,15
	S	1,20	2,59	26,53	87,20	8,21	1.641,21	2,78	0,44	0,45	0,44	0,44	0,44
	NE	4,60	3,46	30,39	15,70	3,67	154,04	0,21	0,20	0,20	0,20	0,19	0,19
	N	4,01	4,78	13,27	58,92	1,72	560,25	1,30	0,16	0,16	0,15	0,15	0,15
MAPE	SE	47,03	137,76	106,46	290,63	31,79	15.947,86	10,54	1,38	1,36	1,38	1,40	1,42
	S	13,79	29,05	294,33	968,03	91,98	18.451,97	31,19	4,88	4,98	4,92	4,92	4,92
	NE	52,23	40,58	372,37	193,00	42,88	1.794,43	2,48	2,27	2,27	2,26	2,21	2,22
	N	48,29	62,67	170,84	768,72	20,84	6.815,21	15,82	1,90	1,88	1,83	1,80	1,82

Tabela 5.22: Estatísticas de erro dos modelos (MM) – *out-of-sample*

Os resultados indicam que os modelos que formaram árvores (1 a 7) não conseguiram controlar os erros neste período. Os demais modelos, aqueles que não formaram árvores, apresentaram os menores valores em todas as estatísticas. Verificou-se a normalidade (nas versões univariada e multivariada do teste) dos resíduos dos modelos lineares (8 a 12) no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.23. Para os modelos não-lineares, somente os modelos 2 e 7 não rejeitaram a hipótese de normalidade na versão multivariada. Dentre esses modelos destacados, no teste de Jarque-Bera, os resíduos de algumas variáveis dos modelos lineares (8 a 12) e do modelo não-linear 7 seguem distribuição Normal univariada.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Teste Normalidade Multivariado		30,68	5,26	8,84	8,03	52,77	11,71	1,75	0,96	1,17	1,06	0,77	0,80
		7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	0,00	0,15	0,03	0,05	0,00	0,01	0,63	0,81	0,76	0,79	0,86	0,85
Teste JB	H=0	SE	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Normal	S	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0
	H=1	NE	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
	Não-normal	N	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
p-valor do teste JB		SE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,00	0,02	0,01	0,02	0,01
		S	0,02	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00	0,00	0,27	0,22	0,30	0,32
		NE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,50	0,00	0,50	0,34	0,29	0,44	0,25
		N	0,00	0,00	0,00	0,00	0,23	0,00	0,00	0,02	0,02	0,03	0,00

Tabela 5.23: Testes de normalidade dos resíduos (MM) – *out-of-sample*

Por último, mas não menos importante, o tipo ARC de previsão. A Tabela 5.24 apresenta as estatísticas básicas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos. Nem todos os modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena, assimetria próxima a zero e curtose próxima a 3. Destacam-se com melhores resultados os modelos 8 a 12 (não formaram árvores). Dentre os que formaram árvores, o modelo 7 apresenta as melhores estatísticas.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Média	SE	-6,94	1,59	0,49	0,94	0,10	0,86	-0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	S	-130,14	2,55	0,83	1,09	1,20	3,05	0,15	-0,01	0,02	0,02	0,02	0,03
	NE	-60,10	1,14	0,47	0,72	-0,16	0,25	-0,06	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01
	N	-38,74	2,72	0,78	0,78	-1,40	-0,52	-0,13	0,02	0,00	0,01	0,01	0,01
Variância	SE	1,97E+05	16,24	5,59	0,97	1,42	1,17	0,25	0,11	0,10	0,09	0,08	0,08
	S	3,27E+06	42,11	22,31	5,96	6,83	7,67	0,77	0,60	0,57	0,50	0,50	0,48
	NE	1,04E+06	24,20	5,96	0,81	2,68	1,83	0,41	0,20	0,18	0,17	0,16	0,14
	N	2,73E+05	13,57	4,73	0,77	2,83	2,41	0,34	0,12	0,11	0,09	0,09	0,08
Assimetria	SE	1,92	-1,43	0,04	0,28	-0,57	0,85	0,53	0,38	0,37	0,34	0,37	0,22
	S	-6,27	0,39	0,40	0,45	-0,13	0,39	0,02	-0,15	0,10	-0,05	-0,03	-0,06
	NE	0,70	-2,14	-0,43	0,24	0,48	0,44	1,00	0,05	0,01	0,20	0,32	0,19
	N	-1,76	-0,13	0,26	0,79	-0,14	-0,20	0,59	-0,03	0,03	0,26	0,37	0,23
Curtose	SE	23,64	9,06	4,19	4,03	2,80	8,16	8,29	2,83	3,20	3,23	3,44	3,15
	S	56,61	4,46	3,67	3,42	4,31	2,41	3,98	3,38	2,88	2,60	2,75	2,89
	NE	25,66	17,75	4,84	2,74	3,50	8,15	7,67	3,49	3,88	3,34	3,61	3,73
	N	23,62	8,25	4,37	3,68	2,74	4,14	6,55	2,94	3,46	3,38	3,56	3,55

Tabela 5.24: Estatísticas descritivas dos resíduos (ARC) – *out-of-sample*

Com exceção do modelo 7, as estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE do tipo ARC de previsão indicam que os modelos que formaram árvores (1 a 7), não controlaram os erros neste período. A Tabela 5.25 apresenta os resultados.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
MSE	SE	1,96E+05	18,68	5,79	1,85	1,42	1,90	0,25	0,11	0,10	0,09	0,08	0,08
	S	3,26E+06	48,35	22,87	7,11	8,22	16,92	0,79	0,60	0,57	0,50	0,49	0,48
	NE	1,04E+06	25,35	6,15	1,33	2,69	1,89	0,41	0,20	0,18	0,17	0,15	0,14
	N	2,73E+05	20,87	5,32	1,37	4,76	2,67	0,35	0,12	0,11	0,09	0,09	0,08
RMSE	SE	442,38	4,32	2,41	1,36	1,19	1,38	0,50	0,33	0,32	0,30	0,29	0,27
	S	1.806,24	6,95	4,78	2,67	2,87	4,11	0,89	0,77	0,75	0,70	0,70	0,69
	NE	1.019,39	5,04	2,48	1,15	1,64	1,37	0,64	0,44	0,43	0,41	0,39	0,38
	N	522,59	4,57	2,31	1,17	2,18	1,63	0,59	0,34	0,34	0,30	0,30	0,29
MAE	SE	176,83	3,28	1,69	1,07	0,99	1,05	0,34	0,27	0,26	0,24	0,22	0,21
	S	545,09	5,12	3,45	2,03	2,28	3,26	0,68	0,62	0,61	0,58	0,58	0,56
	NE	362,75	3,33	1,84	0,91	1,27	1,01	0,45	0,34	0,32	0,32	0,30	0,29
	N	213,06	3,53	1,70	0,89	1,73	1,20	0,43	0,27	0,26	0,23	0,23	0,22
MAPE	SE	1.674,98	31,63	16,66	10,42	9,63	10,14	3,29	2,57	2,46	2,27	2,16	2,07
	S	6.172,75	57,54	38,43	22,45	25,38	36,45	7,58	6,90	6,81	6,49	6,41	6,22
	NE	4.166,97	38,77	21,81	10,78	14,90	11,79	5,23	3,96	3,79	3,77	3,54	3,40
	N	2.530,71	41,57	21,02	11,06	21,50	14,66	5,28	3,29	3,14	2,80	2,77	2,68

Tabela 5.25: Estatísticas de erro dos modelos (ARC) – *out-of-sample*

Os demais modelos, aqueles que não formaram árvores, apresentaram os menores valores em todas as estatísticas.

Verificou-se a normalidade (nas versões univariada e multivariada do teste) dos resíduos dos modelos lineares (8 a 12) no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.26. Para os modelos não-lineares, somente os modelos 1, 2, 5 e 7 não rejeitaram a hipótese de normalidade na versão multivariada. Dentre esses modelos, os resíduos não seguem distribuição Normal univariada, pelo teste de Jarque-Bera. Já os lineares (8 a 12) seguem normalidade tanto na versão multivariada quanto na univariada, em todas as variáveis.

