

7

Resultados

Este capítulo apresenta uma aplicação dos modelos apresentados anteriormente. Para tanto, foram efetuadas duas etapas: primeiro, os modelos foram validados para uma opção indexada europeia. Isso é, a solução analítica de Johnson e Tian (2000) foi calculada e comparada com o método numérico do binomial estendido (com a carência igual à T) e com uma simulação de Monte Carlo. A verificação da convergência dos métodos numéricos à solução analítica para o caso base foi verificada. Com isso foi possível verificar que os modelos propostos neste trabalho são consistentes.

Validados, os modelos binomial e binomial estendido podem ser então aplicados a casos mais realistas, onde o período de carência é inferior à expiração. A segunda etapa apresenta este cenário.

7.1

Validação do modelo para opções europeias

Com o objetivo de verificar a consistência do modelo proposto para apreçar opções europeias, foi construído um caso base supondo os seguintes parâmetros:

Tabela 2 - Parâmetros do caso base – opção europeia

σ_S	20,0%	S_0	50	λ	1
σ_I	15,0%	I_0	30.000	r	10,0%
ρ	0,75	q_I	0%	ω	0,0%
q_S	2,5%	T	10 anos		

Estes parâmetros serviram como base para calcular as seguintes variáveis:

Tabela 3 - Valores calculados

σ_a	13,23%	H_0	50
σ_H	15,00%	β	1
η	-0,025		

Nota: $\sigma_a^2 = \sigma_S^2 \cdot (1 - \rho^2)$

7.1.1

Johnson-Tian (2000)

Este modelo apresentou os seguintes resultados para o caso base:

Tabela 4 - Solução analítica

Black, Scholes e Merton (1)	21,49
Johnson e Tian (2)	6,45
(2)/(1)	30%

Nota: BSM foi calculado supondo $X=50$.

Pelo fato de considerar o preço de exercício estocástico e filtrar o risco sistemático da opção, o valor da ESO indexada representa apenas 30% do valor Black e Scholes (1973) e Merton (1973). A diferença é relevante e dá a dimensão das imprecisões que podem ser geradas caso empresas com planos de opções indexados utilizem a metodologia equivocada no apuração.

7.1.2

Simulação de Monte Carlo

De modo a obter respaldo adicional, uma simulação de Monte Carlo foi efetuada. Para tanto, foram simulados os processos estocásticos de S_t e H_t para 1.000 trajetórias e os respectivos *payoffs* foram encontrados. Seguindo os supostos

de Johnson e Tian (2000), S_t e H_t seguem movimentos geométricos brownianos correlacionados.

Preço da ação:
$$\frac{dS}{S} = (r - q_S)dt + \sigma_S dz_S \dots (54)$$

Ativo referência:
$$\frac{dH}{H} = (r - q_S)dt + \rho\sigma_S dz_1 \dots (55)$$

7.1.2.1

Decomposição de Cholesky

A geração de dz_S e dz_1 correlacionados foi feita pela decomposição de Cholesky. Este método funciona da seguinte maneira. Sejam $z_{S,t}$ e $z_{1,t}$ variáveis aleatórias independentes no tempo t . A geração de uma trajetória com correlação igual a ρ segue a seguinte regra:

$$z_{1,t}^\rho = \rho \cdot z_{S,t} + \sqrt{1 - \rho^2} \cdot z_{1,t} \dots (56)$$

7.1.2.2

Equações de simulação

Geradas as variáveis aleatórias correlacionadas, o próximo passo é definir as equações de simulação. Aplicando o lema de Itô e integrando, chega-se à seguinte equação para S_t :

$$S_t = S_0 \cdot e^{\left[\left(r - q_S - \frac{\sigma_S^2}{2} \right) \cdot (T-t) + \sigma_S \cdot z_{S,t} \cdot \sqrt{T-t} \right]} \dots (57)$$

Repetindo o procedimento para H_t chega-se a:

$$H_t = H_0 \cdot e^{\left[\left(r - q_s - \frac{(\sigma_s \cdot \rho)^2}{2} \right) (T-t) + \rho \cdot \sigma_s \cdot z_{t,T}^{\rho} \cdot \sqrt{T-t} \right]} \dots (58)$$

O *payoff* na maturidade para a trajetória j é:

$$C_{T,j} = \max\{S_{T,j} - H_{T,j}, 0\} \dots (59)$$

A média aritmética destes *payoffs* é então descontada à taxa livre de risco r , de modo que o valor da opção é dado por:

$$C_t^{MC} = e^{-r \cdot t} \frac{\sum_{j=1}^M C_{T,j}}{M} = e^{-r \cdot t} \frac{\sum_{j=1}^M \max\{S_{T,j} - H_{T,j}, 0\}}{M} \dots (60)$$

7.1.2.3

Resultados

Conforme mencionado anteriormente, a opção indexada só tem valor na medida em que o retorno da ação superar o retorno do ativo referência. O gráfico a seguir mostra uma trajetória para os processos estocásticos S e H :

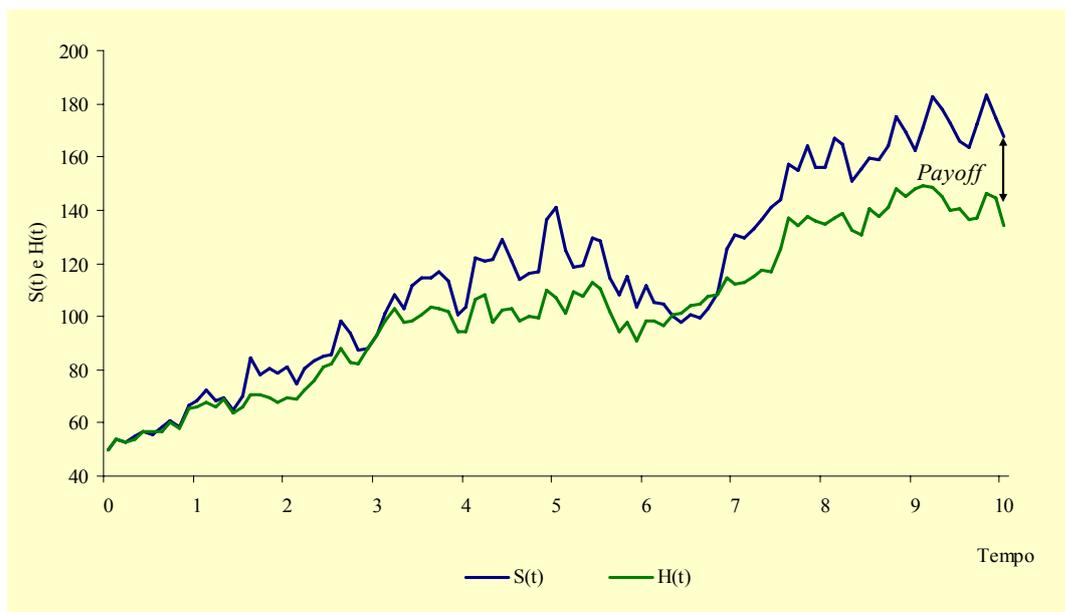


Figura 12 - Caminho possível para S e H

A tabela a seguir resume a convergência das simulações efetuadas:

Tabela 5 - Convergência do método de Monte Carlo

Iterações	MC	JT	Dif. %
100	6,50	6,45	0,69%
500	6,46	6,45	0,15%
1.000	6,46	6,45	0,13%
5.000	6,45	6,45	0,03%
10.000	6,45	6,45	0,00%

A tabela anterior mostra que o método de Monte Carlo converge para a solução analítica de Johnson e Tian (2000). De modo a otimizar a eficiência computacional, foi feita uma análise da evolução da variância de acordo com o número de iterações efetuadas:

Tabela 6 - Evolução da variância

Iterações	Média (1)	Desvio padrão (2)
100	6,50	0,51
500	6,46	0,45
1.000	6,46	0,44
5.000	6,45	0,44
10.000	6,45	0,45

A partir de um determinado ponto não há ganho significativo na redução da variância, que permanece estável entre 0,44 e 0,45. Sendo assim, como caso base foi escolhido o valor de 6,46 obtido com 1.000 iterações.

