

1 Introdução

1.1 Materiais Granulares

Material granular (a areia é o exemplo clássico, mas a definição engloba desde sal, soja e bolinhas de chumbo até asteróides) é um sistema de diversos grãos macroscópicos. O tamanho de um grão genérico pode ser, dependendo das dimensões do sistema, de vários metros de diâmetro (caso de asteróides) a alguns microns. Materiais granulares podem ser encontrados em astrofísica (no caso mencionado acima), em geofísica, na medicina e, claro, na cozinha (açúcar, sal, arroz).

Assim sendo, há diversas aplicações industriais para estes tipos de materiais - como exemplos podemos citar mineração, transporte e armazenamento de alimentos (como soja e arroz), indústria farmacêutica (pílulas e granulatos), cerâmicas, catalisadores e pós (com aplicações diversas na indústria química), etc. Isto sem mencionar exemplos de materiais granulares em fluidos, na forma de suspensões, sedimentos, lamas, etc. Não à toa, materiais granulares são, depois da água, o tipo de material mais manipulado na indústria (1).

Primeiramente, temos que definir o que são materiais granulares. Os grãos, individualmente, são tipicamente rígidos e podem ter densidades, formatos, tamanhos e rugosidades diferentes entre si. Misturas reais são caracterizadas por uma distribuição de tamanhos, o que pode ser observado na Figura 1.1, onde uma larga distribuição de tamanhos pode ser vista (2). Um dos efeitos mais conhecidos da matéria granular, mas que ainda é objeto de intensa discussão e pesquisa, é o efeito Castanha-do-Pará (*Brazil-Nut Effect*), onde, em um sistema de grãos idênticos, um grão maior é inserido no meio, e mediante vibrações verticais o grão maior “sobe” até a superfície da pilha, segregando-se dos demais (3).

É possível haver interações entre os grãos. Na região de contato entre grãos, forças de van der Waals são encontradas facilmente, as quais se tornam relevantes quando o diâmetro do grão é inferior a $80\mu m$, aproximadamente. Da mesma forma, o ar geralmente tem um grau de humidade considerável, e se a

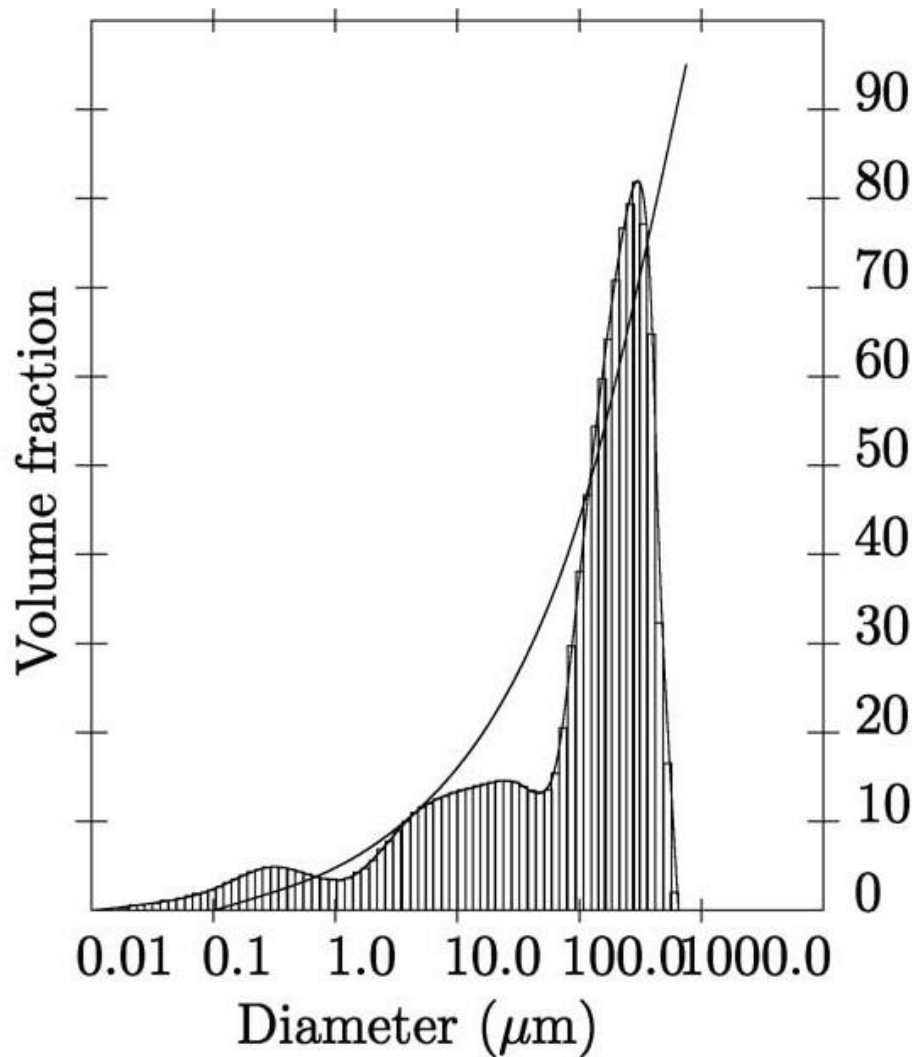


Figura 1.1: Exemplo real de uma distribuição de tamanhos granulares retirado de uma aplicação industrial (2).

superfície dos grãos são hidrofílicas, filmes de água podem cobri-los e se juntar nas regiões de contato, criando tensões superficiais que podem manter os grãos unidos. Essas forças atrativas, chamadas globalmente de coesão, também se tornam relevantes abaixo de um certo tamanho granular, que depende do grau de humidade do ar. Para humidade do ar em torno de cinquenta por cento e esferas de vidro, essas forças começam a aparecer tipicamente entre 80 e 100 μm .

Além dessas forças atrativas, há também o surgimento de forças eletrostáticas repulsivas em decorrência de distribuições de cargas nas superfícies dos grãos devido ao atrito. Essas forças podem ser altamente relevantes para certos tipos de meios granulares, como grãos de latex.

O parâmetro mais importante na caracterização do comportamento de um sistema granular é a sua densidade - é ela que define o estado físico

do material granular observado. Matéria granular solta pode se comportar como um fluido, e.g. escoando em uma ampulheta, enquanto “pacotes” densos se comportam como um sólido. Tanto materiais granulares compactados ou fluidizados têm a sua própria “física” e efeitos próprios surpreendentes. O caso de densidades intermediárias, no qual o material granular pode mudar do estado fluido para o sólido (e vice-versa), como no caso particular das avalanches, é ainda mais rico e difícil de ser compreendido.