		Modelo											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Teste Normalidade Multivariado		0,19	8,70	2,87	19,09	7,74	13,79	1,24	0,04	0,01	0,02	0,03	0,04
		7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	0,98	0,03	0,41	0,00	0,05	0,00	0,74	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Teste JB	H=0	SE	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	Normal	S	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
	H=1	NE	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
	Não-normal	N	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
p-valor do teste JB	SE	0,00	0,00	0,02	0,02	0,02	0,00	0,00	0,09	0,10	0,13	0,06	0,41
	S	0,00	0,00	0,03	0,03	0,01	0,04	0,04	0,39	0,50	0,50	0,50	0,50
	NE	0,00	0,00	0,00	0,31	0,03	0,00	0,00	0,36	0,05	0,34	0,05	0,07
	N	0,00	0,00	0,01	0,00	0,50	0,01	0,00	0,50	0,43	0,17	0,04	0,12

Tabela 5.26: Testes de normalidade dos resíduos (ARC) – *out-of-sample*

Depois de analisar todos esses resultado, desde o número de parâmetros em cada modelo, os critérios de informação, as estatísticas dos resíduos *in-sample* e – *out-of-sample* dos três tipos de previsão, o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados de vazão de rios foi o modelo 7. Este modelo foi, então, o selecionado para representar o STVAR-Tree no confronto com o modelo PAR(p).

A Figura 5.7 ilustra a árvore estimada pelo modelo 7, identificando o valor estimado pelo parâmetro de suavidade (γ) e de locação (c), além da variável de transição S_{t-11} . A interpretação da árvore é feita da seguinte maneira: para estimar as séries de vazão de rios, medidas aqui pela Energia Natural Afluente (ENA), o modelo STVAR-Tree mais adequado sugere uma árvore com dois regimes, com uma transição suave ($\hat{\gamma} = 1,32$) determinada pela defasagem 11 do

sub-mercado Sul. O ponto de corte desta variável de transição ocorre no valor ($c = 8,7$).

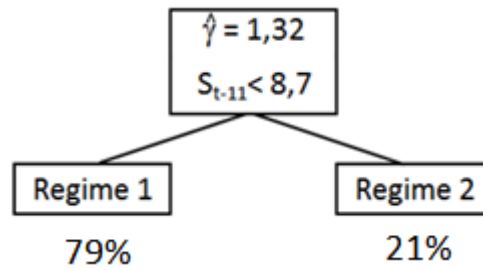


Figura 5.7: Árvore estimada do modelo 7

Portanto, para ENA do Sul com valores menores que 8,7, as séries de ENA dos quatro sub-mercados são estimadas pelo Regime 1, com 79% de pertinência. Para ENA do Sul com valores maiores ou iguais a 8,7, as séries de ENA dos quatro sub-mercados são estimadas pelo Regime 2, com 21% de pertinência.

Os parâmetros lineares estimados, para cada regime, estão a seguir.

Regime 1

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_t &= \begin{bmatrix} 4,45 \\ 0,65 \\ 3,02 \\ 3,36 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,71 & 0,23 & 0,63 & 0,40 \\ 0 & 0,15 & -0,25 & -0,14 \\ 0,05 & -0,25 & 0 & 0,01 \\ 0,10 & -0,02 & 0,11 & 0,19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} -0,06 & 0,26 & -0,10 & -0,31 \\ 0,01 & -0,18 & 0,05 & 0,13 \\ -0,05 & 0,32 & -0,21 & -0,13 \\ -0,03 & 0,55 & -0,23 & -0,17 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-2} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & -0,08 & 0,10 & 0,12 \\ 0,04 & 0,09 & 0,02 & 0 \\ -0,1 & 0,03 & -0,01 & -0,05 \\ -0,01 & -0,07 & 0,01 & 0,07 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-3} + \begin{bmatrix} -0,07 & -0,03 & -0,04 & -0,06 \\ 0,04 & -0,03 & 0,02 & 0,01 \\ 0,04 & 0,06 & 0,47 & -0,22 \\ -0,21 & 0,07 & -0,16 & -0,09 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-4} \\ &+ \begin{bmatrix} 0,11 & 0,36 & -0,05 & 0,12 \\ -0,08 & -0,76 & 0,37 & 0,25 \\ 0,16 & 0,29 & 0,05 & 0,05 \\ -0,06 & -0,13 & -0,12 & -0,20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-5} + \begin{bmatrix} 0,01 & 0,14 & 0,03 & -0,03 \\ 0,03 & -0,19 & 0,03 & 0,86 \\ 0,10 & -0,17 & 0,16 & 0,03 \\ -0,16 & 0,29 & -0,23 & -0,22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-6} \\ &+ \begin{bmatrix} 0,04 & -0,03 & -0,03 & 0,01 \\ -0,29 & 0,15 & -0,20 & -0,20 \\ -0,10 & 0,02 & -0,11 & -0,13 \\ 0,24 & -0,26 & 0,33 & 0,28 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-7} \end{aligned}$$

Regime 2

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_t &= \begin{bmatrix} -1,17 \\ 2,88 \\ 0,04 \\ 1,14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,75 & -0,26 & 0,53 & 0,13 \\ 0 & -1,04 & -0,14 & 0,07 \\ 0,22 & 0,85 & -0,10 & -0,01 \\ -0,21 & 0,17 & -0,34 & -0,33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-1} + \begin{bmatrix} 0,08 & -0,50 & -0,05 & -0,08 \\ 0,12 & 0,48 & 0,01 & 0,04 \\ 0,09 & 0,09 & 0,13 & 0,29 \\ 0,10 & 0,71 & 0,04 & 0,09 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-2} \\ &+ \begin{bmatrix} -0,04 & 0,10 & -0,04 & -0,03 \\ -0,05 & -0,11 & -0,03 & -0,04 \\ 0,07 & -0,01 & 0,08 & 0,06 \\ -0,03 & 0,04 & -0,03 & -0,05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-3} + \begin{bmatrix} 0,09 & 0,01 & 0,04 & 0,10 \\ -0,07 & 0,14 & -0,07 & -0,16 \\ -0,19 & -0,10 & 0,72 & 0,27 \\ 0,28 & 0,59 & 0,05 & -0,18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-4} \\ &+ \begin{bmatrix} -0,09 & -0,86 & 0,37 & 0,09 \\ 0,18 & 0,69 & -0,06 & 0,11 \\ -0,17 & -0,72 & -0,09 & -0,06 \\ -0,04 & 0,41 & 0,05 & -0,05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-5} + \begin{bmatrix} -0,01 & -0,37 & 0,02 & -0,21 \\ 0,04 & 0,56 & -0,11 & 0,97 \\ -0,07 & -0,28 & -0,10 & -0,24 \\ -0,01 & -0,17 & 0,06 & 0,08 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-6} \\ &+ \begin{bmatrix} -0,04 & -0,05 & -0,02 & -0,05 \\ 0,11 & 0,22 & 0,07 & 0,01 \\ 0,11 & 0,26 & 0,15 & 0,08 \\ -0,13 & -0,15 & -0,18 & -0,10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} SE \\ S \\ NE \\ N \end{bmatrix}_{t-7} \end{aligned}$$

5.2.1.3. PAR

Quatro modelos PAR(p) foram estimados, um para cada sub-mercado. A estratégia de seleção de modelos seguida, inicialmente, considerou a mesma ordem p para todos os meses. Porém, os resultados foram muito ruins. Os resíduos não tinham boas propriedades e os erros de previsão eram elevados. Como a modelagem PAR(p) permite que se escolham ordens diferentes para os períodos, realizou-se este procedimento e os resultados melhoraram, permitindo que o modelo mais adequado fosse selecionado. O critério utilizado para selecionar a ordem de cada um dos períodos foi aquele que reduz o valor do BIC.

As Figuras 5.8 a 5.11 a seguir ilustram a Função de Auto Correlação (FAC) Periódica e a Função de Auto Correlação Parcial (FACP) Periódica, de cada subsistema. Estas funções auxiliam na seleção da ordem dos modelos.

