

### 3

## Aplicação de Deformações

Por deformação, entende-se como sendo o resultado de deformar, de mudar a forma de algo. Neste trabalho, chamamos de deformação o deslocamento de voxels num volume ou de vértices de uma malha dado pelo resultado de uma interpolação por funções de base radial dos deslocamentos de pontos de controle no volume sísmico.

Há diversas áreas do conhecimento onde podem ser aplicadas as deformações espaciais, inclusive de malhas 2D e 3D. Em animações 2D e 3D, partes dos corpos de personagens podem ser movimentadas, ou deformadas, ao longo do tempo, como consequência de atos como respirar, caminhar, falar, gesticular, etc. Em medicina, deformações poderiam ser aplicadas a volumes de aquisições tomográficas de imageamento por ressonância magnética, gerados em tempos diferentes, de tal forma a realizar o casamento entre pontos específicos dos tecidos de um mesmo paciente.

Mesmo sem usar pontos para casamento, a deformação de formas livres é de grande utilidade em projeto geométrico. Iniciando com um objeto elástico simples, um objeto complexo poderia ser gerado movendo pontos de controle. Segundo Ruprecht, Nagel e Müller (1995), uma abordagem útil é a de “mergulhar” o objeto a ser deformado num espaço circundante deformável. A deformação executada no espaço circundante produz deformação no objeto mergulhado. A vantagem é que a função de deformação pode ser formulada independentemente da representação geométrica do objeto mergulhado. Em alguns casos, pode ser necessário deslocar pontos internos ao objeto sem que haja mudança em suas faces externas. Para este caso, pode-se usar uma abordagem similar à de Ruprecht, Nagel e Müller (1995), mas para pontos internos. A interação homem-computador para se determinar a nova posição dos pontos internos é um problema a parte e deixamos como sugestão para trabalhos posteriores. Para o presente trabalho, a determinação do deslocamento de pontos internos é alcançada usando um algoritmo de casamento de padrões, a ser mostrado no Capítulo 4.

O problema de deformação pode ser entendido como a descoberta de uma função contínua  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  dados  $n$  pares de pontos  $(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i)$ ,  $\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_i \in \mathbb{R}^d$  de tal forma que  $f(\mathbf{p}_i) = \mathbf{q}_i$ , com  $i = 1, \dots, n$ .

Boer, Schoot e Bijl (2006) fazem uma investigação sobre a validade do uso de funções de base radial para deformações de malhas, é introduzida uma métrica de qualidade de elementos quadrilaterais e hexaedrais e, a partir desta métrica, são avaliadas diversas funções de base radial sob a luz de cada tipo de movimentação de malha.

### 3.1

#### *Warping* de imagens

Na literatura de processamento de imagens, o termo *warping* se aplica comumente às operações de deformação de imagens (Gomes e Velho, 2002).

Dada uma imagem,  $f : U \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbf{C}$ , um *filtro de warping* é definido por uma aplicação  $h : U \rightarrow V \subset \mathbb{R}^2$ , cujo efeito se percebe pela deformação de objetos na imagem alvo. A Figura 3.1 exemplifica a aplicação de um filtro de *warping* sobre uma imagem.<sup>1</sup>



Figura 3.1: Exemplo de *warping* de imagem.

Geralmente, quando se aplica um filtro de *warping* a uma imagem, a posição relativa dos pixels muda após a transformação e o reticulado de pixels não mais se alinha ao reticulado original. Isto ocorre porque, geralmente, uma transformação de *warping* aplica expansões e contrações em diferentes regiões da imagem original (Gomes e Velho, 2002).

A utilização de filtros de *warping* em imagens digitais requer os mesmos cuidados que a aplicação de filtros em sinais. Assim, a reconstrução e a reamostragem do sinal são processos necessários à obtenção adequada de uma imagem deformada.

