

## 5

### Resultados

O capítulo a seguir será dividido em três partes distintas, sendo as duas primeiras partes responsáveis pela validação do modelo proposto a partir de resultados existentes na literatura e a terceira parte responsável por estudar a influência da variação da excentricidade ao longo da direção axial no campo de velocidade do escoamento.

A primeira parte desse capítulo compara a solução encontrada com o modelo proposto com a solução obtida por Bird [22] para um fluido *Power-law* escoando em um espaço anular concêntrico, permitindo avaliar o erro numérico do método da Viscosidade Newtoniana Equivalente que é utilizado para descrever o comportamento não Newtoniano do fluido.

Já a segunda parte compara a solução obtida no presente trabalho com a solução numérica para um fluido *Power-law* escoando em um espaço anular com excentricidade constante ao longo da direção axial obtida por Escudier [15], uma vez que não existe solução analítica para esse tipo de escoamento. A partir dessa comparação foi possível validar os resultados para os casos excêntricos.

Por último, é apresentada a solução do escoamento em um espaço anular tridimensional para um fluido *Power-law*, ou seja, com excentricidade variável ao longo da coordenada axial.

No presente trabalho algumas premissas são utilizadas apenas para facilitar a análise dos resultados (não provocam simplificações no modelo ou redução de custo computacional), uma vez que o problema depende de diversos parâmetros. As simplificações utilizadas nos resultados são:

- Não há rotação do cilindro interno ( $\Omega = 0$ );
- Excentricidade vertical nula ( $e_2 = 0$ );

## 5.1

### Validação a partir de Solução para caso Concêntrico

Utilizando o modelo *Power-law* para representar o comportamento reológico do fluido é possível resolver a equação de conservação de quantidade de movimento linear, representada pela eq. (2-4), para um espaço anular concêntrico e obter a componente axial da velocidade [22].

A expressão obtida para a componente axial da velocidade não é uma função da coordenada axial e azimutal, variando ao longo do domínio apenas na direção radial. Além disso, não há presença de escoamento na direção azimutal e radial do domínio.

A velocidade média do escoamento pode ser obtida a partir da razão entre a vazão volumétrica do fluido que escoar no espaço anular concêntrico e a área da seção transversal do espaço anular, sendo representada pela eq. (5-1):

$$\bar{U} = \frac{Q}{A} = \frac{\frac{\pi R_o^3}{\left(\frac{1}{n}\right) + 3} \left[ \frac{-\Delta P R_o}{2mL} \right]^{\frac{1}{n}} \left\{ \left(1 - \beta^2\right)^{1 + \frac{1}{n}} - \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^{1 - \frac{1}{n}} \left[ \beta^2 - \left(\frac{R_i}{R_o}\right)^2 \right]^{1 + \frac{1}{n}} \right\}}{\pi(R_o^2 - R_i^2)} \quad (5-1)$$

onde  $\beta R_o$  representa a posição radial de máxima velocidade axial, sendo uma grandeza calculada numericamente para um fluido não Newtoniano e tabelada em função da razão de raios do espaço anular  $k$  e do índice de comportamento do fluido  $n$ .

Os principais parâmetros que influenciam a magnitude da velocidade média do escoamento axial são: o gradiente de pressão na direção axial, os parâmetros reológicos do fluido de interesse e a geometria do espaço anular concêntrico (raio interno e externo).

O produto do fator de atrito com o número de Reynolds pode ser facilmente calculado a fim de comparar o modelo proposto com a solução apresentada para um espaço anular concêntrico ( $\varepsilon = 0$ ). O produto  $f \times Re$  é uma função apenas da excentricidade adimensional  $\varepsilon$ , da razão de raios  $k$  e do índice de comportamento

do fluido  $n$  para problemas que não apresentam rotação do cilindro interno, ou seja, é independente do número de Reynolds [15].

A tabela 5-1 apresenta os resultados obtidos com o modelo proposto em função da razão de raios para um fluido com comportamento Newtoniano ( $n = 1$ ) escoando em um espaço anular concêntrico:

Tabela 5-1 - Solução Concêntrica para Fluido Newtoniano ( $n = 1$ )

$k$	$f \times Re / \text{Teoria}$	$f \times Re / \text{Modelo}$
0,00	17,95	17,95
0,10	22,34	22,34
0,20	23,09	23,09
0,30	23,46	23,46
0,40	23,68	23,68
0,50	23,81	23,81
0,60	23,90	23,90
0,70	23,95	23,95
0,80	23,98	23,98
0,90	24,00	24,00
0,99	24,00	24,00

A solução encontrada com o modelo recupera a solução analítica obtida de acordo com o esperado, uma vez que para esse caso o método da viscosidade Newtoniana equivalente não seria necessário para solução do problema. O processo iterativo que acopla a solução da equação diferencial com o método da Viscosidade Newtoniana Equivalente converge com apenas uma iteração, pois a viscosidade não depende do gradiente de pressão axial e o chute inicial realizado é a própria viscosidade do fluido que já é conhecida.

As aproximações realizadas com a teoria da lubrificação estão coerentes e não introduzem nenhum tipo de erro numérico, já que só existe a componente axial do campo de velocidade e sua variação no domínio ocorre apenas ao longo da coordenada radial.

A tabela 5-2 apresenta novamente os resultados obtidos com a teoria da lubrificação e o método da viscosidade Newtoniana equivalente em função da razão de raios, porém considera um fluido com comportamento não Newtoniano escoando em um espaço anular concêntrico:

Tabela 5-2 - Solução Concêntrica para Fluido não Newtoniano

$k$	$n = 0,9$		$n = 0,7$		$n = 0,5$	
	$f \times Re / \text{Bird}$	$f \times Re / \text{Modelo}$	$f \times Re / \text{Bird}$	$f \times Re / \text{Modelo}$	$f \times Re / \text{Bird}$	$f \times Re / \text{Modelo}$
0,1	18,01	18,66	11,66	12,97	7,49	8,94
0,2	18,61	19,32	12,04	13,47	7,72	9,31
0,3	18,91	19,65	12,23	13,73	7,83	9,50
0,4	19,09	19,85	12,35	13,88	7,90	9,62
0,5	19,19	19,97	12,41	13,98	7,94	9,69
0,6	19,28	20,05	12,44	14,05	7,97	9,74
0,7	19,30	20,12	12,46	14,08	7,98	9,77
0,8	19,31	20,13	12,53	14,11	7,99	9,79
0,9	19,34	20,14	12,56	14,12	8,00	9,80
<b>Erro <math>\approx 4,0\%</math></b>		<b>Erro <math>\approx 12,4\%</math></b>		<b>Erro <math>\approx 21,6\%</math></b>		

Para fluidos não Newtonianos já é observado um erro numérico que varia, principalmente, com o índice de comportamento do fluido  $n$ , mostrando que quanto mais afastado do comportamento Newtoniano maior é o erro do método da Viscosidade Newtoniana Equivalente. A teoria da lubrificação não é fonte de erros numéricos, pois novamente o escoamento apresenta apenas uma componente axial da velocidade que só varia ao longo da coordenada radial.

A análise realizada acima é bastante importante, pois identifica que a fonte de erros para esse caso estudado é o método da Viscosidade Newtoniana Equivalente, além disso, nos fornece a ordem de grandeza desses erros de acordo com o índice comportamento do fluido, possibilitando futuras comparações com soluções numéricas mais complexas disponíveis na literatura.

Considerando os fluidos empregados na indústria do petróleo ( $0,7 < n < 1$ ), o método da Viscosidade Equivalente pode ser utilizado na solução do problema de interesse. Pois o erro numérico observado está de acordo com outras simplificações disponíveis na literatura para casos excêntricos, porém o custo computacional do modelo proposto é bastante inferior.

Evitando a aproximação que as tensões cisalhantes nas paredes internas e externas do espaço anular são iguais em módulo é possível aperfeiçoar o modelo proposto e conseqüentemente minimizar o erro numérico. Esta análise não foi feita aqui e fica como sugestão para trabalhos futuros.

A figura 5.1 representa qualitativamente a distribuição de velocidades médias obtida para o escoamento de um fluido não Newtoniano ( $n = 0,7$ ) considerando um espaço anular concêntrico, sendo o escoamento completamente

desenvolvido e apresentando apenas uma componente axial, de acordo com a previsão realizada pela solução apresentada anteriormente.

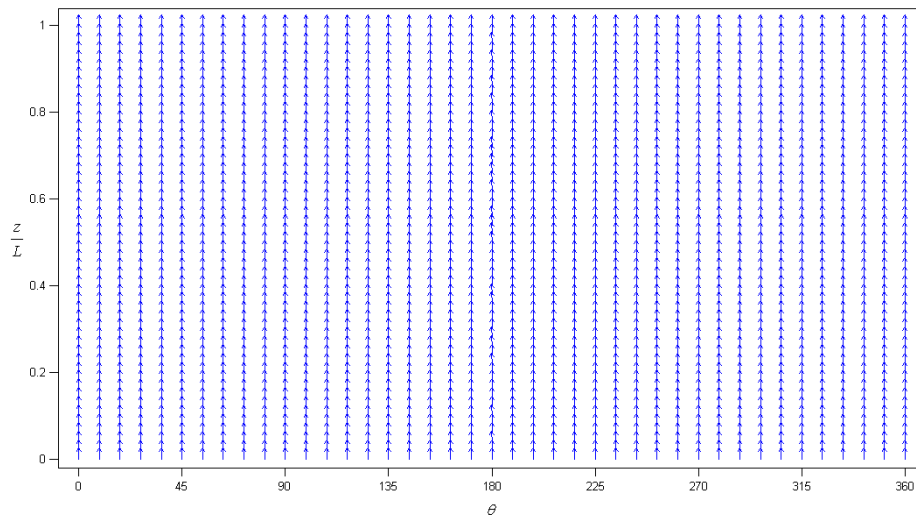


Figura 5.1 - Campo de Velocidade para Fluido não Newtoniano no Anular Concêntrico

O eixo horizontal da figura acima representa a coordenada azimutal e o eixo vertical representa a coordenada axial adimensional, sendo os vetores construídos a partir da magnitude da componente axial e azimutal da velocidade, de acordo com a eq. (2-49) e a eq. (2-52).

## 5.2

### Validação a partir de Solução para caso Excêntrico

O modelo proposto nesse trabalho será agora comparado com a solução numérica apresentada por Escudier [15] para o escoamento laminar completamente desenvolvido de um fluido *Power-law* no espaço anular com excentricidade constante. A solução é obtida resolvendo, através de volumes finitos, as equações diferenciais que descrevem a componente axial da velocidade para uma seção transversal do anular, sendo a solução encontrada bastante precisa quando comparada com outros trabalhos na literatura.

A comparação permite estudar as aproximações realizadas para anulares excêntricos no presente trabalho, avaliando a ordem de grandeza do erro numérico e se a imprecisão encontrada é proveniente do método da viscosidade Newtoniana

equivalente que já mostrou ser fonte de erros numéricos (toleráveis para certos valores de  $n$ ), de acordo com o apresentado anteriormente.

Os resultados apresentados nessa seção consideram uma excentricidade horizontal constante  $e_I = \varepsilon (R_o - R_i)$  ao longo de todo domínio, sendo que a folga radial mínima na seção transversal ocorre para coordenada azimutal  $\theta = 180^\circ$ . A folga radial  $\delta$  nesse caso é uma função apenas da coordenada azimutal, uma vez que a excentricidade não é função da coordenada axial. A figura 5.2 representa a configuração (constante ao longo de todo domínio) da seção transversal do espaço anular que será analisado.

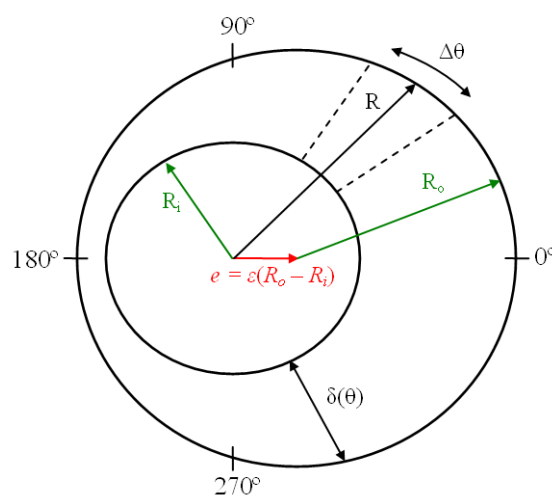


Figura 5.2 - Seção Transversal do Anular com Excentricidade Horizontal Constante

Para o escoamento de um fluido no espaço anular excêntrico com a configuração apresentada acima, o campo de velocidade não apresenta componente azimutal e radial, sendo a componente axial uma função das coordenadas radial e azimutal. A variação da componente axial da velocidade com a coordenada azimutal é principalmente influenciada pela magnitude da excentricidade do cilindro interno.

O produto  $f \times Re$  deve ser utilizado para comparar as soluções numéricas, avaliando a influência da excentricidade adimensional  $\varepsilon$ , do índice de comportamento do fluido  $n$  e da razão de raios do espaço anular  $k$  no erro encontrado, além de estudar o comportamento do escoamento axial no anular.

A figura 5.3 apresenta a influência da excentricidade no produto  $f \times Re$  para um fluido com índice de comportamento  $n = 0,8$  e razão de raios  $k = 0,5$ .

