

4

Flexibilidade como fonte de valor na produção de combustíveis alternativos: o caso do etanol brasileiro

Resumo

Geralmente existe um alto grau de flexibilidade gerencial associado à produção de combustíveis alternativos, em função da capacidade de se alternar a fonte de insumos ou o produto final, respondendo às condições de mercado. Neste capítulo é considerado o caso específico do etanol e tentamos quantificar o valor incremental oriundo da flexibilidade de sua produção a partir da cana de açúcar brasileira. Isso é realizado modelando conjuntamente os processos estocásticos das duas *commodities* relevantes: açúcar (uma *commodity* alimentícia) e etanol (uma *commodity* energética) em tempo discreto numa árvore recombinante bi-variável. Essa abordagem permitiu avaliar a opção de alternância de produtos de saída, respondendo a sinalização de preços das duas *commodities*.

No lugar do geralmente aplicado Movimento Geométrico Browniano, foi utilizado um processo de Reversão à Média, mais adequado para preços de *commodities*. Os parâmetros do processo foram obtidos a partir de um procedimento baseado em regressão linear sobre séries de preços históricos de etanol e açúcar pagos ao produtor no período de 1998 à 2008. Os resultados demonstram que a opção de flexibilidade de produção possui valor significativo, inclusive quando os preços são modelando por reversão à média, fato que gera implicações tanto para produtores quanto para tomadores de decisão, como potenciais investidores do setor.

4.1. Introdução

Com a previsão de exaustão das reservas mundiais em longo prazo e a crescente demanda de energia prevista para os próximos anos, as fontes renováveis de energia tem despertado crescente interesse mundial. Uma dessas

alternativas que já atingiu ampla aceitação no Brasil é o uso de etanol à base de cana de açúcar como combustível automotivo. O desenvolvimento desse mercado iniciou-se nos anos 1980, impulsionado pelo programa governamental “Proálcool” que incluía subsídios à produção e a uma adição mandatória de 20% de etanol à gasolina. Após duas décadas e alguns reveses, os subsídios estatais foram retirados e a capacidade de produção aumentou drasticamente. Pelo lado dos consumidores, a maioria dos novos veículos automotores atualmente vendidos são do tipo “*flex-fuel*” podendo consumir qualquer mistura, ou *mix*”, de gasolina e etanol. Como resultado disso o Brasil atualmente é o segundo maior usuário de bio-combustíveis, com o etanol superando a marca de 45% do total consumido por veículos leves (UNCTAD, 2008; UNICA, 2008).

A principal fonte de etanol brasileiro é a cana de açúcar, que anteriormente era quase exclusivamente destinada à produção de açúcar, outra *commodity* na qual o Brasil é um *player* de liderança. Atualmente o etanol está rapidamente ganhando o status de *commodity* no mercado mundial. Segundo a *Renewable Fuels Association* (RFA, 2007), os maiores produtores de etanol em 2005 eram os Estados Unidos da América com 4.265 milhões de galões, o Brasil com 4.227 milhões de galões, a China com 1.004 milhões de galões e a Índia com 449 milhões de galões.

A indústria brasileira de produção de etanol é beneficiada pelo custo de produção diferenciado do etanol de cana de açúcar em relação ao de milho, principal insumo da produção americana a qual é altamente dependente de subsídios governamentais. Nos últimos anos vários produtores brasileiros têm investido em usinas flexíveis que podem produzir açúcar ou etanol, pois a cana de açúcar pode ser transformada em açúcar por um processo que produz uma pequena quantidade de etanol como subproduto, ou processada numa destilaria para produção exclusivamente de etanol. Apesar do investimento em usinas flexíveis ser superior às dedicadas, aparentemente o valor potencial da opção de alternância é considerado ainda que intuitivamente pelos processadores, visto que a maioria das usinas em implantação atualmente no Brasil são do tipo flexíveis (açúcar/etanol).

Para avaliar a opção de alternância disponível para as usinas flexíveis, os preços das duas *commodities* devem ser modelados conjuntamente utilizando um processo que possa capturar a correlação existente entre as variações de preços de

cada uma. Abordagens baseadas em árvore binomial bi-variável recombinante desenvolvida por Boyle (1988) para modelar dois processos de preços seguindo Movimentos Geométricos Brownianos (MGB) tem sido utilizados para avaliar esses tipos de opções, mas como apontado por Schwartz (1997) e outros, os preços de *commodities* são melhor modelados por processos de reversão à média, e será mostrado neste trabalho que isso se aplica ao caso do etanol e açúcar também.

O objetivo principal deste capítulo é o de aplicar uma metodologia em tempo discreto de árvore binomial recombinante para modelar processos estocásticos de reversão à média de forma a quantificar o valor incremental oriundo do processo flexível de produção. O capítulo começa na sessão 4.2 com uma descrição dos processos de produção no Brasil. Na sessão 4.3 é delineada uma metodologia de modelagem por reversão à média com árvore recombinante bi-variável de preços estocásticos de *commodities* e na sessão 4.4 esta é aplicada para avaliação da opção de alternância com a parametrização do modelo a partir de dados empíricos. Na sessão 4.6 são apresentados os resultados do modelo e estes são comparados tanto a resultados de um modelo de simulação quanto aos resultados obtidos com uma modelagem por MGB dos preços das duas *commodities*. Na sessão 4.7 são apresentadas as conclusões com um resumo dos resultados e suas implicações.

4.2. A indústria Brasileira de Etanol e Açúcar

A produção brasileira de etanol se dá hoje em dia sem nenhum subsídio governamental, e o etanol brasileiro a base de cana de açúcar se tornou por ampla margem o bio-combustível mais competitivo no mundo (GOLDEMBERG, 2007). Aproximadamente 5,8 milhões de hectares (ha) são atualmente utilizados no cultivo da cana de açúcar no país, dos quais aproximadamente 2,9 milhões são destinados a produção de etanol (SZWARC, 2006), apesar de este último número ser em certa medida variável devido à flexibilidade existente de alternância entre a produção de etanol e açúcar.

Os produtores de etanol-açúcar no Brasil são responsáveis pelo processamento da cana de açúcar e transformação nesses dois produtos. Eles são empreendimentos tanto agrícola quanto industriais, o que inclui desde a escolha das variedades de cana de açúcar mais apropriadas, o plantio e colheita na época apropriada, o processamento da cana e a estocagem do produto final. O investimento industrial pode ser feito considerando diretamente uma usina flexível (capaz de produzir açúcar, etanol ou ambos) ou uma planta de produto único, a qual pode ser posteriormente adaptada para a produção do produto complementar.

As usinas de processamento de cana de açúcar são muito eficientes energeticamente porque a enorme sobra de resíduos de bagaço e palha permite que estes sejam utilizados como combustível nas caldeiras geradoras de vapor de eletricidade para o processo. Essas caldeiras frequentemente também são usadas em co-geração de energia elétrica que é vendida às empresas distribuidoras. Em função disso a razão de eficiência energética (energia produzida dividida por energia consumida) da produção de etanol é de 8,3, muitas vezes superior às razões obtidas na produção de etanol a partir de outras matérias-primas (SZWARC, 2006).

Uma usina de açúcar relativamente eficiente pode produzir 107 kg de açúcar a partir de cada tonelada de cana processada, da qual também é produzida obrigatoriamente uma quantidade de melaço que é convertido em 12 litros de etanol. A mesma tonelada de cana se processada numa planta de etanol irá produzir 80 litros de etanol, o que representa um aumento de 14% em comparação com a produtividade da década de 1980 (EPE, UNICA, 2008). Portanto o balanço de massa no processamento de uma tonelada de cana é:

$$\begin{aligned} 1 \text{ ton cana de açúcar} &= 107 \text{ kg açúcar} + 12 \text{ litros de etanol} \\ &= 80 \text{ litros de etanol} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Com essa paridade definida, e dada a sinalização de preços das duas *commodities* passíveis de serem produzidas, os processadores pode decidir qual “mix” de produtos irão escolher a cada colheita. Uma vez que o investimento na usina flexível tenha sido realizado, os custos de alternância da produção são mínimos, mas eles podem ser computados no processo de tomada de decisão.

4.3. Modelagem estocástica dos preços de etanol e açúcar

A aproximação por árvore binomial recombinante desenvolvida por Cox et al. (1979) para modelagem de processos estocásticos de um ativo subjacente e a avaliação de opções contingentes, encontrou inúmeras aplicações, pois ela generaliza o modelo de Black-Sholes-Merton (1973) e resolve algumas das restrições deste último. É de fácil implementação, flexível em seu uso, depende apenas de um número limitado de parâmetros e converge fracamente para um MGB quando os intervalos de tempo diminuem. No entanto em diversas situações o ativo subjacente não segue um processo estocástico similar a um MGB. Um exemplo comum dessa situação é o preço *spot* de diversas *commodities*, os quais provavelmente deverão ter um comportamento similar a um movimento de reversão à média.

Processos de reversão à media são um tipo de processo de Markov, no qual o sinal e a intensidade do *drift* depende do valor atual da variável, e este reverte para um nível de equilíbrio de longo prazo, que tipicamente é uma média de longo prazo. A forma mais simples de processo de reversão à média é o modelo de fator único de Ornstein-Uhlenbeck, também chamado de reversão à média Aritmética, descrito pela equação (4.2):

$$dY_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma dz_t \quad (4.2)$$

Para modelar o preço de uma *commodity*, na equação (4.2) Y_t é o ln (logaritmo neperiano ou natural) do preço, η é o coeficiente de velocidade de reversão, \bar{Y} é o ln da média de longo prazo, σ é a volatilidade do processo e dz é o processo de Weiner padrão. O logaritmo do preço é geralmente utilizado pois é assumido que os preços de uma *commodity* são distribuídos segundo uma log-normal⁴. Isso é conveniente pois se $Y = \ln(y)$, então y não pode ser negativo e também faz com que as projeções de preços sejam modeladas baseadas no processo estocástico dos retornos destes. O valor esperado e variância do processo de Ornstein-Uhlenbeck⁵ são dados pelas equações (4.3) e (4.4):

$$E[Y_t] = \bar{Y} + (Y_0 - \bar{Y})e^{-\eta t} \quad (4.3)$$

⁴ Ver Anexo 4.1.