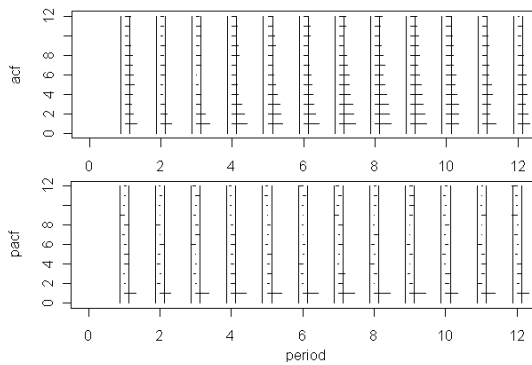


Figura 5.8: FAC e FACP do logaritmo de ENA Sudeste

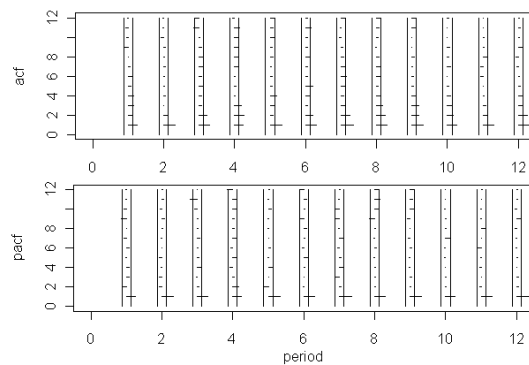


Figura 5.9: FAC e FACP do logaritmo de ENA Sul

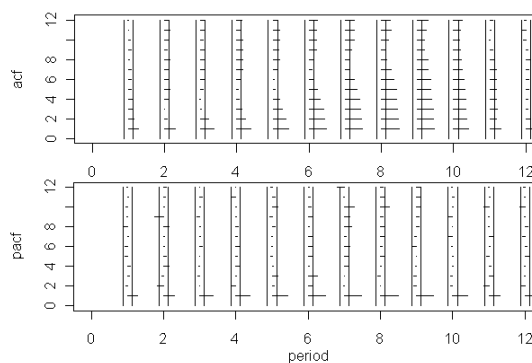


Figura 5.10: FAC e FACP do logaritmo de ENA Nordeste

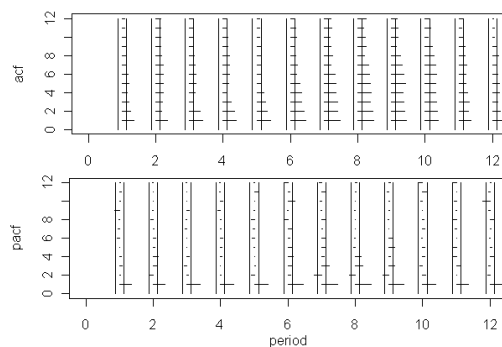


Figura 5.11: FAC e FACP do logaritmo de ENA Norte

Nem sempre, os resultados obtidos pura e simplesmente pelo critério BIC foram satisfatórios. Combinando, então, os resultados pelo critério BIC e em

conjunto com FAC e FACP Periódicas selecionou-se os modelos, disponíveis na Tabela 5.27.

	Mês											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
SE	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1	1
S	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1
NE	2	1	1	1	3	1	1	1	1	2	1	1
N	4	1	1	1	5	3	4	5	1	1	1	1

Tabela 5.27: Modelos PAR(p) para cada um dos sub-mercados

Os parâmetros destes modelos foram estimados e constam na Tabela 5.28.

Os valores nulos significam que a ordem era menor que a disponível na tabela.

		Mês											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
SE	lag 1	0,68	0,70	0,69	0,69	0,75	0,94	0,68	0,85	1,12	0,67	0,66	0,69
	lag 2	0	0	0	0	0	0	-0,02	0	0	0	0	0
	lag 3	0	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0
S	lag 1	0,45	0,64	0,54	0,29	0,95	0,55	0,68	0,65	0,53	0,47	0,61	0,75
	lag 2	0	0	0	0,38	0	0	0	0	0	0	0	0
NE	lag 1	0,44	1,07	0,79	0,78	0,8	0,56	0,81	0,93	0,91	0,90	0,80	0,71
	lag 2	0	-0,34	0	0	0	0,01	0	0	0	0	0	0
	lag 3	0	0	0	0	0	0,18	0	0	0	0	0	0
N	lag 1	0,63	0,85	0,66	0,68	0,86	0,77	1,05	1,25	1,47	0,97	0,85	0,8
	lag 2	0	-0,31	0	0	0	0	-0,45	-0,49	-1,09	0	0	0
	lag 3	0	0	0	0	0	-0,02	0,23	0,11	0,29	0	0	0
	lag 4	0	0,35	0	0	0	0,10	0	0,15	-0,10	0	0	0
	lag 5	0	0	0	0	0	0,11	0	0	0,32	0	0	0

Tabela 5.28: Estimativa dos parâmetros dos modelos PAR(p)

A Tabela 5.29 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos nos períodos *in-sample* e *out-of-sample*. Estes resultados mostram um ajuste razoável aos dados.

	In-sample				Out-of-sample			
	Média	Variância	Assimetria	Curtose	Média	Variância	Assimetria	Curtose
SE	-0,01	2,41	-0,92	2,63	0,01	2,39	-0,92	2,59
S	-0,02	1,58	-0,65	3,31	0,06	1,76	-0,48	3,24
NE	-0,05	1,71	1,48	4,99	-0,11	1,65	1,55	5,26
N	-0,01	1,96	0,22	1,86	-0,02	2,01	0,2	1,86

Tabela 5.29: Estatísticas Descritivas das séries de resíduos

5.2.1.4. Comparação dos modelos STVAR-Tree e PAR

Estatisticamente, os modelos STVAR-Tree e PAR(p) foram comparados pelas medidas de MAPE no período *out-of-sample*, apresentadas na Tabela 5.30. Conclui-se que a modelagem STVAR-Tree teve um ajuste muito superior em comparação com a modelagem PAR. Duas das três estratégias de previsão do STVAR-Tree, RC e ARC, apresentaram MAPE muito menores.

	STVAR-Tree RC	STVAR-Tree MM	STVAR-Tree ARC	PAR	
<i>Out-of-sample</i>	SE	1,64	10,54	3,29	13,02
	S	4,89	31,19	7,58	11,73
	NE	2,10	2,48	5,23	10,96
	N	2,22	15,82	5,28	14,68

Tabela 5.30: Comparação dos modelos STVAR-Tree e PAR(p)

Este resultado mostra que o modelo não-linear multivariado denominado STVAR-Tree é capaz de ser aplicado a problemas reais e que pode competir com modelos já existentes. Neste caso, o modelo STVAR-Tree ganhou com uma vantagem bastante expressiva.

5.2.2. Preço spot de energia elétrica

Primeiramente, uma análise exploratória foi feita para conhecimento do comportamento das séries de Preço spot de energia elétrica do mercado brasileiro, no patamar médio de carga, medidas em (R\$/MWh). Em seguida, para a modelagem das séries de Preço spot, considerou-se o modelo STVAR-Tree e o modelo PAR(p). A estratégia de separar 80% das observações na fase de estimação e os 20% restantes para a previsão *out-of-sample* foi utilizada, e estes números estão mais detalhados na Tabela 5.31.

Período	Divisão (%)	Observações (univariada)	Observações (multivariada)
<i>In-sample</i>	80%	298	1192
<i>Out-of-sample</i>	20%	74	296
Total	100%	372	1488

Tabela 5.31: Divisão dos dados

A comparação dos modelos foi feita com base em medidas estatísticas no período *out-of-sample*, considerando previsões de 1 passo à frente.

5.2.2.1. Análise exploratória

Trata-se de séries semanais, coletadas no período de maio/2002 a junho/2009, no total de 372 semanas de observações.

	SE	S	NE	N
Média	55,86	56,61	51,26	51,38
Mediana	28,13	27,26	18,59	18,59
Desvio-padrão	71,41	71,79	76,89	72,12
Mínimo	4,00	4,00	4,00	4,00
Máximo	569,59	569,59	569,59	569,59
Assimetria	3,90	3,83	3,71	3,95
Curtose	25,03	24,37	20,77	25,00

Tabela 5.32: Estatísticas Descritivas das séries de Preço spot

O Gráfico 5.3 apresenta a evolução das séries de Preço spot ao longo das semanas. Note que a série histórica apresenta elevada volatilidade e diversas quebras estruturais. Vários são os motivos para explicar esse comportamento, a maioria em razão de efeitos conjunturais ou estruturais da própria formação do preço spot.

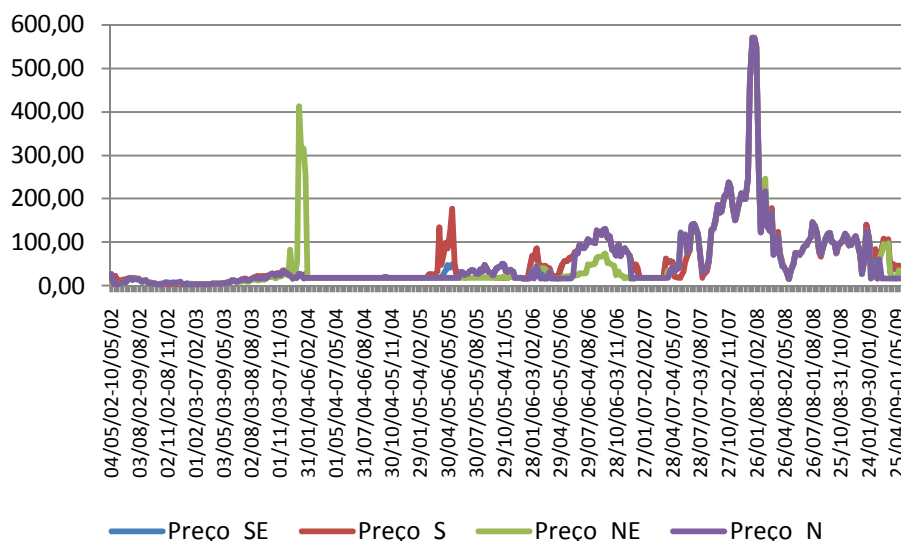


Gráfico 5.3: Evolução das séries de Preço spot

Como o preço não é, de fato, de mercado, e sim fornecido por modelos computacionais, grandes variações semanais podem ocorrer, por exemplo, quando

parâmetros ou versões desses modelos matemáticos são alterados ou lançados, ou até mesmo a adoção de valores não advindos dos modelos. Outro problema é quando os próprios modelos matemáticos são abandonados. Um exemplo disso ocorreu no período do racionamento de 2001/2002 quando alguns valores do PLD semanal foram regulados pelo governo. Além disso, descontinuidades no Plano de Expansão e alterações nos planos de reparo e manutenção de unidades térmicas, limites na transmissão de energia entre sub-mercados, entre outros motivos, têm feito com que a volatilidade das séries de preço seja elevada.