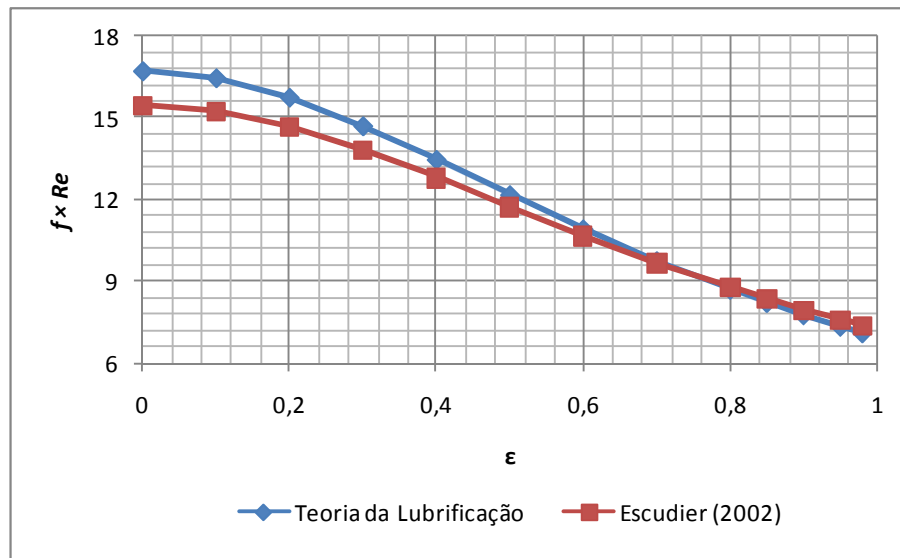


Figura 5.3 - Produto  $f \times Re$  em Função da Excentricidade ( $n = 0,8/k = 0,5$ )

O parâmetro  $\epsilon$  varia de 0 até 1, ou seja, do caso concêntrico até o caso onde a excentricidade vale metade do diâmetro hidráulico do anular ( $D_h = D_o - D_i$ ).

Para os parâmetros utilizados, o gráfico mostra que a curva do modelo proposto está de acordo com a solução obtida por Escudier e apresenta um erro numérico máximo de aproximadamente 8% para o caso concêntrico, que diminui à medida que a excentricidade da seção transversal aumenta, ou seja, quando a distorção gerada no escoamento axial pela excentricidade se torna relevante.

A ordem de grandeza do erro numérico considerando  $n = 0,8$  se encontra dentro da faixa encontrada anteriormente (4% para  $n = 0,9$  e 12% para  $n = 0,7$ ) para fluidos não Newtonianos com comportamento representado pelo método da Viscosidade Newtoniana Equivalente, mostrando que o erro é função do índice de comportamento do fluido  $n$  e pode ser tolerado no caso em questão.

O gráfico mostra o decréscimo do produto  $f \times Re$  com aumento da excentricidade, ou seja, para um dado gradiente de pressão a vazão volumétrica aumenta com o afastamento do cilindro interno. Conforme a magnitude da excentricidade aumenta e a folga mínima diminui, a maior parte do escoamento axial ocorre na região mais larga do espaço anular (folga radial maior).

Uma investigação para diferentes parâmetros será realizada para validar a solução encontrada, uma vez que o erro numérico pode variar de acordo com o caso analisado. A figura 5.4 apresenta um gráfico semelhante ao anterior, porém o fluido apresenta índice de comportamento  $n = 0,5$  e razão de raios  $k = 0,5$ .

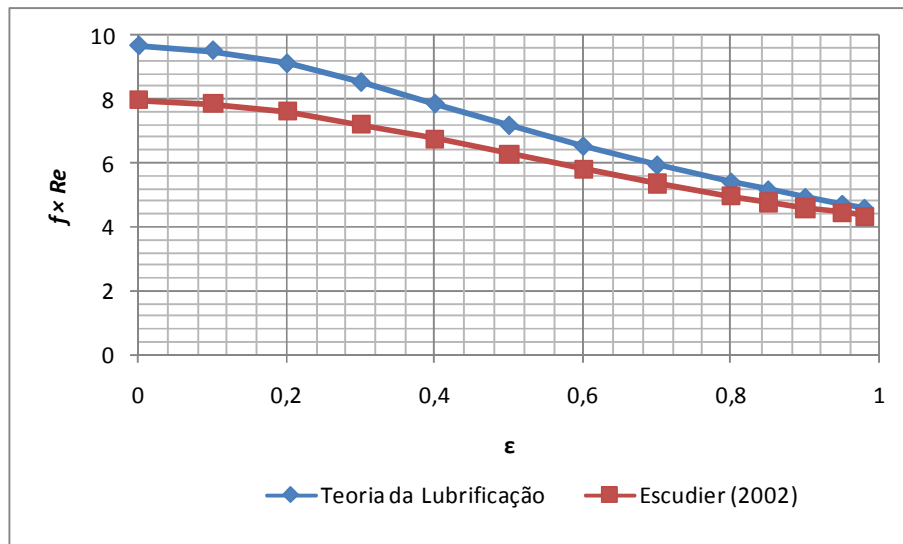


Figura 5.4 - Produto  $f \times Re$  em Função da Excentricidade ( $n = 0,5/k = 0,5$ )

O resultado é semelhante ao mostrado anteriormente para  $n = 0,8$ , porém o erro numérico em relação à curva obtida por Escudier aumentou devido ao afastamento do comportamento Newtoniano (diminuição do índice de comportamento do fluido  $n$ ) de acordo com o observado na seção anterior para fluidos não Newtonianos em espaços anulares concêntricos que são representados pelo método da Viscosidade Newtoniana Equivalente.

Novamente o erro numérico máximo ocorre para o caso concêntrico e vale aproximadamente 22%, sendo que este diminui à medida que a excentricidade aumenta e vale aproximadamente 6% para o caso totalmente excêntrico ( $\epsilon = 1$ ).

Apesar de o interesse do trabalho estar na relevância da excentricidade para o escoamento no espaço anular e o erro numérico diminuir com o aumento da excentricidade do cilindro interno, a aproximação tende a se tornar bastante imprecisa, principalmente, para pequenas excentricidades e caso concêntricos à medida que o índice de comportamento do fluido diminui. É necessário determinar a faixa aceitável de valores para o índice de comportamento do fluido (limitar a utilização do modelo proposto para certos valores de  $n$ ) a fim de não gerar grandes erros numéricos nas soluções obtidas.

A figura 5.5 analisa o resultado obtido para variação da excentricidade considerando o índice de comportamento  $n = 0,2$  e razão de raios  $k = 0,5$ .



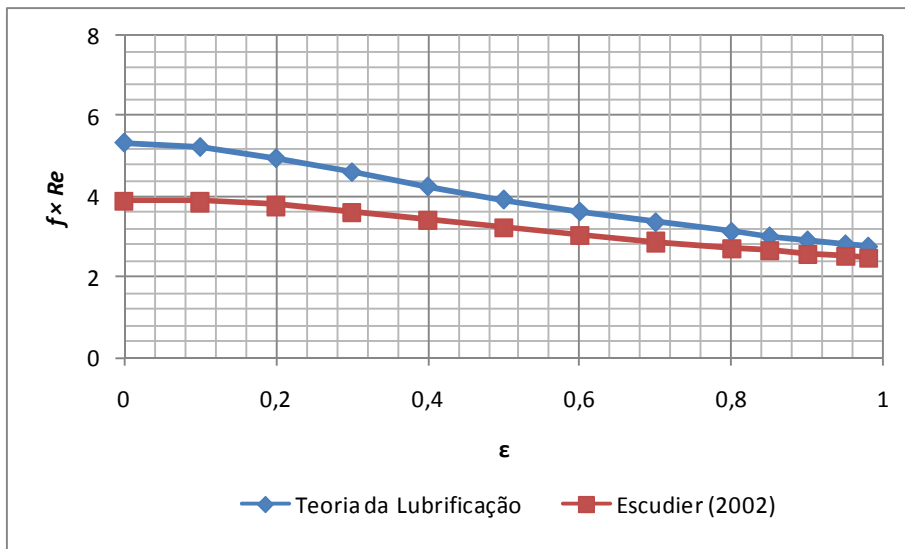


Figura 5.5 - Produto  $f \times Re$  em Função da Excentricidade ( $n = 0,2/k = 0,5$ )

O resultado acima mostra um grande erro numérico, que vale aproximadamente 37% para o caso concêntrico, em relação à solução obtida por Escudier e que decresce com o aumento da excentricidade, atingindo 11% para o caso totalmente excêntrico. Para essa combinação de parâmetros o erro numérico é considerável para pequenas excentricidades e o modelo proposto pode trazer grandes distorções nas análises realizadas.

As comparações realizadas até agora mostram que o erro numérico pode se tornar intolerável para certos índices de comportamento do fluido. De acordo com o observado a utilização de fluidos não Newtonianos com  $n \geq 0,7$  pode ser realizada sem grandes problemas, pois os erros numéricos serão inferiores a 12% em relação às soluções previstas por Escudier [15] e Bird [22].

A utilização de um modelo com menor precisão pode ser compreendida e justificada pelo baixo custo computacional necessário para solução do problema (em relação ao modelo de Escudier). Além disso, há a possibilidade de estudar casos com excentricidade variável ao longo da coordenada axial sem custo computacional adicional, sendo essa última vantagem inviável para o modelo proposto por Escudier (devido ao alto custo computacional necessário).

Após investigar a influência da excentricidade  $\epsilon$  e do índice de comportamento do fluido  $n$  no erro numérico, falta analisar se a razão de raios  $k$  também pode afetar a precisão da solução obtida. A figura 5.6 apresenta a solução considerando o índice de comportamento  $n = 0,5$  e razão de raios  $k = 0,8$ .

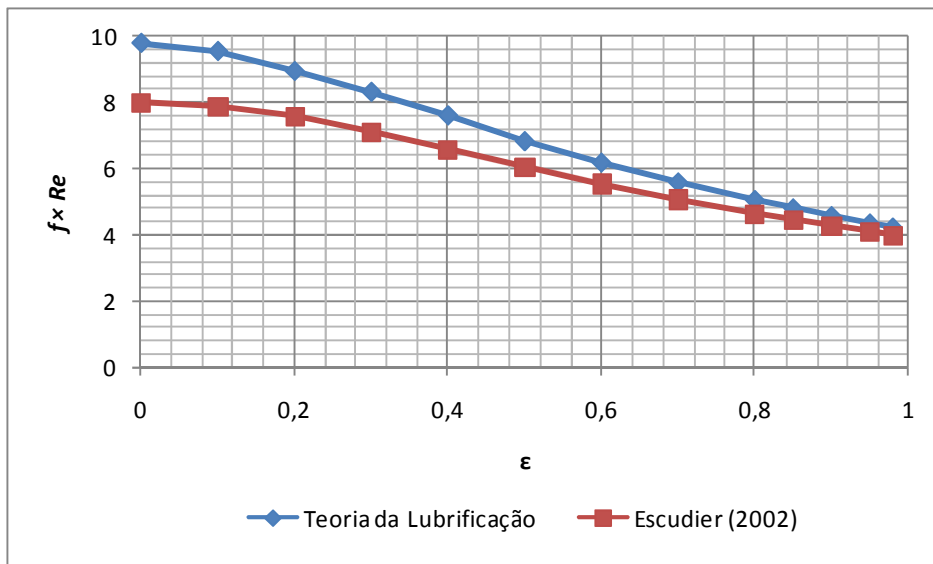


Figura 5.6 - Produto  $f \times Re$  em Função da Excentricidade ( $n = 0,5/k = 0,8$ )

O erro numérico é da mesma ordem de grandeza e tem o mesmo comportamento do erro observado para  $k = 0,5$ , mostrando que o aumento da razão de raios para  $k = 0,8$  não altera o erro numérico do modelo proposto.

O gráfico acima mostra que o produto  $f \times Re$  é pouco sensível ao aumento da razão de raios  $k$  para pequenas excentricidades ( $\varepsilon \leq 0,5$ ), uma vez que as curvas mostradas na figura 5.6 são semelhantes às curvas da figura 5.4, sendo a diferença inferior a 5%. Para excentricidades maiores a diferença não ultrapassou 10%. A figura 5.7 considera o índice de comportamento  $n = 0,5$  e razão de raios  $k = 0,2$ .

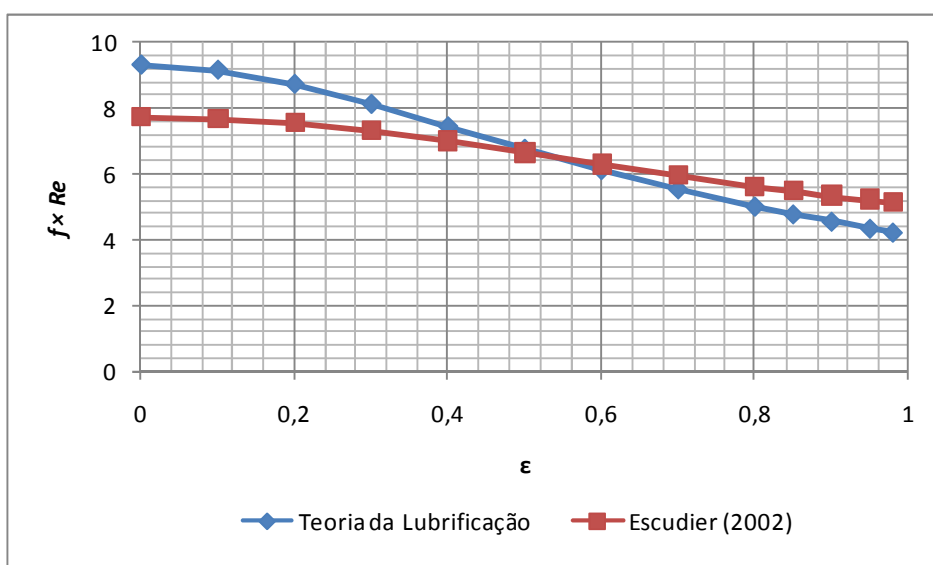


Figura 5.7 - Produto  $f \times Re$  em Função da Excentricidade ( $n = 0,5/k = 0,2$ )

O resultado obtido para a razão de raios  $k = 0,2$  mostra que para pequenas excentricidades ( $\varepsilon \leq 0,4$ ) o erro numérico é da mesma ordem de grandeza e tem o mesmo comportamento descrito nos casos obtidos anteriormente para o índice de comportamento  $n = 0,5$ . Já para excentricidades maiores o comportamento do erro numérico é bastante diferente dos outros casos, uma vez que o erro começa a aumentar e atinge o valor de aproximadamente de 18% para o caso totalmente excêntrico. Esse comportamento deve ser justificado pela maior imprecisão da teoria da lubrificação para pequenas razões de raio, ou seja, quanto menor a espessura do canal no espaço anular mais precisa será a solução encontrada.