O *payoff* no vencimento se distribuiu da seguinte maneira:

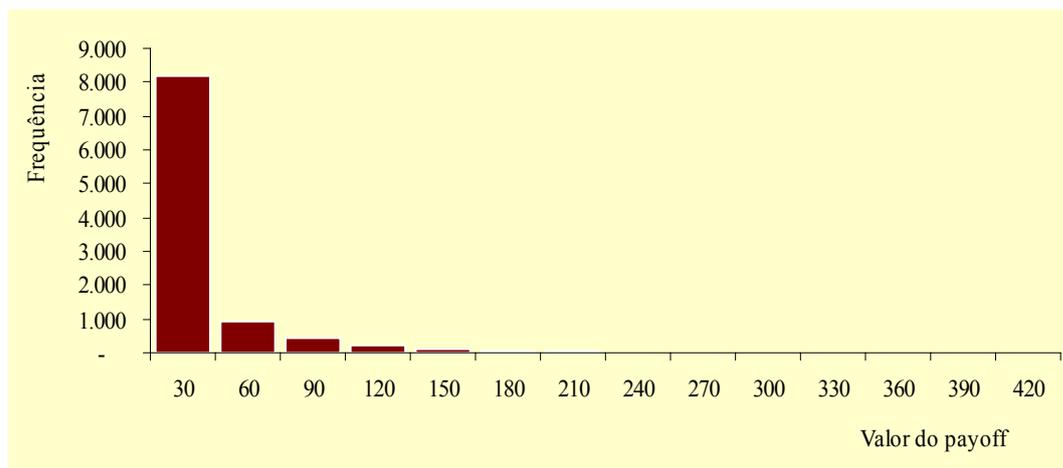


Figura 13 - Histograma dos *payoffs* no vencimento

Nota: Gráfico para 10.000 simulações.

O histograma a seguir apresenta a distribuição obtida para o valor da opção:

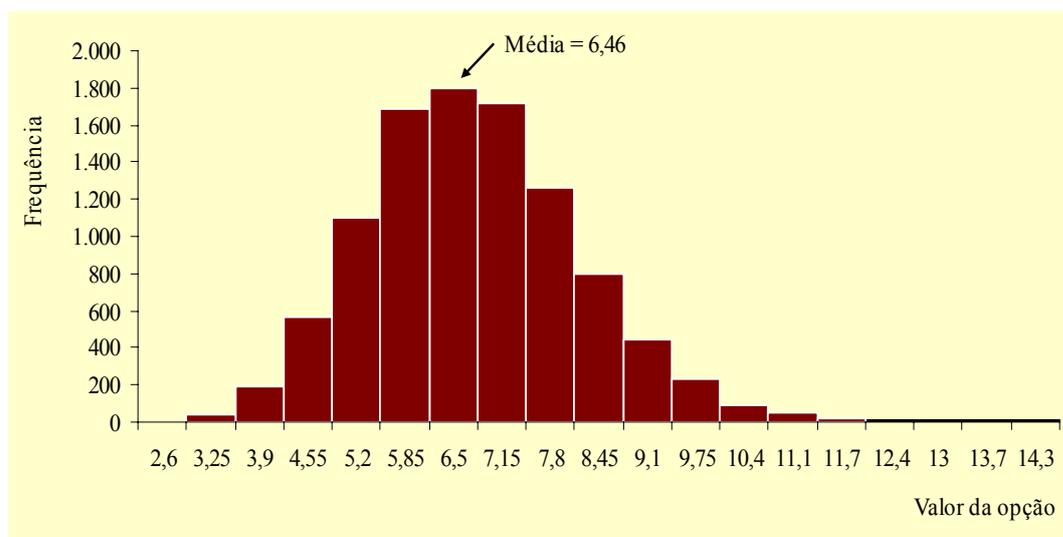


Figura 14 - Histograma obtido na simulação para o valor da opção

Nota: Gráfico para 10.000 simulações.

7.1.3

Modelo binomial indexado

Em relação ao modelo binomial indexado, os seguintes resultados foram obtidos:

Tabela 7 - Resultados do modelo binomial indexado

Passos	Binomial indexado	Johnson-Tian	Dif. %
10	6,29	6,45	2,53%
15	6,56	6,45	1,60%
20	6,37	6,45	1,26%
25	6,51	6,45	0,97%
30	6,40	6,45	0,84%
40	6,41	6,45	0,63%
50	6,42	6,45	0,50%
60	6,42	6,45	0,42%
70	6,43	6,45	0,36%
80	6,43	6,45	0,31%
90	6,43	6,45	0,28%
100	6,44	6,45	0,25%

Inicialmente, com 10 passos na árvore binomial, o resultado obtido de 6,29 apresenta uma diferença de 2,53% em relação ao valor da solução analítica de Johnson-Tian (2000). Com o aumento gradativo do número de passos (diminuição de Δt), o valor apresentado pelo modelo binomial aproxima-se da solução analítica. Finalmente, com 100 passos, a diferença entre os modelos é de apenas 0,25%. Deste modo, o caso base escolhido refere-se ao modelo com 100 passos.

Tabela 8 - Comparação dos modelos

Modelo	Valor	Dif. %
Black, Scholes e Merton	21,49	n.a.
Johnson e Tian	6,45	n.a.
Binomial indexado	6,44	0,25%
Binomial indexado estendido	6,44	0,25%
Monte Carlo	6,46	0,01%

A diferença percentual apresentada refere-se ao modelo de Johnson e Tian (2000). Ainda que no método de Monte Carlo a diferença seja que apenas 0,01%, o modelo binomial indexado consegue bons resultados.

Apenas a título de observação, foi incluído na tabela acima o valor do modelo binomial estendido, de modo a mostrar que quando a opção é européia, (i.e., quando o período de carência é igual à maturidade), o valor obtido é idêntico ao do modelo binomial indexado. Este resultado é esperado, já que como o executivo só pode exercer a ESO na maturidade, sua política individual de exercício não é relevante para a determinação do valor da opção. Não importa a necessidade pessoal de liquidez deste indivíduo: sua ESO só se transformará em fluxo de caixa quando $t=T$.

A figura a seguir mostra a convergência dos métodos binomiais à solução analítica e à simulação de Monte Carlo:

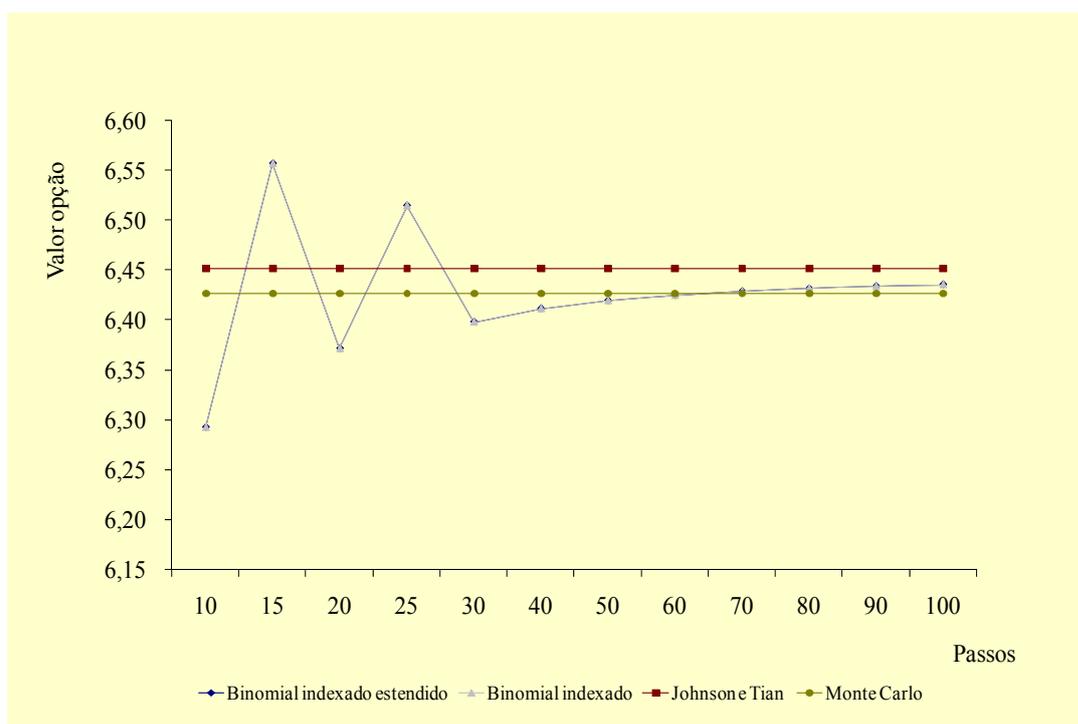


Figura 15 - Convergência dos métodos utilizados.