1.2

Densidade Granular

Um dos pioneiros na pesquisa de meios granulares foi Osborne Reynolds. Em seu último trabalho (4), de 1885, ele tentou descrever praticamente todo fenômeno físico envolvendo materiais granulares através da interação de esferas duras, introduzindo inclusive o conceito de dilatância (5), um efeito observado por qualquer um que já tenha caminhado na areia molhada de uma praia: quando pressionamos o pé com força na areia, um contorno seco surge ao redor dele. Poderia-se imaginar, ingenuamente, que a pressão do pé iria, ao invés disso, produzir um buraco na areia que se encheria de água, mas não. Reynolds propôs então um experimento no qual uma garrafa elástica (de plástico, por exemplo), cheia de areia e água, é deformada. Esta pressão faz o nível de água no interior da garrafa diminuir, em vez de aumentar, como pode ser observado na Figura 1.2, abaixo. A razão física para este fenômeno é que os grãos estavam empilhados de forma tão densa antes (densidade acima da densidade de Reynolds ρ_R), que para um grão se mover em relação a outro, ele precisa ser separado de uma certa distância primeiro. Com isso, os grãos, que são essencialmente rígidos, afastam-se ligeiramente uns dos outros, e a água passa a ocupar este espaço aberto, diminuindo o seu nível.

Isso pode ser explicado pelo espaço intersticial entre os grãos (que gera a dilatância), existente mesmo quando eles estão em seu maior estado de compactação, como pode ser observado no modelo bidimensional simples da Figura 1.3, abaixo (6). Dados o comprimento vertical h_V e o comprimento horizontal h_H do paralelogramo da Figura 1.3, a área do mesmo será $S = \frac{1}{2}h_V h_H$. Portanto, uma vez que a soma das áreas dos círculos no interior do paralelogramo correspondem à área de um único grão circular de raio R , a área intersticial não ocupada pelos grãos será $S_{int} = S - \pi R^2$, que varia com o ângulo θ do paralelogramo - ou seja, com a compactação da pilha.

Outro efeito interessante observado em materiais granulares é o efeito Castanha-do-Pará, onde, por meio de vibrações verticais em um acondicionamento granular, um grão maior localizado próximo à base da pilha é levado



Figura 1.2: Reprodução da experiência proposta por Reynolds: uma garrafa plástica, cheia de areia e água, é deformada, fazendo o nível da água baixar. Quando a garrafa volta ao normal, o nível da água sobe novamente.

gradativamente para cima, até chegar à superfície de mesma (7), como ilustrado na Figura 1.4.

Esse acondicionamento granular denso também pode ser observado em outro experimento extremamente simples. Enchendo-se um tubo com areia, pode-se enfiar um lápis nele, e depois retirá-lo com facilidade. No entanto, se após enfiar o lápis no tubo, alguém bater algumas vezes de leve nas paredes do tubo, a compactação dos grãos prende o lápis de tal forma em seu interior que não apenas não é mais fácil retirá-lo, mas o tubo inteiro pode ser levantado pelo lápis.

A densidade, na verdade, controla todo o comportamento mecânico do material granular. A Figura 1.5, abaixo, mostra simulações computacionais (8, 9) de um sistema de discos de mesmo tamanho a densidades diferentes. Quanto mais denso o meio, percebe-se o surgimento de estruturas ordenadas, típicas de sistemas a altas densidades (maiores que ρ_R), particularmente em duas dimensões. Neste regime, muitos efeitos interessantes ocorrem devido à inelasticidade das colisões.

A forma mais simples de se caracterizar a dissipação que ocorre em uma colisão inelástica é através do coeficiente de restituição r , que é, essencialmente,

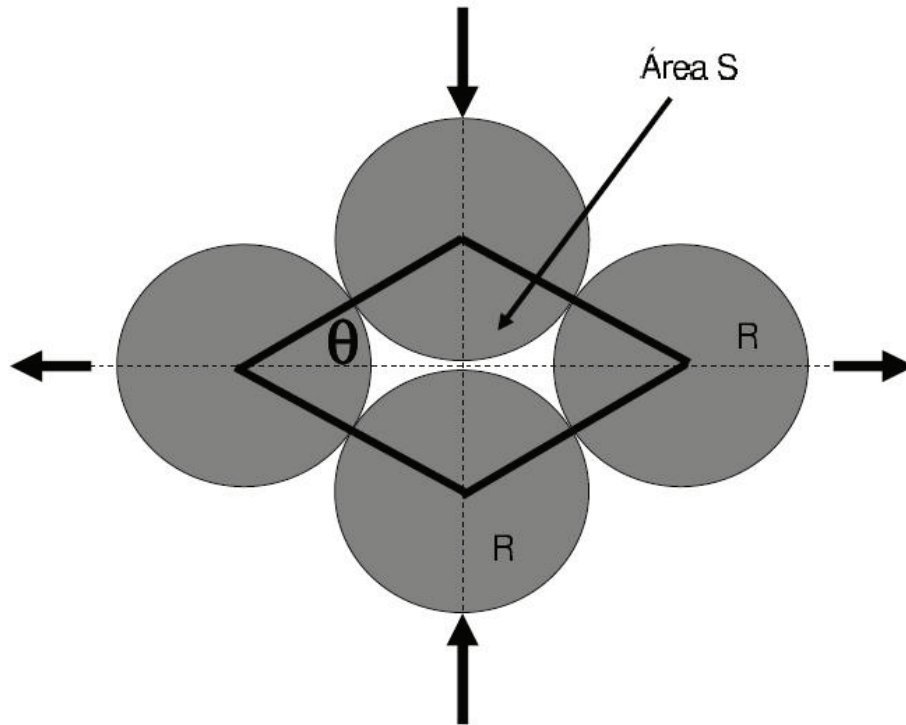


Figura 1.3: Modelo simples para dilatação (6).

uma função do material. Ele caracteriza a quantidade de perda de energia em uma colisão e vai de zero a um, onde zero é o caso perfeitamente inelástico e um o perfeitamente elástico. A dissipação introduz uma escala de comprimento característica em um sistema granular, a saber a distância onde a energia decai por um fator $1/e$, uma vez que o coeficiente de restituição multiplicativo implica em uma relaxação exponencial.

1.3

Superfícies Granulares

Quando um determinado material granular é solto de um recipiente sobre uma superfície, uma pilha (cônica) é formada. Se a superfície for uma mesa circular, e o material for despejado em seu centro, após um tempo toda a mesa será coberta, e o material granular vai deslizar pela superfície do cone formado e “escorrer” da mesa. O cone é caracterizado por um ângulo máximo chamado ângulo de repouso Θ_R , o qual é uma propriedade do material (10). Este ângulo de repouso é tipicamente da ordem de $25 - 35^\circ$ para areias e $10 - 15^\circ$ para bolinhas de vidro. Sua dependência é principalmente com o formato e rugosidade dos grãos e com a umidade do ar.