Novamente o produto  $f \times Re$  se mostra pouco sensível para a variação da razão de raios  $k$  para pequenas excentricidades ( $\varepsilon \leq 0,5$ ), sendo a diferença entre a figura 5.7 e a figura 5.6 ( $k = 0,8$ ) inferior a 10%. Conforme a excentricidade aumenta a razão de raios  $k = 0,2$  se torna mais relevante para o escoamento, sendo a diferença observada entre a figura 5.7 e a figura 5.6 de aproximadamente 30% para o caso totalmente excêntrico ( $\varepsilon = 1$ ).

O comportamento da componente axial da velocidade na seção transversal do espaço anular é, principalmente, influenciado pela excentricidade do cilindro interno, porém o índice de comportamento e a razão de raios também provocam alterações com intensidade menor no campo de velocidade. A figura 5.8 mostra a influência de todos os parâmetros citados na razão entre a velocidade máxima da seção transversal do espaço anular e a velocidade média da mesma.

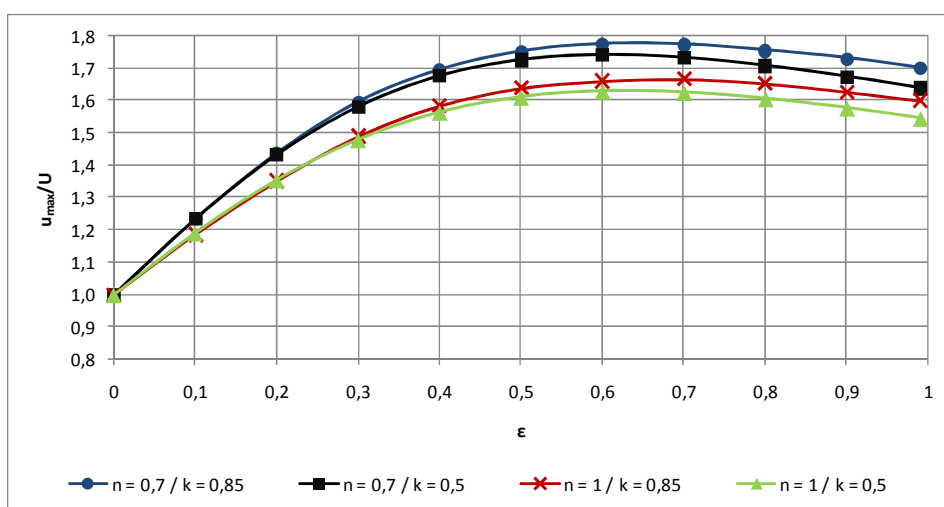


Figura 5.8 - Velocidade Máxima Axial em Função da Excentricidade

Para cilindros concêntricos ( $\varepsilon = 0$ ) a razão entre a velocidade máxima da seção e a velocidade média da mesma é igual à unidade. À medida que a excentricidade aumenta, a velocidade máxima da seção transversal aumenta, pois a maior parte do escoamento ocorre na região de maior folga radial. Mas existe um máximo para esse comportamento que ocorre quando  $\varepsilon \approx 0,6$ , sendo a movimentação de fluido na região de folga mínima praticamente inexistente para essa configuração geométrica e quase todo o escoamento ocorre na região mais larga do anular (área efetiva de escoamento). A partir dessa configuração, a razão entre a velocidade máxima e a velocidade média da seção diminui conforme a excentricidade aumenta, já que o escoamento na região de folga mínima continua praticamente nulo e a área efetiva de escoamento aumenta.

Para pequenas excentricidades ( $\varepsilon \leq 0,3$ ) a razão de raios  $k$  não tem influência na razão entre a velocidade máxima e a velocidade média da seção, porém conforme a excentricidade aumenta a influência desse parâmetro se torna mais visível, sendo que para o caso totalmente excêntrico existe uma pequena diferença de aproximadamente 3,5% entre as curvas, independentemente do tipo de fluido.

O afastamento do comportamento Newtoniano (diminuição do índice de comportamento  $n$ ) provoca um aumento da razão entre a velocidade máxima e a velocidade média da seção devido à variação da viscosidade newtoniana equivalente ao longo do domínio.

A viscosidade efetiva do fluido aumenta na região de folga radial mínima e diminui na região de folga radial máxima conforme a excentricidade do cilindro interno aumenta, contribuindo ainda mais para o aumento da zona de baixa movimentação de fluido na região de folga radial mínima. Como o escoamento é completamente desenvolvido na direção axial, a viscosidade newtoniana equivalente só varia ao longo da coordenada azimutal nesse caso. A influência do comportamento reológico do fluido varia de acordo com a magnitude da excentricidade, sendo a maior diferença observada de aproximadamente 7%.

A figura 5.9 apresenta a variação ao longo da coordenada azimutal da velocidade axial média adimensional para um elemento da seção transversal, definida pela eq. (4-7), para um fluido Newtoniano e para um fluido não Newtoniano ( $n = 0,7$ ), considerando uma razão de raios do anular  $k = 0,5$  e uma excentricidade constante  $\varepsilon = 0,3$ .

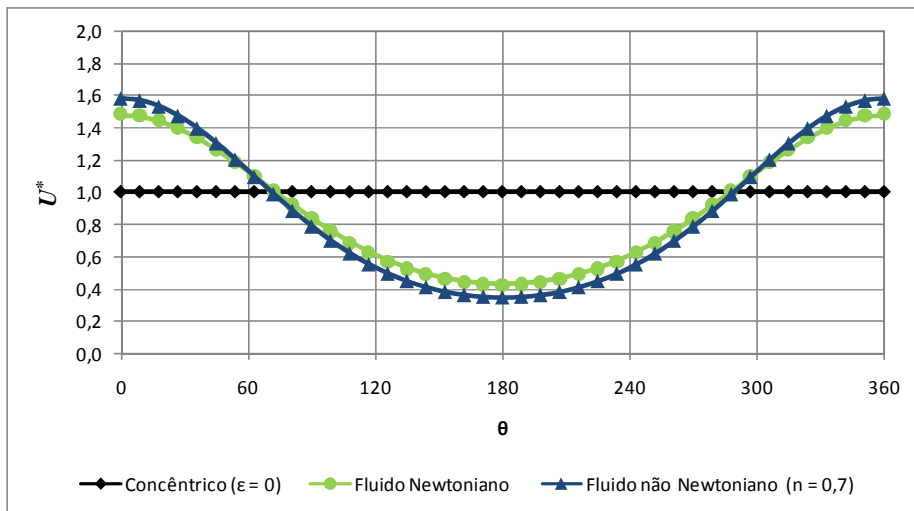


Figura 5.9 - Variação da Velocidade Axial com a Coordenada Azimutal ( $\epsilon = 0,3 / k = 0,5$ )

É possível observar que o menor valor de  $U^*$  ocorre na região de folga mínima radial ( $\theta = 180^\circ$ ), sendo que o escoamento nessa região apresenta uma ordem de grandeza de 35% da velocidade média da seção transversal para um fluido não Newtoniano. O comportamento não Newtoniano do fluido provoca menores valores de  $U^*$  nessa região e maiores valores de  $U^*$  na região de maior folga radial quando comparado com um fluido Newtoniano, devido à variação da viscosidade newtoniana equivalente, conforme descrito anteriormente.

A figura 5.10 apresenta outra curva com a variação ao longo da direção azimutal da velocidade axial média adimensional para um elemento da seção transversal, considerando uma razão de raios  $k = 0,5$  e excentricidade  $\epsilon = 0,6$ .

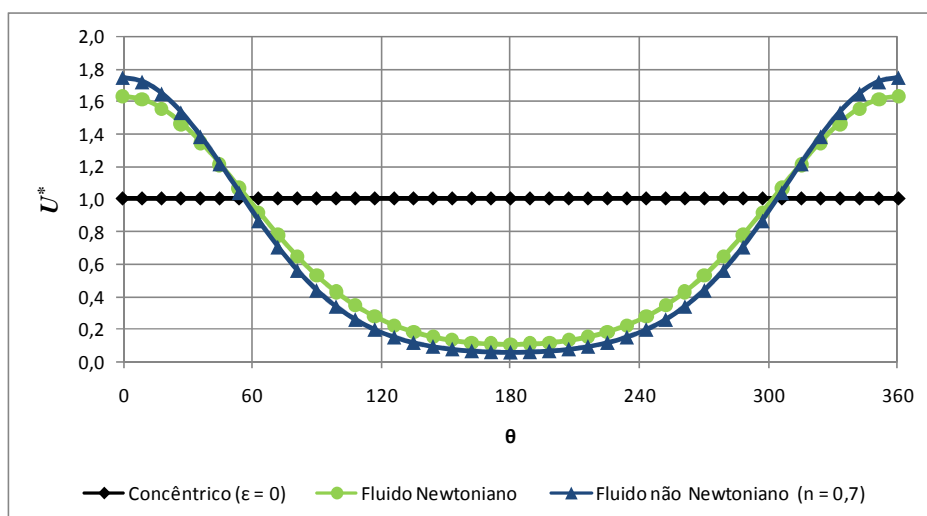


Figura 5.10 - Variação da Velocidade Axial com a Coordenada Azimutal ( $\epsilon = 0,6 / k = 0,5$ )

O comportamento qualitativo é similar ao caso anterior, porém devido ao maior valor da excentricidade, pode-se observar uma região com movimentação de fluido praticamente inexistente para o fluido não Newtoniano ( $U^* = 0,05$ ) entre  $120^\circ < \theta < 240^\circ$ . Além disso, a curva apresentada na figura 5.10 apresenta uma inclinação maior na região ao redor da coordenada azimutal  $\theta = 60^\circ$  e  $\theta = 300^\circ$  quando comparada com a primeira curva, indicando uma maior variação da velocidade axial com a coordenada azimutal.

A variação da velocidade observada ao longo da direção azimutal ainda não invalida as aproximações realizadas pela teoria da lubrificação, uma vez que os resultados obtidos estão de acordo com o modelo proposto por Escudier [15].

A figura 5.11 apresenta uma curva semelhante às anteriores para que seja possível analisar os efeitos no escoamento de uma grande excentricidade constante ao longo da coordenada axial, sendo considerada nesse caso uma excentricidade  $\varepsilon = 0,9$  e uma razão de raios  $k = 0,5$ .

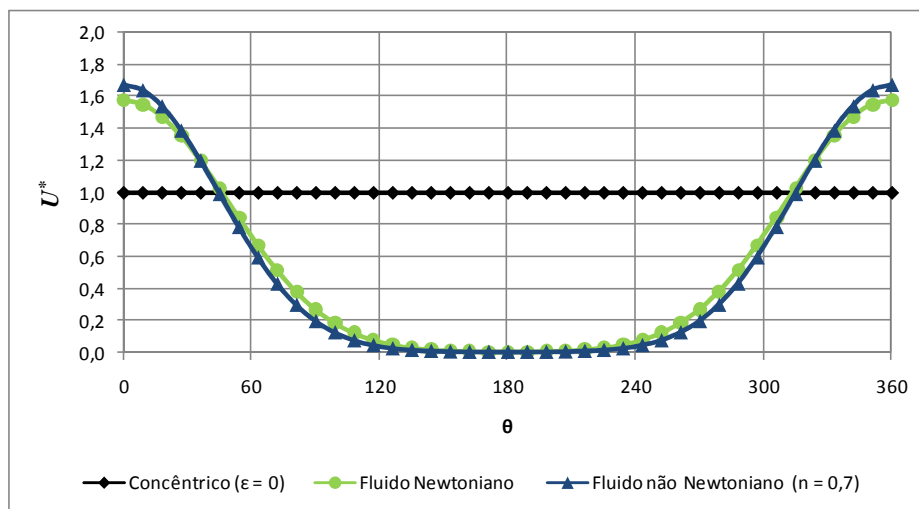


Figura 5.11 - Variação da Velocidade Axial com a Coordenada Azimutal ( $\varepsilon = 0,9 / k = 0,5$ )

O resultado é extremamente parecido com o caso anterior, porém a região de baixa movimentação de fluido é consideravelmente maior, sendo  $U^* = 0,004$  na região de menor folga radial. O maior valor de  $U^*$  ao longo da seção transversal também ocorre na região mais larga do anular, sendo um pouco inferior ao valor observado no caso anterior, pois a área efetiva de escoamento aumentou.

Os grandes efeitos gerados pela presença de uma excentricidade constante na componente axial da velocidade foram comprovados, sendo a intensidade da variação ao longo da direção azimutal função da magnitude da excentricidade.

A figura 5.12 representa a distribuição de velocidades médias para um espaço anular com excentricidade constante ao longo da coordenada axial, mostrando que na região de folga mínima ( $\theta = 180^\circ$ ) a movimentação de fluido é muito menor quando comparada com o resto do domínio e o escoamento é completamente desenvolvido na direção axial do escoamento.