Devido à grande variabilidade dos dados, melhores resultados foram obtidos ao aplicar o logaritmo natural às séries de Preço spot. E daqui para frente, somente estas séries serão consideradas nas análises. A Tabela 5.33 fornece estatísticas descritivas do logaritmo natural das séries de Preço spot. As médias das séries apresentam valores semelhantes às medianas, com alguns desvios devido à baixa dispersão medida pelos desvios-padrão. Nota-se que os valores de mínimo e máximo não são distantes (entre 1,39 e 6,35).

	ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
Média	3,48	3,49	3,30	3,34
Mediana	3,37	3,31	2,92	2,92
Desvio-padrão	1,04	1,07	1,07	1,06
Mínimo	1,39	1,39	1,39	1,39
Máximo	6,35	6,35	6,35	6,35
Assimetria	0,08	0,02	0,47	0,34
Curtose	2,63	2,62	2,91	2,67

Tabela 5.33: Estatísticas Descritivas do logaritmo natural das séries de Preço spot

A Tabela 5.34 apresenta as correlações entre as séries de Preço spot. É possível notar as correlações elevadas entre todos os sub-mercados.

	ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
ln(SE)	1	0,96	0,89	0,94
ln(S)	0,96	1	0,86	0,89
ln(NE)	0,89	0,86	1	0,89
ln(N)	0,94	0,89	0,89	1

Tabela 5.34: Matriz de Correlação do logaritmo natural das séries de Preço spot

Visualmente, no Gráfico 5.4, é possível perceber a presença de tendência crescente no início das séries dos quatro sub-mercados, porém na maior parte do período analisado as séries apresentam comportamento de séries estacionárias, uma vez que os níveis se mantêm constantes.

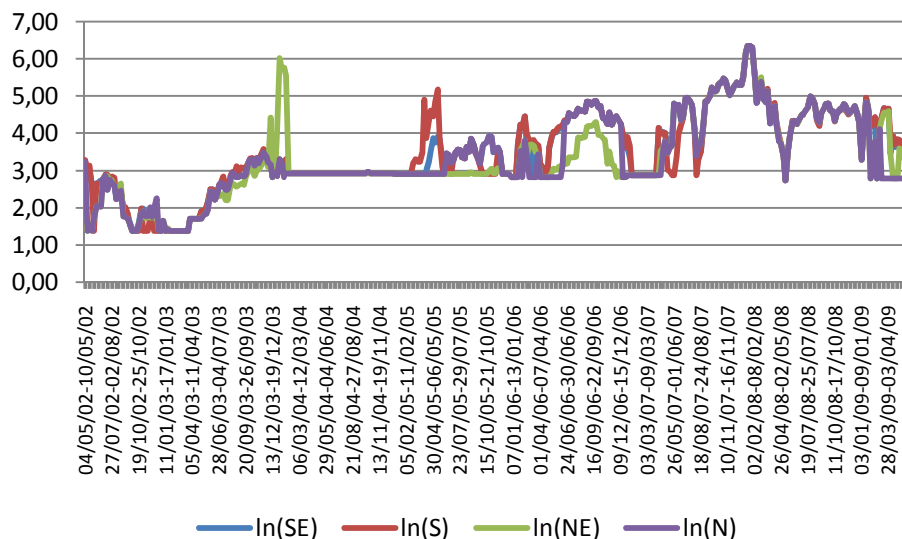


Gráfico 5.4: Evolução do logaritmo natural das séries de Preço spot

Para comprovar estatisticamente este resultado, o teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) foi realizado, baseado nos valores críticos de McKinnon para a rejeição da hipótese nula, com as seguintes hipóteses:

H_0 : a série tem raiz unitária (não é estacionária)

H_1 : a série não tem raiz unitária (é estacionária)

Como resultados dos testes, temos a rejeição da hipótese de raiz unitária para as séries, aos níveis de 1%, 5% e 10%.

ln(SE)	ln(S)	ln(NE)	ln(N)
-2,19	-2,52	-2,76	-2,78
* valores críticos de McKinnon			
	1%*	-3,46	
	5%	-2,87	
	10%	-2,57	

Tabela 5.35: Teste Estatístico ADF

Portanto, a conclusão que tiramos é que o logaritmo natural das séries de Preço spot não são estatisticamente estacionárias, considerando diferentes níveis de significância. Neste caso, o teste de co-integração deve ser realizado, pois somente na ausência de co-integração que o modelo STVAR-Tree deve ser utilizado.

H_0 : as séries não são co-integradas

H_1 : as séries são co-integradas

Estadística Likelihood Ratio	Valor crítico 5%	Equações de Co-integração
138,95	47,21	Nenhuma(*)
74,71	29,68	Uma(*)
38,98	15,41	Duas(*)
6,42	3,76	Três(*)

Tabela 5.36: Teste Co-integração de Johansen

Pela estatística de teste de Razão de Verossimilhança, o teste de co-integração rejeita a hipótese nos levando a conclusão que as séries são co-integradas. Entretanto, ao definir o número de equações co-integradas, o procedimento de Johansen sugere 4 equações, o que indica que temos uma matriz de posto completo, nos indicando, assim, a ausência de co-integração entre as séries testadas. Estritamente falando, as séries de Preço spot no período em questão são integradas de ordem zero, $I(0)$, portanto temos satisfeitas as condições necessárias para usar o arcabouço da modelagem STVAR-Tree.

5.2.2.2. STVAR-Tree

Para a escolha do modelo STVAR-Tree mais adequado ao logaritmo das séries de Preço spot, foi utilizado o mesmo procedimento adotado na modelagem de Vazão de rios. Estimou-se 13 modelos, cada um deles com o aumento de uma unidade no número de defasagem nas séries das variáveis endógenas dos quatro sub-sistemas brasileiros, começando na ordem 1 e alcançando o máximo de 13 defasagens (o equivalente a 3 meses).

As candidatas a possíveis variáveis de transição foram as 13 primeiras defasagens nas séries das variáveis endógenas, as séries Energia Natural Afluente (ENA, medidas em %MLT - Média de Longo Termo) e as séries de Energia Armazenada (EARM, medidas em % do armazenamento máximo).

O *grid* de valores dos parâmetros não-lineares foi composto por:

- Suavidade: $\gamma = (1,5,10)$
- Locação: percentis das candidatas a variável de transição, fixos em $c = (5\%, 10\%, 20\%, 30\%, 40\%, 50\%, 60\%, 70\%, 80\%, 90\%, 95\%)$.

Com a finalidade de evitar a estimação de árvores complexas e também de reduzir o tempo computacional, limitou-se árvores com no máximo 8 folhas (nós terminais).

Uma forma de ilustrar essa complexidade seria com a apresentação do número de nós terminais e de parâmetros dos 13 modelos estimados, já considerando o procedimento de limitação. Vale lembrar que o número que identifica o modelo está associado à ordem de defasagem das variáveis endógenas. A Tabela 5.37 mostra os números.

Modelo	Número de nós terminais	Número de parâmetros de suavidade (γ)	Número de parâmetros locação (c)	Número de parâmetros lineares (Φ)
1	8	7	7	160
2	8	7	7	288
3	8	7	7	416
4	8	7	7	544
5	8	7	7	672
6	6	5	5	600
7	5	4	4	580
8	4	3	3	528
9	4	3	3	592
10	3	2	2	492
11	3	2	2	540
12	2	1	1	392
13	2	1	1	424

Tabela 5.37: Número de nós terminais e de parâmetros dos modelos estimados

Todos os modelos apresentaram crescimento da árvore e, com a limitação, os modelos 1 a 5 possuem o número máximo de folhas. A partir dessa defasagem, os modelos apresentam um decréscimo no número de nós terminais. Isto se deve ao procedimento adotado de diminuir o nível de significância do teste, de acordo com o crescimento da árvore.