Nesta dissertação, faz-se o uso de uma transformação inversa de *warping*, de modo que se parte dos elementos da imagem final para se determinar quais

<sup>1</sup> $\mathbf{C}$  se refere a um espaço de cor. Quando sua dimensão é 1, a imagem é dita monocromática. Normalmente imagens digitais estão contidas em espaços de cor de 3 ou 4 dimensões, a depender do sistema de cor utilizado.

elementos da imagem original influenciam o seu valor. Para diminuir o *aliasing*<sup>2</sup> na imagem deformada, um processo de superamostragem é aplicado através da descoberta dos pixels vizinhos (com coordenadas de valores inteiros) a uma posição com coordenadas de valores não inteiros na imagem original. No caso 2D, 4 pixels na imagem original são ponderados para se obter o valor do pixel na imagem deformada.

## 3.2

### Deformação espacial

Seguindo a linha de Ruprecht, Nagel e Müller (1995), Gain e Bechmann (2008) fazem uma análise de diversas técnicas de deformação espacial segundo a perspectiva de quem usa ferramentas que realizam deformações sobre objetos. Tais ferramentas são classificadas de acordo com a dimensão em que operam: em  $0D$ , pontos; em  $1D$ , curvas; em  $2D$ , superfícies; e em  $3D$ , volumes.

Sob o esquema de deformação por pontos, deve-se informar o deslocamento e região de influência de cada ponto. A deformação é executada de tal forma que o deslocamento dos pontos seja respeitado, propagando tal deslocamento dentro da região de interesse informada. Apesar de sua baixa dimensionalidade, ela oferece uma grande liberdade, pois os pontos não sofrem as mesmas restrições das deformações baseadas em curvas ou em superfícies. Além do mais, é possível se escolher a técnica de deformação baseada em pontos tendo em vista ou o desempenho, ou a precisão, ainda podendo executar deformações locais ou globais no domínio de aplicação. A Figura 3.2 mostra uma deformação baseada em pontos.

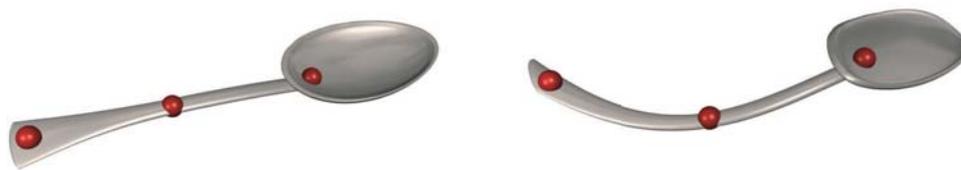


Figura 3.2: Deformação baseada em pontos. À esquerda, antes da deformação e à direita, depois da deformação. Adaptada de (Gain e Bechmann, 2008).

Para a deformação por curvas, uma ou mais curvas são usadas para determinar a deformação, que pode afetar todo o volume envolvente das curvas. Elas são melhor adaptadas para torções, dobramentos e afinamentos em relação a um eixo, introduzindo picos e vales em uma superfície, ou deformando um

<sup>2</sup>*Aliasing* pode ser entendido como um erro de reconstrução de um sinal amostrado cuja taxa ou frequência de amostragem é inferior à frequência de Nyquist, que é de duas vezes a frequência do sinal original. Em imagens, este erro se apresenta em forma de serrilhamento em linhas diagonais ou em forma de efeitos moiré (Mitchell e Netravali, 1988).

objeto ao longo de curvas formadoras do esqueleto do objeto. A Figura 3.3 traz um exemplo de deformação baseada em curva.



Figura 3.3: Deformação baseada em curvas. À esquerda, antes da deformação e à direita, depois da deformação. Adaptada de (Gain e Bechmann, 2008).

Deformações baseadas em superfícies são alcançadas movendo pontos de controle sobre uma malha bidimensional. Um desafio é a adequação destas superfícies ao objeto de estudo de tal forma a produzir convenientemente a deformação. Por exemplo, mapear uma superfície em um volume sísmico requer o uso de algoritmos específicos como o gerador de superfícies de falha de (Machado, 2007) ou o mapeador automático de horizontes e falhas de (Figueiredo, 2007), ambos usando o algoritmo de Gás Neural Evolutivo (Fritzke, 1995).

A Figura 3.4 exemplifica uma deformação baseada em superfície.