⁵ O processo de Ornstein-Uhlenbeck é uma versão contínua de um processo AR(1)

$$\text{Var}[Y_t] = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta T}) \quad (4.4)$$

Essas expressões mostram que quando $T \rightarrow \infty$, então $\text{Var}[Y_t] \rightarrow \frac{\sigma^2}{2\eta}$, e não para: ∞ como no caso do MGB. Variações de processos de reversão à média incluem o Modelo Geométrico de Reversão à Média (DIXIT e PINDYCK, 1994), descrito por: $dY_t/Y_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma dz_t$, e um modelo similar proposto por Bhattacharya (1978), dado por: $dY_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \sigma Y_t dz_t$, entre diversos outros. Dias (2005) faz um levantamento de vários desses diferentes processos e suas aplicações na modelagem de preços de petróleo.

A aplicabilidade dos diversos processos estocásticos a determinados tipos de problemas é um tema complicado. O MGB pode ser apropriado e seu uso possível para modelar casos como séries de preços por períodos não muito longos. Os processos puros de reversão à média de fator único (como o processo de Ornstein-Uhlenbeck) com um nível de equilíbrio de longo prazo fixo deveria ser mais apropriado em geral, mas também pode ser por demais simplista em certos casos. Nesse caso a melhor abordagem seria a combinação de um modelo de reversão à média com um MGB para o preço de equilíbrio, como proposto por Schwartz e Smith (2000), apesar de modelos como esse serem significativamente mais difíceis de implementar para efeito de avaliação.

Como sugerem Dixit & Pindyck (1994), de forma a selecionar um processo estocástico adequado para a modelagem de preços de *commodity* ou qualquer outra variável, a melhor abordagem é apoiar-se tanto em considerações teóricas, tais como mecanismos de equilíbrio, quanto em testes estatísticos. A lógica por trás de um processo de reversão à média vem da microeconomia: quando os preços estão baixos (ou abaixo de seu nível de equilíbrio de longo prazo) a demanda pelo produto tende a aumentar enquanto sua produção tende a reduzir. A razão para isso é que o consumo de uma *commodity* com preços baixos tipicamente aumenta, enquanto que os retornos menores para as firmas produtoras as levará a postergar investimentos e diminuir a produção, reduzindo assim a disponibilidade da *commodity*. O oposto acontecerá se os preços estiverem altos (ou acima de sua média de longo prazo). Estudos empíricos como o de Pindyck e

Rubinfeld (1991) mostram que os preços de diversas *commodities* seguem processos de reversão à média.

O teste estatístico mais comum para determinar qual processo, o MGB ou a reversão à média, é mais apropriado é o teste de raiz unitária (DICKEY & FULLER, 1981). Por exemplo, Pindyck (1999) aplicou uma versão do teste de raiz unitária de Dickey-Fuller para avaliar diversas séries de petróleo, carvão e gás natural. Nessa abordagem, o modelo de séries temporais $x_t - x_{t-1} = a + (b-1)x_{t-1} + \varepsilon_t$ leva a um teste de hipóteses com $H_0: (b-1) = 0$, ou $H_0: b = 1$. Essa hipótese nula postula que existe uma raiz unitária, em qual caso a série não é estacionária. Caso a hipótese nula seja rejeitada, então passa a haver amparo a reivindicação de reversão à média na série temporal.

Foi aplicado o teste de Dickey-Fuller sobre séries temporais de médias mensais de preços de açúcar e etanol pago aos produtores no Estado de São Paulo (CEPEA, 2007). Foi utilizado o teste em sua forma padrão, não expandida, pois das duas séries já foi retirada a tendência temporal, deflacionando estas pelo IGP-DI, e foram obtidos as seguintes estatísticas-*t* para os testes de hipóteses:

Preços de Etanol deflacionados:	- 2,613
Preços de Açúcar deflacionados:	- 2,144

Estes valores podem então ser comparados aos valores críticos do teste (WOOLDRIDGE, 2000):

Valores Críticos da estatística-*t* para teste-*t* de Raiz Unitária (sem tendência temporal):

Nível de Significância	1%	2,5%	5%	10%
Valores Críticos	-3,43	-3,12	-2,86	-2,57

O valor-*t* para a série de preços do etanol leva a rejeição de presença de uma raiz unitária ao nível de 10%, mas não ao nível de 5%, enquanto o valor-*t* para a série de preços de açúcar não rejeita a presença de raiz unitária em nenhum nível de significância mostrado acima, apesar de poder ser inferido que isso poderá ocorrer em níveis um pouco mais altos (por ex. talvez 20%). Também vale a pena observar que o valor obtido em ambas as séries para o coeficiente *b* (Etanol: $b = 0.895$, e Açúcar: $b = 0.928$) são inferiores a um, o que sugere a presença de algum nível de reversão à média.

Além de amparar a reivindicação de reversão à média, esses resultados ilustram um problema freqüente com o teste de raiz unitária: dificilmente é possível refutar a adequabilidade do MGB em modelar uma série temporal com um alto grau de certeza (como 90% ou mais alto). De todas as séries temporais testadas nos trabalhos empíricos citados acima (PINDYCK, 1999), somente uma série extremamente longa de preços de petróleo (96 anos de médias anuais) indica de forma determinante não haver raiz unitária, rejeitando assim o MGB para essa série. Para séries de prazos mais curtos testadas no mesmo estudo, a presença de raiz unitária não pode ser rejeitada, mesmo que graficamente estas claramente aparentam exibir comportamento de reversão à média, pelos comentários do próprio autor. Para estas Pindyck assinala que a incapacidade em rejeitar a presença de uma raiz unitária não prova necessariamente que a série em questão tenha um comportamento de caminho aleatório, mas deixa a questão em aberto acerca de qual processo é mais adequado a sua modelagem. Portanto, incapacidade de rejeitar a presença da hipótese de caminho aleatório não necessariamente obsta a existência de auto-regressão (reversão à média) na variável de interesse.

Como alternativa Pindyck sugere que a verificação de até que ponto os choques de preços são permanentes pode ser mais informativo do que a pesquisa sobre raiz unitária na investigação de caminho aleatório ou reversão à média. Num processo auto-regressivo, os choques de preço tendem a dissipar-se sob a permanente força de reversão, ao contrario do caso de um MGB onde os choques de preço são permanentes. Para testar essa condição, Pindyck utiliza um teste de razão de variância o qual mede o nível para o qual a variância de uma série cresce com o “retardo” do teste. O teste da razão da variância pode ser descrito pela equação (4.4).

$$R_k = \frac{1}{k} \frac{\text{Var}(P_{t+k} - P_t)}{\text{Var}(P_{t+1} - P_t)} \quad (4.4)$$

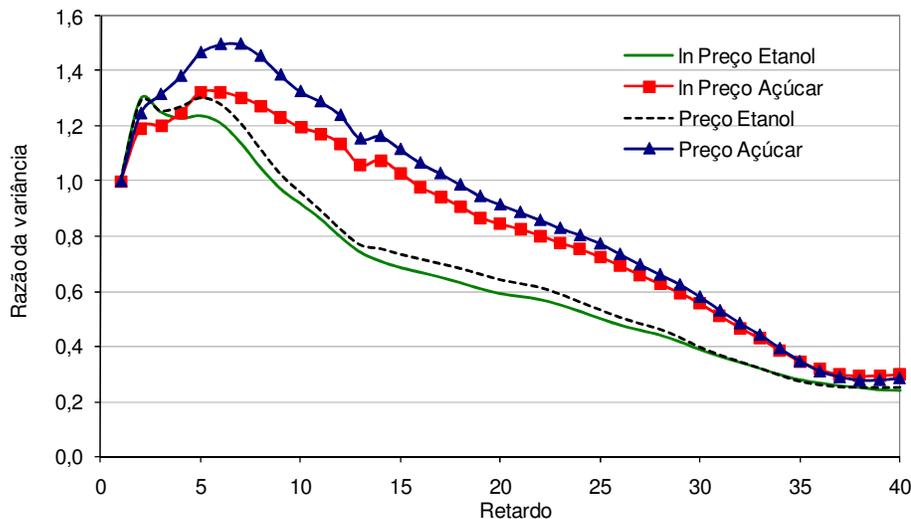
O termo $\text{Var}(\cdot)$ na fórmula representa a variância das séries de diferenças entre preços, com retardo de k períodos, nas séries de preços P . No caso de um MGB, à medida em que a variância cresce linearmente com k , a razão R_k deveria convergir para 1 quando k cresce. Na presença de reversão à média, por outro lado, a variância é delimitada a um determinado nível à medida que k cresce. Ou seja, a razão da variância R_k deveria cair para valores altos do retardo (k),

indicando que os choques de preço não são permanentes e que os preços tem reversão a um valor de equilíbrio.

Foi aplicado o teste da razão da variância descrito acima às séries de preços deflacionados de etanol e açúcar com os resultados mostrados na Figura 4.1 abaixo, tanto para ambos preços quanto para o \ln (logaritmo neperiano) destes. Da mesma forma que com as séries analisadas por Pindyck, as razões R_k inicialmente crescem com o retardo k , o que é consistente com ambos processos: MGB e reversão à média. Neste caso a variância cresce inicialmente e atinge um patamar superior, mas então começam a cair, estabilizando-se num nível de 0,25 para o etanol e 0,29 para o açúcar.

Esse padrão ocorre tanto para as séries de preços quanto para o \ln destas. Esses valores baixos para as razões da variância são consistentes com a baixa taxa de crescimento de ambas séries de preços (5% para o etanol e 3,4% para o açúcar, quando parametrizadas para o MGB). Mas mais importante é o baixo valor para a razão da variância dos dois preços, o que permite pré-supor um processo de reversão à média para ambas as séries.