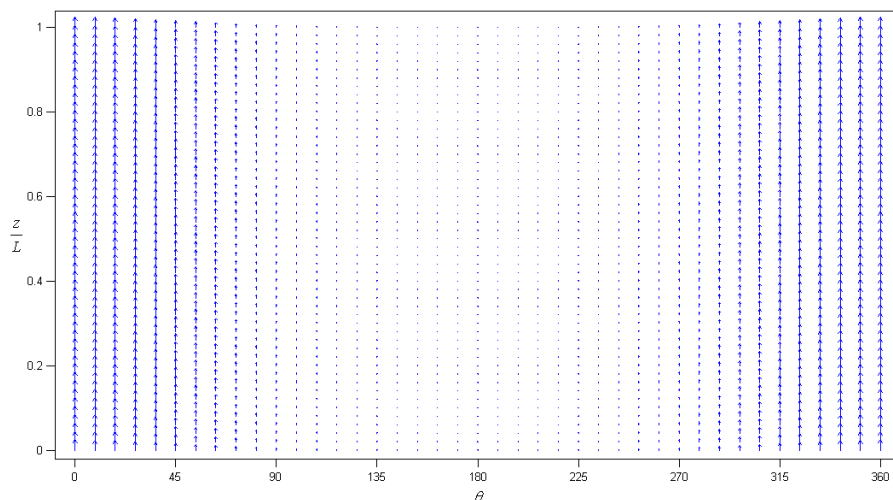


Figura 5.12 - Campo de Velocidade para Fluido não Newtoniano com Excentricidade Constante ( $\varepsilon = 0,7$ )

O comportamento do produto  $f \times Re$  para diferentes excentricidades, a variação azimutal da componente axial da velocidade e a influência dos principais parâmetros no escoamento foram estudados e os resultados estão de acordo com os mostrados por Escudier [15].

Essa seção permitiu mensurar a imprecisão da solução e conseqüentemente validar o modelo proposto, sendo agora possível avaliar os efeitos da variação da excentricidade ao longo da direção axial no escoamento. A fim de limitar o erro numérico é sugerido que o modelo seja utilizado para fluidos com  $n \geq 0,7$  e considerando uma geometria com  $k \geq 0,5$ , pois para esses casos os erros observados são toleráveis, justificando a utilização do modelo devido à sua flexibilidade (permite qualquer configuração geométrica do espaço anular) e ao baixo custo computacional necessário para obter a solução do problema.

### 5.3

#### Espaço Anular Tridimensional

Uma vez que o modelo proposto apresentou resultados satisfatórios (erro numérico dentro de uma faixa aceitável) e conseguiu reproduzir o resultado de outros modelos mais complexos disponíveis na literatura para o escoamento no espaço anular concêntrico e com excentricidade constante ao longo da direção axial, é possível utilizá-lo para avaliar o escoamento em um espaço anular tridimensional.

No caso tridimensional, a espessura da folga radial varia ao longo de todo o domínio e o espaço anular pode assumir qualquer configuração geométrica, tornando o campo de velocidades extremamente complexo e difícil de ser estudado, pois a hipótese de um escoamento completamente desenvolvido na direção axial, que simplifica a solução das equações, não pode ser realizada.

No presente trabalho a representação do espaço anular tridimensional não provoca nenhum custo computacional adicional na solução do sistema de equações, uma vez que as simplificações realizadas pela teoria da lubrificação e pelo método da viscosidade newtoniana equivalente são independentes da função que descreve a excentricidade do cilindro interno ao longo da coordenada axial.

A variação da excentricidade é descrita através de uma função senoidal (dado de entrada do problema) que varia ao longo da coordenada axial e representa a variação da posição do centro do cilindro interno em relação ao centro do cilindro externo, de acordo com a eq. (5-2):

$$e(z) = \frac{A}{2} \left[ 1 + \text{sen} \left( \frac{2\pi}{\lambda} z + \varphi \right) \right] \quad (5-2)$$

onde  $A$  representa a amplitude da função excentricidade,  $\lambda$  representa o comprimento de onda e  $\varphi$  representa a fase da função senoidal, sendo a amplitude definida pela eq. (5-3):

$$A = \varepsilon (R_o - R_i) \quad (5-3)$$



Os resultados apresentados nessa seção consideram  $\lambda = L$  e  $\varphi = -\pi/2$  para a função senoidal, ou seja, a amplitude máxima da função senoidal que descreve a excentricidade ocorre para  $z^* = 0,5$  e as seções de entrada e saída são concêntricas. O principal motivo pela utilização dessa configuração é tentar reproduzir a configuração do espaço anular de um poço de petróleo horizontal onde a coluna de perfuração pode se tornar excêntrica devido ao peso próprio, por exemplo. A figura 5.13 representa um esboço da configuração geométrica do espaço anular utilizada nos resultados.

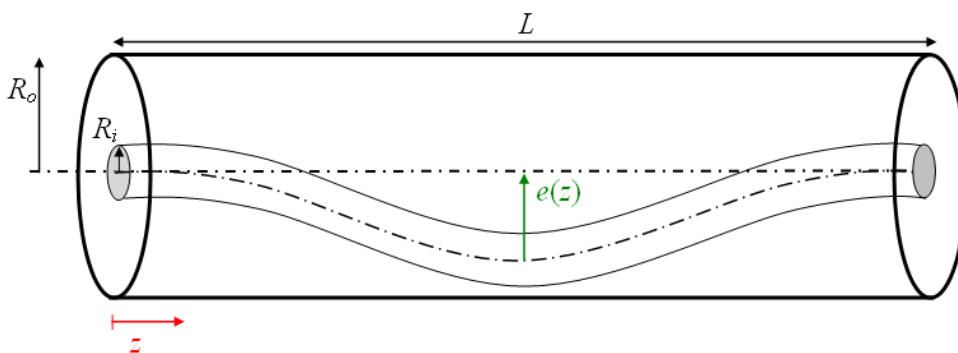


Figura 5.13 - Representação do Anular com Excentricidade Senoidal ( $\lambda = L / \varphi = -\pi/2$ )

Inicialmente será realizada uma análise global do escoamento a partir de uma comparação qualitativa entre um espaço anular com excentricidade variável e o caso estudado anteriormente que considera a excentricidade constante. A influência do número de Reynolds nos resultados obtidos também será avaliada, uma vez que os efeitos provocados pela variação da excentricidade ainda não foram profundamente estudados.

Posteriormente, cada componente do campo de velocidades será analisada ao longo da coordenada axial e azimutal em função da amplitude da excentricidade variável, da razão de raios, do índice de comportamento e do número de Reynolds. Além disso, a viscosidade efetiva do fluido encontrada através do método da viscosidade newtoniana equivalente será apresentada e comparada para os diferentes casos estudados.

A figura 5.14 apresenta a variação do produto  $f \times Re$  com a magnitude da excentricidade para um fluido Newtoniano ( $n = 1$ ) considerando um espaço anular com a excentricidade constante e outro com a excentricidade variável ao longo da coordenada axial para diferentes razões de raio.

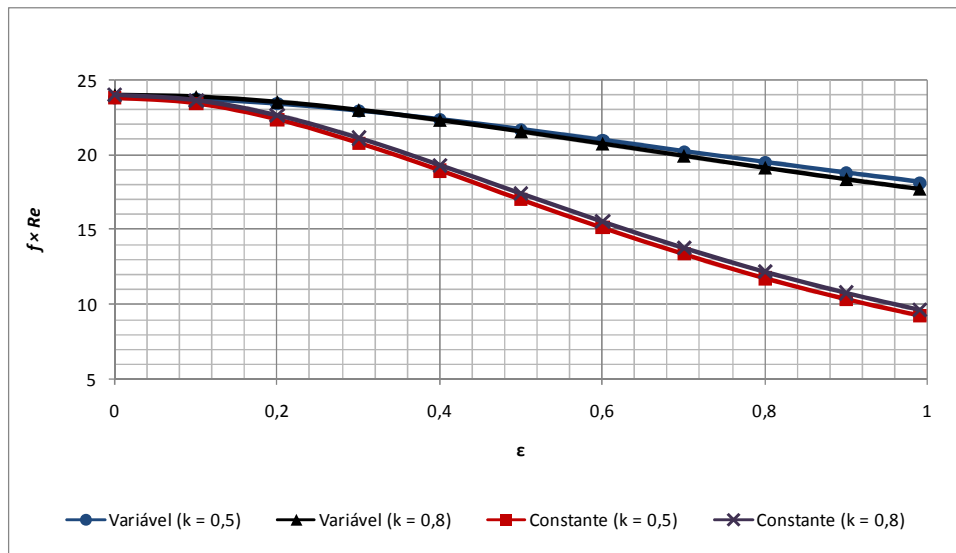


Figura 5.14 - Produto  $f \times Re$  para Diferentes Funções que Descrevem a Excentricidade, considerando um Fluido Newtoniano

$\varepsilon$  representa, para o caso com excentricidade variável, a razão entre a amplitude máxima observada da função senoidal ao longo do espaço anular e a metade do diâmetro hidráulico ( $D_h = D_o - D_i$ ).

O comportamento das curvas é bastante diferente para um fluido Newtoniano, mostrando que a função que descreve a excentricidade ao longo do espaço anular tem grande influência sobre o escoamento e considerar a excentricidade constante pode trazer grande imprecisão para a análise realizada.

O produto  $f \times Re$  é maior e decresce de maneira menos acentuada com o aumento da magnitude da excentricidade, para o caso em que a geometria é descrita pela função senoidal. Mostrando que para um dado gradiente de pressão no espaço anular a vazão volumétrica axial de fluido é menor para essa configuração geométrica quando comparada com o caso que considera uma excentricidade constante ao longo da coordenada axial.

Os resultados descritos acima podem ser explicados pela existência de escoamento azimutal no espaço anular tridimensional que se torna cada vez mais relevante à medida que a magnitude da excentricidade aumenta.

A razão de raios tem pequena influência sobre o produto  $f \times Re$  para ambas as geometrias analisadas quando comparada com a variação da magnitude da excentricidade, mas os efeitos da variação da razão de raios sobre cada componente do campo de velocidade ainda serão estudados com mais detalhe.

A figura 5.15 apresenta uma curva semelhante ao caso mostrado anteriormente, porém considera um fluido não Newtoniano com índice de comportamento  $n = 0,8$ .

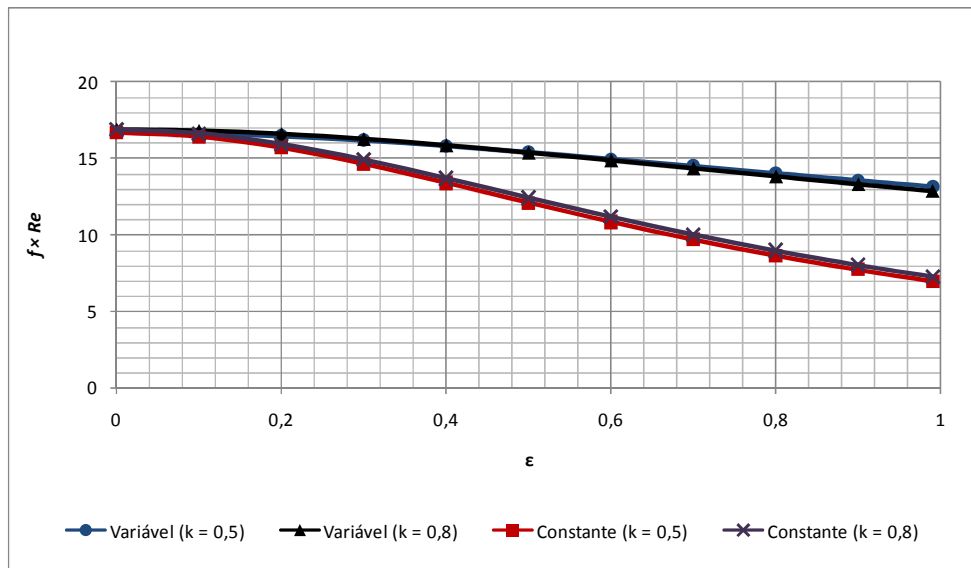


Figura 5.15 - Produto  $f \times Re$  para Diferentes Funções que Descrevem a Excentricidade, considerando um Fluido não Newtoniano

As curvas obtidas para um fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ) demonstram ter o mesmo comportamento descrito anteriormente, porém o decréscimo do produto  $f \times Re$  é ainda menor conforme a magnitude da excentricidade aumenta e com isso a diferença observada entre as duas geometrias que descrevem o afastamento do cilindro interno em relação ao centro do cilindro externo é menor para grandes valores da excentricidade.

O menor decréscimo do produto  $f \times Re$  para um fluido não Newtoniano em relação ao fluido Newtoniano deve ocorrer devido à variação da viscosidade efetiva do fluido ao longo do domínio, sendo esta provocada pelos diferentes estados de tensão impostos ao fluido pela geometria tridimensional do espaço anular durante o escoamento.

A figura 5.16 apresenta a variação do produto  $f \times Re$  em função da amplitude da excentricidade variável para diferentes índices de comportamento do fluido, considerando uma razão de raios  $k = 0,5$ .

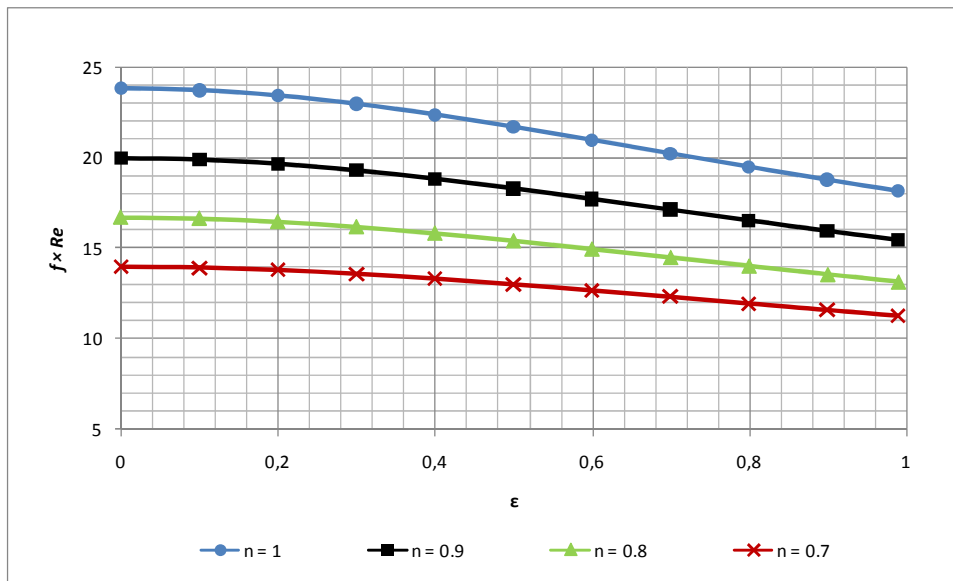


Figura 5.16 - Produto  $f \times Re$  em Função da Amplitude da Excentricidade para  $k = 0,5$

As curvas apresentam o decréscimo do produto  $f \times Re$  com o aumento da magnitude da excentricidade, de acordo com o descrito anteriormente. Quanto menor o índice de comportamento do fluido menor é o produto  $f \times Re$  e menos intensa é a sua variação (inclinação da curva), sendo a viscosidade efetiva a única responsável pela grande diferença existente entre as curvas apresentadas para uma dada magnitude da excentricidade.