Conforme esperado, os modelos apresentados convergem, de modo que é possível ter maior respaldo em relação aos resultados obtidos. A próxima seção irá analisar os resultados para o caso mais realista de uma opção americana após o período de carência.

7.2

Validação do modelo para opções americanas

A opção americana, por permitir o exercício ao longo da vida da opção, deve apresentar valor maior ou igual ao da opção européia, segundo a seguinte expressão:

$$\text{Valor opção americana} = \text{valor opção européia} + \text{prêmio de exercício}$$

Demonstra-se que se o *dividend yield* do ativo subjacente for positivo, como no caso aqui analisado, (i.e. $q_s > 0$), então o exercício antecipado pode ser ótimo. Sendo assim, é de se esperar que o modelo binomial indexado e binomial indexado estendido apresentem valores superiores aos obtidos na seção anterior.

7.2.1

Caso base

Tendo sido feita a validação dos modelos para opções européias, o próximo passo é modelar o caso mais geral de opções americanas. Para tanto, adicionalmente aos parâmetros da Tabela 2, as seguintes suposições foram feitas para a construção do caso base de ESOs americanas.

Tabela 9 - Parâmetros adicionais

carência	5 anos	M	1,5
ω	1,5%		

Sendo o prazo total da opção de 10 anos, foi estipulada uma carência de 5 anos. O múltiplo (M) igual a 1,5 define a política de exercício do executivo, no qual toda vez que o valor da ação atingir 1,5 vezes o valor do preço de exercício, a ESO será exercida. Ou seja, a meta subjetiva de retorno é de 50%. Por fim, uma taxa de cancelamentos de ω considera que 1,5% das ESOs em aberto serão canceladas ou abandonadas a cada ano.

7.2.1.1

Opções européias

Ainda que esta seção vá tratar de opções americanas, as soluções analíticas das opções européias foram calculadas de modo a servirem de referência para o cálculo do prêmio pelo exercício antecipado. Os modelos Black e Scholes (1973) e Merton (1973) e Johnson e Tian (2000) foram ajustados para considerar a taxa de cancelamentos (ω). Por serem européias, não foram feitos ajustes de modo a considerar o múltiplo (M). As expressões finais são:

$$\text{BSM:} \quad C_t^{BSM} = (1 - \omega)^\tau \cdot [S_t \cdot e^{-q_s \tau} \cdot N(d_1^{BSM}) - X \cdot e^{-r \tau} \cdot N(d_2^{BSM})] \dots (61)$$

$$\text{Johnson e Tian:} \quad C_t^{JT} = (1 - \omega)^\tau \cdot e^{-q_s \tau} [S_t \cdot N(d_1^{JT}) - H_t \cdot N(d_2^{JT})] \dots (62)$$

Cabe mencionar que não foi efetuada a simulação de Monte de Carlo para ESOs americanas, pelo fato da simulação de derivativos americanos ser bem mais complexa que o caso europeu. Como o objetivo do presente trabalho é o de propor um método simples para apreçar ESOs indexadas que passam a ser americanas ao fim da carência, o foco será no modelo binomial.

7.2.1.2

Resultados

A tabela a seguir apresenta os resultados para o caso base:

Tabela 10 - Comparação dos modelos (americanas)

Modelo	Valor	Prêmio	Dif. % - Prêmio
Binomial indexado estendido	6,32	0,77	-
Binomial indexado	6,36	0,81	5%
Johnson e Tian (europeia)	5,55	-	-

De acordo com o esperado, tanto o valor do modelo binomial indexado, quanto o obtido com o binomial indexado estendido são superiores ao da opção européia. O ganho por possuir uma opção americana exercível após 5 anos pode chegar a 0,81. No entanto, conforme mostrado pelo modelo estendido, caso o

executivo possua necessidades de liquidez pessoal de tal forma que o exercício seja feito cada vez que o valor da ação atingir 1,5 vezes o valor do preço de exercício, então o ganho é reduzido para 0,77. Ou seja, há um sacrifício do valor no tempo da opção. Este resultado é consistente com a literatura de ESOs revisada anteriormente. Em relação ao prêmio de exercício, a Tabela 10 mostra que caso não haja necessidade pessoal de liquidez, o prêmio obtido é 5% maior. O exercício antecipado, através do múltiplo M , causa bastante impacto no valor da ESO. Este ponto será analisado com maior detalhe mais adiante no trabalho.

7.2.1.3

Convergência

A figura a seguir apresenta a convergência dos modelos propostos:

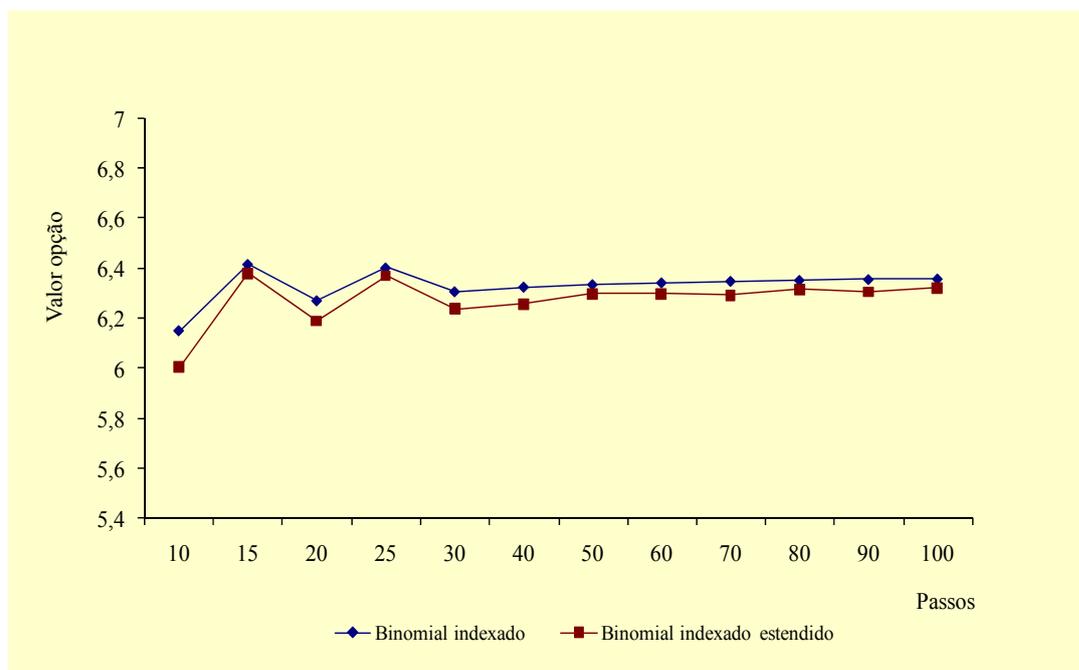


Figura 16 - Convergência do modelo binomial indexado estendido

O modelo binomial indexado está situado acima do estendido por possuir uma política de exercício ótima, enquanto no modelo estendido a política é determinada pelo múltiplo. É possível ver que após 60 passos o resultado apresentado por ambos os modelos já é razoavelmente próximo ao do caso base

(de 100 passos). Pode-se ver ainda que o padrão de convergência dos modelos é semelhante.