Figura 4.1. Razão da Variância para diferentes valores de retardo



Relativamente ao MGB, a reversão à média é mais complexa de modelar por árvores binomiais recombinantes com nós de eventos probabilísticos binomiais. Por esta razão os métodos empregando simulação de Monte Carlo e árvores

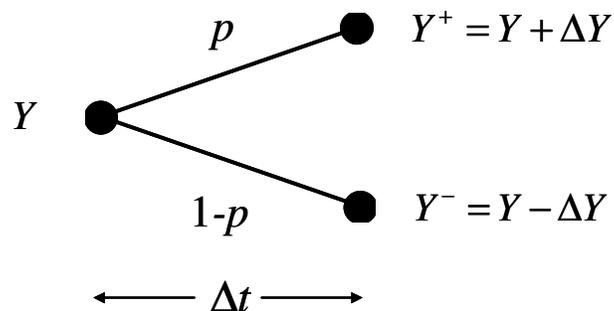
trinomiais (Hull, 1999) foram desenvolvidas para modelar processos de reversão à média. Infelizmente ambos os métodos tem desvantagens no uso para avaliação: a abordagem por simulação é computacionalmente intensiva, especialmente para problemas com opções concorrentes, e as árvores trinomiais são difíceis de implementar pois envolvem metodologias para especificar a validação do processo de ramificação das probabilidades e dos intervalos de tempo para garantir a convergência do processo estocástico.

4.3.1.

Aproximação binomial para processos de reversão à média

Na análise numérica de opções, as árvores binomiais recombinantes são frequentemente usadas para aproximação do processo estocástico em tempo contínuo subjacente. Como mostrado na Figura 4.2, em cada nó de uma árvore binomial a variável Y poderá mover-se para cima ou para baixo por um incremento ΔY num incremento de tempo específico Δt . A probabilidade das ramificações (p e $1-p$) assim como o incremento são obtidas igualando a média e a variância do nó binomial com aquelas do processo estocástico contínuo, garantindo assim a convergência quando $\Delta t \rightarrow 0$.

Figura 4.2. Nó de ramificação binomial



Nelson e Ramaswamy (1990) desenvolveram uma abordagem geral para aproximações em tempo discreto de processos estocásticos a qual se aplica aos processos de Ornstein-Uhlenbeck. Eles propuseram um sequência binomial simples de n períodos, de duração Δt com um horizonte de tempo $T = n\Delta t$ a qual

modela o formato da equação diferencial estocástica $dY = \mu(Y,t)dt + \sigma(Y,t)dz$, assim:

$$\begin{cases} Y_t^+ \equiv Y + \sqrt{\Delta t} \sigma(Y,t) & \text{valor na subida} \\ Y_t^- \equiv Y - \sqrt{\Delta t} \sigma(Y,t) & \text{valor na descida} \\ p_t \equiv 1/2 + 1/2 \sqrt{\Delta t} \frac{\mu(Y,t)}{\sigma(Y,t)} & \text{probabilidade de subida} \\ 1-p_t & \text{probabilidade de descida} \end{cases} \quad (4.5)$$

Usando os parâmetros de Ornstein-Uhlenbeck da equação (4.2) nas equações (4.5) obtemos:

$$\begin{cases} Y_t^+ \equiv Y + \sqrt{\Delta t} \sigma & \text{valor na subida} \\ Y_t^- \equiv Y - \sqrt{\Delta t} \sigma & \text{valor na descida} \\ p_t \equiv 1/2 + 1/2 \sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{Y} - Y_t)}{\sigma} & \text{probabilidade de subida} \\ 1-p_t & \text{probabilidade de descida} \end{cases} \quad (4.6)$$

Como o valor resultante das probabilidades não pode ser negativo ou maior do que 1, é necessário censurar os valores de p_t para a faixa de 0 a 1, como mostrado na equação (4.7).

$$p_t = \begin{cases} 1/2 + 1/2 \eta(\bar{Y} - Y_t) \sqrt{\Delta t} / \sigma & 0 \leq q_t \leq 1 \\ 0 & q_t \leq 0 \\ 1 & q_t \geq 1 \end{cases} \quad (4.7)$$

Podemos sumarizar (4.7) na seguinte fórmula:

$$p_t = \max \left(0, \min \left(1, 1/2 + 1/2 \sqrt{\Delta t} \frac{\eta(\bar{Y} - Y_t)}{\sigma} \right) \right). \quad (4.8)$$

Na ramificação da árvore binomial recombinante, os incrementos de valor nos eventos de subida e descida são: $\Delta Y^+ = \sigma \sqrt{\Delta t}$ e $\Delta Y^- = -\sigma \sqrt{\Delta t}$, respectivamente. Se considerarmos que Y é o ln do preço y , então os incrementos são: $\Delta y^+ = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$ e $\Delta y^- = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}}$. Estes são as formas já familiares usadas na árvore binomial de MGB (COX et al., 1979). As probabilidades calculadas e a censura destas produz um modelo que converge fracamente para um processo de

reversão à média como demonstrado por Nelson e Ramaswamy (1990). É importante notar que a cada nó da árvore, a probabilidade de subida irá alterar-se dependendo do valor de Y_t conforme a equação (4.8), que é o que permite a modelagem do comportamento de reversão à média.

4.3.2. Transformação em um processo neutro a risco

Há duas formas de descontar fluxos de caixa para efeitos de avaliação: 1) usando diretamente a taxa ajustada ao risco, e 2) usando uma medida de probabilidade de Martingale com a taxa livre de risco. Esta segunda abordagem é frequentemente usada para avaliar opções porque é difícil de determinar a taxa ajustada ao risco apropriada, quando temos opções reais.

Na abordagem pela probabilidade de Martingale, a taxa de crescimento (*drift*) do processo estocástico do ativo subjacente é ajustada para que os retornos futuros possam ser descontados à taxa livre de risco. Por exemplo, quando usamos um processo estocástico de MGB modelado de forma discreta, as probabilidades de subida e descida na árvore binomial são calculadas usando a taxa de desconto livre de risco (COX et al., 1979). Com um processo de reversão à média, o ajuste necessário também é feito nos cálculos das probabilidades. Para isso é substituído

$$\bar{Y}' = \bar{Y} - \frac{\pi}{\eta}$$

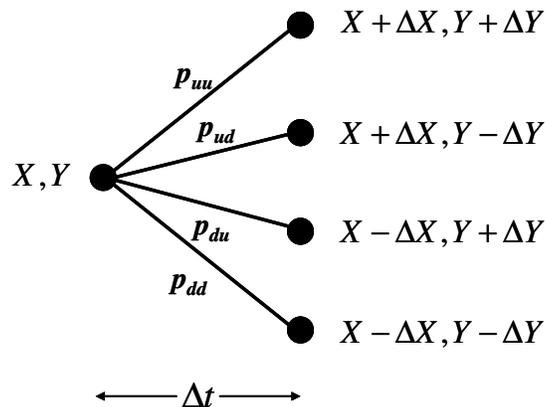
ajustada ao risco, \bar{Y} é média de longo prazo não-ajustada, π é o prêmio de risco do projeto, η é o coeficiente de velocidade de reversão à média (DIXIT e PINDYCK, 1994, SCHWARTZ, 1997). Uma discussão mais detalhada da forma de ajuste ao risco encontra-se no Anexo 4.2.

4.3.3. Modelagem discreta bi-variável de processo de reversão à média

A abordagem binomial usada neste capítulo é baseada numa árvore binomial bi-variável que combina duas variáveis incertas. O conceito de árvore bi-

variável foi introduzido por Boyle (1988) e posteriormente discutido por Copeland e Antikarov (2003), os quais propuseram um modelo de árvore “quadrinomial” com duas incertezas correlacionadas, cada uma seguindo um MGB. Para se construir uma árvore bi-variável, as probabilidades conjuntas de cada uma das quatro ramificações de saída do nó precisam ser determinadas (Figura 4.3). Estas probabilidades representam as quatro possíveis combinações de subida e descida das duas variáveis, com os primeiro e segundo caracteres subscritos em cada p denotando a direção do movimento para as variáveis X e Y , respectivamente. Para se avaliar uma opção em qualquer período n nessa árvore, primeiro calculamos os quatro retornos (*payoffs*), os quais são contingentes aos respectivos valores de X e Y nos quatro nós subseqüentes no tempo $n+\Delta t$, multiplicados pelas suas respectivas probabilidades neutras ao risco, e descontadas até o período n usando a taxa livre de risco.

Figura 4.3. Nó da árvore bi-variável



Decorre então que a modelagem por árvore bi-variável é aplicável a opções de alternância. Gonçalves *et al.* (2006) analisam a opção de alternância de produção que detém um usina flexível de açúcar e etanol, e modelam as incertezas subjacentes usando dois processos MGB distintos. Mas como lembram Schwartz (1998), Laughton e Jacoby (1993), e outros autores, se os preços de *commodities* são realmente reversíveis à média, então o modelo lognormal de difusão geométrica Browniana pode estar significativamente superestimando a incerteza do fluxo de caixa resultante de um projeto, e o respectivo valor das opções reais envolvidas. Nesse caso a abordagem quadrinomial de Copeland e Antikarov não deveria ser utilizada diretamente na modelagem de duas variáveis auto-reversíveis

de um fator, pois as probabilidades em cada nó devem mudar ao longo da árvore. Kulatilaka (1993) propõe uma abordagem para avaliar uma opção de alternância na qual duas variáveis de entrada são modeladas como um único processo de preço relativo. No entanto essa abordagem é limitada a casos de funções de valor relativamente simples as quais podem ser descritas em termos da própria variável.

Para avaliar as opção de alternância precisamos modelar conjuntamente o In dos dois preços das *commodities*, $X = \ln(x)$ e $Y = \ln(y)$, cada uma seguindo um processo estocástico diferente de reversão à média na forma da equação (4.2). Para estes dois processos, seguindo a convenção mostrada na Figura 4.3, podemos determinar as probabilidades para X e Y como:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{uu} = \frac{\Delta_x \Delta_y + \Delta_y v_x \Delta t + \Delta_x v_y \Delta t + \rho \sigma_x \sigma_y \Delta t}{4 \Delta_x \Delta_y} \\ p_{ud} = \frac{\Delta_x \Delta_y + \Delta_y v_x \Delta t - \Delta_x v_y \Delta t - \rho \sigma_x \sigma_y \Delta t}{4 \Delta_x \Delta_y} \\ p_{du} = \frac{\Delta_x \Delta_y - \Delta_y v_x \Delta t + \Delta_x v_y \Delta t - \rho \sigma_x \sigma_y \Delta t}{4 \Delta_x \Delta_y} \\ p_{dd} = \frac{\Delta_x \Delta_y - \Delta_y v_x \Delta t - \Delta_x v_y \Delta t + \rho \sigma_x \sigma_y \Delta t}{4 \Delta_x \Delta_y} \end{array} \right. \quad (4.9)$$

onde $\Delta_x = \sigma_x \sqrt{\Delta t}$, $\Delta_y = \sigma_y \sqrt{\Delta t}$, e $p_{uu} + p_{ud} + p_{du} + p_{dd} = 1$ (HAHN e DYER, 2008). Essa probabilidades também dependem da taxa de crescimento (*drift*) de cada processo, $v_x = \eta_x (\bar{X} - X_t) - 1/2 \sigma_x^2$ e $v_y = \eta_y (\bar{Y} - Y_t) - 1/2 \sigma_y^2$, assim como da correlação ρ entre os incrementos dos dois processos.