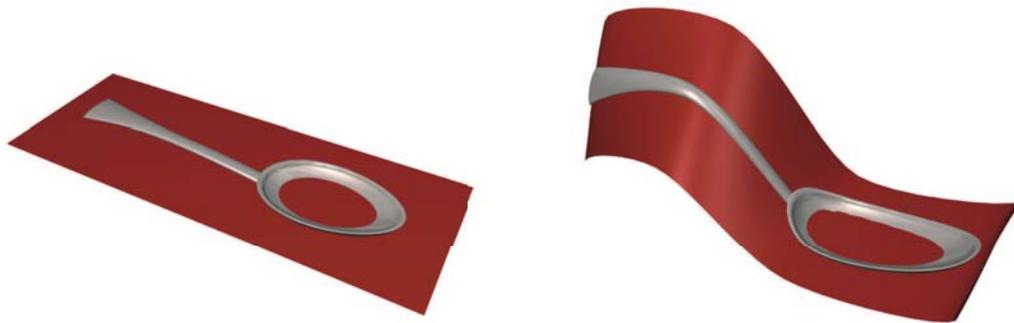


Figura 3.4: Deformação baseada em curvas. À esquerda, antes da deformação e à direita, depois da deformação. Adaptada de (Gain e Bechmann, 2008).

Deformações volumétricas são a extensão 3D das deformações por curvas ou por superfícies. A transferência das distorções dentro de todo o volume baseada nos pontos de controle estão dentre as técnicas mais recentes de deformação. Neste esquema a deformação pode ser determinada pela manipulação de um reticulado de pontos de controle, como mostra a Figura 3.5.

Um tipo de deformação baseada em pontos é a deformação radial simples, que oferece simplicidade e eficiência para todos os tipos de deformação

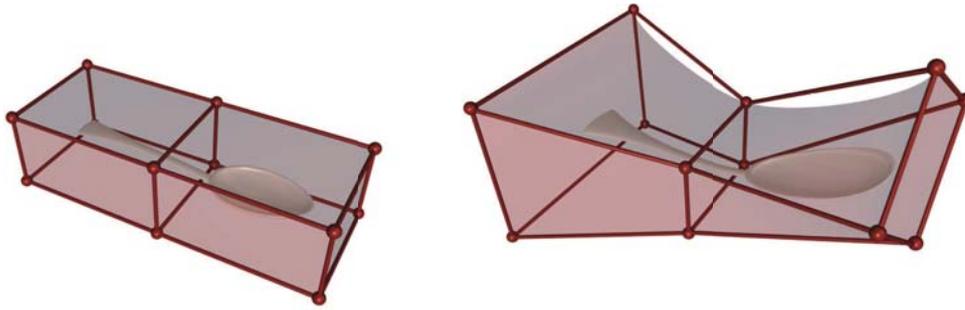


Figura 3.5: Deformação volumétrica de objeto. À esquerda, antes da deformação e à direita, depois da deformação. Adaptada de (Gain e Bechmann, 2008).

espacial. A deformação consiste em informar um conjunto de restrições, consistindo em um raio de influência ao redor de cada ponto, a posição inicial e a posição final de cada ponto. A deformação ocorre no restante do objeto de acordo com a distância de seus pontos aos pontos de controle anteriormente determinados.

Em Ruprecht, Nagel e Müller (1995) há a discussão sobre a deformação baseada em pontos através da interpolação de dados esparsos. Uma das formas discutidas é usando as funções de base radial. Os autores mostram um algoritmo de múltiplos passos para se conseguir uma deformação em 3D, quais sejam: expansão no eixo  $x$ , deformação no eixo  $x$ , expansão no eixo  $y$ , deformação no eixo  $y$ , deformação no eixo  $z$ , contração no eixo  $y$  e contração no eixo  $x$ . A Figura 3.6 mostra resultados obtidos em (Ruprecht, Nagel e Müller, 1995) aplicando seu algoritmo de múltiplos passos sobre um dado volumétrico.

### 3.3

#### Funções de base radial

Uma RBF (*radial basis function*) ou função de base radial  $\varphi : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função que satisfaz a propriedade  $\varphi(\mathbf{x}) \equiv \varphi(\|\mathbf{x}\|)$ , ou seja, é uma função que depende de uma distância para a origem ou  $\varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|)$ , sendo  $\mathbf{c}$  um ponto qualquer. Em outras palavras, é uma função radialmente simétrica a um centro determinado em relação à norma utilizada, possuindo simetria à bola unitária (Baxter, 1992).

