



**Carlos Raoni de Alencar Mendes**

**Códigos de Cobertura: Limites e Heurísticas**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática da PUC-Rio

Orientador : Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão

Co-Orientador: Prof. Emerson Luiz do Monte Carmelo

Rio de Janeiro  
Agosto de 2009



**Carlos Raoni de Alencar Mendes**

## **Códigos de Cobertura: Limites e Heurísticas**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Informática do Departamento de Informática do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão**

Orientador

Departamento de Informática — PUC-Rio

**Prof. Emerson Luiz do Monte Carmelo**

Co-Orientador

Departamento de Matemática — UEM

**Prof. Sérgio Lifschitz**

Departamento de Informática – PUC-Rio

**Prof. Eduardo Uchoa**

Departamento de Engenharia de Produção – UFF

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de Agosto de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

### **Carlos Raoni de Alencar Mendes**

Graduou-se na Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN (Natal-RN, Brasil), cursando Ciência da Computação. Durante sua graduação, foi bolsista de iniciação científica do projeto “Modelos e Algoritmos Computacionais para o Planejamento de Radioterapia no Tratamento de Câncer” patrocinado pelo CNPq, onde desenvolveu o trabalho “Algoritmo Evolucionário para Otimização do Plano de Tratamento em Radioterapia Conformal”. Durante o Mestrado foi bolsista CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), desenvolvendo o trabalho “Upper Bounds for Minimum Short Covering Codes by Reactive Tabu Search” e trabalhando no projeto do software para programação de navios da PETROBRAS denominado PRONAV.

#### Ficha Catalográfica

Mendes, Carlos Raoni de Alencar

Códigos de Cobertura: Limites e Heurísticas / Carlos Raoni de Alencar Mendes; orientador: Marcus Vinicius Soledade Poggi de Aragão; co-orientador: Emerson Luiz do Monte Carmelo. — Rio de Janeiro : PUC-Rio, Departamento de Informática, 2009.

v., 76 f: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Informática.

Inclui referências bibliográficas.

1. Informática – Tese. 2. Metaheurística. 3. Otimização Combinatória. 4. Códigos de Cobertura. 5. Busca Tabu. 6. Conjunto Dominante. 7. Corpos Finitos. 8. Geração de Colunas. 9. Busca Local. I. Aragão, Marcus Vinicius Soledade Poggi de. II. Carmelo, Emerson Luiz do Monte. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Informática. IV. Título.

CDD: 004

## Agradecimentos

Aos professores integrantes da banca de defesa, pelas sugestões construtivas para finalização do trabalho e pela compreensão das circunstâncias que cercaram a elaboração e defesa do mesmo.

Ao meu co-orientador Emerson, por todo auxílio prestado e por ter sido o motivador do tema abordado na dissertação, o qual me gerou ótimos frutos acadêmicos.

Ao meu orientador Poggi, sem o qual o sucesso deste trabalho seria impossível. Por ter sempre acreditado em mim, perdi a conta de quantas vezes cheguei à sua sala apreensivo e cheio de dúvidas quanto a possibilidade de conclusão do mestrado e saí de lá animado e pronto para a batalha. Pelo papel fundamental na minha formação acadêmica e por cumprir plenamente a função de orientador, no sentido mais amplo da palavra.

Ao meu pai Carlos, por estar sempre disposto a ajudar no que for preciso para a formação dos filhos, por ser um espelho de dedicação e inteligência, e pelo amor e carinho.

Aos meus irmãos e minha família, por saber que posso contar com eles sempre.

Aos amigos que fiz aqui no Rio, pelos momentos de descontração e apoio, e por tornar muito mais fácil minha adaptação à cidade.

À nova família que formei desde o primeiro dia nesta cidade. Aurélia, Daniel e César brigado por terem me mostrado o quanto vale uma amizade, sem a força de vocês não teria agüentado a barra de uma mudança tão brusca em minha vida. A amizade de vocês é uma conquista tão importante quanto qualquer outra que já tive.