7.2.1.4 Valor no tempo das opções

A figura a seguir mostra o valor dos modelos analisados para diferentes preços do ativo base:

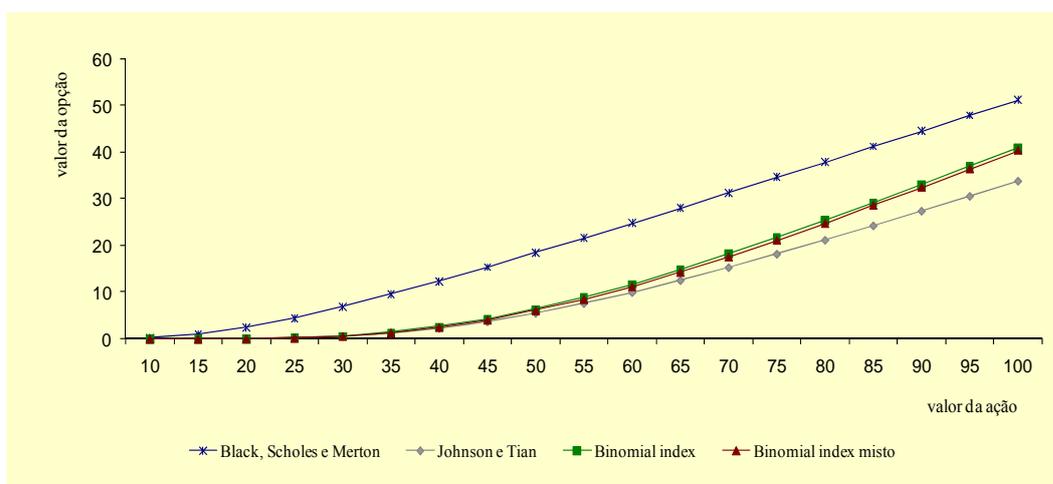


Figura 17 - Valor da opção para diferentes preços da ação (caso base)

Conforme esperado, o valor do modelo Black e Scholes (1973) e Merton (1973) é superior aos modelos propostos neste trabalho. Tendo em vista que as curvas foram geradas para o caso base (onde $X = H_t = 50$), é interessante perceber que quando a opção está aproximadamente *at the money*, na faixa de valor para o preço da ação entre 40 e 60, os valores dos modelos de Johnson e Tian (2000), binomial indexado e binomial indexado estendido são aproximadamente iguais. Na medida em que o preço da ação cresce e, portanto a ESO torna-se cada vez mais *in the money*, os valores dos modelos binomiais se descolam da solução analítica – justamente porque o prêmio para o exercício antecipado é cada vez maior.

7.2.2

Curva de gatilho

Conforme mencionado anteriormente, o modelo binomial indexado estendido caracteriza-se por incorporar na avaliação a política de exercício sub-ótima de funcionários e executivos. O modelo binomial indexado, no entanto, apresenta política de exercício ótima. De modo a evidenciar esta política, foi construída uma curva de gatilho aproximada para o caso base.

Para construir a curva foi verificado na árvore para cada período o primeiro nó onde havia exercício. Para estes nós foi observado então qual o valor correspondente na árvore dos numerários. A curva de gatilho aproximada para o caso base é apresentada a seguir:

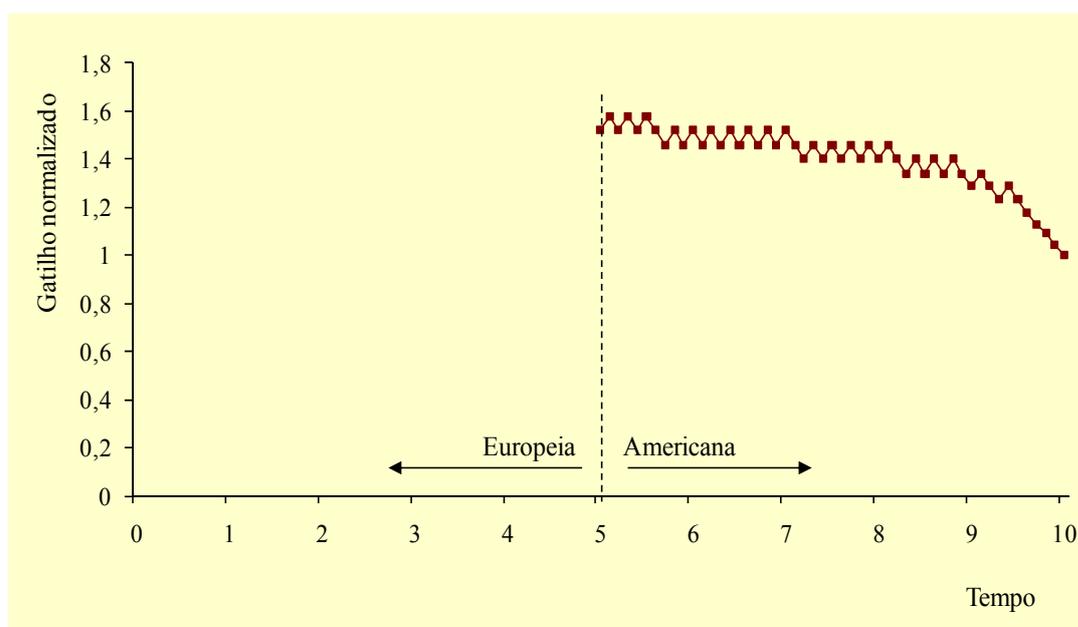


Figura 18 - Curva de gatilho normalizado para o modelo binomial indexado (carência = 5 anos)

A curva de gatilho apresentada na figura anterior oscila devido a discretização do método binomial. Com o aumento no número de passos, esta curva se suavizaria cada vez mais. Uma curva contínua seria obtida por meio de uma solução analítica ou simulação de Monte Carlo. O importante da figura, no entanto, é a tendência geral de queda da curva de gatilho conforme a política de exercício ótima do modelo binomial indexado. Tendo em vista que no caso base a

opção torna-se exercível apenas a partir do quinto ano (pois a carência é igual a 5 anos), a curva de gatilho só existe entre quinto e o décimo ano.

A seguir, a título de ilustração, é apresentada a curva de gatilho caso o período de carência da ESO fosse igual a zero.

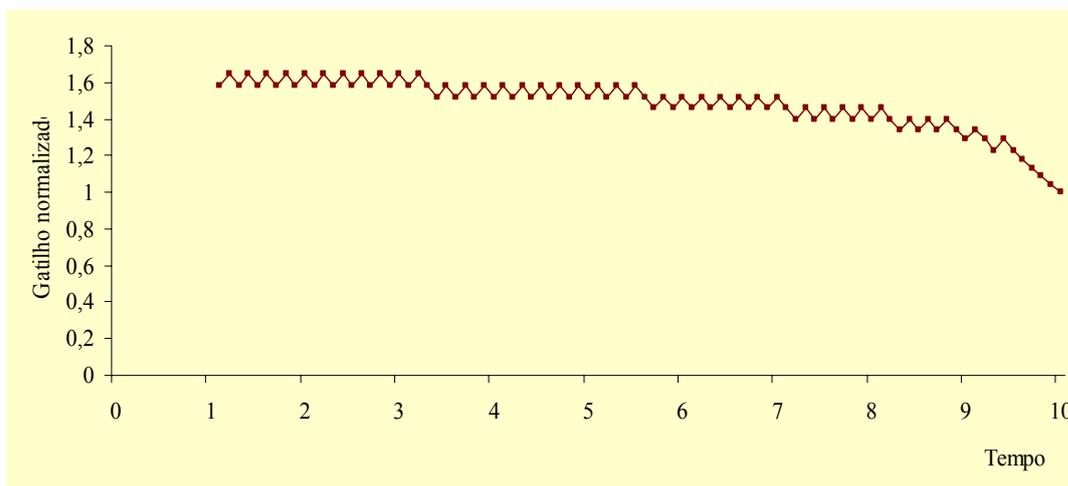


Figura 19 - Curva de gatilho normalizado para o modelo binomial indexado (carência = zero)

A curva de gatilho no caso de a ESO ser totalmente americana tem forma similar à apresentada na Figura 18. Cabe ressaltar que a política ótima de exercício desta opção permite o exercício apenas a partir do primeiro ano (não há gatilho antes deste período). Esta característica pode ser interpretada da seguinte maneira: como no início da outorga há pouca informação, a política ótima determina que não haja exercício em nenhum dos possíveis preços, para que não haja sacrifício do valor no tempo da opção.