As funções de base radial podem ser usadas para interpolação. Para este propósito, a função interpolante toma a forma

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n y_k \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_k\|), \quad \mathbf{x}, \mathbf{c}_k \in \mathbb{R}^d, \quad (3-1)$$

com os coeficientes  $y_k \in \mathbb{R}$ . Os vetores  $\mathbf{c}_k$   $d$ -dimensionais são os *centros* da

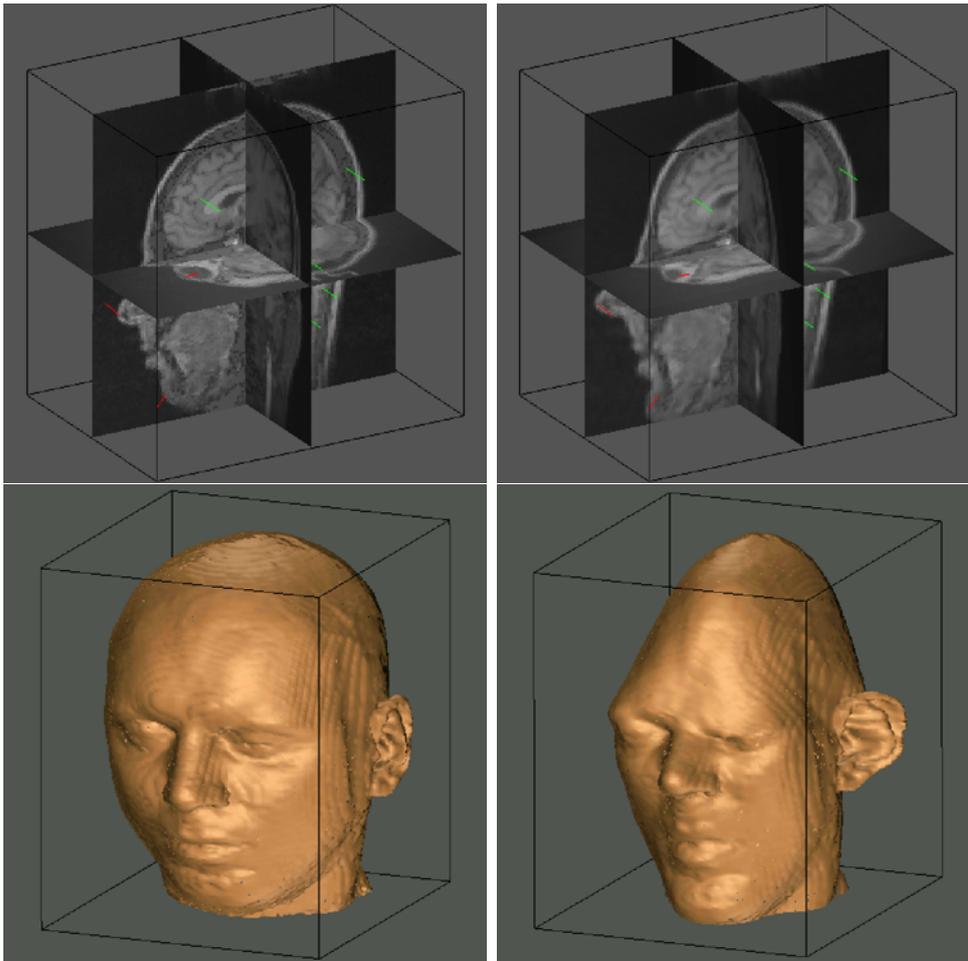


Figura 3.6: Deformação volumétrica de dado de aquisição médica. Adaptada de (Ruprecht, Nagel e Müller, 1995).

interpolação, e a Equação (3-1) pode ser interpretada como: a avaliação do interpolante em um ponto  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d$  é uma soma ponderada de  $n$  funções de base radial, cada qual com seu respectivo centro.

Do latim *interpolatione*, interpolação é uma operação matemática capaz de, a partir de pontos conhecidos de uma função, os pólos, determinar o valor de pontos internos ao fecho convexo destes pólos.