O interessante é que se a mesa tiver o formato de um quadrado, será formada uma pirâmide, com cada lado tendo, novamente, um ângulo Θ_R .

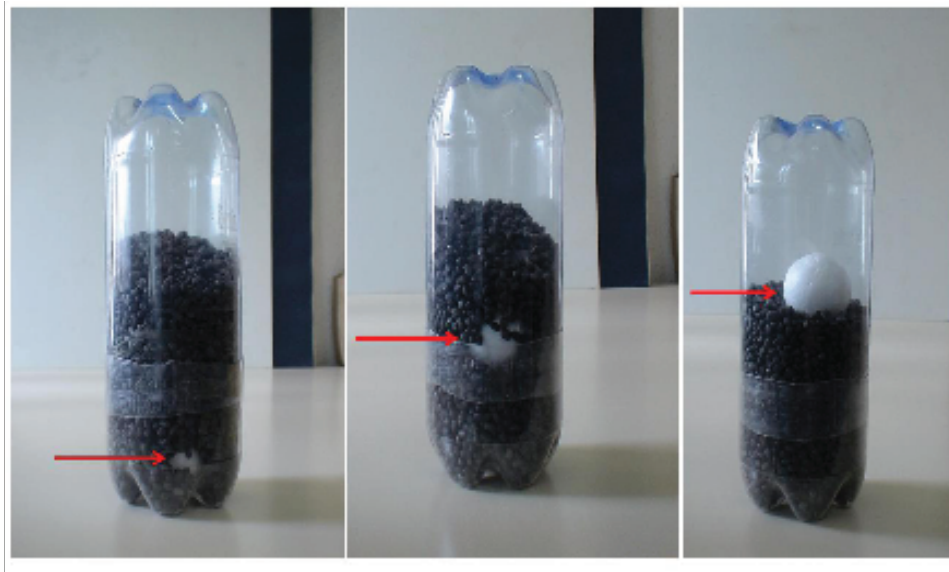


Figura 1.4: Representação do Efeito Castanha-do-Pará. As imagens acima estão em ordem cronológica, da esquerda para direita, demonstrando que o grão maior (a esfera de isopor, indicada pela seta vermelha) “sobe” após o recipiente ser submetido a vibrações verticais.

Ainda, se o material for despejado em um ponto deslocado do centro, um cone irá surgir até que sua base atinja a borda mais próxima da mesa. Então, o máximo da pilha irá se mover lentamente para fora da mesa e os grãos despejados subseqüentemente irão escoar diretamente para além da borda. Antes de uma pilha atingir a borda da mesa, sua base não é perfeitamente cônica, pois uma fraca trilha formada por grãos que rolaram da pilha pode ser vista.

Um ângulo similar ao ângulo de repouso pode ser observado em um plano inclinado granular, no qual uma caixa cheia de material granular é inclinada até que os grãos comecem a se mover. Então, uma avalanche aparece, a qual, sendo de massa finita, vai mudar ligeiramente o ângulo da superfície granular. O ângulo imediatamente antes do início da avalanche (ou seja, o ângulo crítico de estabilidade da superfície granular) é chamado de ângulo de “estabilidade máxima” Θ_s . O ângulo após a avalanche é próximo de Θ_R , com uma diferença de alguns poucos graus (muitas vezes em torno de 1°).

Uma das grandes questões teóricas em aberto na área de estudo de materiais granulares é como obter, das propriedades dos grãos, o ângulo de repouso. Alguns modelos simples já existem, em geral construindo-se uma pilha adicionando grão a grão, que podem dar uma idéia dos ingredientes essenciais (11). Baseando-se apenas em propriedades granulares (como diâmetro, coeficiente de restituição e massa) e em um parâmetro de relaxação Γ , Alonso *et al.* conse-

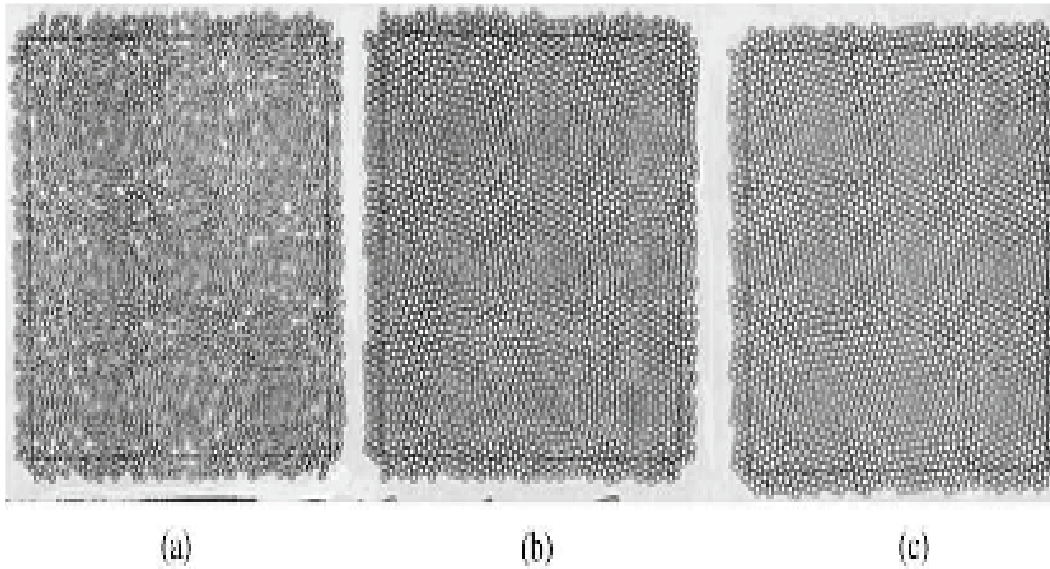


Figura 1.5: Sistema de discos de mesmo tamanho a frações volumétricas (a) $\rho = 0.5628$, (b) $\rho = \rho_R = 0.7394$ e (c) $\rho = 0.8681$, obtidas por simulação numérica (9).

guem bons resultados, que podem ser vistos na Figura 1.6, abaixo, com apenas um parâmetro de ajuste.

Também é interessante notar que a avalanche denota uma das características mais fundamentais de materiais granulares, a saber: que ele pode se comportar tanto como sólido quanto como fluido, às vezes com ambos os estados coexistindo em um mesmo sistema (12). No exemplo acima, a pilha de areia, em si, comporta-se como uma massa sólida, fixa e rígida, enquanto os grãos que deslizam por sobre a superfície granular comportam-se como fluido, “escoando” como um líquido o faria. Mais curioso ainda é quando executa-se o descrito no experimento da caixa inclinada - neste caso, parte da areia localizada nas camadas superiores, em “estado sólido”, transforma-se em areia no “estado fluido”, saindo da pilha e escorrendo pela superfície.