As curvas apresentadas não consideram a variação do número de Reynolds no resultado, porém a influência desse parâmetro adimensional no escoamento deve ser conhecida. Os resultados obtidos na literatura para escoamentos no espaço anular com excentricidade constante e com rotação do cilindro interno são dependentes desse parâmetro quando o fluido apresenta comportamento não Newtoniano, logo a presença de uma geometria tridimensional que também gera escoamento azimutal pode causar efeito semelhante.

Portanto será necessário realizar um estudo para determinar as reais conseqüências da variação do número de Reynolds nos resultados apresentados para o escoamento de um fluido não Newtoniano no espaço anular tridimensional.

A tabela 5-3 apresenta a influência do número de Reynolds nos valores encontrados para produto  $f \times Re$ , considerando um espaço anular com razão de raios  $k = 0,8$  e diferentes amplitudes para a função senoidal ( $\epsilon = 0,3 / \epsilon = 0,7$ ), além disso, fluidos diferentes são considerados ( $n = 1 / n = 0,8 / n = 0,7$ ).

Tabela 5-3 - Efeito da Variação do Número de Reynolds no Produto  $f \times Re$ 

$\varepsilon = 0,3$					
$n = 1$		$n = 0,8$		$n = 0,7$	
$Re$	$f \times Re$	$Re$	$f \times Re$	$Re$	$f \times Re$
20	22.97	10	16.48	5	14.00
80	22.97	70	16.25	70	13.65
200	22.97	280	16.21	385	13.58
595	22.97	800	16.19	580	13.57
790	22.97	1450	16.19	1410	13.56
1575	22.97	2240	16.18	2400	13.56
$\varepsilon = 0,7$					
$n = 1$		$n = 0,8$		$n = 0,7$	
$Re$	$f \times Re$	$Re$	$f \times Re$	$Re$	$f \times Re$
25	19.91	10	14.88	6	13.08
90	19.91	85	14.32	86	12.17
225	19.91	340	14.21	490	12.00
450	19.91	970	14.17	730	11.98
910	19.91	1175	14.16	1780	11.95
1820	19.91	2730	14.16	2500	11.94

A tabela mostra que os valores obtidos para o produto  $f \times Re$  são independentes para um fluido Newtoniano escoando no espaço anular tridimensional, porém para fluidos não Newtonianos existe uma influência do número de Reynolds nos resultados que é função do índice de comportamento do fluido e da magnitude da excentricidade. O aumento da magnitude da excentricidade e a diminuição do índice de comportamento do fluido provocam uma maior influência da variação do número de Reynolds nos valores obtidos, sendo a maior diferença observada para os casos estudados de aproximadamente 9%. O produto  $f \times Re$  tende a convergir para um dado valor com o aumento do número de Reynolds e a aproximação da transição para o regime turbulento.

As alterações no escoamento de um fluido no anular tridimensional provocadas pela variação do número de Reynolds parecem ser pouco relevantes quando comparadas com a variação da excentricidade do cilindro interno, porém é necessário avaliar com mais detalhes os efeitos causados em cada componente do campo de velocidades.

A seguir as componentes axial e azimutal serão apresentadas para diferentes casos com objetivo de identificar e entender a influência dos diferentes parâmetros no escoamento no espaço anular tridimensional. A existência de escoamento

azimutal poderá ser demonstrada e as variações existentes no campo de velocidade causadas pela geometria tridimensional poderão ser estudadas.

A figura 5.17 apresenta qualitativamente o campo de velocidade média local para o escoamento de um fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ) em um espaço anular com razão de raios  $k = 0,8$  e uma excentricidade variável ao longo da coordenada axial com amplitude máxima  $\varepsilon = 0,3$ .

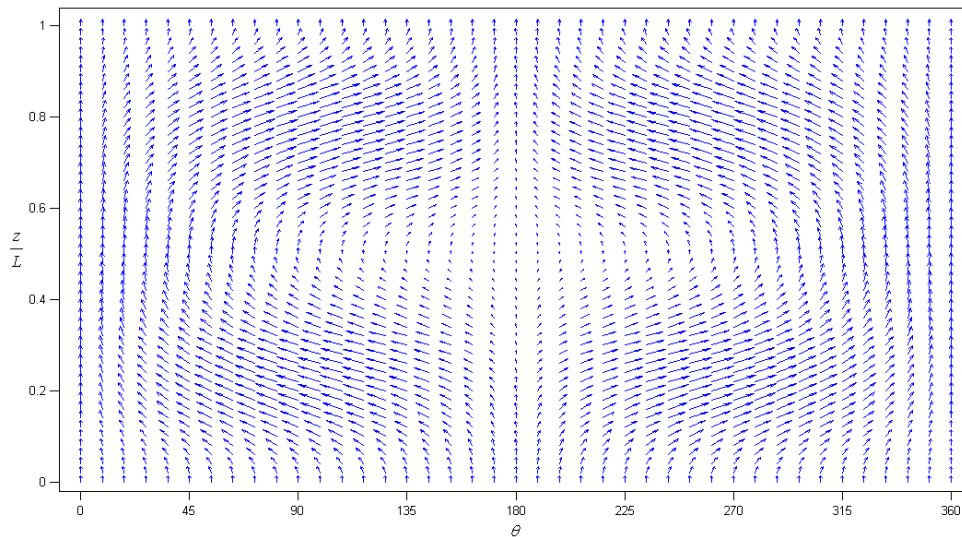


Figura 5.17 - Campo de Velocidade para Fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), considerando Excentricidade Variável ( $\varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

A existência de um grande escoamento azimutal é observada apesar da pequena amplitude da função senoidal que descreve o afastamento do cilindro interno em relação ao centro do cilindro externo na seção transversal, mostrando a grande relevância da variação da excentricidade ao longo da coordenada axial.

O fluido que escoar no espaço anular tridimensional migra da região de menor folga radial ( $\theta = 180^\circ$ ) para a região mais larga do anular entre a coordenada axial adimensional  $z^* = 0$  e  $z^* = 0,5$ , uma vez que a folga radial mínima da seção transversal vai diminuindo com o aumento da coordenada axial até atingir o seu valor mínimo na metade do domínio. Após essa posição o fluido faz o caminho inverso e retorna para a região de menor folga radial, pois a espessura do canal radial nessa região cresce com a coordenada axial até o cilindro interno se tornar novamente concêntrico em  $z^* = 1$ .

A movimentação de fluido na direção axial é inferior na região de menor folga radial devido à excentricidade variável (efeito semelhante ao observado para

uma excentricidade constante ao longo da coordenada axial). Porém a velocidade axial varia ao longo da coordenada axial de acordo com a influência provocada pela excentricidade existente na seção transversal, ou seja, o fluido é desacelerado na região de menor folga radial entre  $z^* = 0$  e  $z^* = 0,5$  e posteriormente é acelerado entre  $z^* = 0,5$  e  $z^* = 1$ . Logo o fluido que se encontra na região mais larga do anular deve ser acelerado no primeiro intervalo citado e desacelerado no segundo trecho, a fim de satisfazer a equação de conservação de massa.

Após uma análise simplificada do campo de velocidade, a magnitude de cada componente da velocidade e as variações ao longo das coordenadas axial e azimutal serão avaliadas para diferentes regiões do domínio.

A figura 5.18 mostra o comportamento da componente axial da velocidade (representada pela velocidade média axial adimensional para um elemento) ao longo da coordenada azimutal para diferentes seções transversais do domínio, considerando o caso estudado anteriormente ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ ).

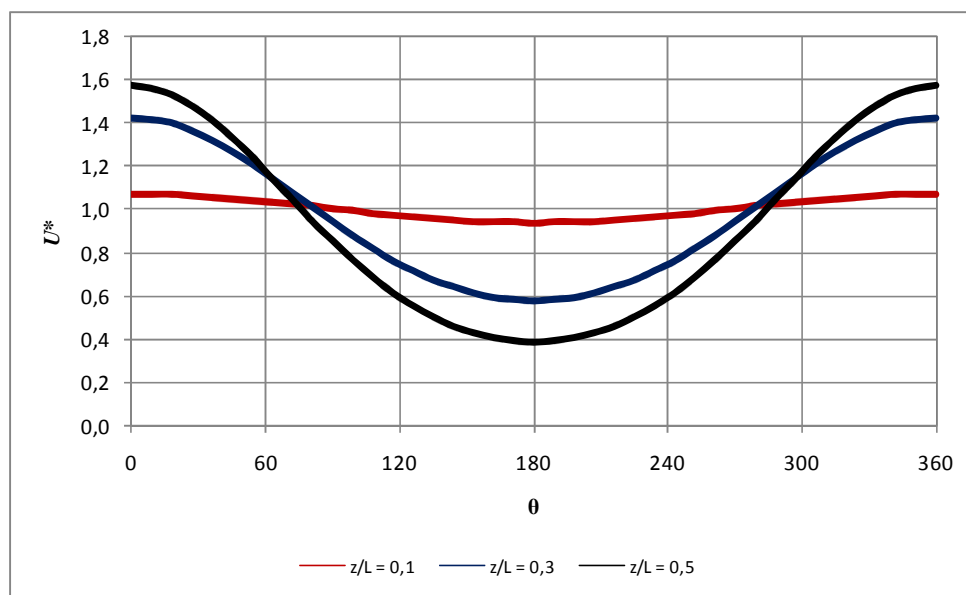


Figura 5.18 - Variação ao Longo da Direção Azimutal da Componente Axial da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

O resultado mostra que para a seção transversal do espaço anular na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,1$ , a componente axial da velocidade é quase constante devido à pequena excentricidade existente nessa seção. Conforme a coordenada axial aumenta e a magnitude da excentricidade na seção transversal do espaço anular cresce, a velocidade mínima da seção transversal diminui e com isso a velocidade máxima da mesma seção aumenta para que haja conservação de

massa ao longo da direção axial, resultando em uma maior variação da componente axial da velocidade ao longo da coordenada azimutal. A excentricidade máxima ao longo de todo o domínio ( $\varepsilon = 0,3$ ) ocorre em  $z^* = 0,5$ , sendo a velocidade média axial adimensional na região mais larga do anular de aproximadamente 1,57 e na região de menor folga radial de aproximadamente 0,39 para essa seção.

Para o caso analisado acima não há estagnação de fluido na região de menor folga radial, pois a componente axial da velocidade nessa região ainda apresenta uma ordem de grandeza razoável (não desprezível) em relação à velocidade média da seção transversal para o pior caso ( $z^* = 0,5$ ). Porém é importante ressaltar que a velocidade axial observada na região mais larga do anular para a mesma seção transversal é consideravelmente maior.

A figura 5.19 descreve a variação da componente azimutal da velocidade (representada pela velocidade média azimutal adimensional para um elemento) ao longo da direção azimutal para diferentes seções transversais do espaço anular, considerando o caso estudado anteriormente ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ ).

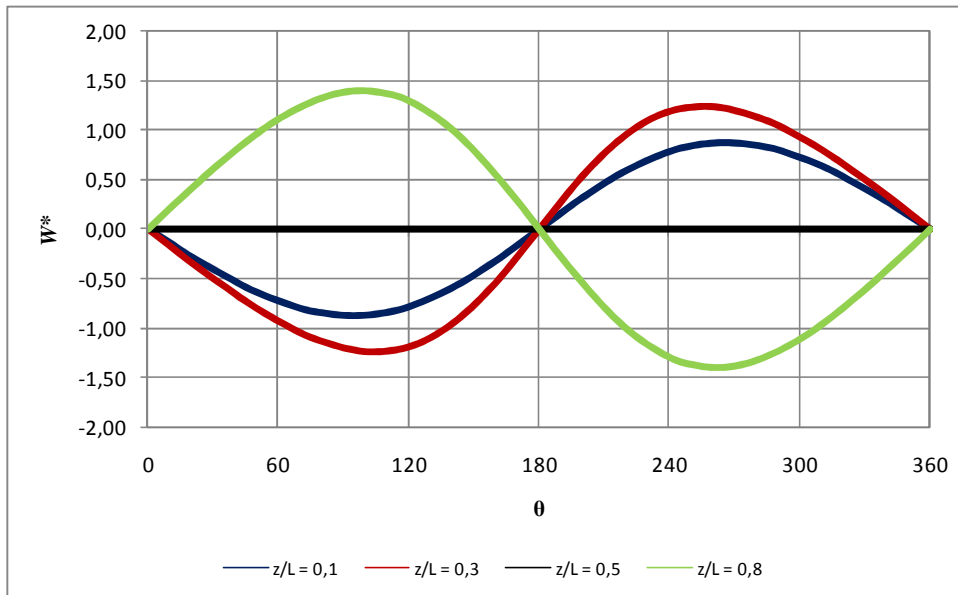


Figura 5.19 - Variação ao Longo da Direção Azimutal da Componente Azimutal da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

O gráfico apresentado acima confirma as conclusões obtidas a partir da figura 5.17, porém permite identificar a ordem de grandeza da componente



azimutal em diferentes pontos do domínio e determinar sua real relevância quando comparada com a velocidade média axial da seção transversal do espaço anular.