Para cada modelo estimado, verificou-se os valores assumidos pelos Critérios de Informação *Akaike* (AIC), *Bayesian* (BIC), *Hannan-Quinn* (HQ) e *Final Prediction Error* (FPE). O objetivo então é selecionar o modelo que minimiza esses valores. A Tabela 5.38 apresenta os valores dos quatro Critérios de Informação para os 13 modelos estimados.

O modelo com somente 1 defasagem nas variáveis endógenas apresentou o menor valor para AIC, BIC e HQ. O modelo com melhor capacidade preditiva, pelo critério FPE, é o modelo 7. Porém, o modelo final não foi selecionado aqui nesta etapa.

Modelo	AIC	BIC	FPE	HQ
1	6,63	-9,84	8,06E-06	-11,07
2	280,72	-2,95	-1,82E-06	-7,35
3	784,82	8,87	-2,34E-07	-0,66
4	1519,36	26,05	-6,19E-08	9,42
5	1828,19	41,22	-6,42E-08	18,76
6	1919,20	53,21	-2,23E-08	25,71
7	1778,97	63,45	-7,03E-08	32,43
8	1431,97	68,40	-3,91E-07	36,13
9	1875,05	89,61	-2,15E-07	48,90
10	1216,61	82,05	-3,56E-07	44,46
11	1520,78	101,71	-2,20E-07	56,32
12	699,99	79,41	-1,80E-06	43,47
13	855,43	94,97	-1,21E-06	52,85

Tabela 5.38: Critérios de Informação

Outras estatísticas, todas baseadas nos resíduos, foram utilizadas para seleção do modelo mais adequado, tanto *in-sample* quanto *out-of-sample*. A Tabela 5.39 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos no período *in-sample*. Todos os modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena. As medidas de assimetria e curtose apontam desvios dos valores que indicam normalidade (0 e 3, respectivamente).

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Média	SE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	S	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	NE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	NE	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Variância	SE	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
	S	0,04	0,04	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,03	0,04	0,04
	NE	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	0,02	0,04	0,04
	NE	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03
Assimetria	SE	1,81	1,91	1,44	3,73	3,85	1,92	3,94	2,19	2,91	2,70	2,98	1,35	1,11
	S	1,52	1,92	1,35	3,01	4,05	2,02	3,65	2,99	3,39	2,27	3,23	1,85	1,48
	NE	1,63	1,86	2,07	0,31	0,12	2,34	0,48	0,78	1,73	1,74	3,11	0,72	0,97
	NE	1,09	-0,47	0,68	0,25	0,90	0,67	0,19	-0,17	0,51	-0,34	-0,65	-1,07	-0,92
Curtose	SE	11,88	16,99	13,37	33,71	37,04	17,62	40,77	20,22	25,68	21,97	27,37	11,52	7,47
	S	9,20	15,05	10,58	23,18	33,77	16,45	29,29	23,85	27,70	15,19	26,75	12,84	10,47
	NE	19,01	18,40	20,18	6,78	8,40	24,29	12,09	8,54	16,58	16,46	35,74	10,83	10,58
	NE	8,67	10,12	6,48	5,66	7,10	9,72	6,49	7,76	8,20	7,40	10,14	13,24	11,62

Tabela 5.39: Estatísticas descritivas dos resíduos – *in-sample*

A Tabela 5.40 apresenta as estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE. Os valores de MSE, RMSE e MAE estão próximos a zero e as medidas de MAPE apontam valores baixos, o que indica que os modelos estimados controlaram bastante os erros *in-sample*. É interessante notar que todos os valores estão muito próximos uns dos outros, não permitindo destacar um único modelo como o mais adequado para representar as séries de Vazão de rios.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MSE	SE	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,03	0,03
	S	0,04	0,04	0,02	0,03	0,03	0,02	0,03	0,03	0,03	0,04	0,03	0,04	0,04
	NE	0,05	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	0,02	0,04	0,04
	N	0,03	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,01	0,02	0,02	0,03	0,03
RMSE	SE	0,18	0,16	0,14	0,13	0,13	0,11	0,12	0,14	0,14	0,15	0,14	0,18	0,16
	S	0,21	0,20	0,15	0,16	0,16	0,13	0,16	0,19	0,17	0,19	0,18	0,20	0,19
	NE	0,23	0,15	0,14	0,10	0,10	0,11	0,11	0,15	0,16	0,14	0,13	0,20	0,20
	N	0,17	0,16	0,13	0,10	0,11	0,09	0,11	0,14	0,12	0,14	0,13	0,18	0,17
MAE	SE	0,11	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,07	0,08	0,08	0,09	0,07	0,12	0,12
	S	0,14	0,13	0,10	0,09	0,09	0,07	0,09	0,10	0,09	0,12	0,09	0,14	0,14
	NE	0,12	0,09	0,09	0,06	0,06	0,06	0,06	0,10	0,10	0,09	0,07	0,13	0,13
	N	0,11	0,10	0,09	0,07	0,07	0,05	0,07	0,09	0,07	0,09	0,07	0,12	0,11
MAPE	SE	3,54	3,21	2,87	2,49	2,40	2,15	2,26	2,82	2,93	3,15	2,66	3,85	3,94
	S	4,41	4,08	3,60	3,11	2,88	2,63	3,05	3,44	3,42	4,01	3,30	4,49	4,61
	NE	3,85	3,17	2,99	2,31	2,13	2,23	2,27	3,47	3,57	3,09	2,52	4,40	4,49
	N	3,69	3,35	2,89	2,40	2,38	1,86	2,65	3,07	2,79	3,38	2,77	3,93	3,86

Tabela 5.40: Estatísticas de erro dos modelos – *in-sample*

Por fim, verificou-se a normalidade dos resíduos dos modelos estimados, mostrados na Tabela 5.41. Para esta análise, realizou-se a versão multivariada do teste. O teste univariado de normalidade Jarque-Bera não foi realizado devido ao tamanho da amostra ser considerado pequeno. Este teste apresenta melhores desempenhos para amostras em torno de (ou maior que) 1000 observações.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	χ^2_{calc}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	$\chi^2_3(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabela 5.41: Teste de normalidade dos resíduos – *in-sample*

Conclui-se que os resíduos *in-sample* de todos os modelos seguem distribuição Normal multivariada.

Além da análise dos critérios de informação, que aponta o modelo 1 como o modelo mais adequado, e da análise dos resíduos *in-sample*, que apontam bons ajustes dos modelos, estatísticas descritivas e de erro dos modelos no período *out-of-sample* também foram geradas.

Depois de estimados os modelos, 3 tipos de previsão foram realizadas no período *out-of-sample*: Combinação de Regimes (RC), Máxima Pertinência (MM) e Combinação Adaptativa de Regimes (ARC), conforme descritas no Capítulo IV. Analisar os resíduos gerados por modelos utilizando estes três métodos de previsão determinará o modelo STVAR-Tree que melhor se adéqua aos dados. Nesta etapa, os modelos de 1 a 13 competem entre si, pois alguns modelos apresentam bons ajustes *out-of-sample* e outros não.

A Tabela 5.42 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos no período *out-of-sample* pelo método RC. Nem todos os modelos possuem resíduos com média nula, variância pequena, assimetria próxima a zero e curtose próxima a 3. Destacam-se com melhores resultados os modelos 8, 12 e 13.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Média	SE	-2,61	47,30	237,04	2,36	25,14	4,28	0,84	-0,22	-88,88	1,95	106,06	-0,12	-0,08
	S	-4,71	15,14	522,96	4,70	30,02	7,35	0,61	-0,16	-76,85	0,96	-11,51	-0,15	-0,10
	NE	-2,38	13,07	-35,31	3,96	20,35	1,58	1,76	0,02	-34,23	3,04	85,84	-0,10	-0,03
	NE	-2,74	23,52	68,28	0,72	31,32	2,76	0,36	-0,24	8,46	2,77	70,10	-0,17	-0,18
Variância	SE	170,41	1,0E+05	4,1E+05	57,83	2,3E+04	299,04	6,63	0,28	1,4E+05	56,93	6,9E+04	0,25	0,27
	S	592,96	3,8E+04	1,7E+06	213,09	2,8E+04	1152,01	3,88	0,34	1,1E+05	22,55	3,0E+04	0,20	0,20
	NE	160,72	1,2E+03	1,0E+05	213,68	1,5E+04	843,94	41,96	0,87	1,9E+04	150,35	2,5E+04	0,30	0,31
	NE	191,28	6,4E+04	5,5E+04	31,39	4,6E+04	400,42	6,69	0,30	1,2E+04	87,73	5,8E+04	0,35	0,32
Assimetria	SE	-6,80	6,52	4,93	3,74	7,43	5,30	2,43	0,07	-3,28	4,71	2,31	0,18	0,04
	S	-6,80	6,33	3,97	4,12	6,06	6,13	2,43	1,13	-3,37	4,28	0,50	-0,05	0,01
	NE	-6,80	1,39	-2,44	3,39	6,53	-2,19	3,52	-0,47	-4,06	4,39	2,24	-0,74	-0,01
	NE	-6,80	6,42	4,11	2,65	7,98	5,29	0,85	-0,55	0,52	4,59	1,67	-0,76	-1,08
Curtose	SE	51,05	49,41	33,34	19,28	59,08	32,48	9,70	3,60	16,05	24,20	8,48	3,05	3,67
	S	51,03	47,94	23,25	22,23	39,85	42,38	16,43	9,05	16,95	25,27	7,95	4,46	2,85
	NE	51,11	6,07	17,34	14,00	46,05	28,51	16,77	8,58	21,49	21,35	7,11	8,25	5,86
	NE	51,05	48,66	25,76	19,39	66,19	39,12	8,32	5,19	11,79	23,88	8,45	4,78	6,09