1.4

Areia Fluida

A areia fluindo pela parte mais estreita de uma ampulheta, ou “saltando” em um uma placa vibrante, é fluidizada no sentido que ela se move analogamente a um fluido. A fase fluida granular ocorre para sistemas com densidades inferiores à densidade crítica de Reynolds ρ_R . Bagnold foi o primeiro a introduzir o conceito de viscosidade η para fluxos de areia, em 1954, e encontrou empiricamente a lei de Bagnold ($\eta \propto v$, onde v é a velocidade de cisalhamento em si - diferentemente de $\eta \propto C$, onde C é uma constante, caso este de fluidos

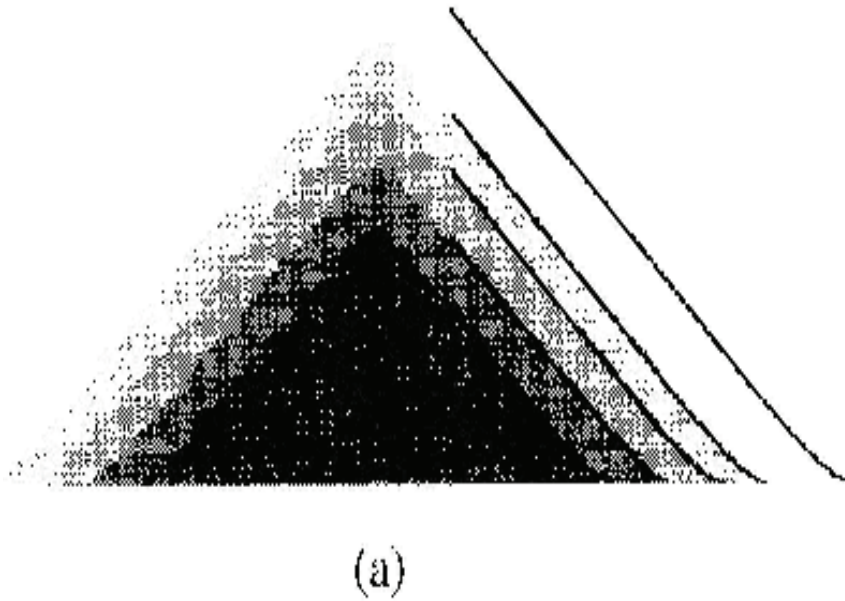


Figura 1.6: Perfil de uma pilha de grãos de açúcar. Nota-se claramente a concordância com o modelo teórico de Alonso *et al.* (11), particularmente com o arredondamento próximo à base do cone.

newtonianos como água ou ar) (10).

Na década de oitenta, uma teoria cinética de gases foi desenvolvida no contexto de sistemas granulares por Savage e Jenkins (13). Ela descreve meios granulares agitados no *framework* da dinâmica de fluidos, com uma única adição importante - um termo de dissipação nas equações de fluxo de energia. A forma clássica de se obter equações de movimento contínuas para um fluido a partir das leis de conservação locais dos números de moléculas, momento e energia faz um certo número de suposições. Em primeiro lugar, o “limite contínuo” tem de existir, i.e., quando o número de moléculas se torna infinito ou os seus tamanhos e as distâncias entre eles vai a zero, um resultado único e independente dos detalhes do procedimento tem de ser obtido. Tem que se supor também que um elemento de volume representativo pode ser criado, i.e., que uma pequena caixa de volume l^3 pode ser definida contendo uma quantidade de moléculas N_e tal que a média de densidade, momento e energia dessas moléculas sejam representativas dessa região. Médias sobre elementos volumétricos vizinhos devem dar resultados muito similares: ou seja, o sistema deve ser homogêneo quando olhando para ele com uma resolução l . O tamanho da caixa l^3 também deve ser suficientemente pequeno para que eventuais gradientes de velocidades ou densidades macroscópicas sejam desprezíveis em seu interior. Em outras palavras, as flutuações estatísticas entre os valores

médios de células vizinhas têm que ser pequenas, mas não menores que as variações sistemáticas nos valores médios de cada célula. Para um fluido, um milímetro cúbico (que é hoje a precisão experimental acessível) para medidas de campos de velocidades contém em torno de 10^{20} moléculas, o que dá excelentes médias. Para a areia, um milímetro cúbico contém entre um e cem grãos, o que é claramente insuficiente para atender às condições acima.

E em cima disso, há ainda o problema que a dissipação introduz naturalmente gradientes altos nas energias médias. Considere uma cadeia de n grãos de diâmetros δ e aplique uma força instantânea em um dos lados, a fim de injetar uma certa energia no sistema. A cada colisão, apenas uma fração r da energia é transmitida, tal que no n -ésimo grão apenas uma fração r^{n-1} da energia inicial é recebida. O decaimento de energia ao longo de uma cadeia deste tipo é, portanto, exponencial:

$$e(x) = e^{\frac{x}{\delta} \ln r} = e^{-\frac{x}{l_1}},$$

onde $l_1 = -\delta / \ln r$ é o comprimento de dissipação característico, i.e., a distância na qual a energia cai a $1/e$ devido à dissipação. Para bolas de aço ($r = 0.95$) este valor é $l_1 \approx 20\delta$, enquanto para bolas de vidro ($r = 0.7$), $l_1 \approx 3\delta$. Logo, o maior elemento volumétrico representativo tem que atender à condição $l < l_1$, o que também limita a precisão.

Essas são algumas das dificuldades encontradas ao se tentar lidar com a teoria cinética de gases em ambientes de sistemas granulares.

Outro conceito importante ao se lidar com fluidos granulares é a temperatura granular (14), que pode ser definida como

$$T_g = \frac{1}{2} \rho u^2, \quad (1-1)$$

onde ρ é a densidade e u representa as flutuações de velocidade dentro de um elemento volumétrico representativo (que possuem média $\langle u \rangle = 0$). O uso do conceito de temperatura granular causa um problema fundamental à termodinâmica, como a quebra da equipartição da energia para gases granulares, observada experimentalmente (15). Uma das formas de colocar a temperatura granular em um *framework* consistente é considerar as flutuações no fornecimento e na subsequente dissipação de energia como um banho térmico, definindo um tipo de ensemble canônico, que parece ser razoável enquanto as flutuações de energia sigam uma distribuição de Maxwell-Boltzmann (16). Feitosa e Menon (17) recentemente verificaram experimentalmente a validade do teorema de flutuações para fluxos granulares (18), obtendo uma relação entre a temperatura efetiva do sistema com a temperatura granular.