7.2.2.1

Políticas de exercício

A seção anterior mostrou que o gatilho normalizado possui valor máximo de aproximadamente 1,6 no início da vida da opção. Tendo em vista que o caso base para o modelo binomial indexado estendido foi construído com um múltiplo de $M=1,5$ (vide Tabela 9), fica evidente a política de exercício sub-ótima deste modelo:

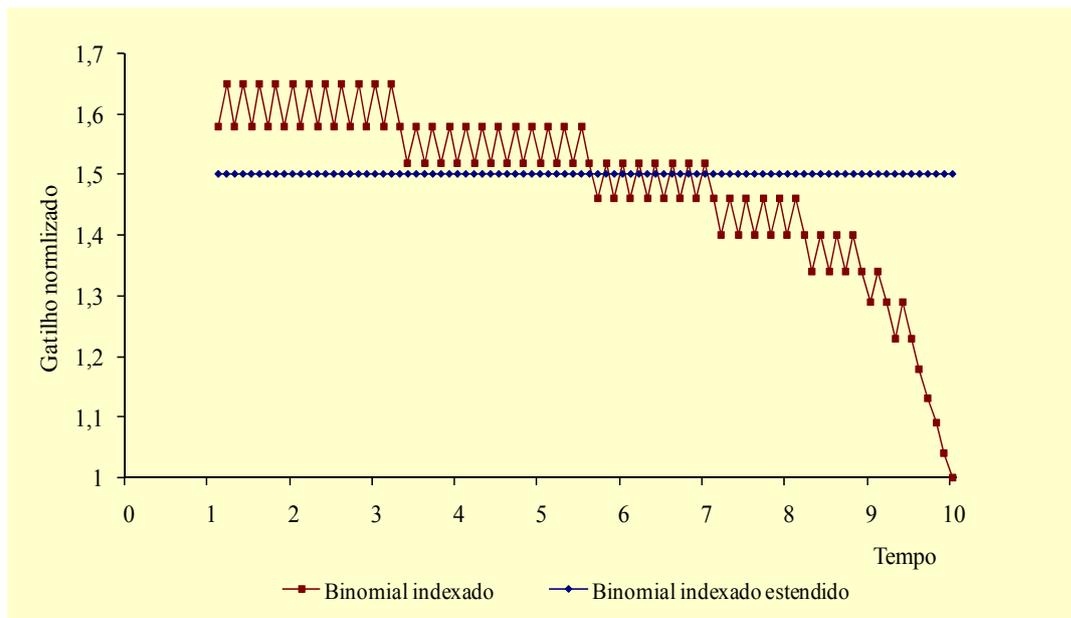


Figura 20 - Comparação das políticas de exercício

A figura acima mostra o sacrifício de valor imposto pela política sub-ótima de exercício do modelo binomial indexado estendido (se o preço spot da ação estiver entre o múltiplo e o gatilho):

- i. Se o múltiplo estiver abaixo da curva de gatilho: o executivo irá exercer a ESO quando o eficiente seria mantê-la;
- ii. Se o múltiplo estiver acima da curva de gatilho: o executivo irá manter a opção quando o ótimo seria exercê-la.

7.2.3

Análise de sensibilidade nos parâmetros

Os resultados para o caso base fornecem idéias interessantes acerca do comportamento de ESOs indexadas. O objetivo agora é mostrar uma análise de sensibilidade nos principais parâmetros de modo a observar o comportamento dos modelos frente a diferentes *inputs*. Esta análise é de suma importância, pois quando implementado na prática, a estimativa dos parâmetros está sujeita a imprecisões e inconsistência de dados. Desta forma, entender a maneira como o valor fornecido pelos modelos reage a tais variações é importante.

7.2.3.1

Múltiplo (M)

Pelo fato de definir a política de exercício da ESO, este parâmetro pode ser considerado um dos mais importantes. A figura a seguir apresenta a evolução no valor do modelo binomial indexado estendido (no caso base) para diferentes valores de M .

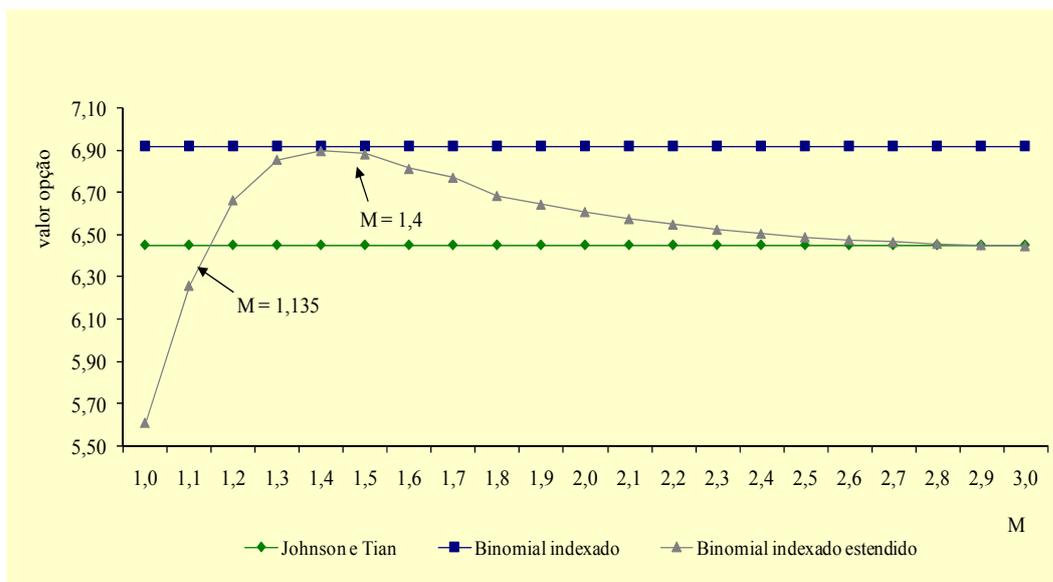


Figura 21 - Convergência da opção com M ($\omega = 0\%$)

Para $M < 1,135$ o valor do modelo binomial estendido é inferior ao da opção européia. Este resultado, a princípio surpreendente, pode ser interpretado da seguinte forma: para múltiplos muito pequenos, a opção é imediatamente exercida (logo após o fim do período de carência), e quase todo seu valor intertemporal é sacrificado. Com isso, seu valor é inferior ao da opção européia. À medida que M sobe e a ESO é mantida “viva” por mais tempo, existe um múltiplo que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido. Com todos os parâmetros do caso base inalterados (a exceção de ω que nesse caso é igual a zero), o M que maximiza o valor da opção é igual a 1,4. Neste ponto o modelo binomial indexado estendido converge para o modelo binomial indexado. Este resultado é intuitivo: no ponto de máximo, os modelos são equivalentes; i.e., a política de exercício ótima é a mesma. Finalmente, para $M > 1,4$ é possível ver que o modelo binomial indexado estendido converge gradativamente para a solução analítica de Johnson

e Tian (2000). Este fato é também consistente, já que na medida em que o executivo, por ter menor necessidade de liquidez, demanda um retorno maior para que o exercício valha a pena (maiores M 's), a opção é mantida “viva” por muito mais tempo. No limite, quando M tende a infinito, o valor desta opção convergirá para o da opção européia.

Em suma, o valor do modelo binomial indexado estendido é intermediário entre os modelos de Johnson e Tian (2000) e binomial indexado. Este fato é de extrema importância, pois mostra a consistência interna dos modelos. Ainda, na eventualidade de um erro na estimativa de M , o valor encontrado residiria entre 6,45 e 6,92, um range de apenas 0,47, o que reduz as imprecisões de uma estimativa equivocada.