Infelizmente um nó com quatro ramificações de saída não pode ser diretamente censurado quando necessário, como requer o modelo de reversão à média. Hahn e Dyer (2008) resolvem esse problema aplicando a regra de Bayes para decompor as probabilidades conjuntas no produto das probabilidades marginal e condicional. Para obter as probabilidades condicionais, as probabilidades conjuntas são divididas pela probabilidade marginal para X ,

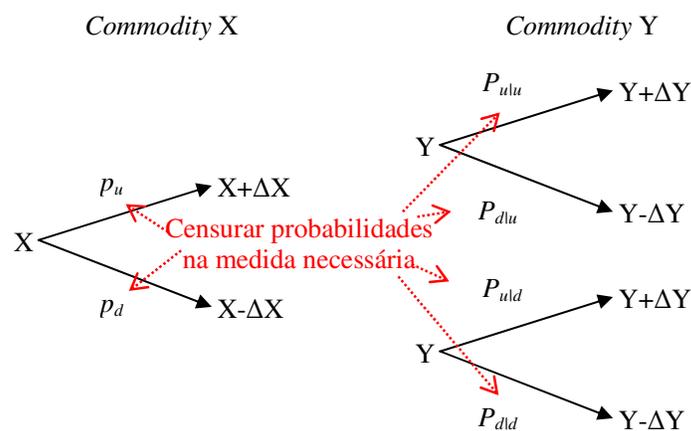
$$\begin{cases} p_u = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{v_X \Delta t}{\Delta_X} \\ p_d = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{v_X \Delta t}{\Delta_X} \end{cases} \quad (4.10)$$

o que leva às seguintes probabilidades condicionais para Y :

$$\begin{cases} p_{ulu} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2 \Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)} \\ p_{dlu} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) + \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2 \Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)} \\ p_{uld} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y + \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X + \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2 \Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)} \\ p_{dld} = \frac{\Delta_X (\Delta_Y - \Delta t v_Y) - \Delta t (\Delta_Y v_X - \rho \sigma_X \sigma_Y)}{2 \Delta_Y (\Delta_X + \Delta t v_X)} \end{cases} \quad (4.11)$$

Nesta formulação teremos: $p_{ulu} + p_{dlu} = 1$ e $p_{uld} + p_{dld} = 1$. Estas probabilidades permitem que o nó de quatro ramificações com probabilidades conjuntas possa ser separado numa sequência (Figura 4.4) na qual novamente todas as probabilidades podem ser novamente censuradas na forma da equação (4.8).

Figura 4.4. Sequência do nó marginal-condicional para duas commodities



4.4. Metodologia de avaliação de opção de alternância

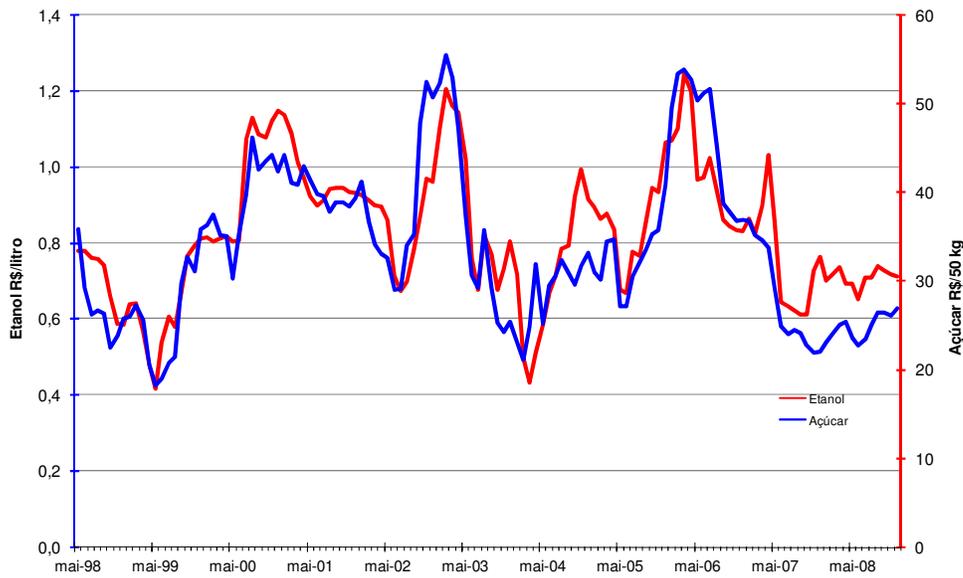
Nesta seção avaliamos o valor incremental oriundo da flexibilidade disponível para os processadores de cana de açúcar de converter sua produção de etanol para açúcar e vice-versa em qualquer momento desejado.

4.4.1. Estimação dos parâmetros dos processos estocásticos

Dados baseados no levantamento diário dos preços de açúcar e etanol diretamente pago aos processadores foi obtido do CEPEA (2008) e estão disponíveis online. Para o etanol a série usada é uma média entre álcool anidro - 70%, e hidratado - 30%, ambos produzidos nas usinas, aproximadamente nessas proporções. Apesar de terem sido utilizados somente preços pagos no Estado de São Paulo, estes são representativos do caso geral no Brasil pois esse Estado produz 64% do total do país, e estas séries são amplamente usadas em pesquisas sobre o setor de açúcar e etanol (EPE, 2008). Os preços são em R\$, e para etanol estão em litros (R\$/l), enquanto que para açúcar estão em sacas de 50 kg (R\$/saca 50Kg), que é padrão no setor.

Ambas as séries foram coletadas de maio de 1998 a dezembro de 2008 em bases mensais, resultando em 128 períodos de dados (quase 11 anos), e foram deflacionadas pelo IGP-DI da FGV, também em bases mensais. Na Figura 4.5 estas séries estão plotadas conjuntamente em escalas diferentes para comparação visual. Os preços estão em Reais (R\$) de Dezembro de 2008.

Figura 4.5. Série de preços de etanol e açúcar deflacionados por IGP-DI



Fonte: CEPEA (2008), UNICA (2008).

Os parâmetros do modelo foram estimados usando um procedimento baseado na metodologia delineada por Dixit e Pindyck (1994) a qual permite a estimação de todos os parâmetros de uma série temporal discreta⁶. A partir dessas séries foi possível calcular os parâmetros necessários para os processos de reversão à média usados no modelo. Para ambas séries, uma regressão linear simples foi estimada com $\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})$ como a variável dependente e $\ln(P_{t-1})$ como a variável independente. A equação resultante de regressão é portanto: $\ln(P/P_{t-1}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P_{t-1}) + \varepsilon$. Os coeficientes de velocidade de reversão η são

obtidos dos estimadores da regressão assim: $\eta = \frac{-\ln(\beta_1 + 1)}{\Delta t}$, e a volatilidade e

média de longo prazo são dados por $\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(\beta_1 + 1)}{\Delta t [(\beta_1 + 1)^2 - 1]}}$ e

$\bar{P} = \exp\left[-\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\sigma^2}{2\eta}\right]$, respectivamente, onde σ_ε^2 é a variância dos erros da

⁶ Ver Anexo 4.3 para detalhes sobre o procedimento de estimação dos parâmetros

regressão. As retas plotadas de regressão e suas equações correspondentes para as séries de dados usadas podem ser vistas nas Figura 4.6 e Figura 4.7.

Figura 4.6. Regressão para determinação dos parâmetros do processo estocástico do etanol

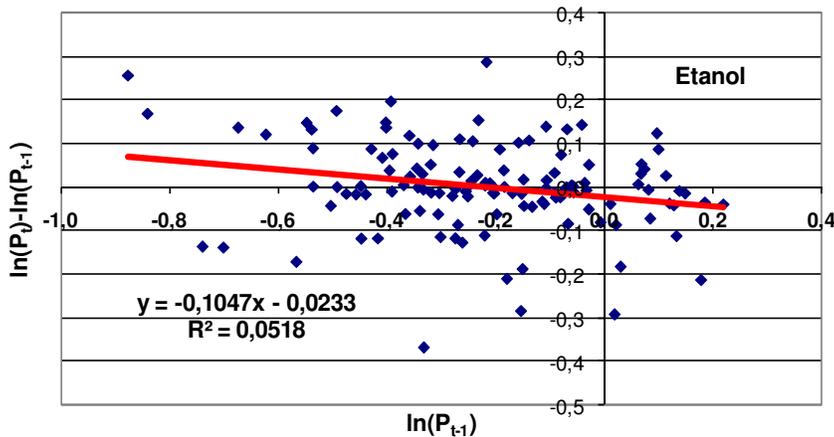
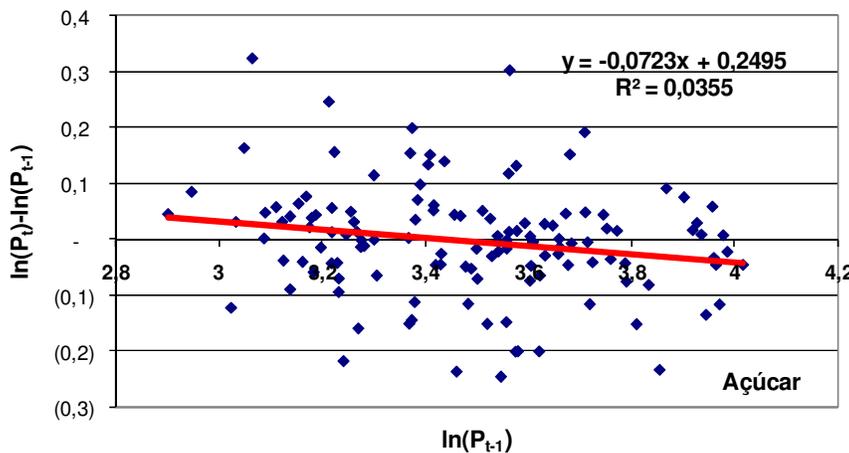


Figura 4.7. Regressão para determinação dos parâmetros do processo estocástico do açúcar



Os resultados das regressões para ambas séries de preços deflacionados estão listadas na Tabela 4.1, e os parâmetros dos processos estocásticos estimados pelas regressões está na Tabela 4.2. Vale assinalar que ambas *commodities* encontram-se atualmente (Dezembro de 2008) abaixo de suas médias de preço de longo prazo.

