

1 Introdução

1.1. Motivação e conceitos básicos

Uma *seguradora* ou *companhia de seguros*, segundo o Dicionário de Seguros, define-se como uma “instituição que tem como objetivo indenizar prejuízos involuntários”. Outra definição pode ser retirada da Encyclopedia of Actuarial Science, que diz que a mesma é uma organização que está licenciada pelo governo a atuar no mercado de seguros e a fazer parte de contratos (de seguro) que prometem indenizar perdas e prestar serviços. Porém, nem sempre os pagamentos de sinistros são imediatamente efetuados, dado que é possível que ocorram longos atrasos devido, por exemplo, ao tempo gasto até se finalizar um processo na justiça. Outros motivos seriam a dificuldade em se mensurar o valor real de um sinistro ou, até mesmo, a necessidade de se efetuarem mais de um pagamento; também, em alguns casos, é necessária a reabertura de um processo previamente finalizado (com o pagamento de sinistro já realizado) para um ou mais pagamentos de sinistro (cf. Taylor, 2000 e Kass et al. 2009). Cumpre mencionar também que, em muitas ocasiões, a seguradora não tem conhecimento do valor total a ser pago por um determinado sinistro, quantas vezes este pagamento será feito e em quais tempos; por isso, faz-se importante para as empresas seguradoras que se formem *reservas*.

O Dicionário de Seguro define a reserva como o “sistema técnico-econômico do qual se valem as seguradoras para se precaverem, no tempo, dos riscos assumidos”. Para se prevenir do risco de insolvência, ocorrido pela necessidade de pagamento de sinistros atrasados, a seguradora deve formar a reserva IBNR que é a reserva para sinistros ocorridos e não avisados (em inglês: *Incurred But Not Reported*) e a reserva IBNER (*Incurred But Not Enough Reported*) (cf. Kremer, 1982; de Jong e Zehnwirth (1983); Taylor, 2000; England e Verral, 2002; Kaas et al. (2009) e Atherino, 2005).

Esta Dissertação trata de três propostas centrais de metodologias para estimação de reservas IBNR¹ e pretende compará-las entre si. As metodologias considerarão também parcelas da reserva IBNR que se encontram “mais ao futuro”, e estas, em conjunto, serão denominadas de *efeito cauda* (ou, de forma mais simples, a *cauda*), terminologia esta que será explanada no capítulo 2.

Mas, antes, é pertinente uma revisão da literatura sobre as classes de métodos de estimação de reserva IBNR, nas quais inserem-se as tecnologias que serão aqui estudadas e implementadas.

1.2. Revisão da Literatura

1.2.1. O chain ladder

De acordo com Mack (1993), o *chain ladder* é provavelmente o método mais popular para estimação de reservas IBNR, devido principalmente à simplicidade de sua utilização. Como referências importantes sobre o método, citam-se Kremer (1982), Mack (1993), Verrall (1994), England e Verrall (1998), Renshaw e Verrall (1998), Taylor (2000), England e Verrall (2002) e Atherino (2005). O chain ladder, em sua versão determinística, de acordo com Kremer (1982), exige pouca dificuldade computacional para ser implementado. No entanto, o próprio autor relaciona o estimador pontual da reserva com o estimador utilizando a abordagem ANOVA; os resultados encontrados são bastante similares.

O chain ladder é, também, apresentado em uma versão estocástica (cf. Mack, 1993 e Renshaw e Verrall, 1998). A vantagem principal desta em relação à determinística é a possibilidade de se ter informações sobre a incerteza deste estimador pontual.

¹ Deste ponto em diante, a sigla IBNR representará ambas as reservas IBNR e IBNER.

1.2.2. Modelos de regressão

Outra abordagem utilizada para previsão de sinistros IBNR baseia-se em modelos de regressão. Vários autores consideram o modelo log-linear como Kremer (1982), Taylor e Ashe (1983), Verrall (1989), Christofides (1990) e Taylor (2000). Alguns autores apresentam ainda abordagens utilizando modelos lineares generalizados cujas componentes aleatórias variam entre as opções Gama, Poisson, Poisson com super-dispersão, Binomial Negativa, como England e Verrall (2002) e de Jong e Heller (2008). O primeiro artigo desses dois últimos, além de apresentar modelos lineares, lineares generalizados e *Bayesianos*, faz também uma comparação entre as estimativas pontuais de todos os modelos e observa que existe grande similaridade entre as performances. Por fim, citam-se os modelos Bayesianos e os modelos não-paramétricos discutidos por Verrall (1989), Verrall (1994) e England e Verrall (2002).