Para o caso base ($\omega = 1,5\%$), o modelo binomial indexado tem valor de 6,36 e a solução européia resulta em 5,55. O range aumenta ligeiramente para 0,81. O múltiplo M que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido é o mesmo (1,4). A figura abaixo mostra a tendência do caso base:

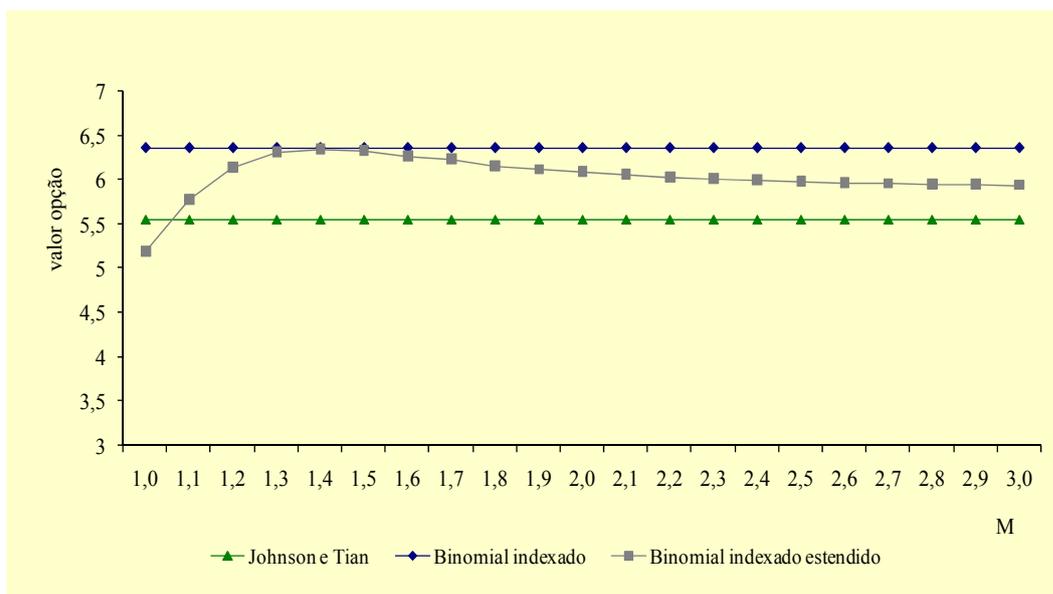


Figura 22 - Convergência da opção com M (caso base, $\omega=1,5\%$)

Quando a taxa de cancelamentos é maior que zero o valor do modelo estendido converge para um valor maior que o da opção européia, pois conforme expresso no segundo termo da fórmula (47), a cada período existe um percentual de opções que serão canceladas e, portanto exercidas. A fórmula de Johnson e

Tian (2000) não captura esse evento (pois considera uma opção européia – apenas o percentual de opções canceladas e não exercidas).

É importante mostrar que esta convergência não se restringe ao caso base. A figura a seguir mostra a convergência para diferentes múltiplos:

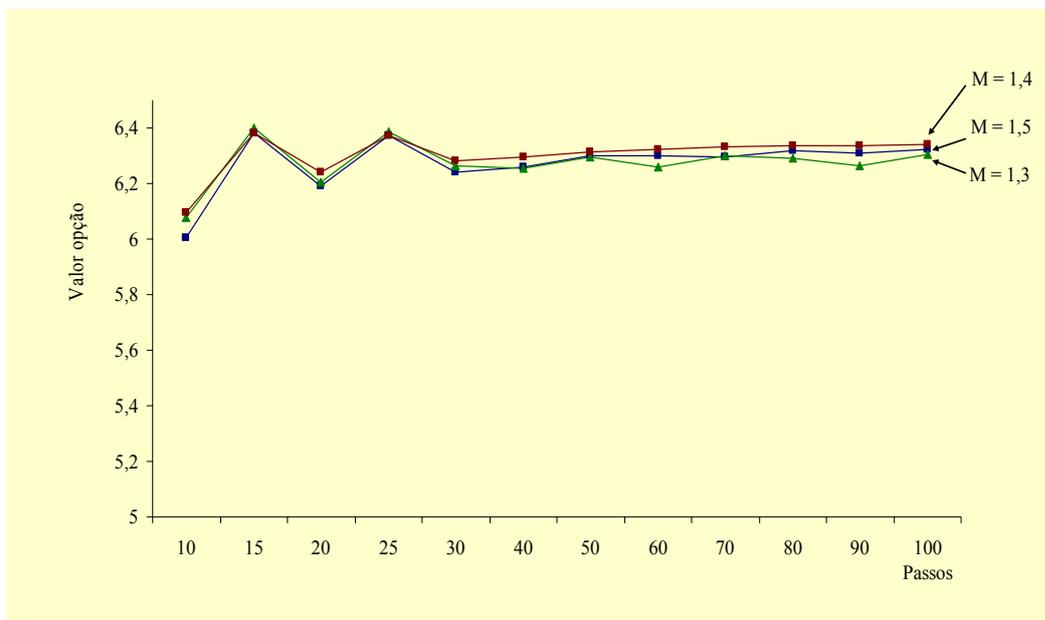


Figura 23 - Convergência para diferentes valores de M

Como esperado, o valor de M que maximiza o valor do modelo binomial indexado estendido é o valor de 1,4 encontrado na Figura 21. Neste valor, os modelos são praticamente equivalentes, inclusive no que concerne a tendência de convergência. Para múltiplos acima ou abaixo de 1,4 o valor do modelo binomial indexado estendido é menor (em linha com o resultado obtido na Figura 21).

7.2.3.2

Taxa de cancelamentos (ω)

O efeito do aumento na taxa de cancelamentos das ESOs é absorvido de maneira semelhante nos modelos analisados.

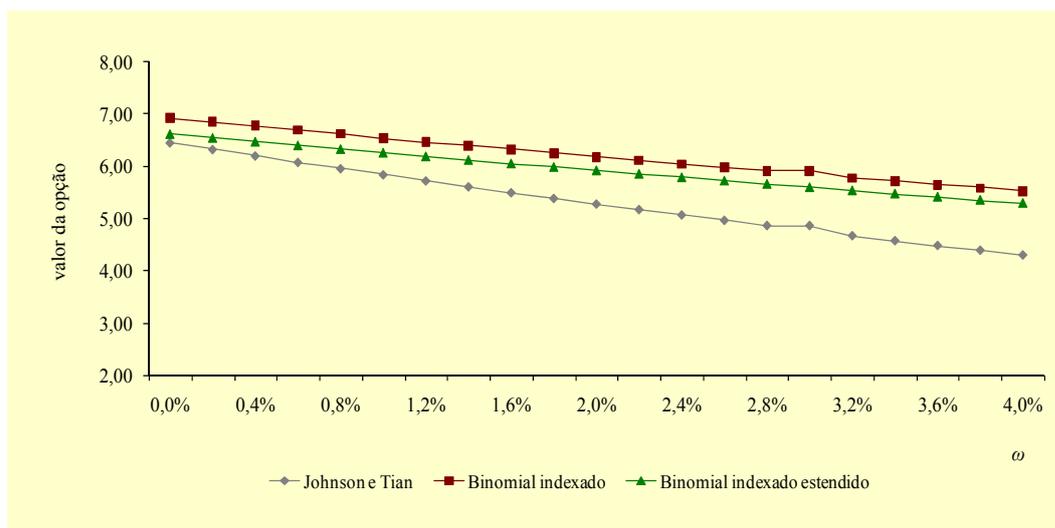


Figura 24 - Efeito do aumento da taxa de cancelamentos no valor das ESOs

Conforme dito na seção anterior, por considerar o efeito do exercício de uma parcela das opções (*in the money* e após o período de carência) no momento do cancelamento, os modelos binomial indexado e binomial indexado estendido são menos afetados pelo aumento no valor deste parâmetro.