À minha mãe Armênia, pela dedicação e contribuição na minha formação pessoal, por estar sempre ao meu lado em todos os momentos, sejam eles de felicidade ou de dificuldade, pelo amor e carinho dispensados. Brigado mainha por ter entendido minha vontade de buscar algo melhor para minha formação e por ter agüentado à distância que se fez necessário, não foi fácil para mim também, mas felizmente hoje podemos comemorar mais uma conquista. Te Amo mãe, pode ter certeza que cada conquista minha tem uma parcela enorme de culpa sua!

Em especial à minha Au (sim é a mesma ali de cima, só que agora em outro contexto), por cada vez que me cobrou trabalhar na dissertação, pelas revisões do texto, pelas figuras feitas às quatro horas da manhã na véspera de entrega do texto, por ter ficado ao meu lado todo tempo me apoiando, fazendo cafuné e me dando forças para continuar trabalhando, sem você meu amor com certeza esse trabalho não teria sido possível. Por todos os momentos de felicidade que me proporcionou, por tornar minha vida tão mais fácil, por me dar a certeza de ter dado ao nosso filho a melhor mãe que ele poderia ter, e principalmente por me dar o maior presente da minha vida: o nosso filhão Felipe. Te Amo meu anjo, obrigado por tudo!

## Resumo

Mendes, Carlos Raoni de Alencar; Aragão, Marcus Vinicius Soledade Poggi de; Carmelo, Emerson Luiz do Monte. **Códigos de Cobertura: Limites e Heurísticas**. Rio de Janeiro, 2009. 76p. Dissertação de Mestrado — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Compressão de dados, codificação digital da fala, telecomunicações via celular, correção de erros de transmissão, são algumas das aplicações práticas do estudo dos códigos de cobertura, um importante ramo da área da matemática denominada teoria dos códigos. Neste trabalho são abordados dois problemas de códigos de cobertura: o problema clássico de códigos de cobertura e o recente problema denominado de códigos curtos de cobertura. Apresenta-se uma aplicação da metaheurística Busca Tabu Reativa, uma importante variação da Busca Tabu clássica, para os problemas citados. Além disto, apresenta-se uma nova técnica heurística para resolução de problemas de otimização combinatória denominada Heurística de Melhoria via Geração de Colunas (HMGC), juntamente com uma aplicação da mesma aos problemas em questão. A HMGC combina a geração atrasada de colunas, técnica usada na resolução de problemas com um grande número de variáveis de decisão (colunas), e heurísticas de busca local. É feita uma comparação dos resultados obtidos pela Busca Tabu Reativa, a Busca Tabu sem o mecanismo de reação e a HMGC, de forma a avaliar a qualidade das heurísticas apresentadas.

## Palavras-chave

Metaheurística. Otimização Combinatória. Códigos de Cobertura. Busca Tabu. Conjunto Dominante. Corpos Finitos. Geração de Colunas. Busca Local.

## Abstract

Mendes, Carlos Raoni de Alencar; Aragão, Marcus Vinicius Soledade Poggi de; Carmelo, Emerson Luiz do Monte. **Covering Codes: Bounds and Heuristics**. Rio de Janeiro, 2009. 76p. MSc. Dissertation — Departamento de Informática, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Data compression, speech coding, mobile telecommunications and error-correction are some of the practical applications of the covering codes study, an important field of coding theory. This work addresses two problems of covering codes: the classic code covering problem and the recent short code covering problem. It presents an application of Reactive Tabu Search (RTS) metaheuristic for the problems cited, the RTS is an important variation of the classic Tabu Search. Moreover, it presents a new heuristic technique for solving combinatorial optimization problems named Column Generation Improvement Heuristic (CGIH). It also presents an application of CGIH for the covering codes problems. The CGIH combines the delayed column generation, technique used to solve problems with a large number of decision variables (columns), and local search heuristics. A comparison of results obtained by the Reactive Tabu Search, the Tabu Search without the reaction mechanism and the CGIH is also presented in order to assess the effectiveness of the presented heuristics.