Para fluidos moleculares, o movimento térmico é muito mais rápido que

a velocidade de fluxo \vec{v} do fluido, de forma que a aproximação adiabática, separando-se graus de liberdade rápidos e lentos, pode ser feita. Para meios granulares, \vec{u} e \vec{v} são da mesma ordem de grandeza porque o movimento “térmico” é causado pela velocidade do fluxo e vai a zero, devido à dissipação, quando o fluxo para. No caso de gases granulares, esse “resfriamento” pode levar ao surgimento de aglomerados granulares, cuja dinâmica foi estudada recentemente (19, 20). A origem física desses aglomerados é fácil de ser entendida: imagine que dentro de um estado perfeitamente homogêneo tenha em algum lugar específico uma pequena perturbação (i.e., uma densidade ligeiramente mais alta). Conseqüentemente, neste lugar irão ocorrer mais colisões e, logo, mais dissipação. Localmente, a temperatura e a pressão irão decair. Devido ao gradiente de pressão resultante, mais partículas fluirão para esta região, aumentando ainda mais a sua densidade. Uma vez que regiões densas se tornam cada vez mais densas, isto leva ao surgimento de aglomerados. Isto ocorre com frequência em sistemas de poeira interplanetária (21, 22). Nesses casos, durante o estágio de formação de sistemas planetários, forças de longo alcance tornam-se cruciais na formação de aglomerados que irão se tornar planetóides, ao contrário de asteróides, onde as interações são basicamente de curto alcance e eles se comportam como grãos.

Desta forma, é fácil perceber que, para atingir um estado de equilíbrio com temperatura granular diferente de zero, o sistema precisa ter energia sendo injetada nele constantemente.

1.5 Padrões formados por camadas vibrantes

Camadas quase bidimensionais (isto é, com o menor número possível de monocamadas granulares - onde o caso ideal é, naturalmente, um), quando submetidas a algum tipo de vibração vertical, exibem um regime surpreendentemente bimodal caracterizado por um aglomerado denso de grãos quase imóveis envoltos por um gás de partículas agitadas (23).

Essa transição para aglomeração ocorre quando a magnitude de vibração é reduzida (o sistema é “resfriado”), como citado acima.

Já multicamadas de materias granulares, quando submetidas a vibrações verticais, exibem uma formação espetacular de padrões de vibração. Em um experimento típico, camadas de 10 a 30 diâmetros granulares de espessura são energizadas por meio de vibrações verticais precisas. Dependendo das condições experimentais, uma miríade de padrões pode ser observada, de linhas e quadrados a hexágonos e octógonos (ver Figura 1.7).

Apesar dos primeiros padrões em camadas granulares terem sido obser-

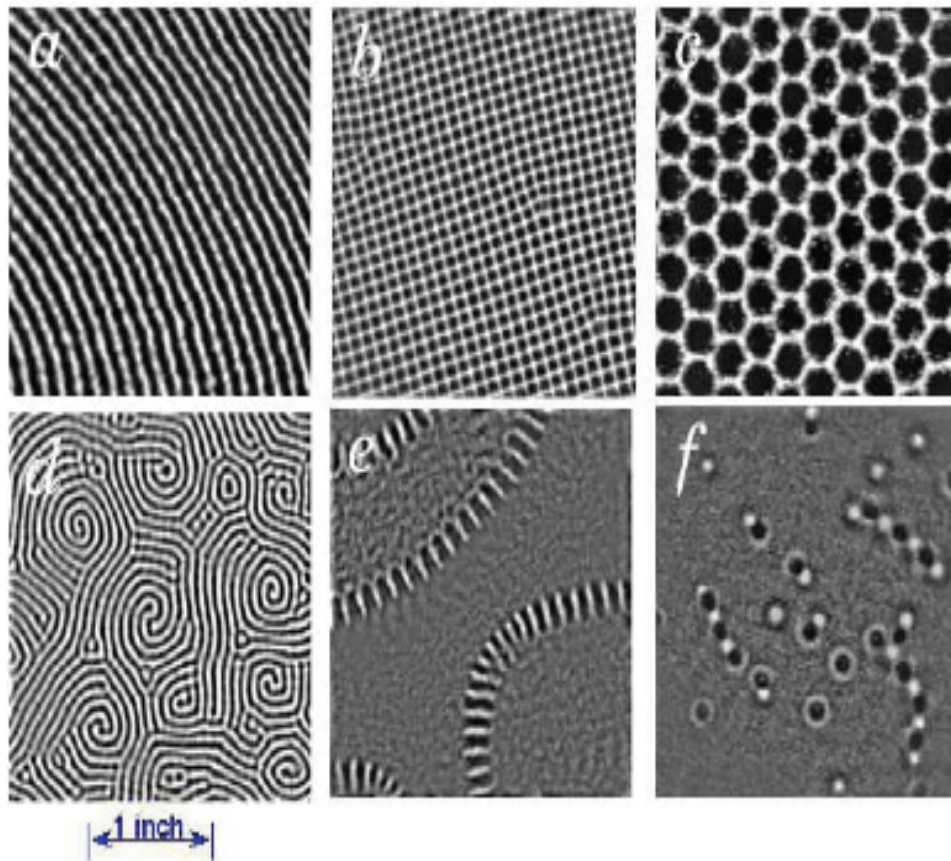


Figura 1.7: Padrões representativos em camadas granulares sob vibração vertical para vários freqüências e amplitudes de vibração diferentes: (a) linhas, (b) quadrados, (c) hexágonos, (d) espirais, (e) interfaces e (f) “oscillons” (26).

vados há mais de dois séculos por Chladni (em 1787) e depois por Faraday (em 1831) (24), apenas recentemente interesse nessa área começou a surgir (25), culminando com a descoberta do “oscillon” (26), um elemento oscilante extremamente localizado (ver Figura 1.8).

Outro fenômeno interessante decorrente de materiais granulares sob vibração é a segregação. Acima já foi falado um pouco sobre o efeito castanhaldo-pará, que é exatamente um mecanismo de segregação por meio de vibração. De modo geral, em misturas de espécies, padrões de vibração geram segregação granular na direção perpendicular às vibrações, como pode ser observado na Figura 1.9.

Uma explicação mais detalhada sobre a segregação granular e os modelos que procuram descrever esse fenômeno pode ser encontrada no Capítulo 3, abaixo.