Tabela 4.1. Resultados da regressão para preços deflacionados de etanol e açúcar.

	Açúcar	Etanol
β_0	0,250	-0,023
β_1	-0,072	-0,105
R^2	0,035	0,052
Erro Padrão	0,034	0,040
Estatística-T	-2,127	-2,618

Tabela 4.2. Parâmetros estocásticos para etanol e açúcar

	Açúcar	Etanol
Preço Inicial	26,96 R\$ / Saca 50 kg	0,712 R\$ / litro
Média de Longo Prazo	33,86 R\$ / Saca 50 kg	0,841 R\$ / litro
	Ano	Ano
Volatilidade (σ)	34,58%	34,24%
Velocidade de reversão (η)	0,901	1,327

A interdependência dos dois processos estocásticos das séries de preços foi modelada pelos incrementos correlacionados na mesma forma que Gibson e Schwartz (1990), Schwartz (1997), Schwartz e Smith (2000), Tseng e Lin (2007) entre outros. Obtém-se assim um processo na forma mostrada pela equação (4.2) para cada *commodity*, onde os incrementos aleatórios no termo da variância, dz_{etanol} e $dz_{açúcar}$ são processos padrão de Wiener e são correlacionados da seguinte forma: $dz_{etanol} dz_{açúcar} = \rho dt$, onde ρ é um parâmetro constante de correlação. Este é calculado estimando a correlação dos log-retornos das séries utilizadas e cujo valor é de $\rho = 0.557$. Os processos deverão variar a partir de seus valores esperados a cada incremento de tempo, de acordo com suas volatilidades individuais e incrementos aleatórios, mas os incrementos estarão ligados de forma que quando um varia para cima ou para baixo, o outro processo tenderá a seguir este na medida especificada pelo parâmetro de correlação.

4.4.2. Metodologia do modelo de avaliação da opção

O modelo utilizado mede o valor presente de fluxos de caixa gerados pelo processamento de 2.600.000 toneladas de cana de açúcar anuais, seja em etanol ou em açúcar, com algum etanol como sub-produto (Gonçalves, 2006). Isso equivale

a uma usina razoavelmente grande, com aproximadamente 1% do processamento brasileiro de cana de açúcar. O horizonte de tempo usado é de cinco anos, em períodos semestrais ($T=5$, $n = 10$, $\Delta t = 0.5$). O prêmio de risco do projeto (π) é de 6% e foi estimado pelo prêmio de risco deflacionado das companhias do setor sucro-alcooleiro listadas na bolsa de valores de São Paulo (Bovespa) usando o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), considerando uma empresa não alavancada. É coincidentemente muito próximo da atual taxa livre de risco deflacionada (real) brasileira de 6% (Selic), baseada nos títulos do Governo Brasileiro, assim como em trabalhos semelhantes (Dias, 2005, Gonçalves, 2006).

Com estes parâmetros, as médias de longo prazo ajustada ao risco são:

$$\bar{x}' = e^{\left(\frac{\bar{x} - \pi}{\eta}\right)} = e^{\left(\frac{\ln(0.8409) - \frac{6\%}{1.327}}{1.327}\right)} = 0.8037 \text{ R\$/ litro para Etanol} \quad (4.12)$$

$$\bar{y}' = e^{\left(\frac{\bar{y} - \pi}{\eta}\right)} = e^{\left(\frac{\ln(33.86) - \frac{6\%}{0.9008}}{0.9008}\right)} = 31.675 \text{ R\$/50 kg para Açúcar} \quad (4.13)$$

Os valores dos fluxos de caixa operacionais foram calculados da seguinte forma:

- 1) Para o processamento de cana em etanol somente, o preço projetado de etanol (R\$/litro) é multiplicado por 80 (litros por tonelada de cana de açúcar) e depois por 0,96 (4% de taxas sobre receita). Esse resultado, menos 29,67 R\$/ton (custo variável) é multiplicado por 2.600 (toneladas de cana processadas anualmente/1.000). O resultado final é obtido subtraindo os custos de R\$ (1.000) 28,726, e multiplicando por 81% para refletir o imposto de renda.
- 2) Para o processamento de cana em açúcar, o preço do açúcar (em R\$/saca 50Kg) é multiplicado por 2,14 (107 kg de açúcar de uma tonelada de cana processada, em sacas de 50 kg) e então por 0,84 (16% de taxas sobre a receita), mais 12 (litros de etanol como subproduto por tonelada de cana) multiplicado pelo preço do etanol (R\$/litro), e por 0,96 (4% de taxas sobre receita). Esse resultado, menos 31,94 R\$/ton (custo variável), é então multiplicado por 2.600 (toneladas de cana processadas anualmente/1.000). O resultado final é novamente obtido subtraindo os custos de R\$ (1.000) 28,726, e multiplicando por 81% para refletir o imposto de renda.

- 3) Para uma usina flexível, o valor máximo destes dois fluxos de caixa é escolhido. A razão para tal é que mesmo com a flexibilidade de escolha de qualquer mix entre os dois produtos, a solução de canto é sempre a ótima em função da relação linear entre os fluxos de caixa e o preço das *commodities*.

Os custos variáveis e fixos consideram tanto os industriais quanto os agrícolas, e este último é o mesmo para ambos processos (Gonçalves et al., 2006). Esses algoritmos estão sumarizados nas equações (4.14) e (4.15).

$$CF_{Et} = \left(\left[(80P_{Et} [1-4\%]) - 29,67 \right] 2.600 - 28.726 \right) (1-19\%) \quad (4.14)$$

$$CF_{Aç} = \left(\left[(2,14P_{Aç} [1-16\%] + 12P_{Et} [1-4\%]) 2.600 - 31,94 \right] (-28.726) \right) (1-19\%) \quad (4.15)$$

Os casos determinísticos usando essas equações e os valores esperados para os dois preços das *commodities* estão listados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3. Valor presente dos fluxos de caixa operacionais dos casos base determinísticos

4.5. Modelo de Processo Estocástico:		MRM (R\$ 1.000)
Casos base:	Etanol puro	176.584
	Açúcar (etanol como sub-prod.)	209.716

Para modelar a variabilidade do valor do projeto, árvores binomiais para ambas as *commodities* foram construídas usando a abordagem descrita na Seção 4.3.1, com os resultados mostrados nas Figura 4.8 e Figura 4.9. Os “nós” com círculos vermelhos nas figuras representam aqueles cujos valores são alcançados com probabilidade igual à zero. Portanto as árvores são efetivamente “podadas” nas partes superior e inferior.

Figura 4.8. Árvore de processo neutro à risco para açúcar

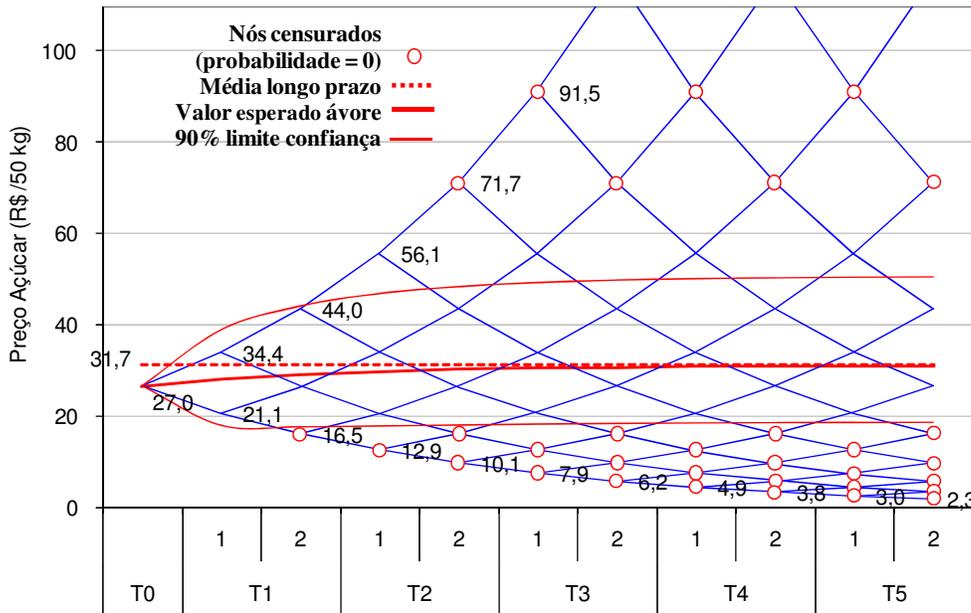
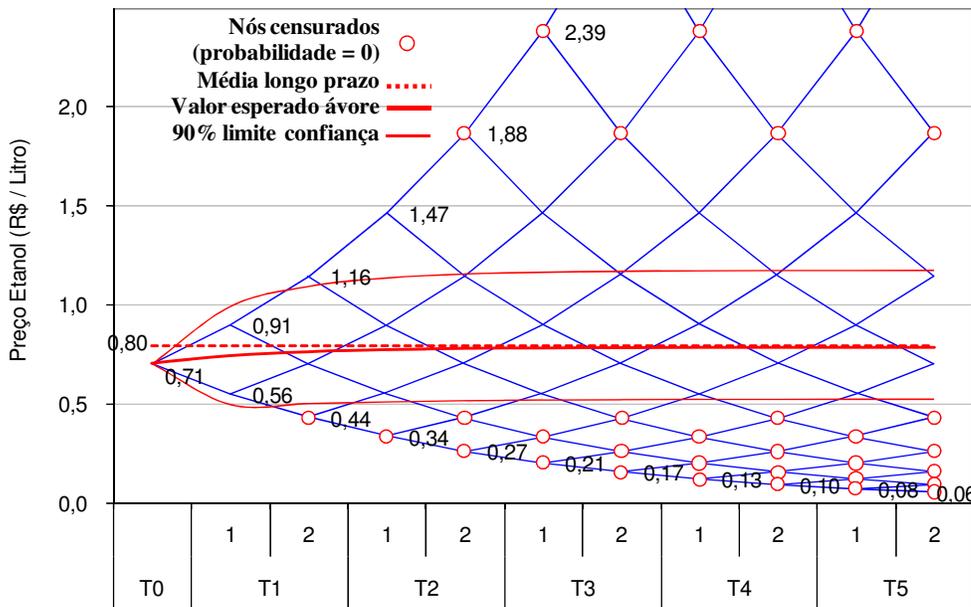


Figura 4.9. Árvore de processo neutro à risco para etanol



Ambas árvores são então conjuntamente modeladas conforme a correlação das duas *commodities* usando a abordagem descrita na seção 4.3.3. As probabilidades marginais de um movimento para cima ou para baixo são

dependentes do ln do preço em cada nó, conforme a equação (4.8). Como os incrementos de movimento dos preços foram separados em passos marginal e condicional, conforme a Figura 4.4, as probabilidades condicionais são geradas usando as expressões dadas pelas equações (4.11). Apesar da intensidade computacional dessa abordagem, ele é razoavelmente fácil de ser implementada numa planilha de Excel.