Tabela 5.42: Estatísticas descritivas dos resíduos (RC) – *out-of-sample*

Diferentemente do ocorrido no período *in-sample*, nem todos os valores de MSE, RMSE, MAE e MAPE do período *out-of-sample* estão próximos a zero, o que indica que alguns modelos estimados não conseguiram controlar os erros neste período. A Tabela 5.43 apresenta as estatísticas, com destaque positivo para os modelos 8, 12 e 13.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MSE	SE	174,84	1,0E+05	4,6E+05	62,61	2,4E+04	313,19	7,25	0,33	1,4E+05	59,93	7,9E+04	0,26	0,27
	S	606,90	3,7E+04	2,0E+06	232,26	2,8E+04	1189,97	4,19	0,36	1,1E+05	23,15	3,0E+04	0,22	0,21
	NE	164,17	1,4E+03	1,0E+05	226,42	1,5E+04	834,71	44,48	0,86	2,0E+04	157,49	3,2E+04	0,31	0,31
	N	196,15	6,3E+04	5,9E+04	31,47	4,6E+04	402,49	6,73	0,35	1,2E+04	94,20	6,2E+04	0,37	0,35
RMSE	SE	13,22	3,2E+02	6,7E+02	7,91	1,5E+02	17,70	2,69	0,57	3,8E+02	7,74	2,8E+02	0,51	0,52
	S	24,64	1,9E+02	1,4E+03	15,24	1,7E+02	34,50	2,05	0,60	3,3E+02	4,81	1,7E+02	0,47	0,46
	NE	12,81	3,7E+01	3,2E+02	15,05	1,2E+02	28,89	6,67	0,93	1,4E+02	12,55	1,7E+02	0,56	0,55
	N	14,01	2,5E+02	2,4E+02	5,61	2,1E+02	20,06	2,59	0,60	1,1E+02	9,71	2,4E+02	0,61	0,59
AE	SE	2,72	8,9E+01	2,8E+02	3,10	2,6E+01	4,57	1,38	0,42	1,4E+02	2,26	1,3E+02	0,39	0,38
	S	4,83	6,2E+01	6,1E+02	5,55	3,2E+01	7,78	1,16	0,42	1,2E+02	1,93	9,6E+01	0,34	0,35
	NE	2,60	1,9E+01	1,3E+02	5,34	2,1E+01	7,96	2,54	0,59	5,5E+01	3,47	9,3E+01	0,38	0,40
	N	2,87	7,8E+01	9,9E+01	2,41	3,3E+01	4,62	1,42	0,43	5,6E+01	3,33	1,2E+02	0,42	0,40
MAPE	SE	58,70	2,1E+03	6,9E+03	79,59	6,2E+02	122,16	33,39	10,27	3,4E+03	54,11	3,4E+03	9,72	9,60
	S	102,71	1,4E+03	1,5E+04	139,31	7,8E+02	202,39	27,70	10,01	2,9E+03	43,99	2,3E+03	8,20	8,63
	NE	61,17	5,0E+02	3,5E+03	135,86	7,0E+02	221,57	64,81	15,40	1,4E+03	83,81	2,4E+03	10,05	10,52
	N	68,25	2,4E+03	3,2E+03	73,61	1,0E+03	145,69	45,40	12,14	1,6E+03	103,74	3,6E+03	12,12	11,53

Tabela 5.43: Estatísticas de erro dos modelos (RC) – *out-of-sample*

Por fim, verificou-se a normalidade (somente na versão multivariada do teste) dos resíduos dos modelos estimados no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.44.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	χ^2_{calc}	1,26	1,34	2,96	2,29	0,90	1,07	2,33	3,27	1,43	2,06	3,86	2,25	1,38
	$\chi^2_3(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
	p-valor	0,74	0,72	0,40	0,51	0,83	0,79	0,51	0,35	0,70	0,56	0,28	0,52	0,71

Tabela 5.44: Testes de normalidade dos resíduos (RC) – *out-of-sample*

Conclui-se que os resíduos de os modelos neste período seguem distribuição Normal multivariada.

Considerando o método de previsão RC, os modelos 8, 12 e 13 foram os que melhor apresentaram resultados para os resíduos, em todas as análises. Selecionam-se, portanto, estes modelos como os candidatos aos mais adequados.

Considere, agora, o tipo MM de previsão. A Tabela 5.45 apresenta as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos. Destacam-se os modelos 8, 12 e 13 por possuírem resíduos com médias próximas a zero, variâncias pequenas, assimetrias próximas a zero e curtoses próximas a 3.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Média	SE	-1,86	28,31	-4838,89	18,07	-7049,50	-1420,44	-7,21	-0,62	-69,49	0,44	-1470,09	-0,15	-0,08
	S	-3,21	-5,49	-2086,70	36,74	-5593,02	926,46	13,84	-0,42	-66,77	0,40	-1255,25	-0,10	-0,06
	NE	-1,68	-4,75	-624,13	-13,53	-5220,35	795,91	32,82	-0,11	-41,85	0,45	-178,57	-0,10	-0,01
	NE	-2,02	12,38	-3275,96	9,32	-3688,39	-1134,26	36,04	-0,66	19,76	0,61	-846,90	-0,21	-0,23
Variância	SE	181,42	1,0E+05	4,1E+05	9,7E+02	1,9E+07	7,8E+05	25,34	0,29	1,1E+05	1,21	9,8E+06	0,25	0,27
	S	625,58	3,8E+04	1,7E+06	4,1E+03	1,2E+07	2,8E+05	138,90	0,34	9,5E+04	2,15	5,8E+06	0,20	0,20
	NE	170,38	1,2E+03	1,0E+05	1,8E+03	1,0E+07	2,2E+05	711,13	0,88	4,6E+04	2,17	3,8E+05	0,30	0,31
	NE	203,13	6,4E+04	5,5E+04	5,9E+02	5,3E+06	4,9E+05	885,45	0,31	1,0E+04	3,24	3,3E+06	0,35	0,32
Assimetria	SE	-8,29	6,52	4,93	0,14	0,99	1,11	1,56	0,02	-3,18	0,73	0,78	0,19	0,04
	S	-8,30	6,33	3,97	0,37	0,99	-1,13	-1,47	1,12	-2,95	-0,10	0,62	-0,11	0,02
	NE	-8,29	1,39	-2,44	1,67	0,99	-1,07	-1,28	-0,47	-6,02	2,89	1,39	-0,74	-0,01
	NE	-8,29	6,42	4,11	-1,39	0,99	1,10	-1,39	-0,53	3,13	-0,31	0,82	-0,73	-1,08
Curtose	SE	69,86	49,41	33,34	3,84	1,98	2,31	5,29	3,48	17,16	9,41	2,76	3,06	3,67
	S	69,96	47,94	23,25	3,12	1,98	2,29	4,67	8,99	13,57	7,61	2,41	4,32	2,85
	NE	69,83	6,07	17,34	9,75	1,98	2,15	4,51	8,38	41,74	13,83	4,48	8,24	5,86
	NE	69,85	48,66	25,76	9,22	1,98	2,26	3,95	5,05	20,65	6,64	2,95	4,77	6,05