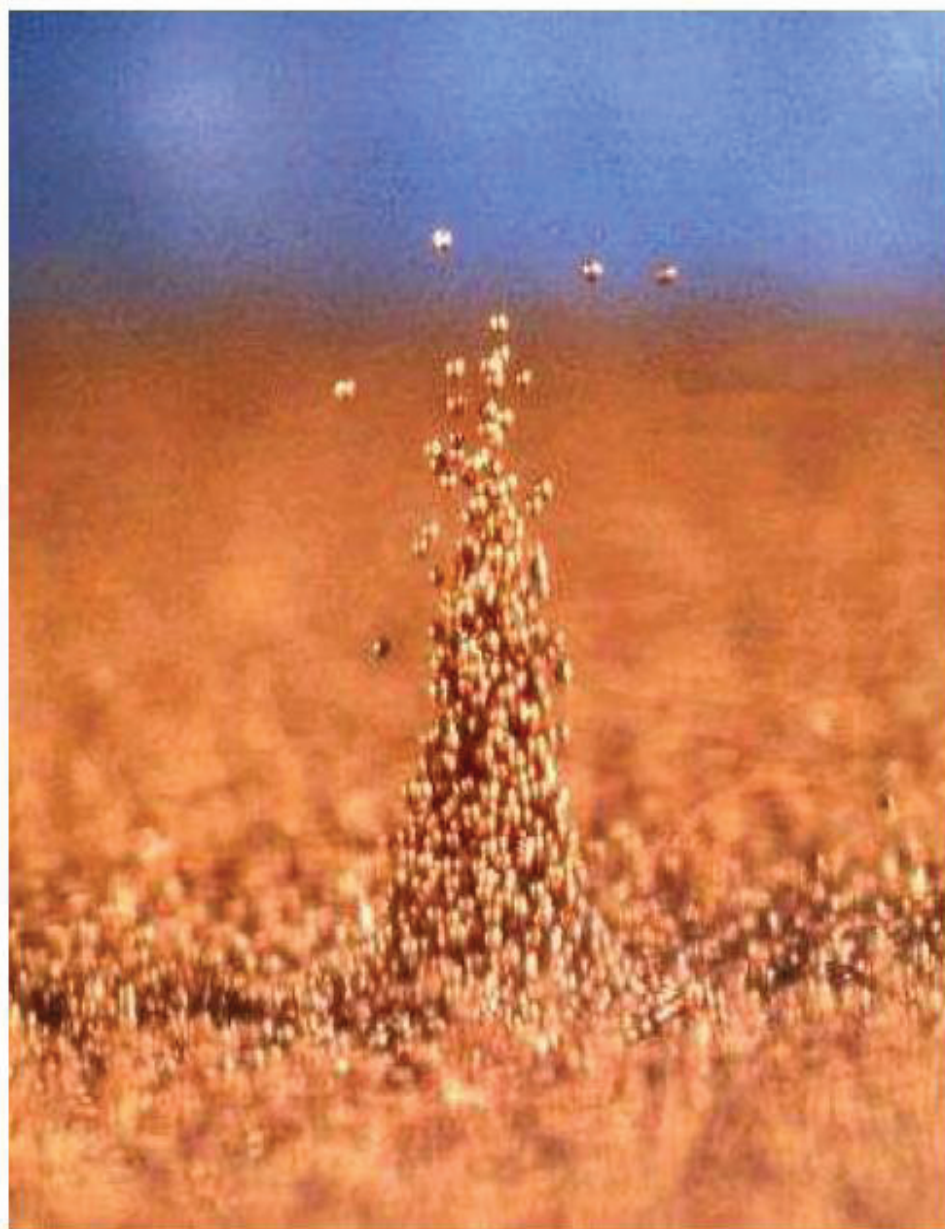


Figura 1.8: “Oscillon” obtido em uma plataforma vibrando verticalmente por Umbanhowar *et al.* (26).

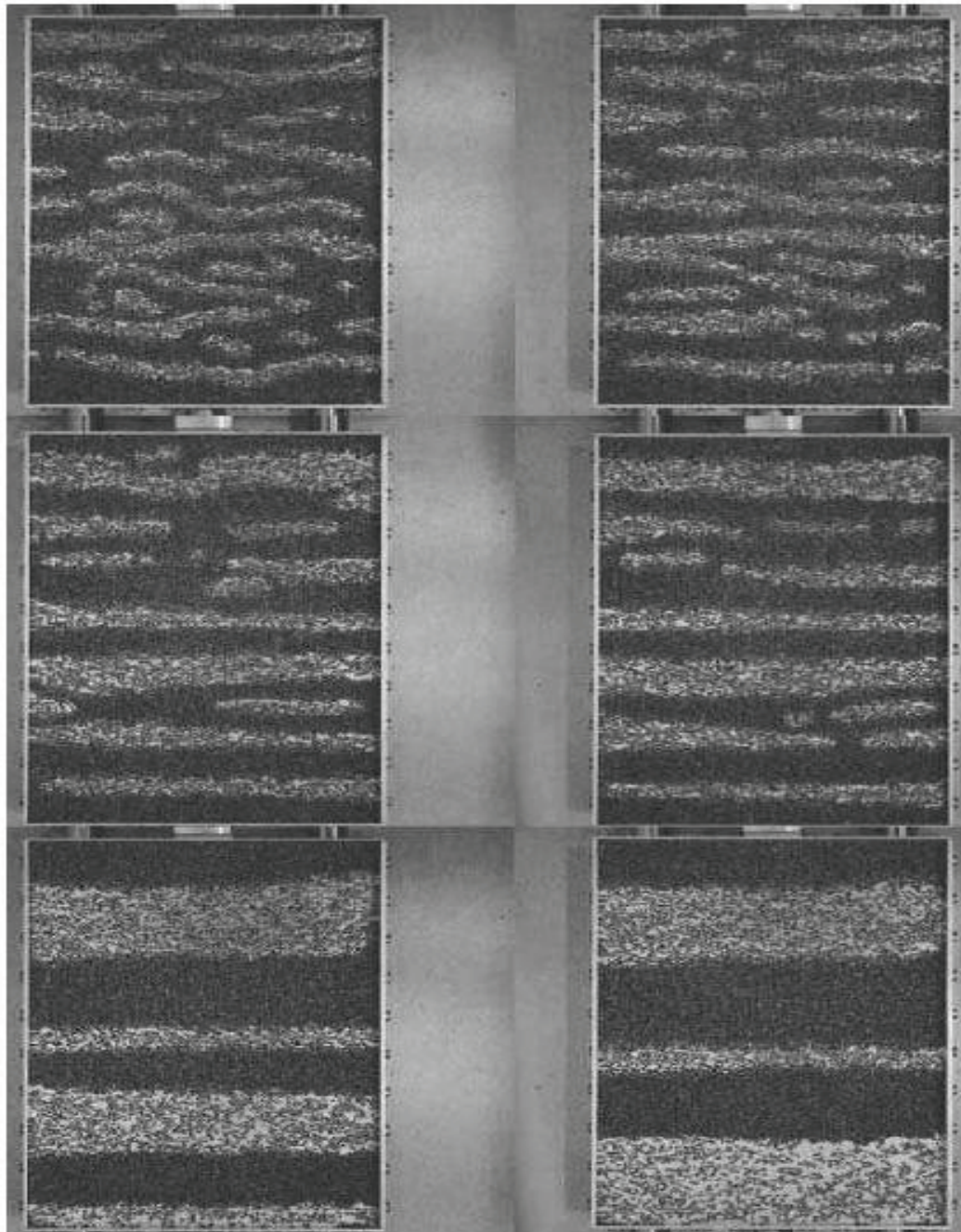


Figura 1.9: Seqüência de fotos de uma camada de mistura de bolinhas de cobre e sementes de papoula em uma cavidade sob vibrações horizontais (frequência de 12,5 Hz e amplitude de 2mm), nos instantes $t = 5, 10, 15, 30, 60$ e 360 minutos, em ordem da esquerda para direita, de cima para baixo (27, 28).