1.2.3. Modelos em espaço de estado

Alguns autores utilizam a modelagem via espaço de estado para previsão de sinistros IBNR, como de Jong e Zehnwirth (1983), Verrall (1989), Taylor (2000), Taylor (2003), de Jong (2006) e Atherino et al. (2010). Os dois primeiros autores consideram, em seu artigo de 1983, os dados como séries temporais p -variadas de forma que o valor de p se altera ao longo da série. Verrall (1989) utiliza o modelo ANOVA na forma de espaço de estado para previsão de sinistros IBNR, mas sob a ótica da estatística Bayesiana. Taylor (2003) apresenta dois métodos de estimação de reserva IBNR: o método determinístico e estocástico. Esse autor apresenta, além do método de cálculo via espaço de estado utilizando filtro de Kalman, o método chain ladder. O método estocástico utiliza os dados como uma série univariada enquanto o determinístico utiliza a ordenação de duplo índice conforme será descrito no capítulo 2.1. O artigo de de Jong (2006) propõe uma representação em espaço de estado que permite a estimação de correlações entre as reservas individuais que compõem as células do triângulo. Finalmente, Atherino et al. (2010) re-ordenam os dados de tal forma que esses se comportem como uma série univariada, e, sob essa métrica, propõem ainda dois métodos de

cálculo de soma das reservas – o método do acumulador e o método dos blocos - que podem ser utilizados adicionalmente aos algoritmos usuais para estimação de reservas via modelagem em espaço de estado.

1.3. Contribuições desta Dissertação

Este trabalho utilizará três abordagens para estimação de reserva IBNR (duas delas contemplando o efeito cauda), as quais já foram inicialmente aqui discutidas na revisão da literatura apresentadas na seção 1.2. A primeira delas será o tradicional chain ladder que será utilizado adotando-se os pressupostos considerados por Mack (1993). Também, serão derivadas algumas expressões para o cálculo de uma reserva específica – a do ano de calendário – e de seu correspondente erro quadrático médio (EQM) teórico, mesmo que não seja ainda considerado o efeito cauda na estimação da reserva.

A segunda abordagem compreende *análises de regressão linear ponderada e não-ponderada*, as quais já automaticamente reconhecem comportamentos heterocedásticos do termo do erro. Dentro desta perspectiva enunciada, são deduzidas expressões *teóricas* para medidas de precisão dos estimadores – mais especificamente, fórmulas para EQMs teóricos –, assim como expressões *factíveis* das mesmas de serem usadas na prática, dado que existem parâmetros desconhecidos que devem ser estimados. Também, são averiguadas, na forma de um teorema, as propriedades assintóticas das versões factíveis de tais medidas de precisão, sendo que as mesmas são discutidas quanto à sua utilidade prática no contexto dos dados de reserva IBNR. Por fim, são considerados procedimentos de análise de poder preditivo dentro e fora da amostra, assim como diagnósticos que dedicam também uma atenção a diferentes ordenações possíveis dos dados, que não sejam tão somente aquela reconhecida por modelos de regressão, que tem como um dos pressupostos básicos a independência dos dados. Para ser um pouco mais específico, serão consideradas quatro outras ordenações, que são muito recorrentes na literatura. Por fim, cita-se que esta abordagem considerará o efeito cauda nas reservas resultantes.

Já a última vertente, que engloba modelos em espaço de estado e o filtro de Kalman, utiliza uma ordenação por linhas proposta por Atherino et al. (2010),

bem como um método de cálculo de diferentes reservas e de correspondentes EQMs teóricos, também proposta por aqueles autores, e denominado como *método do acumulador*. Utilizou-se um modelo alternativo ao proposto pelos autores de forma a contemplar a cauda do triângulo. Também, obtiveram-se resultados teóricos que garantem boas propriedades probabilísticas que, na prática, são refletidas computacionalmente.

Por fim, será feita uma comparação empírica envolvendo as três abordagens utilizadas. Para tanto, serão consideradas seis diferentes bases de dados, sendo que todas elas já foram e ainda são utilizadas em importante parte da literatura. Como principais conclusões que podem aqui ser adiantadas, enumeram-se: (i) duas das três abordagens apresentaram melhores resultados; (ii) a adoção do efeito cauda só implicou alguma dificuldade técnica, mas devidamente contornada, na abordagem de modelos em espaço de estado; e (iii) comportamentos sistemáticos e fatos estilizados identificados para os dados, modelados sob as três abordagens, possibilitariam a confecção de *softwares* de estimação de reserva para utilização pelas seguradoras.

1.4. Organização do texto

Esta Dissertação está organizada da seguinte forma. O capítulo 2 faz uma apresentação de algumas definições sobre o triângulo de *runoff* – que constitui a forma tradicional de organização de dados IBNR –, seus diferentes formatos, suas diferentes ordenações, os diferentes tipos de reserva por ele contemplados, dentre outros conceitos básicos. No capítulo 3 são apresentados com mais detalhes o método chain ladder e as expressões básicas de cálculo tanto das diferentes reservas (incluindo-se uma referente ao ano de calendário) quanto para os correspondentes EQMs teóricos. Já no capítulo 4, é introduzida a teoria de análise de regressão linear aplicada à realidade do triângulo, são discutidos estimadores teóricos e factíveis dos diferentes tipos de reserva, considera-se a incorporação da estrutura de heterocedasticidade do termo do erro e , por fim, apresentam-se as deduções dos EQMs teóricos para os estimadores de reservas. O capítulo 5 discute a modelagem dos dados IBNR pela abordagem espaço de estado, assim como o método do acumulador, que é utilizado para cálculo das reservas e seus

respectivos EQMs. O capítulo 6 é dedicado a estudos de caso com seis triângulos de *runoff*, ao longo do qual são apresentados e comparados os métodos descritos nos capítulos anteriores. Finalmente, no capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas e sugestões para estudos futuros.