Na árvore resultante bi-variável, começando um período antes do final (no período 9 dos 10 modelados), é modelada a decisão ótima de produzir etanol ou açúcar com algum etanol como sub-produto em cada período, trabalhando para traz recursivamente até o período 0. Em cada nó, calcula-se o valor da soma, descontado à taxa livre de risco, dos quatro nós subseqüentes na árvore bi variável, ponderados pelas probabilidades conjuntas, as quais são por sua vez o produto da multiplicação da probabilidade marginal do etanol (o qual foi escolhido como a primeira variável) pela probabilidade condicional para o açúcar em cada nó, e somando ainda o valor do fluxo de caixa ótimo no nó considerado. Chega-se no período 0 com o valor presente do fluxo de caixa gerado pelo processamento de 2.600 toneladas anuais de cana de açúcar durante cinco anos, com a opção de escolha semestral entre as duas formas possíveis de produção.

4.6. Resultados

4.6.1. Resultados do modelo de árvore bi-variável

Usando o modelo descrito na seção anterior, obtemos o resultado de 224.592 R\$ (mil) como valor presente do fluxo de caixa operacional da usina flexível que processa 2.600.000 de toneladas de cana de açúcar anual por cinco anos. Este valor pode ser comparado a 176.143 R\$ (mil) para uma usina somente de etanol e 188.526 R\$ (mil) de uma usina produtora de açúcar (e etanol como

sub-produto), conforme mostrado na Tabela 3. Esses resultados representam um incremento de 27,5% e 19,1% em valor presente, respectivamente, com relação às plantas não-flexíveis. Portanto o valor da opção de alternância é 19,1% (produção flexível comparada com o caso base de maior valor) relativamente ao caso sem flexibilidade, e um valor incremental absoluto da opção de alternância de 36.066 R\$ (mil). É interessante notar que mesmo com a usina de açúcar tendo um valor presente maior que a de etanol, o mix médio de produção do país foi de 51% etanol e 49% de açúcar em 2005, com a fração de etanol em crescimento (EPE, 2008). Isto é provavelmente devido ao potencial de crescimento do etanol. Segundo estimativas da indústria (ÚNICA, 2008), é esperado que a produção de açúcar cresça quase 3% anualmente entre 2009 e 2020, enquanto a de etanol deverá crescer a um ritmo de 9,7% anual. No entanto não é possível prever, ex ante, para qualquer período de tempo específico, qual das duas possibilidades de produção não-flexível será mais rentável. Portanto fica claro que intuitivamente os processadores têm noção do valor da flexibilidade, e por isso investem em usinas flexíveis que lhes permite capitalizar-se em qualquer um dos dois produtos. Essa é uma realidade na prática pois aproximadamente 64% das capacidade processadora de cana de açúcar no Brasil é fornecida por usinas flexíveis (EPE, 2008).

4.6.2.

Comparação com resultados de modelo de simulação

Poderia ter sido utilizada qualquer uma de três abordagens descritas anteriormente como forma de solução do problema apresentado: a árvore bi-variável utilizada, a simulação de Monte Carlo, ou o método de diferenças finitas. Foi escolhido o método de árvore bi-variável como abordagem primária do problema porque: 1) é o computacionalmente mais eficiente dos três citados, 2) é a proposta mais direta de modelagem da correlação entre os dois processos estocásticos, e 3) é o mais robusto dentre os três com relação a possíveis alterações nas suposições feitas.

No entanto podemos verificar os resultados obtidos reconstruindo o problema de avaliação como um conjunto de opções Europeias, pois a opção de alternância de processamento de cana de açúcar pode ser exercido em cada

período sem custos (após os custos iniciais de investimento na usina flexível terem sido realizados) e porque a opção é também independente de todas as decisões tomadas antes ou após um ponto qualquer. Com esta abordagem o valor obtido por uma simulação com 100.000 iterações usando um software @RISK[®] foi de 231.115 R\$ (mil) para a planta flexível o que é 2,9% superior ao resultado da metodologia da árvore bi-variável. Essa diferença pequena é devida ao incremento discreto na árvore bi-variável de $\Delta t = 0,5$, e que deveria desaparecer na medida em que Δt tende para 0.

4.6.3.

Comparação com resultados assumindo a modelagem dos preços por MGB

Conforme já mencionado, o processo de difusão por MGB é muito simples e direto de implementar e modelar, mas sua deficiência é que eventualmente pode não ser adequado para o caso de preços de *commodities*. Foi mostrado que para as duas *commodities* analisadas neste capítulo, o processo de reversão à média proporciona um ajuste adequado, enquanto o MGB pode não ser tão apropriado. Para ilustrar as diferenças entre os dois processos nas Figura 4.10 e Figura 4.11 são mostradas as projeções de valor esperado dos preços de açúcar e etanol respectivamente, tão bem quanto o intervalo de confiança de 90% em torno do valor esperado, tanto para a projeção por reversão à média quanto para MGB. Os parâmetros de volatilidade para o processo por MGB para ambas *commodities* foi estimado calculando o desvio padrão do log-retorno das séries de preços, enquanto o parâmetro de crescimento (*drift*) é obtido adicionando meia variância à média das séries de log-retorno.

Figura 4.10. Projeções de preços de açúcar (ajustada ao risco)

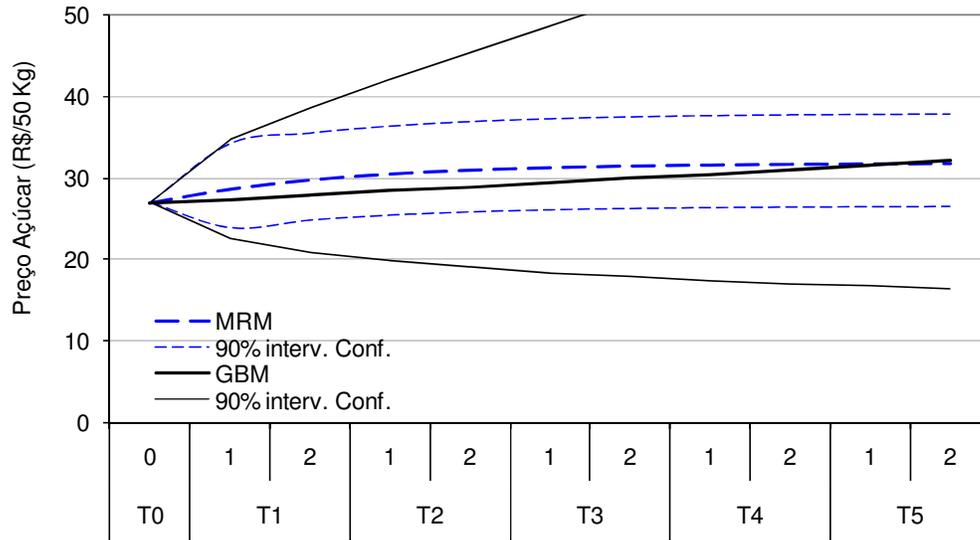
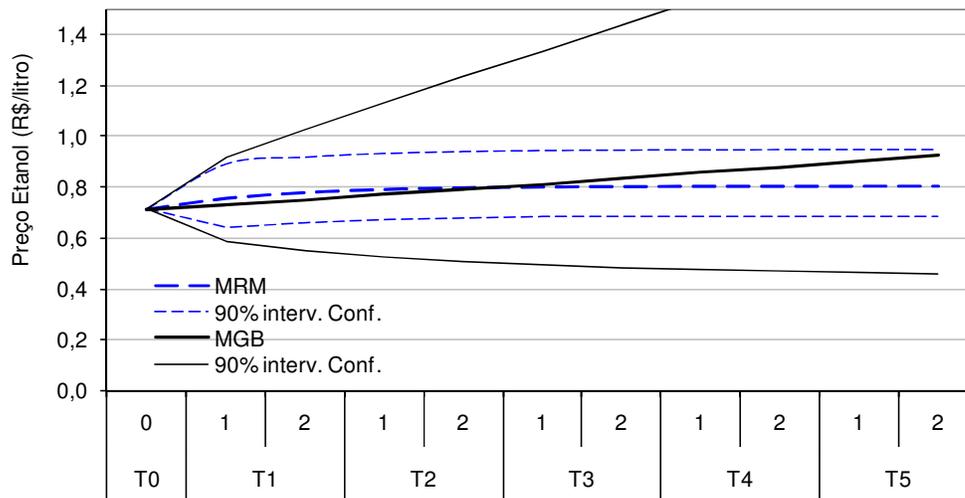


Figura 4.11. Projeções de preços de etanol (ajustada ao risco)



Para comparar os resultados da avaliação, o mesmo caso foi modelado assumindo que os preços seguem um MGB, com os resultados das avaliações determinísticas e o valor da opção mostradas na Tabela 4.4.