A magnitude máxima da componente azimutal da velocidade para uma dada seção transversal ocorre na coordenada azimutal  $\theta = 100^\circ/260^\circ$ , onde o maior módulo da velocidade média azimutal adimensional encontrado ao longo do domínio vale 1,42 para a coordenada axial adimensional  $z^* = 0,22$  ou  $z^* = 0,78$ .

As seções transversais que se encontram entre  $z^* = 0$  e  $z^* = 0,5$  apresentam velocidade azimutal negativa entre a coordenada azimutal  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 180^\circ$  indicando a migração de fluido da região de menor folga radial para região mais larga do anular. Entre as coordenadas  $\theta = 180^\circ$  e  $\theta = 360^\circ$ , o fluido apresenta velocidade azimutal positiva o que também indica a migração de fluido para região mais larga do anular, ou seja, há apenas uma troca de sinal na componente da velocidade em relação aos quadrantes superiores da seção transversal (devido à simetria da seção transversal em relação ao eixo horizontal nesse caso).

A velocidade azimutal é nula para qualquer coordenada azimutal na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,5$ , pois nessa seção a derivada da função excentricidade em relação à coordenada axial é nula (nas seções de entrada e saída também ocorre o mesmo fato), com isso não há gradiente de pressão na direção azimutal que é o responsável por gerar o escoamento nessa direção do domínio.

Nos resultados apresentados a componente azimutal da velocidade apresenta uma magnitude maior do que a velocidade média axial da seção transversal em certas regiões do domínio, indicando a grande importância dessa componente que em muitos trabalhos na literatura não é considerada. O caso estudado apresenta um número de Reynolds baixo ( $Re \approx 50$ ), por isso a relevância da componente azimutal é maior que a velocidade média axial da seção em certas regiões. Na aplicação real, o número de Reynolds é bastante superior ao utilizado no modelo e com isso a relevância do escoamento azimutal não é tão discrepante.

A figura 5.20 considera o caso anterior ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ ) e descreve a variação da componente axial da velocidade (representada pela velocidade média axial adimensional para um elemento) ao longo da direção axial do domínio para diferentes planos  $rz$  do espaço anular definidos em diferentes coordenadas azimutais.

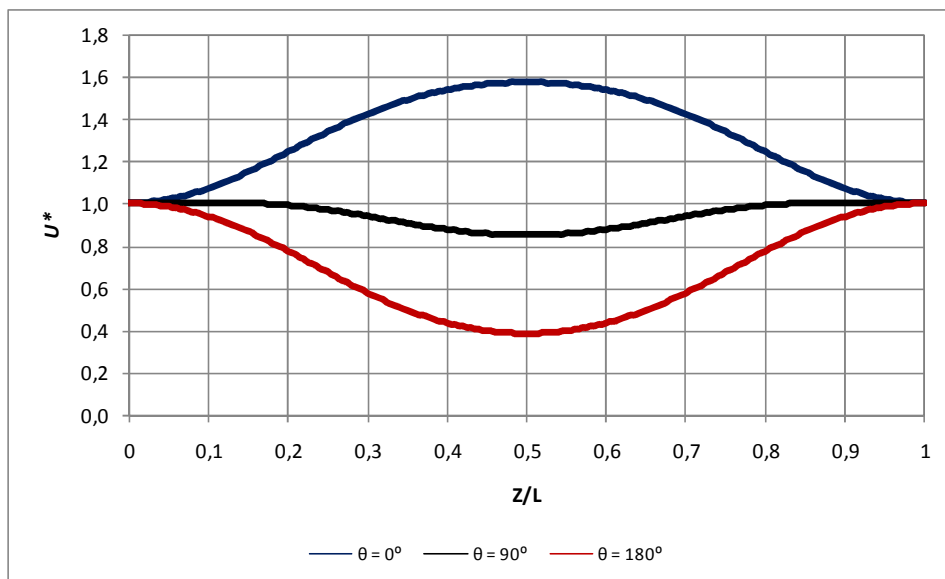


Figura 5.20 - Variação ao Longo da Direção Axial da Componente Axial da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

As curvas mostram claramente a desaceleração do fluido ao longo da direção axial até a metade do domínio e posterior aceleração entre a metade do poço e a seção de saída para os planos  $rz$  situados na coordenada azimutal  $\theta = 90^\circ$  e  $\theta = 180^\circ$ , de acordo com o observado anteriormente na figura 5.17.

Esse comportamento ocorre devido à diminuição da folga radial mínima da seção entre o início e a metade do domínio que tende a dificultar a movimentação do fluido nessa região e favorecer o escoamento na região mais larga do anular que apresenta o comportamento oposto (aceleração até a metade do domínio e desaceleração no resto do poço).

Na entrada e na saída do espaço anular a seção transversal é concêntrica e a velocidade média axial adimensional para um dado elemento é igual à velocidade média da seção transversal. A maior velocidade axial adimensional ocorre para a coordenada adimensional  $z^* = 0,5$  e vale 1,57 para o plano  $rz$  situado na coordenada azimutal  $\theta = 0^\circ$ , já a menor velocidade axial vale 0,39 para o plano situado em  $\theta = 180^\circ$ , indo de encontro com as conclusões retiradas da figura 5.18.

A componente axial da velocidade apresenta comportamento extremo de aceleração e desaceleração do fluido para os planos  $rz$  situados na coordenada azimutal  $\theta = 0^\circ$  e  $\theta = 180^\circ$ , respectivamente. Outros planos  $rz$  apresentam a variação da velocidade axial ao longo da direção axial dentro do envelope definido pelos dois comportamentos extremos citados acima.

A figura 5.21 considera o caso anterior ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ ) e descreve a variação da componente azimutal da velocidade (representada pela velocidade média azimutal adimensional para um elemento) ao longo da direção axial do domínio para diferentes planos  $rz$  do espaço anular traçados em diferentes coordenadas azimutais.

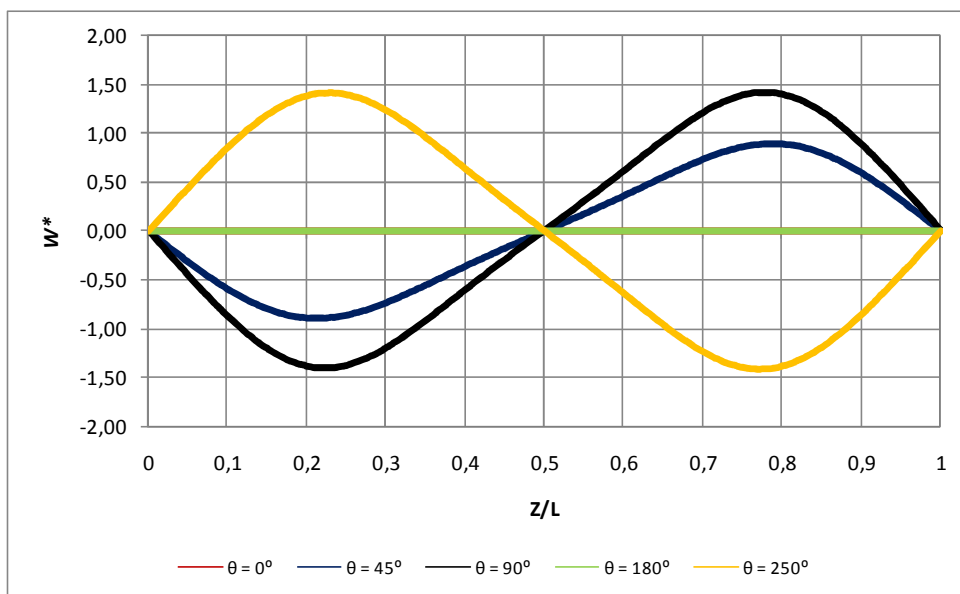


Figura 5.21 - Variação ao Longo da Direção Axial da Componente Azimutal da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

O gráfico mostra que a velocidade azimutal ganha relevância na direção axial a partir da seção de entrada do poço até atingir o maior valor em módulo na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,22$ , sendo negativa para planos  $rz$  situados numa coordenada azimutal inferior a  $\theta = 180^\circ$  e positiva para o resto da seção transversal do anular. O maior módulo ao longo do domínio vale  $|W^*| = 1,42$  para o plano  $rz$  situado na coordenada  $\theta = 100^\circ/260^\circ$  (conclusão já obtida a partir da figura 5.19). A partir dessa posição axial sua magnitude diminui apesar da excentricidade existente na seção transversal aumentar até se tornar nula na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,5$ , devido ao fato de a derivada da função excentricidade em relação à coordenada axial ser nula nesse ponto do domínio.

Entre a metade do domínio e a seção de saída do poço o que se observa é novamente um aumento da relevância do escoamento azimutal até atingir um valor máximo em módulo para coordenada axial  $z^* = 0,78$  e posteriormente um decréscimo da magnitude até zero na seção de saída. Porém a velocidade é

positiva para planos  $rz$  situados numa coordenada azimutal inferior a  $\theta = 180^\circ$  e negativa para o resto da seção transversal do anular.

O comportamento descrito acima representa a migração de fluido para região mais larga do espaço anular antes da coordenada axial  $z^* = 0,5$  e retorno do fluido para região de menor folga radial após essa posição axial, conforme foi dito anteriormente a partir dos outros gráficos apresentados.

A viscosidade efetiva do fluido não Newtoniano, calculada ao longo do espaço anular a partir do método da viscosidade Newtoniana equivalente será apresentada, de acordo com a figura 5.22, para concluir a análise do caso estudado até o momento.

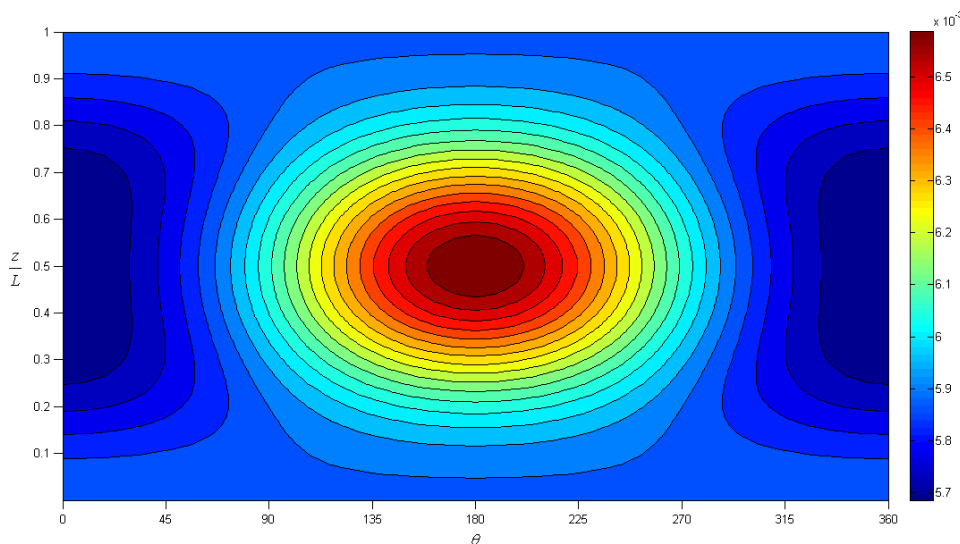


Figura 5.22 - Viscosidade Efetiva para Fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), considerando Excentricidade Variável ( $\varepsilon = 0,3 / k = 0,8$ )

Dois grandes zonas com valores distintos de viscosidade são observadas ao longo do espaço anular tridimensional, sendo identificada no centro do domínio uma região de maior viscosidade efetiva do fluido não Newtoniano e na periferia da figura outra área que apresenta menor viscosidade efetiva. A variação entre o maior e o menor valor da viscosidade efetiva do fluido ao longo do domínio vale aproximadamente 15%.

Uma grande zona de baixa viscosidade efetiva (favorecendo o escoamento no anular) ocorre na coordenada azimutal  $\theta = 0^\circ/360^\circ$  entre a coordenada axial adimensional  $z^* = 0,25$  e  $z^* = 0,75$  que coincide com a região de maior velocidade e aceleração/desaceleração do fluido descrita a partir da figura 5.20. A região localizada no centro do domínio ( $\theta = 180^\circ / z^* = 0,5$ ) apresenta uma viscosidade

efetiva maior em relação ao resto do domínio devido à menor folga radial existente na seção transversal do anular, com isso o escoamento nessa região fica ainda mais prejudicado.

Os resultados mostraram que uma pequena amplitude da função excentricidade afeta bastante o escoamento do fluido no espaço anular, gerando inclusive uma componente azimutal da velocidade bastante significativa para baixos números de Reynolds. A avaliação dos efeitos causados pelo aumento da amplitude da função que descreve a excentricidade será apresentada para uma melhor compreensão do problema.

A figura 5.23 apresenta qualitativamente o campo de velocidades médias local para o escoamento de um fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ) em um espaço anular com razão de raios  $k = 0,8$  e uma excentricidade variável ao longo da coordenada axial com amplitude máxima  $\varepsilon = 0,7$ .