O problema de interpolação por funções de base radial resulta num sistema linear da forma

$$A\mathbf{y} = \mathbf{f}, \tag{3-2}$$

ou

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

em que

$$a_{ij} = \varphi(\|c_i - c_j\|), \quad i, j \in \{1, \dots, n\}$$

com  $\mathbf{y} = (y_k)_{k=1}^n$  sendo os coeficientes a determinar e  $\mathbf{f} = (f_k)_{k=1}^n$  sendo os valores conhecidos para as avaliações nos centros (ou pontos de controle)  $c_k$ .

O uso de métodos de interpolação baseados em funções de base radial é bastante atrativo pelo fato de que a unicidade de um único interpolante é garantida sob condições fracas, além de respeitar os centros  $c_k$ . Uma classe de casos especiais ocorre quando se usam *thin-plate splines* como funções de núcleo das RBFs. Sua forma é

$$tps(r) = \begin{cases} r^d \log r, & \text{se } d \text{ for par} \\ r^d, & \text{se } d \text{ for ímpar,} \end{cases} \quad (3-3)$$

com  $d \geq 2, d \in \mathbb{N}$ . Em (Boer, Schoot e Bijl, 2006), sugere-se que o interpolante tenha a forma

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^n y_k \varphi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_k\|) + P(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x}, \mathbf{c}_k \in \mathbb{R}^d, \quad (3-4)$$

sob a condição

$$\sum_{k=1}^n y_k p(c_k) = 0, \quad (3-5)$$

para todos os polinômios  $p$  de grau menor ou igual ao de  $P$  na Equação (3-4), garantindo a existência e unicidade da solução. Em (Boer, Schoot e Bijl, 2006),  $P$  representa o conjunto dos polinômios de grau menor ou igual a 1, tomando a forma  $P(\mathbf{x}) = a + bx + cy + dz$ , com  $\mathbf{x} = (x, y, z)$  e  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

Dinerstein, Egbert e Cline (2006) classificam a interpolação como um método de regressão, uma das formas do aprendizado de máquina.

Por meio de interpolação usando funções de base radial, de Boer, van der Schoot e Bijl (1996) introduzem um novo método de movimentação de vértices de malhas de quadriláteros e hexaedros. Sua técnica se resume à aplicação de sucessivas movimentações a partir dos pontos de controle da malha. A partir da posição inicial e final de um ponto de controle, esta trajetória é subdividida em passos. Para cada passo, um sistema linear como o da Equação (3-5) é resolvido. Os autores também fazem uma avaliação detalhada sobre várias funções de distância para determinar, sob aspectos de qualidade da malha final e de eficiência computacional, quais são as mais adequadas para a realização de translações simples, torções, dobramentos e outras deformações na malha. Este é o método empregado nesta dissertação para alcançar a deformação da sísmica.

A Figura 3.7 mostra dois tipos de movimentação aplicados a uma malha de quadriláteros usando *thin-plate-splines* como função núcleo das funções de base radial.

Uma vantagem de se usar funções de base radial para o propósito de

interpolação é a precisão, ou seja, os pontos de controle são respeitados. Além disso, dependendo da função núcleo utilizada, pode-se conseguir uma variação suave entre amostras vizinhas no domínio interpolado. Uma desvantagem é a necessidade de inverter matrizes. Os detalhes do processo de geração de matrizes para interpolação por funções de base radial é descrito na próxima seção.

### 3.4

#### Deformação de sísmica

O ajuste da sísmica 3D a poços pode vir a ajudar, pelo menos, a interpretação estrutural geológica. A sísmica ajustada a poços pode servir, posteriormente, como variável de suporte à estimação de propriedades físicas em todo o volume deformado.

O primeiro passo para realizar este ajuste é o de posicionar pontos – átomos como em Hale (2001, 2002) – de tal forma a gerar uma malha de triângulos ou de tetraedros com vértices alinhados às feições de interesse, que cubra todo o volume e que ainda apresente certa suavidade. Algumas técnicas para posicionamento de vértices e de geração de malhas foram discutidas no capítulo anterior. Os pontos gerados pelo primeiro passo são ligados através de uma triangulação (ou tetraedrização) de Delaunay. Alguns pontos adicionais são posicionados na borda do volume de forma a cobrir completamente o domínio de estudo.