1.6 Acondicionamentos Granulares

Um sistema granular em repouso sob a ação da gravidade forma um acondicionamento granular. A física desses tipos de sistemas está descrita de forma bastante detalhada em um livro recente de Aste e Weaire (29). Exemplos são o interior de uma pilha de grãos ou a própria praia. Acondicionamentos estáveis podem existir a diferentes densidades, como pode ser visto na Figura 1.10.

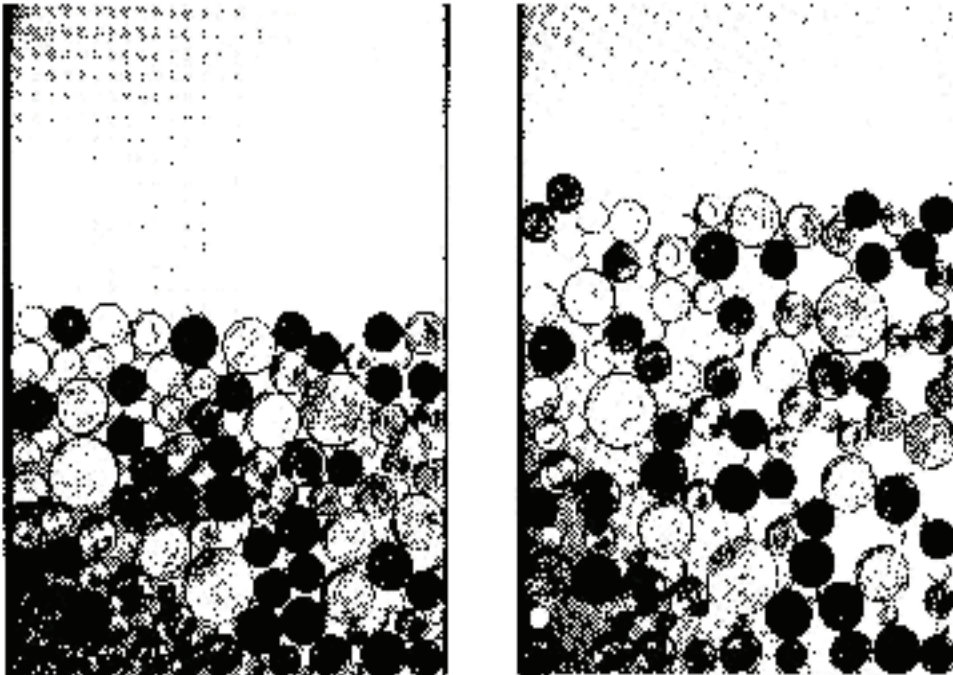


Figura 1.10: O mesmo conjunto de moedas confinado entre duas paredes de vidro paralelas sob diferentes Ψ 's (30).

Uma forma de caracterizar esse acondicionamento é através da porosidade Φ , i.e., a fração do volume de espaço não-ocupado; daí, $\Psi \equiv 1 - \Phi$ é a fração do volume ocupado. Com esferas de mesmo tamanho, a densidade máxima a ser conseguida é $\Psi_{fcc} = 0.74$. Mas, em uma mistura aleatória das esferas, o máximo que pode ser conseguido em termos de compactação (e.g., por vibrações sofisticadas do sistema) é $\Psi_{rdp} = 0.64$ - o chamado acondicionamento denso aleatório (“random dense packing” - *rdp*) (31). No entanto, o conceito de *rdp* ainda não é muito bem definido.

Um sistema granular pode estar em um grande número de diferentes estados microscópicos a densidades macroscópicas fixas, e diversas propriedades não-usuais estão ligadas ao seu acondicionamento não-trivial (32, 33). Como mostrado por Edwards (34, 35), o papel que o conceito de energia livre desempenha em sistemas termais padrões (como modelos de Ising), em meios

granulares parece ser desempenhado pelo “volume efetivo”, derivado de uma função complexa de posições e orientações granulares. Dessa forma, a mecânica estatística fornece conceitos teóricos no contexto de sistemas não-termais.

1.7

Arcos de Grãos

Em qualquer acondicionamento granular, em particular aqueles mais densos, arcos de força forçosamente aparecem no sistema. Uma vez que grãos são objetos tridimensionais, com formatos particulares, quando um acondicionamento de grãos se forma, muitas vezes um grão apóia-se em outros três ou dois, em direções diferentes. Da mesma forma, outros grãos apóiam-se nele, criando uma seqüência de contatos através dos quais a força de contato de cada grão é transmitida ao grão seguinte na direção que o grão (ou grãos) em contato estiverem, como pode ser observado na representação simples da Figura 1.11. Com isso, a transmissão de forças do topo à base da pilha ocorre de uma forma desigual (pois cada grão pode exercer mais força sobre um dos grãos nos quais se apóia do que sobre os outros) e evidentemente não-linear, uma vez que, como fica evidente na Figura 1.10, a probabilidade de um grão ficar exatamente em cima de outro é ínfima.

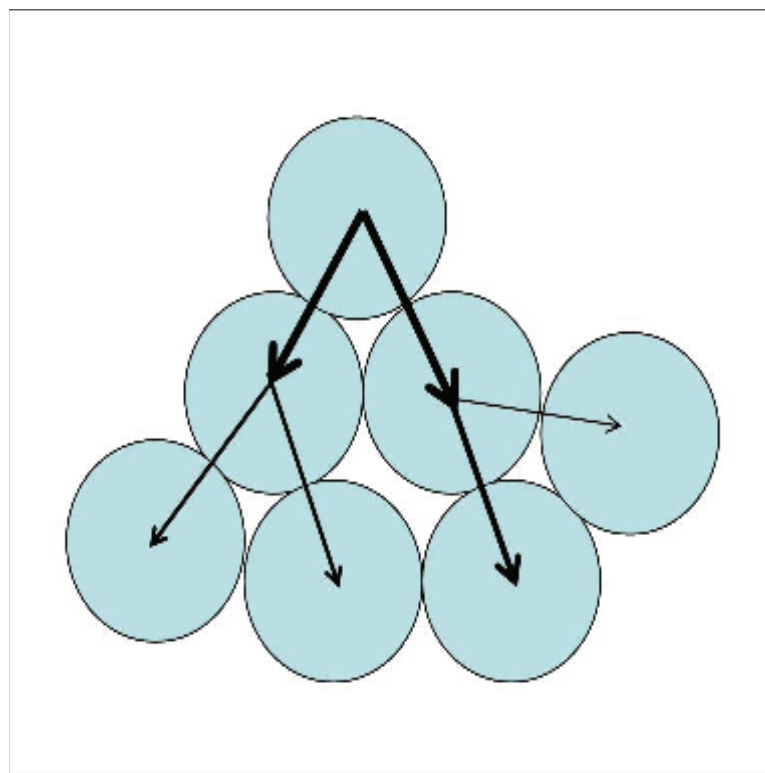


Figura 1.11: Representação ilustrativa da transmissão desigual e, principalmente, não-linear de forças em uma pequena pilha de grãos, devido à formação de arcos.