Tabela 5.45: Estatísticas descritivas dos resíduos (MM) – *out-of-sample*

As estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE do período *out-of-sample* do tipo MM de previsão, indicam que os modelos 8, 12 e 13 controlam bem os erros devido aos valores baixos nas medidas MSE, RMSE e MAE. A Tabela 5.46 apresenta os resultados.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MSE	SE	182,35	1,0E+05	2,3E+07	1291,84	6,8E+07	2,7E+06	77,03	0,66	1,1E+05	1,39	1,1E+07	0,27	0,27
	S	627,18	3,7E+04	6,0E+06	5417,64	4,3E+07	1,1E+06	328,59	0,51	9,8E+04	2,28	7,3E+06	0,20	0,20
	NE	170,82	1,2E+03	4,9E+05	1999,19	3,7E+07	8,5E+05	1778,66	0,88	4,7E+04	2,34	4,0E+05	0,31	0,31
	N	204,39	6,3E+04	1,0E+07	677,28	1,8E+07	1,7E+06	2172,09	0,73	1,1E+04	3,56	4,0E+06	0,39	0,37
RMSE	SE	13,50	324,76	4880,58	35,94	8295,48	1670,86	8,78	0,81	344,60	1,18	3451,63	0,52	0,52

	S	25,04	193,77	2465,87	73,60	6581,50	1069,38	18,13	0,71	313,59	1,51	2701,13	0,45	0,45
	NE	13,07	35,44	700,58	44,71	6143,06	926,20	42,17	0,94	217,16	1,53	638,29	0,56	0,55
	N	14,30	251,63	3284,34	26,02	4340,47	1333,48	46,61	0,86	105,33	1,89	2013,69	0,62	0,61
MAE	SE	1,96	102,35	4838,89	21,95	7050,12	1442,91	8,01	0,68	120,07	0,86	2623,88	0,40	0,38
	S	3,35	76,96	2313,03	44,31	5593,46	926,67	16,22	0,56	109,01	1,04	2058,59	0,32	0,35
	NE	1,87	26,84	637,58	26,15	5220,85	797,64	36,64	0,60	60,62	0,86	462,54	0,38	0,40
	N	2,12	86,12	3275,96	15,65	3689,06	1151,63	41,27	0,72	46,25	1,29	1525,44	0,43	0,41
MAPE	SE	41,70	2430,42	1,13E+05	491,12	1,55E+05	31942,70	180,99	16,50	2940,51	19,60	59010,65	9,97	9,59
	S	69,55	1823,96	52979,59	981,98	1,23E+05	20460,44	363,25	13,28	2635,57	23,05	45794,87	7,82	8,42
	NE	40,70	669,20	15776,37	599,34	1,16E+05	17851,51	836,07	15,67	1701,09	19,90	10672,35	10,08	10,43
	N	46,88	2679,58	84431,46	394,88	86630,63	27208,79	1004,20	20,01	1272,66	30,80	36155,36	12,56	11,89

Tabela 5.46: Estatísticas de erro dos modelos (MM) – *out-of-sample*

Verificou-se a normalidade na versão multivariada do teste dos resíduos no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.47. Para os modelos 3, 5, 6, 7 e 8 não temos a distribuição Normal multivariada dos resíduos.

	Modelo												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
χ^2_{catc}	0,61	0,24	29,59	6,12	24,51	24,91	20,90	12,86	1,34	3,36	5,54	2,37	1,52
$\chi^2_3(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
p-valor	0,89	0,97	0,00	0,11	0,00	0,00	0,00	0,00	0,72	0,34	0,14	0,50	0,68

Tabela 5.47: Testes de normalidade dos resíduos (MM) – *out-of-sample*

Então, pelo tipo de previsão MM, os candidatos a modelos STVAR-Tree são 12 e 13.

Por último, mas não menos importante, o tipo ARC de previsão. A Tabela 5.48 mostra as estatísticas Média, Variância, Assimetria e Curtose dos resíduos. Apesar de alguns modelos apresentarem médias próximas a zero, as variâncias não são baixas. Além disso, as medidas de assimetria e curtose estão afastadas daquelas que sugerem a normalidade. Destacam-se positivamente nesta análise os modelos 8, 11, 12 e 13.

	Modelo													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Média	SE	6,94	-0,72	16,89	0,46	50,78	-0,73	1,72	0,03	-0,19	0,21	0,06	0,02	0,03
	S	5,75	-0,34	18,26	0,54	49,68	-0,78	1,74	0,01	-0,16	0,24	0,07	0,04	0,05
	NE	4,97	-0,32	74,33	0,49	52,73	-0,69	1,65	0,00	-0,26	0,19	0,05	-0,03	-0,01
	NE	1,67	-0,33	74,38	0,43	52,69	-0,74	1,62	-0,02	-0,33	0,12	-0,04	-0,08	-0,02
Variância	SE	2072,79	23,39	2,0E+05	3,58	1,4E+05	118,85	178,04	2,68	6,68	2,41	0,74	2,20	1,78

	S	1554,87	4,84	2,1E+05	5,01	1,4E+05	119,28	177,31	2,73	5,77	2,58	0,66	1,89	1,49
	NE	1425,20	21,28	5,1E+06	3,36	1,5E+05	112,95	194,33	2,56	7,56	2,77	0,83	2,43	2,00
	NE	546,44	22,69	5,1E+06	3,63	1,5E+05	112,14	193,17	2,14	6,95	2,46	0,61	2,25	2,07
Assimetria	SE	3,81	-4,79	2,82	3,33	7,48	-7,17	7,18	0,26	-5,01	2,42	1,23	0,11	-0,28
	S	3,78	-3,71	2,87	4,43	7,48	-7,17	7,17	0,05	-5,05	3,12	1,58	0,57	0,25
	NE	4,03	-2,59	0,55	4,16	7,48	-7,13	7,16	0,81	-4,65	2,35	1,24	-0,14	-0,52
	NE	1,99	-2,90	0,55	3,73	7,48	-7,20	7,23	0,13	-5,11	2,22	-0,14	-0,50	-0,50
Curtose	SE	19,49	30,90	19,60	17,23	57,33	54,45	54,34	8,11	32,69	12,79	6,59	5,81	6,35
	S	20,86	19,19	20,80	27,29	57,29	54,45	54,27	9,26	33,38	17,31	8,33	6,24	6,35
	NE	24,56	21,62	24,12	25,42	57,32	54,06	54,19	8,58	29,08	13,52	8,79	5,48	6,15
	NE	17,75	23,16	24,12	22,37	57,32	54,68	54,89	7,02	33,46	13,08	5,47	5,15	5,86

Tabela 5.48: Estatísticas descritivas dos resíduos (ARC) – *out-of-sample*

As estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE do tipo ARC de previsão indicam que os modelos que não conseguiram controlar os erros neste período. Os resultados estão muito ruins, a exceção do modelo 11. A Tabela 5.49 apresenta os resultados.

		Modelo												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MSE	SE	2086,47	23,52	2,0E+05	3,73	1,47E+05	117,41	178,03	2,64	6,60	2,41	0,73	2,16	1,75
	S	1562,00	4,87	2,0E+05	5,22	1,40E+05	117,89	177,38	2,68	5,70	2,60	0,66	1,86	1,47
	NE	1426,12	21,03	5,0E+06	3,54	1,58E+05	111,55	193,81	2,52	7,50	2,76	0,82	2,39	1,96
	N	540,12	22,42	5,0E+06	3,75	1,58E+05	110,83	192,58	2,11	6,94	2,44	0,60	2,22	2,04
RMSE	SE	45,68	4,85	450,32	1,93	383,22	10,84	13,34	1,62	2,57	1,55	0,85	1,47	1,32
	S	39,52	2,21	456,84	2,28	374,74	10,86	13,32	1,64	2,39	1,61	0,81	1,36	1,21
	NE	37,76	4,59	2244,44	1,88	397,90	10,56	13,92	1,59	2,74	1,66	0,91	1,55	1,40
	N	23,24	4,74	2244,10	1,94	397,90	10,53	13,88	1,45	2,64	1,56	0,78	1,49	1,43
MAE	SE	15,09	1,52	122,79	0,96	56,58	2,50	2,95	0,96	1,08	0,91	0,56	1,00	0,87
	S	13,45	0,89	122,74	1,01	55,41	2,49	2,95	0,93	0,99	0,85	0,51	0,91	0,79
	NE	12,53	1,65	520,23	0,92	58,65	2,48	3,03	0,99	1,18	0,94	0,57	1,04	0,91
	N	8,35	1,64	519,79	1,00	58,64	2,38	2,95	0,92	1,04	0,87	0,51	1,02	0,92
MAPE	SE	414,13	38,51	2734,77	23,24	1367,63	59,19	70,95	23,24	25,97	21,78	13,95	24,26	21,04
	S	321,58	21,32	2719,51	24,09	1330,03	58,25	70,64	21,61	23,07	19,79	12,15	21,14	18,44
	NE	377,17	42,59	1,1E+04	23,89	1456,20	70,02	75,90	25,57	30,09	24,17	15,32	26,47	23,57
	N	237,54	48,65	1,8E+04	27,42	1464,43	71,43	77,62	26,04	26,98	23,28	14,77	28,02	25,06

Tabela 5.49: Estatísticas de erro dos modelos (ARC) – *out-of-sample*

Verificou-se a normalidade na versão multivariada do teste dos resíduos no período *out-of-sample*, mostrados na Tabela 5.50. Todos os modelos não rejeitaram a hipótese de normalidade.