O segundo passo é descobrir quais são os pontos de controle da deformação do volume. Este problema é abordado no capítulo seguinte, e subentendamos que, por ora, sabe-se quais os pares de pontos *origem-destino* da deformação e em quantos passos se deseja realizar esta deformação, como sugere o método de de Boer, van der Schoot e Bijl, citado anteriormente. Tais pares de pontos não fazem parte do conjunto dos vértices formadores da malha de tetraedros gerada em conformidade com as feições no dado. Fazem parte do conjunto de pontos de controle imóveis os oito vértices do paralelepípedo do volume sísmico e um conjunto de vértices posicionados sobre as faces do volume. A priori, todos os vértices internos ao volume são vértices livres, ou seja, podem ser movidos pela aplicação da matriz de interpolação por funções de base radial.

O terceiro e último passo é a realização da deformação em si. Aqui, dois subproblemas são resolvidos simultaneamente. O primeiro, de aplicação direta da matriz de interpolação por RBFs, e o segundo, de aplicação inversa da mesma matriz. Seja  $(\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i)$  um par origem-destino do ajuste da malha e seja  $\mathbf{d}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{u}_i$  o vetor deslocamento. Desta forma, temos:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_1) & \varphi(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_n) & P(\mathbf{u}_1) \\ \varphi(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) & \varphi(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_n) & P(\mathbf{u}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varphi(\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_1) & \varphi(\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{u}_n, \mathbf{u}_n) & P(\mathbf{u}_n) \\ P(\mathbf{u}_1)^T & P(\mathbf{u}_2)^T & \cdots & P(\mathbf{u}_n)^T & [0]_{4 \times 4} \end{bmatrix}}_{A_D} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{d1} \\ \mathbf{y}_{d2} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{d_{n+4}} \end{bmatrix}}_{Y_D} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{d}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{d}_n \\ [0]_{4 \times 3} \end{bmatrix}}_{D_D}, \quad (3-6)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_1) & \varphi(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_n) & P(\mathbf{v}_1) \\ \varphi(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_1) & \varphi(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_n) & P(\mathbf{v}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \varphi(\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_1) & \varphi(\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_2) & \cdots & \varphi(\mathbf{v}_n, \mathbf{v}_n) & P(\mathbf{v}_n) \\ P(\mathbf{v}_1)^T & P(\mathbf{v}_2)^T & \cdots & P(\mathbf{v}_n)^T & [0]_{4 \times 4} \end{bmatrix}}_{A_I} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_{i1} \\ \mathbf{y}_{i2} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{i_{n+4}} \end{bmatrix}}_{Y_I} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{d}_1 \\ -\mathbf{d}_2 \\ \vdots \\ -\mathbf{d}_n \\ [0]_{4 \times 3} \end{bmatrix}}_{D_I}, \quad (3-7)$$

onde  $n$  é a quantidade de pontos de controle  $P(\mathbf{u}_i)$  e  $P(\mathbf{v}_i)$  representam os vetores  $\mathbf{u}_i$  e  $\mathbf{v}_i$  respectivamente na forma de uma matriz linha, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} P(u_i) &= [1 \ x_{u_i} \ y_{u_i} \ z_{u_i}] \\ P(v_i) &= [1 \ x_{v_i} \ y_{v_i} \ z_{v_i}] \end{aligned} .$$

Sendo assim, é necessário descobrir as matrizes  $Y_D$ , de interpolação direta, para movimento dos vértices, e  $Y_I$ , de interpolação inversa, para o reposicionamento dos voxels, cujo processo é idêntico ao de *warping* de imagens. Esta descoberta se resolve através das expressões:

$$\begin{aligned} Y_D &= A_D^{-1} D_D \\ Y_I &= A_I^{-1} D_I \end{aligned}$$

As matrizes  $Y_D$ ,  $Y_I$ ,  $D_D$  e  $D_I$  têm  $n+4$  linhas e 3 colunas, cada coluna para uma coordenada. As primeiras  $n$  linhas das matrizes  $Y_D$  e  $Y_I$  são compostas por pesos associados às coordenadas de cada ponto de controle. As demais linhas são os coeficientes do polinômio de grau 1 usado para mapear translações. As primeiras  $n$  linhas das matrizes  $D_D$  e  $D_I$  contém as coordenadas dos deslocamentos de cada ponto de controle, e as demais linhas são preenchidas com zeros.

