

1

Introdução

Diversos problemas de otimização de importância tanto prática quanto teórica consistem em buscar a melhor configuração para um conjunto de variáveis para atingir alguns objetivos. Estes problemas se dividem naturalmente em duas categorias: aqueles cujos valores das suas variáveis são números reais, e aqueles cujos valores são discretos. Entre os últimos encontramos a classe de problemas chamada de problemas de otimização combinatória. Segundo Papadimitriou e Steiglitz [36], nestes problemas buscamos por uma solução em um conjunto finito e contável de soluções que melhor satisfaça nosso objetivo. Soluções podem ser um número inteiro, um subconjunto, uma permutação, uma estrutura de um grafo, entre outras, dependendo do problema a ser resolvido.

Podemos definir um problema de otimização combinatória $P = (S, f)$ da seguinte forma, [38]:

- Um conjunto de variáveis $X = x_1, x_2, \dots, x_n$;
- Domínios das variáveis D_1, D_2, \dots, D_n ;
- Restrições sobre as variáveis;
- Uma função objetivo $f : D_1 \times \dots \times D_n \rightarrow \mathfrak{R}^+$;

O conjunto de todas as possíveis atribuições de valores às variáveis obedecendo ao domínio das mesmas e às restrições, pode ser definido como:

$$S = \{s = \{(x_1, v_1), \dots, (x_n, v_n)\} \mid v_i \in D_i, s \text{ satisfaz todas as restrições}\}$$

S é usualmente chamado espaço de busca ou espaço de soluções, pois cada elemento em S pode ser visto como um candidato a solução do problema de otimização combinatória. Para resolver este tipo de problema precisamos encontrar a solução com o menor (ou maior, dependendo do tipo de problema)

valor de função objetivo, isto é, $f(s^*) \leq f(s) \forall s \in S$. s^* é a chamada solução ótima global de $P = (S, f)$, [38].

Como exemplos de problemas clássicos de otimização combinatória temos: o problema do caixeiro viajante TSP (Traveling Salesman Problem), o problema de alocação quadrática QAP (Quadratic Assignment Problem), o problema da árvore de Steiner, o problema das p-medianas PMP (P-median Problem). Muitos destes problemas de otimização combinatória têm aplicação direta na prática, o que motiva o estudo e pesquisa nesta área.

Uma classe especial de problemas de otimização combinatória muito estudada é a chamada classe de problemas NP-Difíceis. Para os problemas nesta classe se assume que não existe algoritmo de complexidade assintótica polinomial para resolvê-lo de forma ótima. O uso de técnicas exatas de otimização, onde existe a garantia de encontrar a solução ótima para resolução de problemas desta classe, se configura apropriado até um determinado tamanho limite de instância, onde a partir do qual a complexidade de resolução dos problemas utilizando estas técnicas cresce exponencialmente, demandando um tempo de computação enorme e sendo, portanto, inapropriado para propósitos práticos. A melhoria das técnicas exatas de otimização visa ampliar estes limites de tamanho de instância para resolução de problemas de forma onde exista a garantia da otimalidade da solução encontrada. Nos casos onde a aplicação de técnicas exatas se mostra inapropriada usa-se dos chamados métodos heurísticos. Nestes métodos a garantia de encontrar uma solução ótima global é sacrificada em contrapartida de encontrar soluções de boa qualidade em um tempo reduzido de computação. O campo de pesquisa que estuda os métodos heurísticos tem recebido mais e mais atenção nos últimos 30 anos, devido principalmente à qualidade dos resultados apresentados para os mais diversos tipos de problemas (ver [38]).

Este trabalho está inserido justamente neste contexto. Ele apresenta heurísticas para resolução de dois problemas da teoria dos códigos, uma importante área de estudo da matemática com aplicações principalmente na criptografia (ver [17]), o problema clássico de códigos de cobertura e o recente problema introduzido em [29] de códigos curtos de cobertura. Para estes problemas o uso de técnicas exatas ainda não é capaz de obter bons resultados, principalmente pela explosão combinatória apresentada para instâncias não-triviais. Assim, os estudos nestes problemas se concentram em melhorar os limites (superior e inferior) sobre o valor da solução ótima das instâncias dos mesmos. A melhoria destes limites é feita tanto por técnicas computacionais quanto por técnicas matemáticas. O uso de heurísticas, neste caso, visa a

melhoria dos limites superiores sobre os valores ótimos das instâncias, pois, por se tratarem de problemas de minimização, ao se apresentar uma determinada solução viável para uma instância, garantimos que o valor da solução ótima para aquela instância é no máximo o valor da solução apresentada.