Tabela 4.4. Comparação dos resultados por reversão à média *vs* MGB

Modelo de Processo Estocástico:		MRM (R\$ 1.000)	MGB (R\$ 1.000)	$\Delta\%$
Casos base	Etanol puro	176.143	210.336	19,4%
	Açúcar (etanol como sub-prod.)	188.526	212.234	12,6%
Com Opção	Planta Flexível	224.592	358.046	59,4%
	Valor da Opção	36.066	145.812	
Valor % da Opção comparada aos casos base	Etanol puro	27,51%	70,23%	
	Açúcar (etanol como sub-prod.)	19,13%	68,70%	

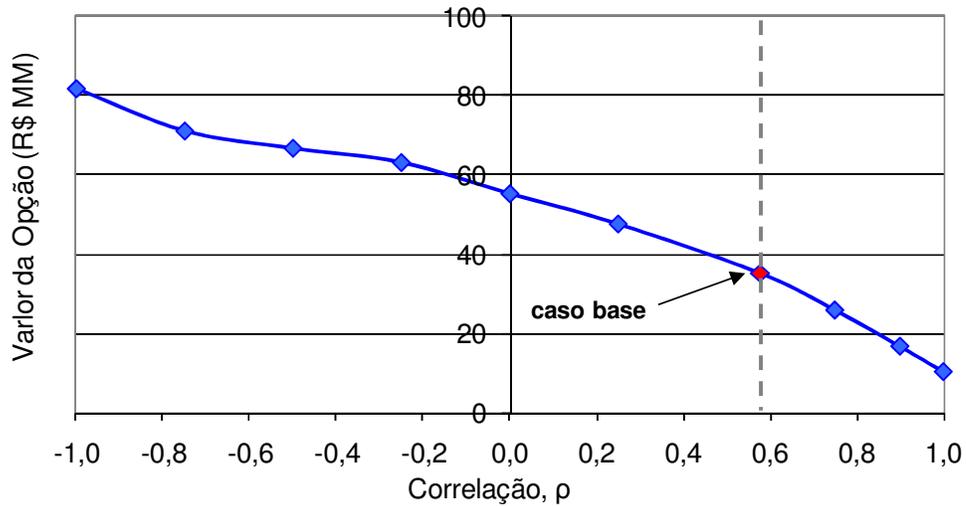
A árvore bi-variável para dois MGBs é mais simples de implementar seguindo a abordagem de Copeland e Antikarov (2001); mas os casos base (determinísticos) da Tabela 4.4 mostram diferenças de 19,4% e 12,6%, respectivamente para cada projeto, com relação a projeção por reversão à média. Além disso, o valor da usina flexível obtido por essa forma de processo estocástico (MGB) é 358.046 R\$ (mil) e o da opção 145.812 R\$ (mil). Estes são 70,2% e 68,7% acima dos casos base de etanol e açúcar, respectivamente, e 59,% acima do caso da usina flexível com reversão à média, o que indica que o MGB neste caso pode estar significativamente superestimando o valor da opção de alternância. A razão para isso está na variância do MGB, que cresce proporcionalmente a t , contrariamente ao caso da variância delimitada do processo de reversão à média.

4.6.4.

Sensibilidade do resultado à correlação entre os processos de preços

Em função da alta correlação entre as duas variáveis incertas (preços de açúcar e etanol) a sensibilidade da opção a este parâmetro também foi investigada. Os resultados podem ser vistos na Figura 4.12, onde são plotados os valores da opção de alternância versus a correlação entre os dois processos de preço. A Figura 4.12 mostra que o valor da opção cresce rapidamente na medida que diminui a correlação, atingindo um valor de 55.271 R\$ (mil) (30,24% acima do caso base de açúcar) quando não há correlação ($\rho = 0$) utilizando a árvore bi-variável.

Figura 4.12. Valor da opção de alternância em função da correlação



4.7. Conclusões

O etanol é atualmente considerado um dos mais promissores combustíveis automotivos do futuro. O caso econômico do etanol melhorou significativamente nos últimos anos e este também é visto como sendo mais ambientalmente amigável do que os combustíveis a base de hidrocarbonetos tais como gasolina e diesel, visto que é de origem renovável. Além disso, como seu processo de produção é relativamente intensivo em mão de obra, é percebido favoravelmente em países em desenvolvimento com altas taxas de desemprego. O etanol é atualmente um recurso tecnologicamente e economicamente viável com potencial para substituir um porção significativa do uso mundial de combustíveis fósseis.

Neste capítulo foram modelados os preços de etanol e açúcar como processos de reversão à média utilizando uma abordagem de estimação dos parâmetros dos processos a partir de séries empíricas de dados de mercado, e foi implementado um método computacionalmente eficiente, mas preciso e flexível para a modelagem do valor da opção associada a produção flexível de açúcar e

etanol. Os resultados obtidos demonstram que os processadores de cana de açúcar de fato derivam valor adicional da produção flexível, mesmo sob hipótese de reversão à média dos preços, e beneficiam-se de uma proteção (*hedge*) natural no mercado de açúcar, uma *commodity* madura. Esta é uma consideração importante para investidores potenciais no mercado mundial de etanol, ainda em formação. Também é fundamental para os tomadores de decisão de políticas setoriais considerando o nível com o qual a produção de etanol deveria ser apoiada por subsídios governamentais em países em desenvolvimento.

Também foi mostrado que, apesar do MGB ser mais simples de implementar como uma árvore discreta bi-variável comparativamente a um processo de reversão à média, a modelagem de preços por MGB retorna valores significativamente mais altos com relação ao caso da modelagem por reversão à média, a qual retrata mais fielmente a evolução de preços para açúcar e etanol. Finalmente foi investigada a sensibilidade do valor da opção de alternância à correlação entre os processos dos preços de etanol e açúcar, e como esperado, foi encontrado que o valor cresce na medida que os preços se comportam de maneira independente um do outro e que este valor continua crescendo mesmo com valores negativos de correlação. Essa consideração implica que o efeito da correlação pode ser tornar uma dinâmica importante, caso os preços dos dois produtos venham a se dissociar um do outro na medida em que o mercado de etanol continuar a se desenvolver.

4.8.

Referências bibliográficas

BHATTACHARYA, S. Project Valuation with Mean-Reverting Cash Flow Streams. **The Journal of Finance**, n. 33, p.p. 1317-1331, 1978.

BLACK, F.; SCHOLES M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, n. 81, p.p. 637 – 654, May-Jun, 1973.

BOYLE, P. A. A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, n. 23, n. 1, p.p. 1 – 12, 1988.

CENTRO de Tecnologia Canavieira CTC; disponível em: <http://www.ctc.com.br/>; acessado em: 16/12/2008.

CEPEA - Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada, disponível em: <http://www.cepea.esalq.usp.br> >; acessado em: 22 de Dezembro, 2008.

COPELAND, T., ANTIKAROV, V. **Real options: A practitioner's guide**. Texere: New York, 2003.

COX, J. C.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. Option pricing: A simplified approach. **Journal of Financial Economics**, n. 7, p.p. 229–263, September, 1979.

COX, J. C.; INGERSOLL, J. E.; ROSS, S. A. An Intertemporal General Equilibrium Model of Asset Prices. **Econometrica**, v. 53, n. 2, p.p. 363-384, Jan., 1985.

DIAS, M. **Real options with petroleum applications**. Tese de doutorado, Departamento de Engenharia Industrial, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, 2005.

DIAS, M. **Stochastic processes with focus in petroleum applications, Part 2 – mean reversion models**. disponível em: <http://sphere.rdc.puc-rio.br/marco.ind/revers.html#mean-rev>>; acessado em: 16/12/2008.

DICKEY, D., FULLER, W. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica** 49, 1057–1072, 1981.

DIXIT, A., PINDYCK, R. **Investment under uncertainty**. Princeton University Press: Princeton, NJ, 1994.

DUFFY, D. **Dynamic asset pricing theory**. Princeton: Princeton, NJ, 1992.

EPE - Empresa de Pesquisa Energética, 2008. **Perspectivas para o Etanol no Brasil**. disponível em: http://www.epe.gov.br/Petroleo/Paginas/Estudos_28.aspx>; acessado em: 16/12/2008.

GIBSON, R.; SCHWARTZ, E. S. Stochastic Convenience Yield and the Pricing of Oil Contingent Claims. **The Journal of Finance**, v. 45, n. 3, p.p. 959-976, 1990.

GOLDEMBERG, J. Ethanol for a sustainable energy future. **Science**. v. 315, p.p. 808-810, Set, 2007.

GONÇALVES, D., NETO, J., BRASIL, H. **The option of switching an investment project into an agribusiness project**. 10th International conference on real options. New York, 2006.

HAHN, W. J.; DYER, J.S. Discrete Time Modeling of Mean-Reverting Stochastic Processes for Real Option Valuation. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 2, p.p. 534-548, Jan, 2008.

HULL, J. **Options, futures and other derivatives**. Prentice Hall: Upper Saddle River, NJ, 1999.

KULATILAKA, N. The Value of Flexibility: The Case of a Dual-Fuel Industrial Steam Boiler. **Financial Management**, v. 33, n. 3, p.p. 271 – 280, Autumn, 1993.

LAUGHTON, D., JACOBY, H. Reversion, timing options, and long-term decision making. **Financial Management**. v.33, p.p. 225-240, 1993.

MERTON, R.C. Theory of Rational Option Pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, n. 4, p.p. 141-183, spring , 1973.

NELSON, D. B.; RAMASWAMY, K. Simple Binomial Processes as Diffusion Approximations in Financial Models. *The Review of Financial Studies*, v. 3, n. 3, p.p. 393-430, 1990.

PINDYCK, R. S. The Long Run Evolution of Energy Prices. *The Energy Journal*, v. 20, n. 2, p.p. 1 - 27, 1999.

PINDYCK, R., RUBINFELD, D. **Econometric models and economic forecasts**. McGraw-Hill: New York, 1991.

Renewable Fuels Association (RFA). **The industry – Industry statistics**. Disponível em: <<http://www.ethanolrfa.org/>>; acessado em: 16/12/2008.

SCHWARTZ, E. Review of investment under uncertainty, A.K. Dixit, R.S. Pindyck. *Journal of Finance*. v.49, n. 5, p.p. 1924-1928, 1994.

_____ ; The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *Journal of Finance*. v. 52, n. 3, p.p. 923-973, 1997.

_____ ; Valuing long-term commodity assets. *Financial Management*. v. 27, n. 1, p.p. 57-66, 1998.

SCHWARTZ, E. S. ; SMITH, J. E. Short-term Variations and Long-term Dynamics in Commodity Prices. *Management Science*, v. 7, n. 46, p.p. 893-911, Jul, 2000.