Para se descobrir a posição final  $\mathbf{k}'$  de um vértice  $\mathbf{k}$ , deve-se aplicar a seguinte fórmula:

$$\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \text{desl}_{dir}(\mathbf{k}),$$

onde

$$desl_{dir}(\mathbf{k}) = \left[ \varphi(u_1 - k) \quad \cdots \quad \varphi(u_n - k) \quad P(k) \right]_{1 \times (n+4)} Y_D$$

Para descobrir a posição final  $\mathbf{k}_{inv}'$  de um ponto  $\mathbf{k}_{inv}$  do domínio deformado no domínio original (com o propósito de realizar mapeamento de textura), deve-se aplicar a seguinte formula:

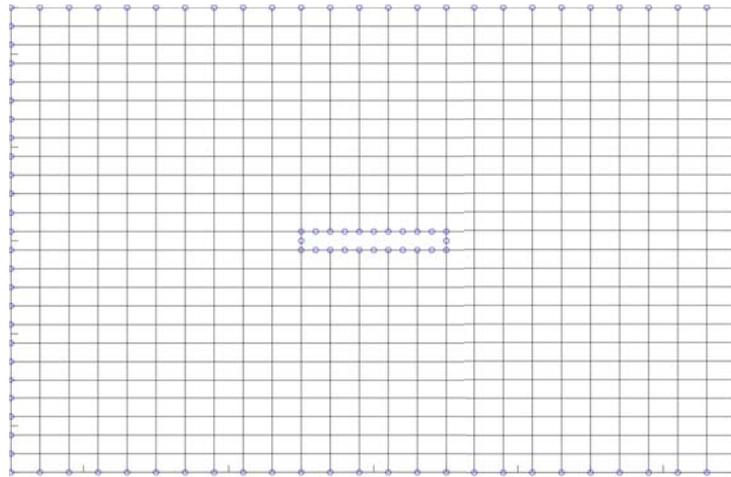
$$\mathbf{k}_{inv}' = \mathbf{k}_{inv} + desl_{inv}(\mathbf{k}_{inv}),$$

onde

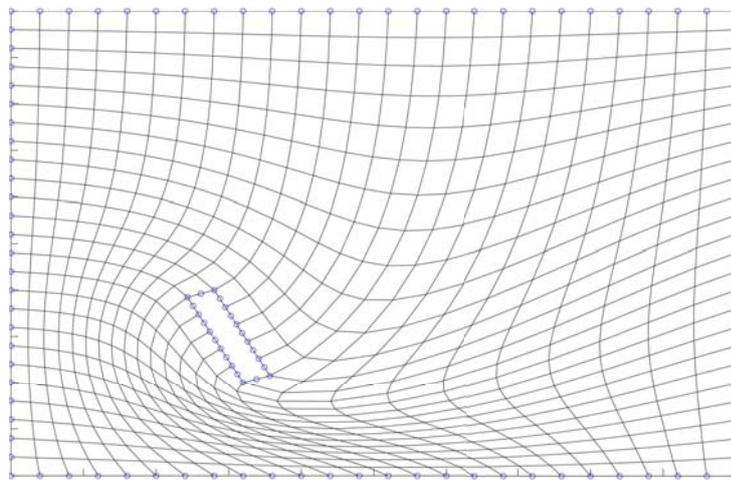
$$desl_{inv}(\mathbf{k}_{inv}) = \left[ \varphi(v_1 - k) \quad \cdots \quad \varphi(v_n - k) \quad P(k) \right]_{1 \times (n+4)} Y_I$$

A Figura 3.8 mostra imagens onde as duas matrizes de interpolação foram utilizadas.