	Modelo												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
χ^2_{calc}	0,52	0,43	0,04	1,77	0,54	0,15	0,47	0,00	0,27	0,47	0,13	0,03	0,02
$\chi^2_3(5\%)$	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81	7,81
p-valor	0,92	0,93	1,00	0,62	0,91	0,99	0,92	1,00	0,97	0,93	0,99	1,00	1,00

Tabela 5.50: Testes de normalidade dos resíduos (ARC) – *out-of-sample*

Depois de analisar todos esses resultados, desde o número de parâmetros em cada modelo, os Critérios de Informação, as estatísticas dos resíduos *in-sample* e *out-of-sample* dos três tipos de previsão, o modelo que apresentou melhor ajuste aos dados de Vazão de rios foi o modelo 12. Este modelo foi, então, o selecionado para representar o STVAR-Tree no confronto com a modelagem Neuro-Fuzzy.

A Figura 5.12 ilustra a árvore estimada pelo modelo 12, identificando o valor estimado pelo parâmetro de suavidade ($\hat{\gamma}$) e de locação (c), além da variável de transição ($Preço N$) $_{t-2}$.

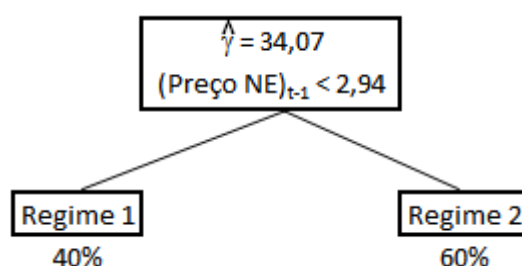


Figura 5.12: Árvore estimada do modelo 12

A interpretação da árvore é feita da seguinte maneira: para estimar as séries de Preço spot, o modelo STVAR-Tree mais adequado sugere uma árvore com dois regimes, com uma transição bruta ($\hat{\gamma} = 34,07$) determinada pela primeira defasagem do preço spot do sub-mercado Nordeste. O ponto de corte desta variável de transição ocorre no valor ($c = 2,94$). Portanto, para Preço spot do Nordeste (logaritmo) com valores menores que 2,94, as séries de Preço spot dos quatro sub-mercados são estimadas pelo Regime 1, com 40% de pertinência. Para Preço spot do Nordeste (logaritmo) com valores maiores ou iguais 2,94 as séries de Preço spot dos quatro sub-mercados são estimadas pelo Regime 2, com 60% de pertinência.

5.2.2.3. Neuro-Fuzzy

O emprego de um sistema Neuro-Fuzzy permitiu que o processo de escolha de “variáveis explicativas” e seus pesos relativos fossem encontrados de maneira automática, sem a necessidade de decisões empíricas e arbitrárias, baseadas no conhecimento ou experiência de especialistas. Para a estimação dos parâmetros da modelagem Neuro-Fuzzy utilizou-se Sistema Adaptativo de Inferência Neuro-Fuzzy (ANFIS), tendo como saída as séries de Preço spot de cada um dos sub-mercados (SE, S, NE e N), um por vez, e as estradas foram as defasagens destas séries acrescidas das defasagens das séries de ENA e EARM, dos respectivos sub-mercados.

Definiu-se uma estratégia de seleção para estimar automaticamente toda a combinação possível de modelos levando-se em consideração o número de defasagens e o número de variáveis explicativas. No caso em questão, temos três variáveis (Preço, ENA e EARM). A Tabela 5.51 mostra as variáveis, para cada sub-mercado, de acordo com a ordem da defasagem estipulada.

Ordem da defasagem	Variáveis								
1	Preço _(t-1)	ENA _(t-1)	EARM _(t-1)						
2	Preço _(t-1)	ENA _(t-1)	EARM _(t-1)	Preço _(t-2)	ENA _(t-2)	EARM _(t-2)			
3	Preço _(t-1)	ENA _(t-1)	EARM _(t-1)	Preço _(t-2)	ENA _(t-2)	EARM _(t-2)	Preço _(t-3)	ENA _(t-3)	EARM _(t-3)

Tabela 5.51: Variáveis disponíveis de acordo com a ordem da defasagem

Quando estipulamos o número máximo de defasagens igual a dois, temos então um total de 63 combinações, sendo 6 modelos com uma variável de entrada, 15 com duas variáveis, 20 com três variáveis, 15 com quatro variáveis, 6 com cinco variáveis e, finalmente, 1 com seis variáveis de entrada. Neste último caso, entram no modelo todas as variáveis com defasagens t-1 e t-2.

Cabe aqui uma ressalva importante, pois quando o número máximo de defasagens é maior que 2, o número de modelos a ser estimado é muito grande. Por exemplo, para $d=3$ o total de modelos estimados será 511, o que eleva (e muito) o tempo de execução do programa, particularmente quando o número de variáveis de entrada de um modelo é superior a seis.

Os dados de entrada foram linearmente normalizados, de modo a pertencer ao intervalo $[-1,1]$. O método utilizado é denominado Max-Min, dado por:

$$x_{normalizado} = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)} \quad (5.10)$$

Os 80% iniciais do banco de dados foi utilizado para “treinar” os modelos neuro-fuzzy (estimar os parâmetros do sistema) e os 20% restantes para validar as previsões a partir dos modelos. Definiu-se os seguintes parâmetros para o sistema ANFIS:

- 1) 100 épocas para o treinamento da rede;
- 2) Erro de aprendizado de 0,1%;
- 3) 2 MF (*membership functions*);
- 4) Função de pertinência em formato de sino;

Uma análise dos resíduos foi feita para a escolha dos modelos mais adequados, em cada sub-mercado. Em geral, dentre os 63 modelos estimados, adotou-se que o melhor modelo era aquele com o menor MAPE no conjunto de validação.

A Tabela 5.52 identifica os modelos mais adequados para cada sub-mercado. O modelo para o Sudeste teve como variáveis de entrada, Preço_{t-1} e ENA_{t-1}. Para Sul e Norte, somente a variável Preço_{t-1} foi utilizada como entrada. E, por fim, para o Nordeste, as variáveis de entrada selecionadas foram Preço_{t-1} e EARM_{t-1}.

Sub-mercado	Preço _{t-1}	ENA _{t-1}	EARM _{t-1}	Preço _{t-2}	ENA _{t-2}	EARM _{t-2}
SE	x	x				
S	x					
NE	x		x			
N	x					

Tabela 5.52: Modelos selecionados pela modelagem Neuro-Fuzzy

A Tabela 5.53 mostra as estatísticas MSE, RMSE, MAE e MAPE, de cada um dos sub-mercados nos períodos *in-sample* e *out-of-sample*.

	In-sample				Out-of-sample			
	MSE	RMSE	MAE	MAPE	MSE	RMSE	MAE	MAPE
SE	0,05	0,22	0,14	4,52	0,09	0,3	0,2	4,34
S	0,14	0,38	0,24	8,08	0,09	0,3	0,25	5,27
NE	0,17	0,41	0,26	9,23	0,4	0,63	0,57	11,92
N	0,11	0,34	0,2	7,18	0,18	0,42	0,31	6,7

Tabela 5.53: Estatísticas de erro dos modelos– *in-sample* e *out-of-sample*

5.2.2.4. Neuro-Fuzzy

Estatisticamente, os modelos STVAR-Tree e Neuro-Fuzzy foram comparados pelas medidas de MAPE no período *out-of-sample*, apresentadas na Tabela 5.54. Conclui-se que, em geral, a modelagem STVAR-Tree não teve um ajuste superior ao ajuste da modelagem Neuro-Fuzzy. Entretanto, duas das três estratégias de previsão do STVAR-Tree, RC e ARC, apresentaram MAPE melhores para o sub-mercado Nordeste.

		STVAR-Tree RC	STVAR-Tree MM	STVAR-Tree ARC	Neuro-Fuzzy
Out-of-sample	SE	9,72	9,97	24,26	4,34
	S	8,20	7,82	21,14	5,27
	NE	10,05	10,08	26,47	11,92
	N	12,12	12,56	28,02	6,70

Tabela 5.54: Comparação dos modelos STVAR-Tree e Neuro-Fuzzy

Este resultado mostra que o modelo não-linear multivariado denominado STVAR-Tree é capaz de ser aplicado a problemas reais e que pode competir com modelos já existentes.