7.2.3.3

Período de carência (v)

Por ser uma das principais particularidades de ESOs, o impacto da extensão do período de carência deve ser cuidadosamente analisado. A figura abaixo apresenta a evolução no valor dos modelos para diferentes carências:

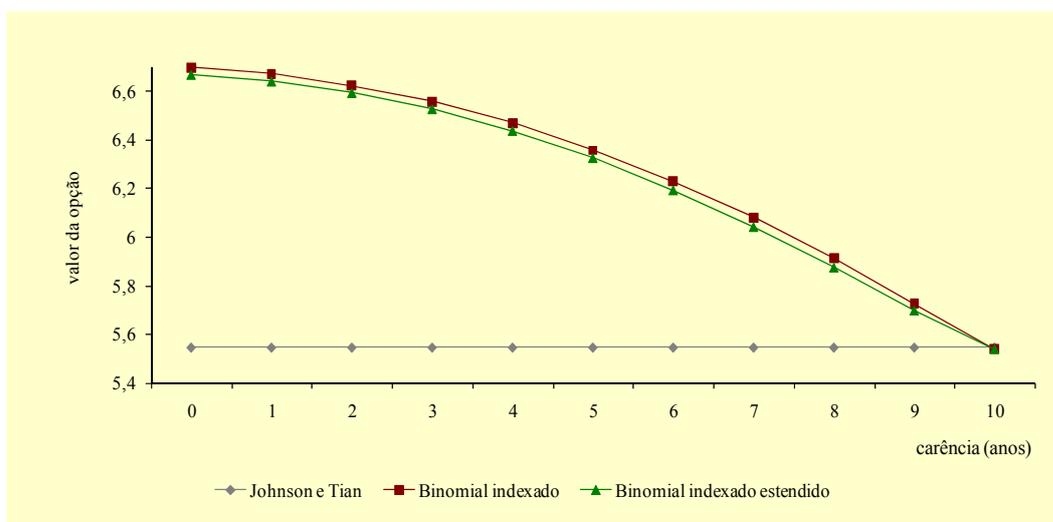


Figura 25 - Efeito da carência no valor das ESOs

Observação: Figura construída com parâmetros do caso base (exceto carência).

De acordo com o esperado, quando a carência é igual a 10 anos, o valor dos três modelos é o mesmo, pois isso é equivalente a fazer com que a ESO passe a ser européia. Cabe ressaltar que com o aumento da carência o valor do prêmio por exercício antecipado diminui gradativamente, já que a proporção da maturidade em que a ESO é exercível fica cada vez menor. Ainda, é interessante perceber que esta diminuição não é linear, tornando-se mais intensa à medida que a carência aumenta.

7.2.3.4

Correlação (ρ)

O princípio por trás das ESOs indexadas é o de remunerar o executivo apenas pelo retorno gerado acima do índice de referência. Neste sentido, é de se esperar que quanto maior a correlação das ações da empresa com o índice, menor é o valor desta opção, i.e. fica cada vez mais difícil para as ações superarem o índice. Este efeito é bem observado a seguir:

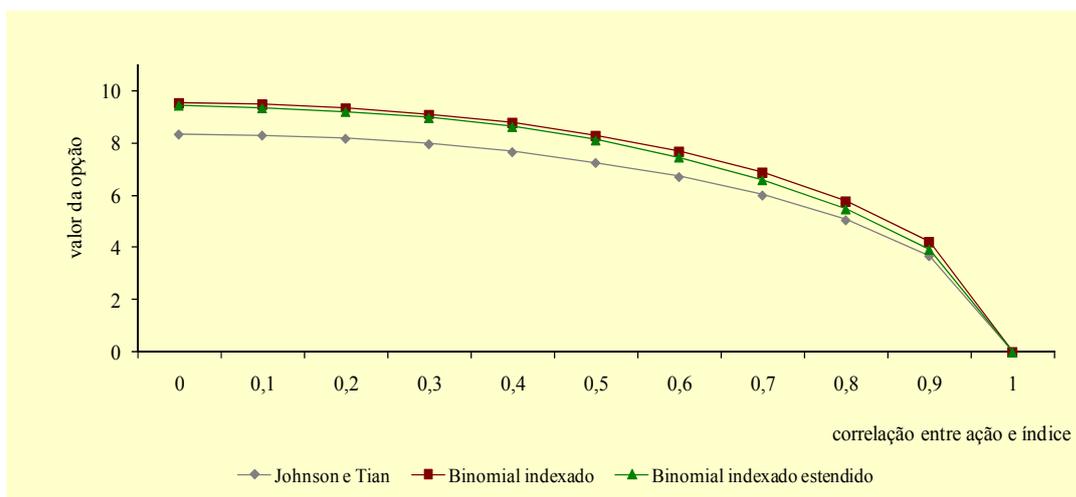


Figura 26 - Efeito da correlação entre a ação e o índice

Em caso de correlação perfeita entre a ação e o índice, o valor da opção indexada é nulo. Este resultado é consistente com o fato de o valor de uma ESO indexada ser dado pela diferença de desempenho entre a ação e o índice. Se ambos possuem trajetória idêntica, esta opção de nada valerá para o executivo.

É evidente que a escolha de índices negativamente correlacionados com a ação gerariam ESOs mais valiosas. O ponto aqui, no entanto, se refere aos incentivos gerados por tal contrato: se a remuneração do executivo for negativamente correlacionada com o desempenho do mercado, haverá incentivo à aceitação de projetos extremamente arriscados e que não necessariamente gerariam valor à firma. Considerando que na média os retornos históricos do mercado são positivos, a escolha de um índice negativamente correlacionado pode gerar incentivos tais que o retorno médio da firma no longo prazo seja negativo. Certamente tal contrato não maximizaria a renda dos acionistas, não sendo ótimo do ponto de vista do problema da agência.

A figura a seguir ilustra o comportamento da variância total para diferentes níveis de correlação:

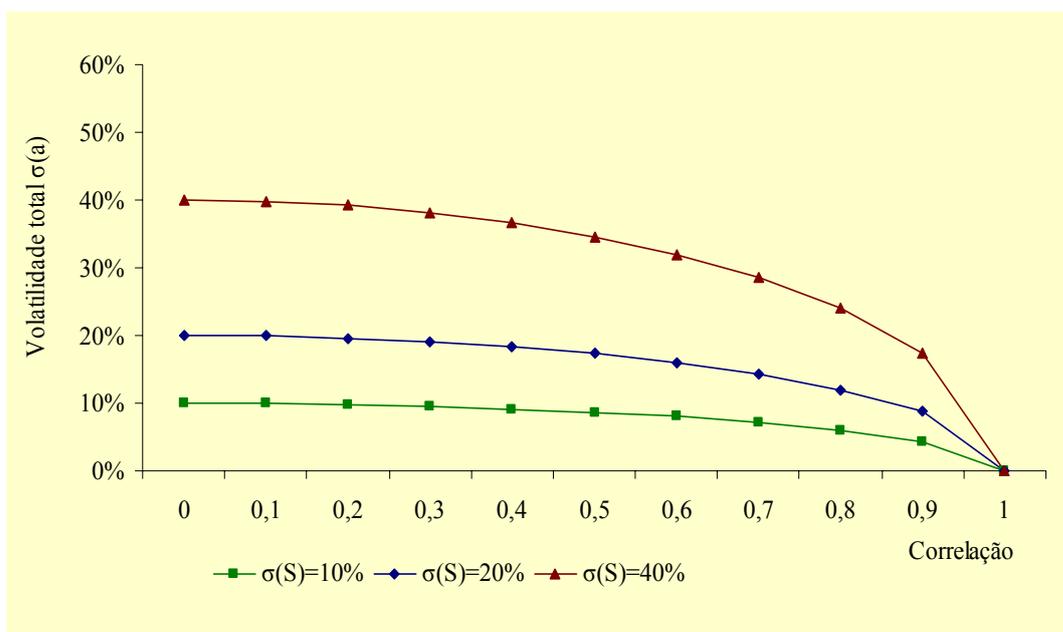


Figura 27 - Volatilidade total como função da volatilidade do índice

Para altos níveis de variância da ação o aumento da correlação gera uma queda mais acentuada da volatilidade total. Por outro lado, para níveis baixos de volatilidade da ação o aumento da correlação gera uma queda mais modesta na volatilidade total, e, portanto no valor da opção.