SZWARC, A. **Issues in large scale biofuel production**. International seminar on biofuels. MME – OLADE, Brasília, Brazil, 2006.

TSENG, C.; LIN K. A Framework Using Two-Factor Price Lattices for Generation Asset Valuation. *Operations Research*, v. 55, n. 2, p.p. 234-251, 2007.

UNICA - UNIÃO DA INDÚSTRIA CANAVIEIRA, disponível em: <<http://www.unica.com.br/>>; acessado em: 15 de junho, 2008.

United Nations Conference on Trade and Development (UNCTAD). 2005. **Biofuels – Advantages and Trade Barriers**. disponível em: <www.unctad.org/>; acessado em: 16/12/2008.

WOOLDRIDGE, J. **Introductory econometrics: A modern approach**. South-Western: Cincinnati, OH, 2000.

Anexo 4.1:
Transformação do processo estocástico para o \ln (Preço)

Dado que S segue o seguinte processo de reversão à média:

$$dS = \eta \left[\ln(\bar{S}) - \ln(S) \right] S dt + \sigma S dz,$$

onde \bar{S} é a media de longo prazo, podemos aplicar o lema de Itô's com $Y = \ln(S)$:

$$dY = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Y}{\partial S^2} dS^2 + \frac{\partial Y}{\partial S} dS + \frac{\partial Y}{\partial t} dt$$

Substituindo em $\frac{\partial Y}{\partial S} = \frac{1}{S}$, $\frac{\partial^2 Y}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2}$, $\frac{\partial Y}{\partial t} = 0$ e $dS^2 = S^2 \sigma^2 dt$ temos

$$dY = -\frac{1}{2} \frac{S^2 \sigma^2}{S^2} dt + \frac{1}{S} \left(\eta \left[\ln(\bar{S}) - \ln(S) \right] S dt + \sigma S dz \right), \text{ ou}$$

$$dY = \eta \left[\left(\ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta} \right) - \ln(S) \right] dt + \sigma dz$$

que é o processo seguido por $Y = \ln(S)$, com os mesmos parâmetros.

Comparando os processos de Y e S , obtém-se a relação entre \bar{Y} e \bar{S} :

$$\bar{Y} = \ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta}$$

Este é um resultado importante para a estimação dos parâmetros do processo estocástico do \ln (Preço) a partir de dados de séries históricas empíricas.

Anexo 4.2: Ajustamento da media de longo prazo para um processo neutro a risco

Uma técnica padrão na avaliação de investimentos relacionados a *commodities* é a de utilizar um prêmio de risco na forma de um ajuste na taxa de crescimento (*drift*) do processo estocástico do preço da *commodity*. Se o processo em questão puder ser ajustado de tal forma que o *drift* corresponda a uma medida de probabilidade neutra ao risco, então todos os fluxos de caixa podem ser descontados a taxa livre de risco⁷. Essa abordagem encontra justificativa ao assumirmos que a variável de estado é precificada segundo o modelo de precificação intertemporal desenvolvido por Merton (1973) e Cox, Ingersoll e Ross (1985).

No caso de um processo ajustado ao risco, a taxa de desconto ajustada ao risco é $\mu = \alpha + \delta$, onde μ é a taxa ajustada a risco, α é o *drift* do processo e δ é a taxa de dividendos do processo. Portanto o *drift* do processo ajustado a risco pode ser expresso por $\alpha = \mu - \delta$. Com um processo neutro a risco, o *drift* α do processo é substituído por $r - \delta$, onde r é a taxa livre de risco.

Se considerarmos o caso particular do processo de fator único de Ornstein-Uhlenbeck, dado por:

$$dY_t = \eta(\bar{Y} - Y_t)dt + \alpha dz_t,$$

então o *drift* do processo é $\alpha = \eta(\bar{Y} - Y)$. Nota-se que contrariamente ao MGB, a taxa de dividendos não é constante, sendo uma função de Y . Ou seja, a taxa de dividendos é $\delta = \mu - \alpha$, ou $\delta = \mu - \eta(\bar{Y} - Y)$.

Com essa expressão podemos escrever o *drift* do processo neutro a risco para o processo de reversão à média como: $r - \delta = r - \mu + \eta(\bar{Y} - Y)$. Rearranjando os termos obtemos:

$$r - \delta = \eta(\bar{Y} - Y) - (\mu - r) \text{ ou}$$

⁷ Uma demonstração minuciosa da estrutura de avaliação neutral a risco pode ser vista em Duffy (1992).

$$r - \delta = \eta \left\{ \left(\bar{Y} - \frac{(\mu - r)}{\eta} \right) - Y \right\}.$$

Finalmente, usando a relação $\pi = \mu - r$, o *drift* neutro a risco fica:

$$r - \delta = \eta \left\{ \left(\bar{Y} - \frac{\pi}{\eta} \right) - Y \right\}, \text{ ou}$$

$$r - \delta = \eta \{ \bar{Y} - Y \} - \pi$$

Vale notar que $\pi = \mu - r$ é o prêmio de risco. Comparando ambas taxas de crescimento (*drift* ajustado a risco e neutro a risco) fica claro que a conversão para um processo neutro a risco pode ser feita subtraindo o prêmio de risco normalizado $(\mu - r)/\eta$, ou π/η , da média de longo prazo \bar{Y} . Em outras palavras, no processo neutro a risco os preços convergem para um nível menor do que a verdadeira média de longo prazo, e essa diferença é o prêmio de risco normalizado.

Portanto, seguindo a convenção utilizada por Schwartz (1995, 1997), pode-se ajustar o *drift* do processo subtraindo deste o prêmio de risco π . Portanto a forma neutra a risco do processo de um fator de Ornstein-Uhlenbeck é:

$$dY_t = (\eta(\bar{Y} - Y_t) - \pi)dt + \sigma dz,$$

que também pode ser escrita como:

$$dY_t = \eta \left(\left(\bar{Y} - \frac{\pi}{\eta} \right) - Y_t \right) dt + \sigma dz$$

Esta é a base para as expressões usadas nas médias de longo prazo ajustadas ao risco do capítulo.

Anexo 4.3: Estimação de parâmetros em modelo de reversão à média

A forma mais simples de modelo de reversão à média é o processo de fator único de Ornstein-Uhlenbeck, cuja equação diferencial é a Eq. (2), com o valor esperado e variância dado pelas Eq. (3) e (4), respectivamente. Para determinar os valores dos parâmetros do processo, a partir de uma série temporal Y_t , começamos escrevendo a Eq. (3) para um intervalo de tempo discreto Δt :

$$Y_t = \bar{Y} + (Y_{t-1} - \bar{Y})e^{-\eta\Delta t} = \bar{Y}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + Y_{t-1}e^{-\eta\Delta t}, \text{ ou}$$

$$Y_t - Y_{t-1} = \bar{Y}(1 - e^{-\eta\Delta t}) + Y_{t-1}(e^{-\eta\Delta t} - 1)$$

Substituindo $Y_t = \ln[S_t]$ e $\bar{Y} = \ln(\bar{S}) - \frac{\sigma^2}{2\eta}$ e rearranjando obtêm-se⁸:

$$\ln(S_t/S_{t-1}) = \left[\ln(\bar{S}) - \sigma^2/2\eta \right] (1 - e^{-\eta\Delta t}) + \ln(S_{t-1})(e^{-\eta\Delta t} - 1) \quad (i)$$

Re-arrumando essa equação na forma:

$$\ln(S_t/S_{t-1}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(S_{t-1}), \quad (ii)$$

podemos estimar os parâmetros do processo através de uma simples regressão linear nas séries de preços S_t . Dos estimadores obtidos da regressão, podemos obter os parâmetros necessários com as fórmulas abaixo, desenvolvidas por Dixit e Pindyck (1994) e modificadas por Dias (2008).

Das Eq. (i) e (ii), obtêm-se $\beta_1 = e^{-\eta\Delta t} - 1$, ou

$$\eta = -\ln(\beta_1 + 1)/\Delta t \quad (iii)$$

O parâmetro de volatilidade σ é obtido da expressão da variância dos erros obtidos da regressão, σ_ε^2 , e da Eq. (4). Igualando ambos, tem-se:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta\Delta t})$$

Depois re-escrevendo $(\beta_1 + 1)^2 = e^{-2\eta\Delta t}$ e com a Eq. (iii), obtêm-se

$$\sigma_\varepsilon^2 = -\sigma^2 \Delta t \frac{1 - (\beta_1 + 1)^2}{2 \ln(\beta_1 + 1)}, \quad \text{ou}$$

⁸ Ver Anexo 4.1 para a relação entre \bar{Y} e \bar{S} .

$$\sigma = \sigma_\varepsilon \sqrt{\frac{2 \ln(\beta_1 + 1)}{[(\beta_1 + 1)^2 - 1] \Delta t}} \quad (iv)$$

Finalmente das Eq. (i) e (ii), $\beta_0 = [\ln(\bar{S}) - \sigma^2/2\eta](1 - e^{-\eta\Delta t})$.

Com a relação $-\beta_1 = 1 - e^{-\eta\Delta t}$, tem-se:

$$-\frac{\beta_0}{\beta_1} = [\ln(\bar{S}) - \sigma^2/2\eta], \text{ ou}$$

$$\bar{S} = \exp\left[-\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\sigma^2}{2\eta}\right]$$

Também pode-se substituir o valor de η a partir de Eq. (iii), e reescrever essa como:

$$\bar{S} = \exp\left[-\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\sigma^2 \Delta t}{2(-\ln[\beta_1 + 1])}\right],$$

ainda, usando o valor de σ de Eq. (iv):

$$\bar{S} = \exp\left[-\frac{\beta_0}{\beta_1} + \sigma_\varepsilon^2 \frac{2\Delta t \ln[\beta_1 + 1]}{2\Delta t(-\ln[\beta_1 + 1])([\beta_1 + 1]^2 - 1)}\right],$$

dessa forma obtêm-se uma expressão somente em termos dos resultados da regressão:

$$\bar{S} = \exp\left[-\frac{\beta_0}{\beta_1} + \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - (\beta_1 + 1)^2}\right]$$