## Keywords

Metaheuristic. Combinatorial Optimization. Code Covering. Tabu Search. Dominating Set. Finite Field. Column Generation. Local Search.

## Sumário

|     |  |           |
|-----|--|-----------|
| 1   | Introdução   | <b>11</b> |
| 1.1 | Objetivos  | 14        |
| 1.2 | Organização do Trabalho  | 14        |
| 2   | Códigos de Cobertura   | <b>16</b> |
| 2.1 | Definições Básicas da Teoria dos Códigos                       | 16        |
| 2.2 | Códigos Corretores de Erros                                    | 17        |
| 2.3 | Códigos de Cobertura e Códigos Curtos de Cobertura             | 18        |
| 2.4 | Trabalhos Relacionados   | 24        |
| 3   | Metodologia  | <b>27</b> |
| 3.1 | Heurísticas de Busca Local                                     | 27        |
| 3.2 | Geração de Colunas   | 30        |
| 4   | Busca Tabu Reativa para Problemas de Códigos de Cobertura      | <b>34</b> |
| 4.1 | O Esquema Básico da Busca Tabu                                 | 35        |
| 4.2 | O Mecanismo de Reação  | 38        |
| 5   | Heurística de Melhoria via Geração de Colunas (HMGC)           | <b>43</b> |
| 5.1 | Heurística HMGC  | 43        |
| 5.2 | HMGC aplicada a Problemas de Códigos de Cobertura              | 49        |
| 6   | Experimentos e Resultados                                      | <b>55</b> |
| 6.1 | Limites Iniciais para Coberturas Curtas via Busca Tabu Reativa | 55        |
| 6.2 | Comparação entre as Heurísticas para Códigos de Cobertura      | 59        |
| 7   | Conclusão  | <b>69</b> |
|     | Referências Bibliográficas                                     | <b>71</b> |
| A   | Códigos Curtos de Cobertura                                    | <b>75</b> |

## Lista de figuras

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 2.1 | <i>Esfera de Hamming</i> de centro $x = (11)$ , $R = 1$ para $\mathbb{F}_3^2$ . | 17 |
| 2.2 | Grafo para $K_2(3, 1)$ .  | 23 |
| 2.3 | Conjunto dominante para o grafo do $K_2(3, 1)$ .                                | 23 |
| 2.4 | Solução inviável para $K_2(3, 1)$ .   | 23 |
| 2.5 | Solução ótima para $K_2(3, 1)$ .  | 24 |

## Lista de tabelas

|      |  |    |
|------|--|----|
| 6.1  | Limites para $K_q(n, R)$ , obtidos pela busca tabu reativa | 57 |
| 6.2  | Limites para $c_q(n, R)$ , obtidos pela busca tabu reativa | 58 |
| 6.3  | Limites para $c_3(n, R)$                                   | 58 |
| 6.4  | Limites para $c_4(n, R)$                                   | 59 |
| 6.5  | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_3(6, 1)$       | 61 |
| 6.6  | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_3(6, 1)$       | 61 |
| 6.7  | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_4(6, 1)$       | 62 |
| 6.8  | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_4(6, 1)$       | 62 |
| 6.9  | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_4(6, 2)$       | 63 |
| 6.10 | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_4(6, 2)$       | 63 |
| 6.11 | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_3(7, 1)$       | 64 |
| 6.12 | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_3(7, 1)$       | 64 |
| 6.13 | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_3(7, 2)$       | 65 |
| 6.14 | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_3(7, 2)$       | 65 |
| 6.15 | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_4(7, 1)$       | 66 |
| 6.16 | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_4(7, 1)$       | 66 |
| 6.17 | Tabela de resultados dos algoritmos para $K_4(7, 2)$       | 67 |
| 6.18 | Tabela de resultados dos algoritmos para $c_4(7, 2)$       | 67 |