Ainda, a figura deixa claro que quanto menor a correlação, maior a volatilidade total, e, portanto, maior o valor da ESO, *ceteris paribus* – isto porque quanto menor a correlação, menor é a parcela do risco sistemático que está sendo filtrada do valor da opção. Este ponto será verificado empiricamente no estudo de caso do Capítulo 0.

7.2.3.5

Lambda (λ)

Este parâmetro, que define o *moneyness* da opção, é um dos *inputs* que mais afeta o valor. Para se ter uma idéia do mecanismo pelo qual o preço de exercício é ajustado quando λ varia, a tabela a seguir foi construída com base na equação (30):

Tabela 11 - Preços de exercício

Lambda	H(t)	Dif. %	Condição
0,1	5	-	<i>in the money</i>
0,5	25	400%	
1 (caso base)	50	100%	<i>at the money</i>
1,5	75	50%	<i>out of the money</i>
2	100	33%	

A Tabela 11 mostra que o aumento percentual em lambda gera um acréscimo percentual idêntico no preço de exercício, $H(t)$. Ainda, para maiores valores de λ , o aumento marginal em $H(t)$ é cada vez menor. Este efeito é visualizado a seguir:

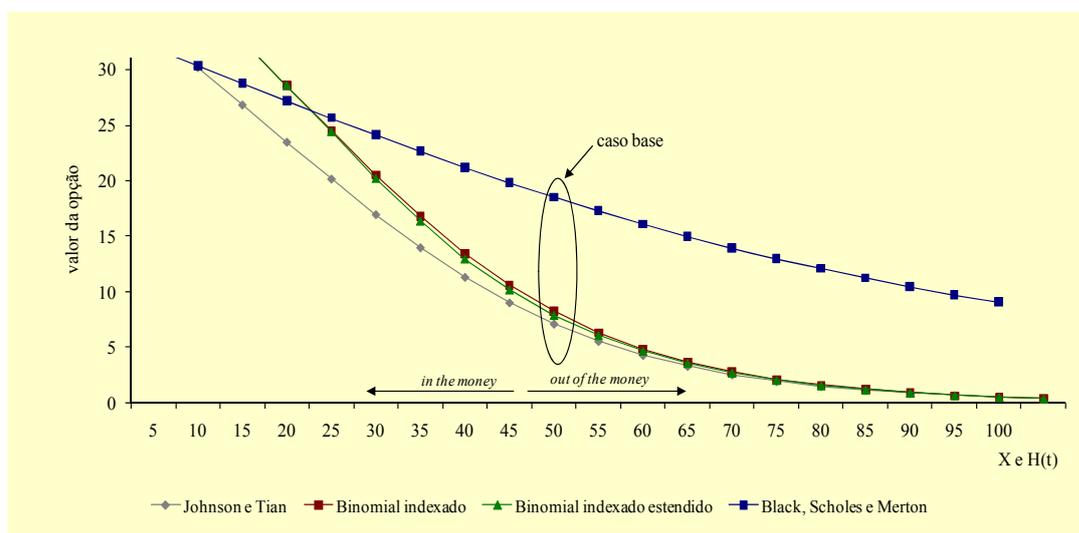


Figura 28 - Valor da opção para diferentes lambdas

A trajetória do modelo Black e Scholes (1973) e Merton (1973) foi colocada apenas como referência. No caso das opções indexadas, quando estão *in the money*, o aumento em lambda (e por conseguinte no preço de exercício) gera uma queda mais drástica no valor do que quando a mesma está *out of the money*. Este fenômeno se deve ao fato de que a opção indexada só possui valor na medida em que o retorno da empresa for maior que o retorno do índice. Quando a ESO está *out of the money*, o executivo terá primeiro que desempenhar melhor que o índice para que a ESO volte a estar *at the money*. Depois, um esforço adicional terá que ser feito para que a opção fique *in the money*. Por outro lado, para que uma ESO com preço de exercício fixo fique *in the money*, basta que o preço das

ações da empresa cresça de forma absoluta. Isto pode ser visto pela trajetória praticamente linear na queda do valor do modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973), representando que muito menos valor foi perdido com o aumento no preço de exercício.

7.2.4

Incentivos

O último tópico deste capítulo diz respeito aos incentivos gerados por ESOs indexadas. Quanto mais fortes forem os incentivos, mais eficiente será o plano de opção no que concerne o problema entre agente e principal. De modo a medir os incentivos implícitos em cada modelo, será feita uma análise das derivadas parciais em relação ao preço da opção (conhecido como o “delta hedge” da opção).

Para o modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973), esta métrica é dada por:

$$\frac{\partial C_t^{BSM}}{\partial S_t} = N(d_1^{BSM}) > 0 \dots (63)$$

Para o modelo de Johnson e Tian (2000), o delta é expresso por:

$$\frac{\partial C_t^{JT}}{\partial S_t} = e^{-q_s \tau} \cdot N(d_1^{JT}) > 0 \dots (64)$$

Para o modelo binomial indexado e binomial indexado estendido, o delta é obtido numericamente através da seguinte expressão:

$$\Delta^{BI}, \Delta^{BIM} = \frac{C_u - C_d}{S_u - S_d} > 0 \dots (65)$$

A figura a seguir apresenta os deltas para diferentes valores de S_t :

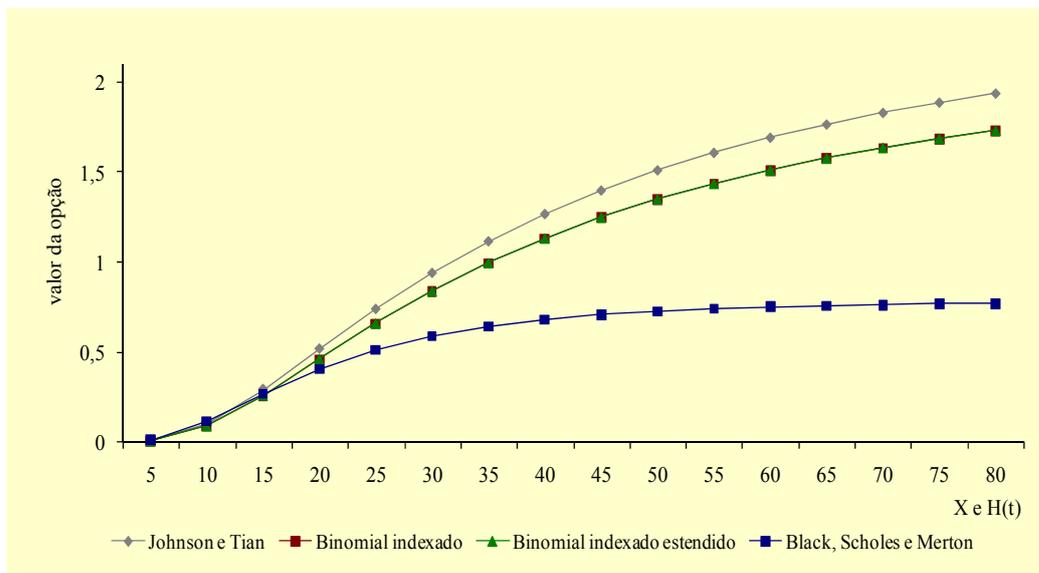


Figura 29 - Delta hedge dos modelos

Observação: Tendo em vista que o valor das opções indexadas é menor que o BSM, os deltas da opção indexada foram ajustados por um fator de modo a equalizar o valor total outorgado na data-base.

O único caso em que uma ESO com preço de exercício fixo apresenta incentivos mais fortes é quando a opção está muito *out of the money* (vide figura para o preço da ação de 5 a 10): neste caso, será muito mais difícil para o titular de uma ESO indexada tornar sua opção exercível. A partir de um preço de 10, no entanto, as opções indexadas fornecem incentivos muito mais poderosos. Estes resultados são consistentes com o debate entre retorno absoluto e relativo apresentado na seção 6.1.