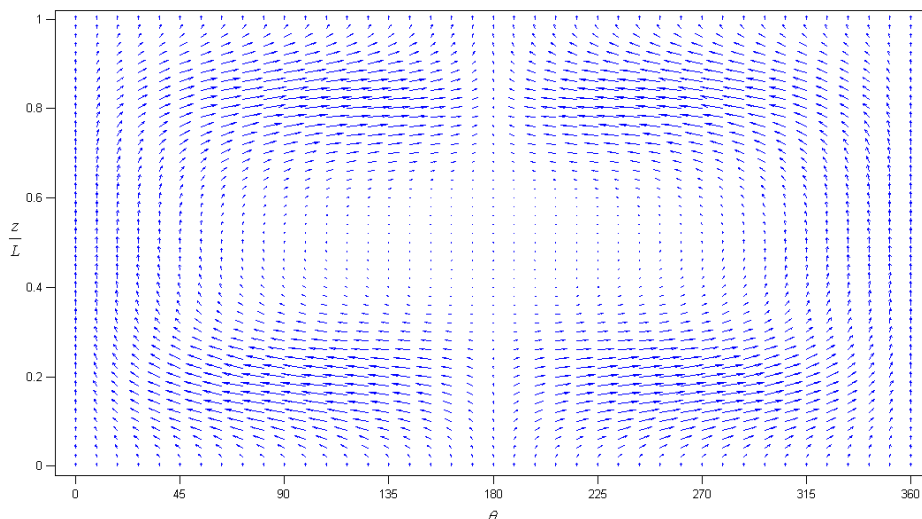


Figura 5.23 - Campo de Velocidade para Fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), considerando Excentricidade Variável ( $\varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

O aumento da amplitude da função que descreve a excentricidade provoca grandes mudanças apenas na magnitude das componentes axial e azimutal da velocidade, pois o comportamento do fluido é o mesmo encontrado no caso anterior que considera uma pequena amplitude para excentricidade ( $\varepsilon = 0,3$ ).

As regiões do domínio onde ocorrem a aceleração e desaceleração de fluido são as mesmas observadas na figura 5.17, além disso, também há migração de fluido para região mais larga do anular entre a seção de entrada e a metade do

domínio com posterior retorno para região de menor folga radial entre a metade do domínio e a seção de saída.

A velocidade axial média da seção transversal do espaço anular aumenta em aproximadamente 20% em relação ao caso apresentado com  $\varepsilon = 0,3$ , confirmando a diminuição do produto  $f \times Re$  com o aumento da amplitude da excentricidade, de acordo como foi abordado anteriormente.

O resultado também mostra aparentemente um aumento na magnitude da componente azimutal da velocidade em relação à componente axial, indicando que o aumento da excentricidade causa uma variação mais intensa no escoamento azimutal do fluido apesar de também modificar a componente axial da velocidade. Lembrando que devido ao baixo Reynolds dos casos estudados a relevância do escoamento azimutal em relação ao escoamento axial é amplificada.

A figura 5.24 apresenta a variação da velocidade axial ao longo da direção azimutal para os seguintes parâmetros:  $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ .

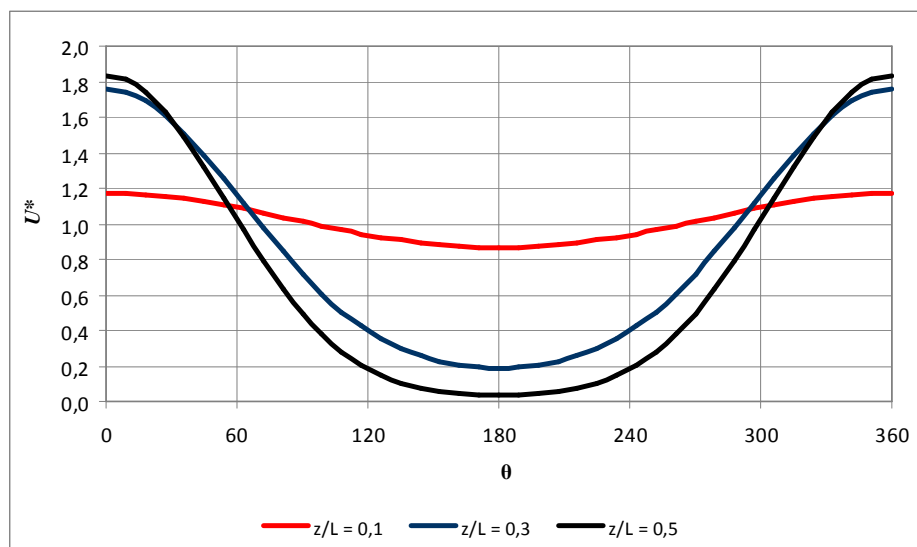


Figura 5.24 - Variação ao Longo da Direção Azimutal da Componente Axial da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

O comportamento da componente axial da velocidade é semelhante ao caso que considera  $\varepsilon = 0,3$ , ou seja, alta velocidade na região mais larga do espaço anular e baixa velocidade na região de menor folga radial. Porém há uma diferença muito maior entre as magnitudes da velocidade em cada região do anular devido à maior excentricidade existente em cada seção transversal.

A maior velocidade axial adimensional ocorre em  $z/L = 0,5$  e vale 1,83 na região mais larga do anular, representando um aumento de 16,5% em relação ao caso anterior que considera  $\varepsilon = 0,3$ . Já na região de menor folga radial a velocidade axial adimensional vale 0,04 o que significa uma queda de aproximadamente 90% em relação ao caso com menor amplitude da função excentricidade e indicando que o fluido se encontra praticamente estagnado naquela região.

O aumento da excentricidade afeta a componente axial da velocidade e provoca uma maior variação da velocidade axial ao longo da coordenada azimutal na seção transversal do anular, sendo que os maiores efeitos são observados na região de menor folga radial do anular.

A figura 5.25 descreve a variação da componente azimutal da velocidade ao longo da direção azimutal para diferentes seções transversais do espaço anular do caso em análise ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ ).

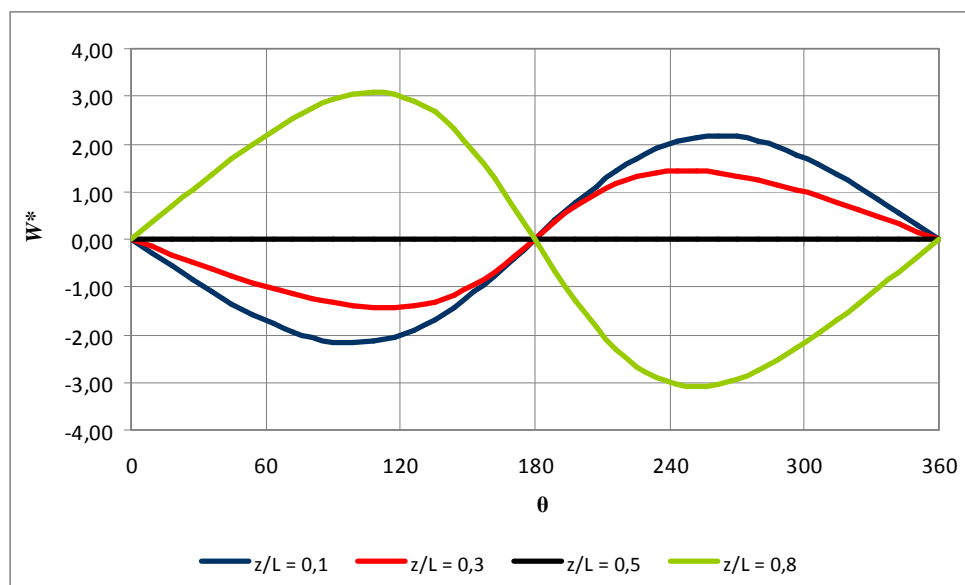


Figura 5.25 - Variação ao Longo da Direção Azimutal da Componente Azimutal da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

Novamente o resultado obtido apresenta o mesmo comportamento observado para o caso estudado com  $\varepsilon = 0,3$ , porém a velocidade azimutal tem sua magnitude bastante elevada devido ao aumento da amplitude da excentricidade e ao baixo número de Reynolds observado. A velocidade máxima azimutal adimensional na figura também ocorre para  $z/L = 0,8$  e tem módulo de 3,09 para

coordenada azimutal  $\theta = 100^\circ/260^\circ$ , representando um aumento de quase 120% em relação ao caso anterior, sendo que o aumento do módulo da velocidade é observado para a maioria das seções transversais.

A figura 5.26 representa a variação da magnitude da velocidade azimutal em um dado ponto do domínio em relação à velocidade axial nesse mesmo ponto, definida de acordo com a eq. (4-9), ao longo da direção azimutal para o caso estudado ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ ).

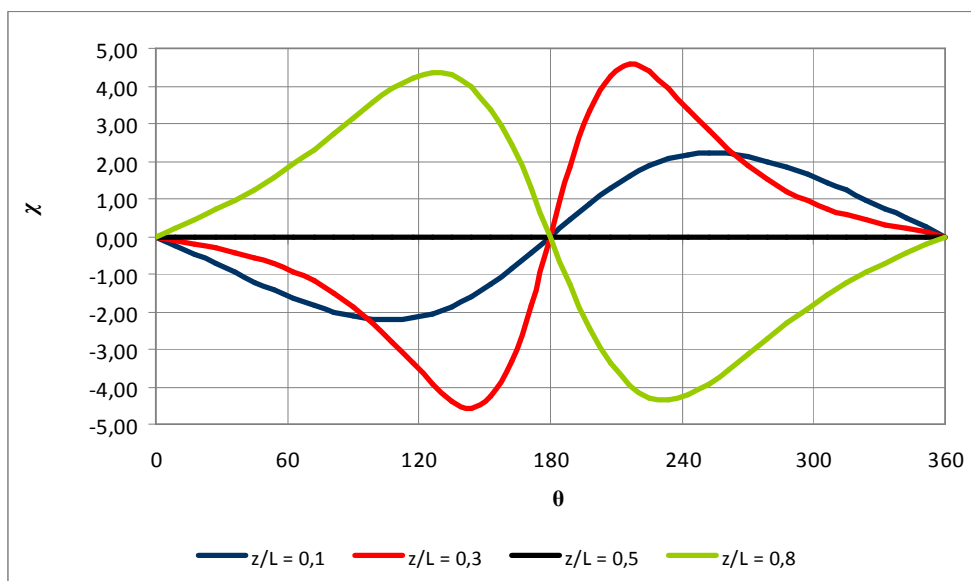


Figura 5.26 - Magnitude da Velocidade Azimutal em Relação à Velocidade Axial ao Longo da Direção Azimutal ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

A variação do parâmetro  $\chi$  ao longo da coordenada azimutal é bastante semelhante ao comportamento da velocidade azimutal adimensional, existindo apenas uma pequena diferença nas zonas de alta velocidade axial (regiões em torno da coordenada azimutal  $\theta = 0^\circ/360^\circ$ ). Para seção transversal situada na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,1$ , a curva que descreve o parâmetro  $\chi$  praticamente coincide com a curva apresentada na figura 5.25 devido a não existência de grandes variações na velocidade axial.

As curvas apresentadas indicam que a componente azimutal é mais relevante do que a componente axial para um dado ponto do domínio ( $\chi > 1$ ) em grande parte da área das seções transversais. A magnitude da componente azimutal da velocidade chega a ser 4,56 vezes maior do que velocidade axial para  $z^* = 0,3$  e  $\theta = 145^\circ/215^\circ$ . É claro que para o caso real a velocidade azimutal não



atinge essa magnitude em relação à componente axial, pois o número de Reynolds do escoamento seria consideravelmente maior.

As análises realizadas acima mostram que a variação da excentricidade provoca uma modificação muito mais relevante na magnitude da componente azimutal da velocidade e que grandes valores de excentricidade geram um escoamento azimutal cada vez mais relevante quando comparado com o escoamento principal na direção axial, indo de encontro com as observações realizadas anteriormente a partir da figura 5.23.

A figura 5.27 apresenta a variação da componente axial da velocidade ao longo da direção axial para o caso em questão ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ ).

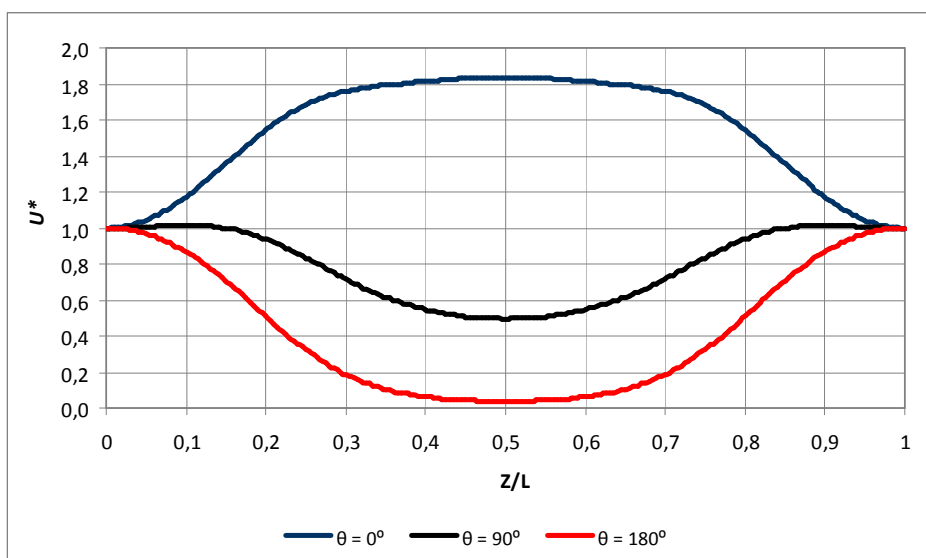


Figura 5.27 - Variação ao Longo da Direção Axial da Componente Axial da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

O envelope definido pelos casos extremos de aceleração e desaceleração do fluido tem uma amplitude bem maior que o primeiro caso apresentado ( $\varepsilon = 0,3$ ) devido à queda de 90% observada na velocidade da região de menor folga radial e ao aumento de 16,5% na velocidade da região mais larga da seção transversal, de acordo como foi apresentado anteriormente na figura 5.24.

Além disso, um crescimento significativo da variação da componente axial da velocidade ao longo da própria direção axial é causado pelo aumento da excentricidade. Essa maior variação provoca um maior erro numérico, pois as hipóteses realizadas pela teoria da lubrificação (desprezar variações na direção

azimutal e axial em relação à variação na direção radial) passam a não ser mais válidas para o problema tridimensional.