A aplicação das heurísticas no problema clássico de códigos de cobertura tem como papel principal o teste da qualidade das mesmas, comparando seus resultados com os melhores resultados da literatura. Já a aplicação para o problema dos códigos curtos de cobertura visa a apresentação dos primeiros limites obtidos por busca computacional para o problema. Devido a forte relação entre os dois problemas se pressupõe que uma heurística que apresente bons resultados para um dos problemas também terá um desempenho semelhante para o outro. Além disto, outro objetivo do trabalho é justificar o estudo dos códigos curtos, por se tratar de um problema recente e ainda pouco abordado, mostrando sua relação e aplicação ao problema clássico.

A primeira heurística apresentada configura uma aplicação da metaheurística Busca Tabu Reativa nos problemas em questão. A busca tabu reativa é uma importante variação da clássica busca tabu, sendo sua principal característica o chamado mecanismo de reação, que tem por objetivo principal impedir o confinamento da busca em regiões de mínimo local. A aplicação da busca tabu reativa apresentada é feita de forma que se possa desabilitar o mecanismo de reação transformando assim a busca em uma busca tabu normal, nos permitindo assim avaliar o efeito qualitativo provocado na busca tabu ao utilizarmos o mecanismo de reação. A busca tabu reativa e seus resultados apresentados neste trabalho são também objeto dos seguintes trabalhos do autor [27] e [26].

Este trabalho também propõe uma nova heurística baseada em duas técnicas já bastante estabelecidas na área de otimização combinatória: a geração atrasada de colunas e as buscas locais. Esta nova heurística é denominada Heurística de Melhoria via Geração de Colunas (HMGC). De forma a testar a qualidade da HMGC apresentamos uma aplicação da mesma aos problemas de códigos de cobertura, onde utilizamos a busca tabu reativa apresentada como busca local componente da HMGC. Ao final é feita uma comparação de resultados entre a busca tabu reativa, a busca tabu sem o mecanismo de reação e a HMGC apresentada.

1.1

Objetivos

Podemos resumir os objetivos desta dissertação nos seguintes pontos:

- Justificar o estudo dos códigos curtos de cobertura e sua relação/aplicação com os códigos clássicos de cobertura.
- Apresentar e analisar a qualidade dos resultados para os códigos curtos de cobertura, por ser o primeiro trabalho a apresentar limites superiores obtidos por busca computacional para os mesmos.
- Propor uma aplicação da busca tabu reativa para os problemas de códigos de cobertura em questão.
- Apresentar a Heurística de Melhoria via Geração de Colunas (HMGC).
- Propor uma aplicação da HMGC para os problemas de códigos de cobertura em questão, utilizando como componente da mesma a busca tabu reativa proposta.
- Avaliar a qualidade dos resultados apresentados para os problemas em questão.
- Comparar os resultados da busca tabu reativa, da busca tabu sem o mecanismo de reação e da HMGC, de forma a avaliar a qualidade da heurística HMGC proposta.

1.2

Organização do Trabalho

No capítulo 2 são apresentados os problemas de códigos de cobertura tratados, apresentando-se os conceitos básicos da teoria dos códigos usados, aplicações dos problemas, além dos trabalhos relacionados. Em seguida no capítulo 3 apresentamos a base teórica para entendimento/contextualização das heurísticas propostas. No capítulo 4 é proposta uma aplicação da busca tabu reativa nos problemas em questão, onde são explicados os princípios que norteiam a busca tabu reativa e apresentado o algoritmo utilizado em si. Em seguida no capítulo 5 é feita a apresentação da HMGC, mostrando como é feita a combinação de buscas locais com a geração de colunas de forma a resultar na HMGC. Ainda no capítulo 5 propomos uma aplicação da HMGC nos problemas de códigos de cobertura, sendo a busca tabu reativa apresentada anteriormente um dos componentes da mesma. Em seguida o

capítulo 6 descreve os experimentos e resultados obtidos pelas heurísticas propostas para os problemas em questão. O capítulo 7 encerra o trabalho apresentado as conclusões finais sobre os estudos realizados.