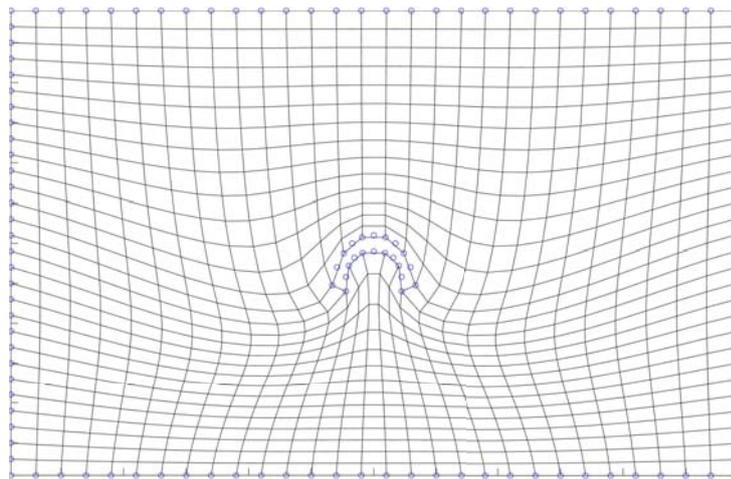
O mapeamento de uma posição no volume deformado para as coordenadas de textura correspondentes ao volume original pode acelerar a visualização do volume deformado. Por conta de a interpolação por funções de base radial ser um processo não linear, e o mapeamento de textura ser um processo linear, a visualização de triângulos com textura mapeada pode criar discontinuidades, fato comprovado e exibido no capítulo de resultados.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.7: Movimentação de malha usando interpolação por funções de base radial. Note-se que os pontos de controle são marcados por círculos. Acima, em (a), malha original. Ao centro, em (b), retângulo central foi movido. Abaixo, em (c), retângulo central sob dobramento. Adaptada de (Boer, Schoot e Bijl, 2006).

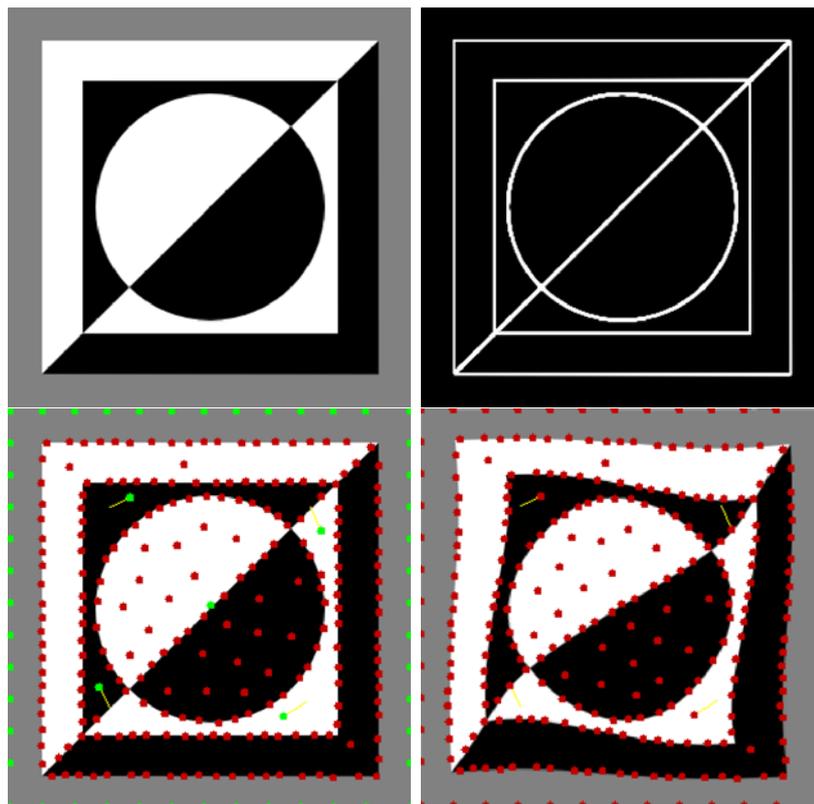


Figura 3.8: Deformação de figura. Imagem original acima e à esquerda adaptada de Esperança, Oliveira e Cavalcanti (2008). A imagem acima e à direita resulta da aplicação dos operadores de Sobel sobre a imagem original. Abaixo à esquerda, pontos gerados usando o algoritmo de malhas atômicas não determinísticas, parte dos quais usados como pontos de controle (em verde). Abaixo à direita, resultado da aplicação das matrizes de interpolação direta (pontos movidos) e inversa (pixels da imagem movidos).