A imprecisão do modelo foi avaliada a partir de estudos que verificam se a equação de conservação de massa esta sendo satisfeita ao longo do domínio, ou seja, se a vazão volumétrica é constante ao longo da coordenada axial. Para o caso em questão, houve uma divergência de aproximadamente 5% entre a vazão volumétrica calculada na entrada do poço e a vazão calculada na seção de folga mínima radial (maior erro no cálculo da vazão), sendo que essa diferença alcançou 20% para o caso totalmente excêntrico ( $\varepsilon = 1$ ).

Logo a solução apresentada para o presente caso pode ser utilizada sem problemas, porém casos com maior excentricidade devem ser avaliados para evitar análises incorretas.

Por último, é apresentada a variação da viscosidade efetiva do fluido ao longo do espaço anular, de acordo com a figura 5.28, para o caso que está em análise ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ ).

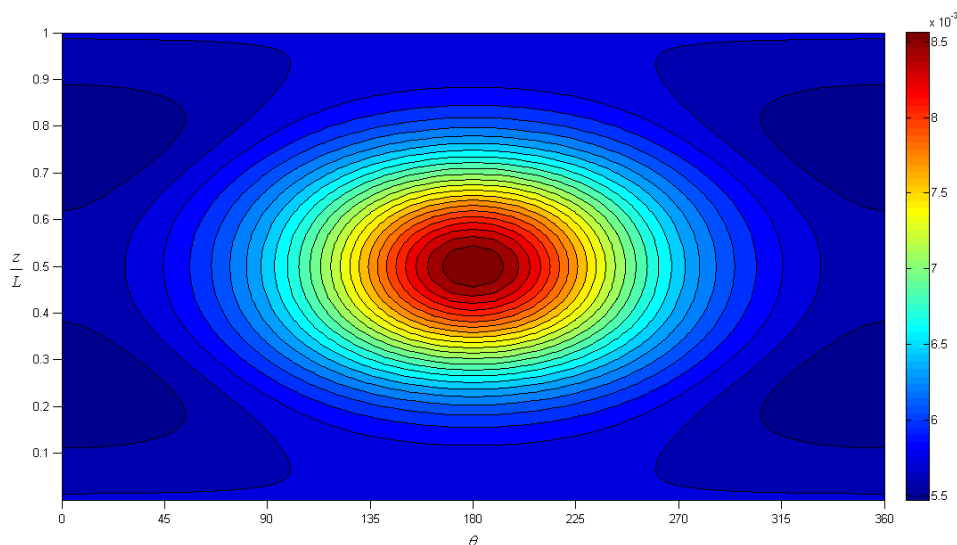


Figura 5.28 - Viscosidade Efetiva para Fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), considerando Excentricidade Variável ( $\varepsilon = 0,7 / k = 0,8$ )

A distribuição de viscosidade efetiva ao longo do domínio é bastante semelhante ao caso anterior que considera  $\varepsilon = 0,3$ , apesar da região de baixa viscosidade situada na periferia da figura sofrer uma distorção devido à grande excentricidade existente na coordenada axial adimensional  $z^* = 0,5$ . Além disso, a variação da viscosidade efetiva na zona de alta velocidade ( $\theta = 0^\circ/360^\circ$ ) é praticamente inexistente em relação ao caso anterior, enquanto que na região de

menor folga radial a viscosidade aumenta em quase 30%, contribuindo para a canalização do fluido nessa região. A diferença entre a maior e menor viscosidade efetiva é de aproximadamente 55% para o caso em questão.

O resultado encontrado para a viscosidade efetiva do fluido pode ser justificado pela pequena variação da magnitude da velocidade axial na região mais larga do anular quando comparada com a perda de velocidade do fluido na área de menor folga radial, de acordo com as conclusões obtidas anteriormente.

Após estudar os efeitos da variação da magnitude da excentricidade no campo de velocidades do espaço anular tridimensional é interessante avaliar os efeitos causados pela variação da razão de raios do espaço anular.

A figura 5.29 apresenta outra vez, qualitativamente, o campo de velocidade média de um fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), porém a razão de raios do espaço anular vale 0,5 e a amplitude da excentricidade variável adimensional vale 0,3.

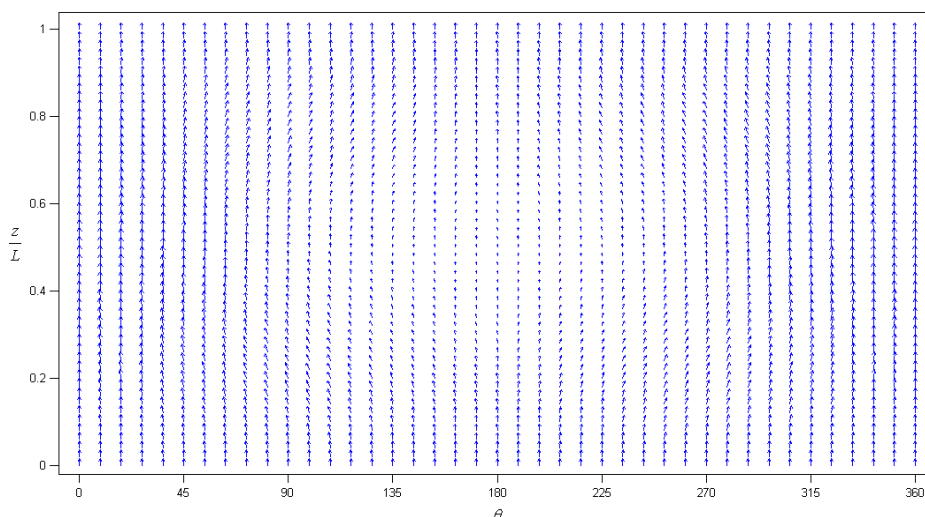


Figura 5.29 - Campo de Velocidade para Fluido não Newtoniano ( $n = 0,8$ ), considerando Excentricidade Variável ( $\epsilon = 0,3 / k = 0,5$ )

A diminuição da razão de raios para  $k = 0,5$  provoca um aumento da área da seção transversal e uma menor resistência ao escoamento do fluido no espaço anular, com isso há um crescimento significativo da vazão volumétrica axial (aumento considerável do número de Reynolds) e da magnitude da velocidade axial para um mesmo diferencial de pressão. Porém as alterações observadas na magnitude da componente azimutal são irrelevantes, sendo o escoamento azimutal para o caso em questão quase que idêntico (mesmo comportamento e mesma

ordem de grandeza) ao caso que considera  $k = 0,8$  para uma amplitude adimensional da função excentricidade  $\varepsilon = 0,3$ .

Essa combinação gera um escoamento predominantemente axial, onde a relevância da componente azimutal em relação ao escoamento axial é bastante inferior ao caso que considera  $k = 0,8$  e já não é tão importante, de acordo como observado na figura 5.29.

Apesar do aumento da velocidade média axial da seção transversal do anular, a variação da componente axial da velocidade ao longo das direções axial e azimutal não é diferente do caso que considera  $k = 0,8$ , sendo o comportamento observado e a magnitude da velocidade axial adimensional semelhante aos encontrados na figura 5.18 e na figura 5.20.

A figura 5.30 apresenta a variação da componente azimutal da velocidade ao longo da direção azimutal com objetivo de demonstrar sua magnitude no caso em análise ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,5$ ).

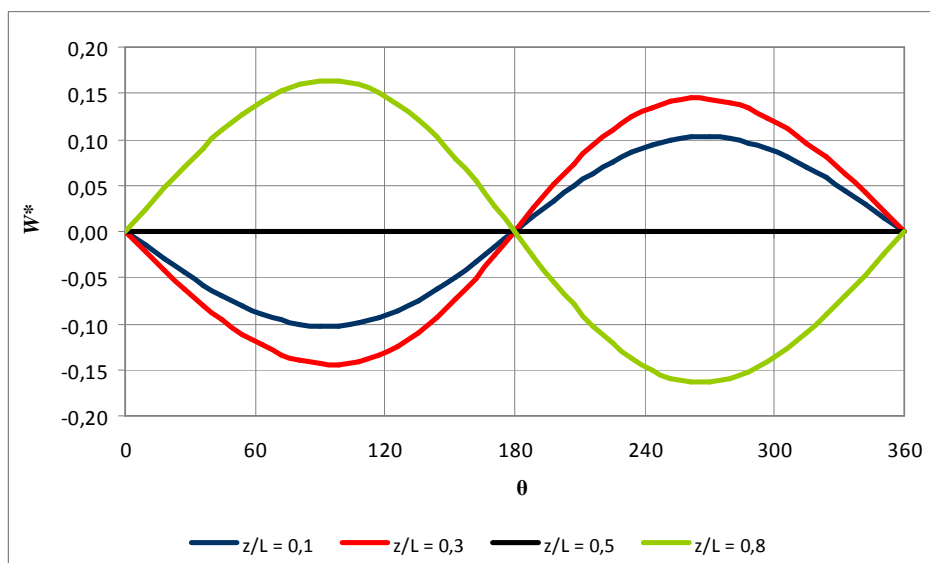


Figura 5.30 - Variação ao Longo da Direção Azimutal da Componente Azimutal da Velocidade ( $n = 0,8 / \varepsilon = 0,3 / k = 0,5$ )

O comportamento ao longo da direção azimutal é idêntico ao caso que considera  $k = 0,8$ , além disso, a componente azimutal dimensional expressa em metros por segundo tem a mesma ordem de grandeza em todo domínio quando comparada à outra geometria. Porém a velocidade axial média da seção transversal aumenta bastante e com isso a velocidade média azimutal adimensional máxima ao longo do domínio vale apenas 0,16. A viscosidade

efetiva calculada é inferior devido à maior velocidade axial e apresenta a mesma distribuição ao longo do anular.

O aumento da razão de raios provoca o efeito contrário ao descrito, ou seja, a magnitude da componente axial diminui (diminui  $Re$ ) e a componente azimutal tende a não ser afetada para um mesmo diferencial de pressão, resultando em um escoamento azimutal mais relevante globalmente em relação ao caso anterior.

O índice de comportamento já mostrou causar influência no escoamento em outros casos estudados anteriormente, por isso é interessante avaliar o que ocorre para o caso tridimensional.

A variação do índice de comportamento do fluido ao longo da faixa determinada para limitar o erro numérico nesse modelo mostrou provocar alterações apenas na magnitude de ambas as componentes da velocidade e conseqüentemente na intensidade da variação da velocidade ao longo das coordenadas axial e azimutal.

O comportamento da velocidade ao longo das duas direções é sempre o mesmo e só existe diferença entre os valores máximos e mínimos de cada componente da velocidade para um dado ponto do domínio. Ou seja, o campo de velocidade encontrado é bastante similar aos já apresentados até o momento para um anular com excentricidade variável, independentemente do índice de comportamento do fluido.

Considerando um espaço anular com  $\varepsilon = 0,3$  e  $k = 0,8$ , um fluido Newtoniano ( $n = 1$ ) apresenta uma velocidade média axial adimensional de aproximadamente 1,50 na região mais larga do anular e 0,44 na zona de menor folga radial em  $z^* = 0,5$ , representando em relação ao caso estudado onde  $n = 0,8$  uma redução de 4,5% e um aumento de 10,4%, respectivamente. Já o maior módulo da velocidade azimutal adimensional ao longo do domínio vale 1,27, o que significa uma queda de 10,5%.

O aumento do índice de comportamento provoca diminuição da velocidade axial adimensional na região mais larga do anular e aumento da mesma na região de menor folga radial, além de diminuir a velocidade azimutal adimensional ao longo de todo o domínio.

A comparação acima possibilita demonstrar e quantificar a importância dos efeitos gerados pela variação do índice de comportamento do fluido no escoamento tridimensional que ocorre no espaço anular.

Por último, será estudado o impacto da variação do número de Reynolds no comportamento e na magnitude de cada componente do campo de velocidade ao longo do domínio tridimensional.

A variação do número de Reynolds é gerada a partir da modificação do gradiente de pressão axial imposto no anular, sendo que o aumento do número de Reynolds provoca uma alteração (proporcional ao novo diferencial de pressão) principalmente na magnitude da componente axial da velocidade.

A velocidade axial adimensional não sofre alterações perceptíveis de comportamento e magnitude se o cálculo do campo de velocidades for realizado novamente com um número de Reynolds de aproximadamente 1450 para  $k = 0,8$ ,  $\varepsilon = 0,3$  e  $n = 0,8$ , sendo que o caso já estudado nessa seção considera  $Re = 50$ . A justificativa para isso ocorrer é que a velocidade média axial local da seção aumenta na mesma proporção que a velocidade média da seção transversal.

A velocidade azimutal expressa em metros por segundo apresenta pequeno aumento ao redor da coordenada axial adimensional  $z^* = 0,5$  em relação ao caso estudado anteriormente com número de Reynolds inferior. Nas regiões próximas às seções de entrada e saída ocorre o efeito inverso e há uma queda no valor da velocidade azimutal, sendo ambas as variações inferiores a 4% para todos os casos analisados e o comportamento observado ao longo das duas direções também idêntico ao descrito anteriormente. Com isso há perda de relevância do escoamento azimutal em relação ao escoamento axial devido ao grande aumento da velocidade média da seção transversal do espaço anular.

A viscosidade efetiva é bastante inferior (redução de 40% em média para o caso estudado) devido ao grande aumento na magnitude do escoamento axial, apresentando uma distribuição semelhante ao caso anterior.

A partir dos resultados apresentados nessa seção fica claramente comprovada a grande influência no campo de velocidade da variação da excentricidade ao longo da coordenada axial. A configuração geométrica do espaço anular é a única responsável pela existência de escoamento azimutal, pois os outros parâmetros estudados (razão de raios do anular, índice de comportamento do fluido e número de Reynolds do escoamento) apenas modificam a intensidade dos efeitos tridimensionais.