Um fenômeno bem conhecido decorrente dessa formação de arcos em acondicionamentos granulares é o efeito Janssen (36), que ocorre quando um contêiner é preenchido com uma pilha alta de grãos, com uma altura H maior que o diâmetro D de sua base. Durante muitos anos procurou-se entender porque silos grandes repletos de grãos ruíam nas laterais, enquanto sua base mantinha-se intacta.

Janssen observou (36) que, ao se depositar uma pilha granular em um contêiner (no caso, cilíndrico - um silo, por exemplo), após uma certa altura específica da pilha ($H > D$), a pressão exercida pela mesma na base do silo torna-se praticamente independente da quantidade de grãos (o que é consideravelmente não-intuitivo). A explicação para isso é bastante interessante: as forças de contato entre os grãos se propagam de forma totalmente não linear, sendo transmitidas não apenas verticalmente, mas também lateralmente (novamente, o motivo torna-se evidente pela Figura 1.11). Com isso, cadeias de forças mais intensas formam arcos de sustentação, onde cadeias menos intensas podem “apoiar-se”.

Assim sendo, após essa altura $H > D$, o que acontece é que os grãos que vão sendo depositados subsequenteiramente têm sua força peso (que corresponde à soma das forças de contato com os grãos abaixo deles) distribuída por intermédio desses arcos para as laterais. Por isso a pressão na base mantém-se constante: os demais grãos que são depositados exercem pressão praticamente apenas nas laterais do silo, tornando a pressão na base independente da altura da pilha e da quantidade de grãos na mesma.

Uma simulação desenvolvida em um contexto industrial é exibida na Figura 1.12 como exemplo, enquanto uma experiência de laboratório ilustrando o efeito Janssen pode ser vista na Figura 1.13, disposta abaixo, sendo montada com uma balança e com um cilindro sem base suspenso, o qual é mantido quase em contato com a balança, de forma que apenas a pressão exercida pela pilha granular (e não pelas paredes) seja medida.

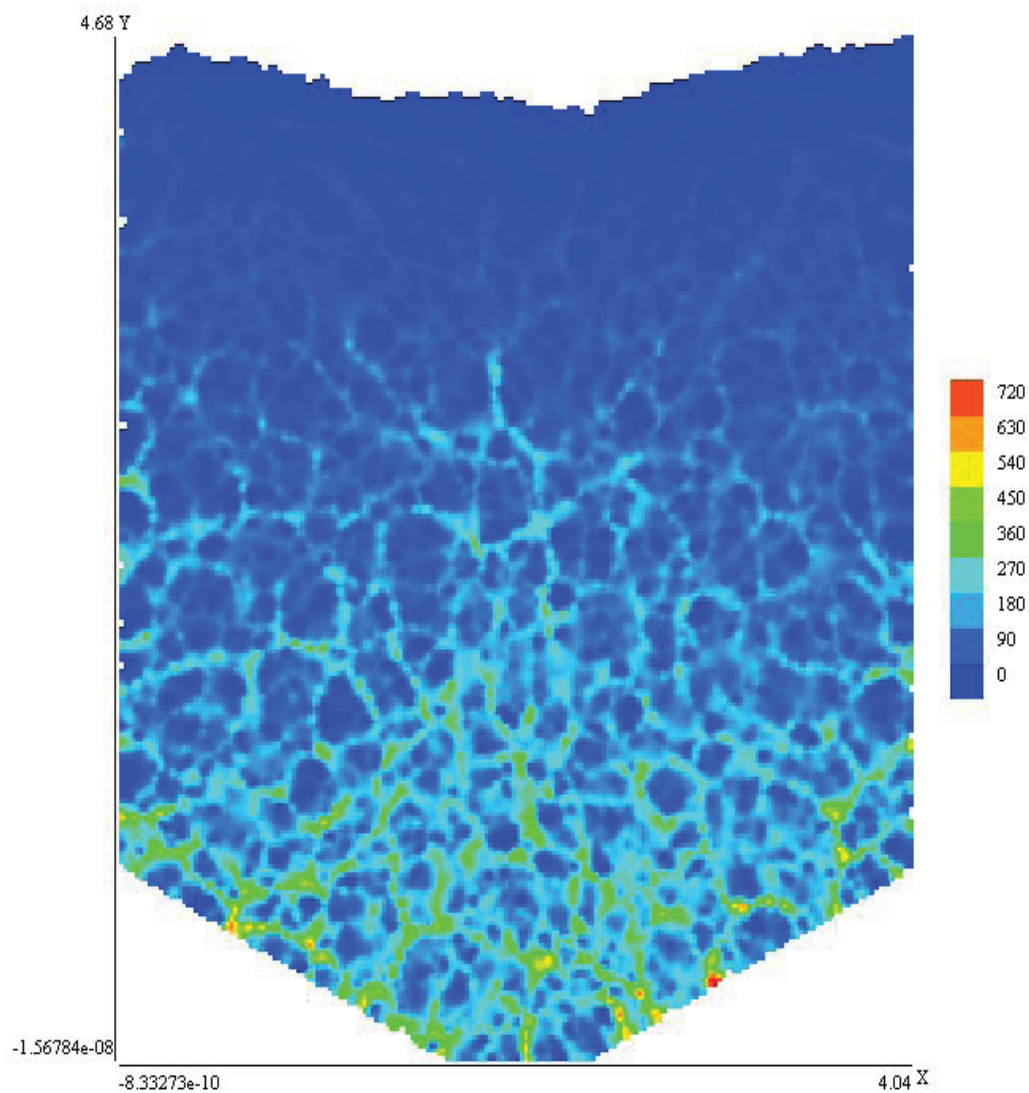


Figura 1.12: Esquema de forças em um silo repleto de grãos. Pode ser observado na figura que as forças originadas acima de uma certa altura tendem a ser aplicadas nas paredes do silo, em vez de em sua base (37).

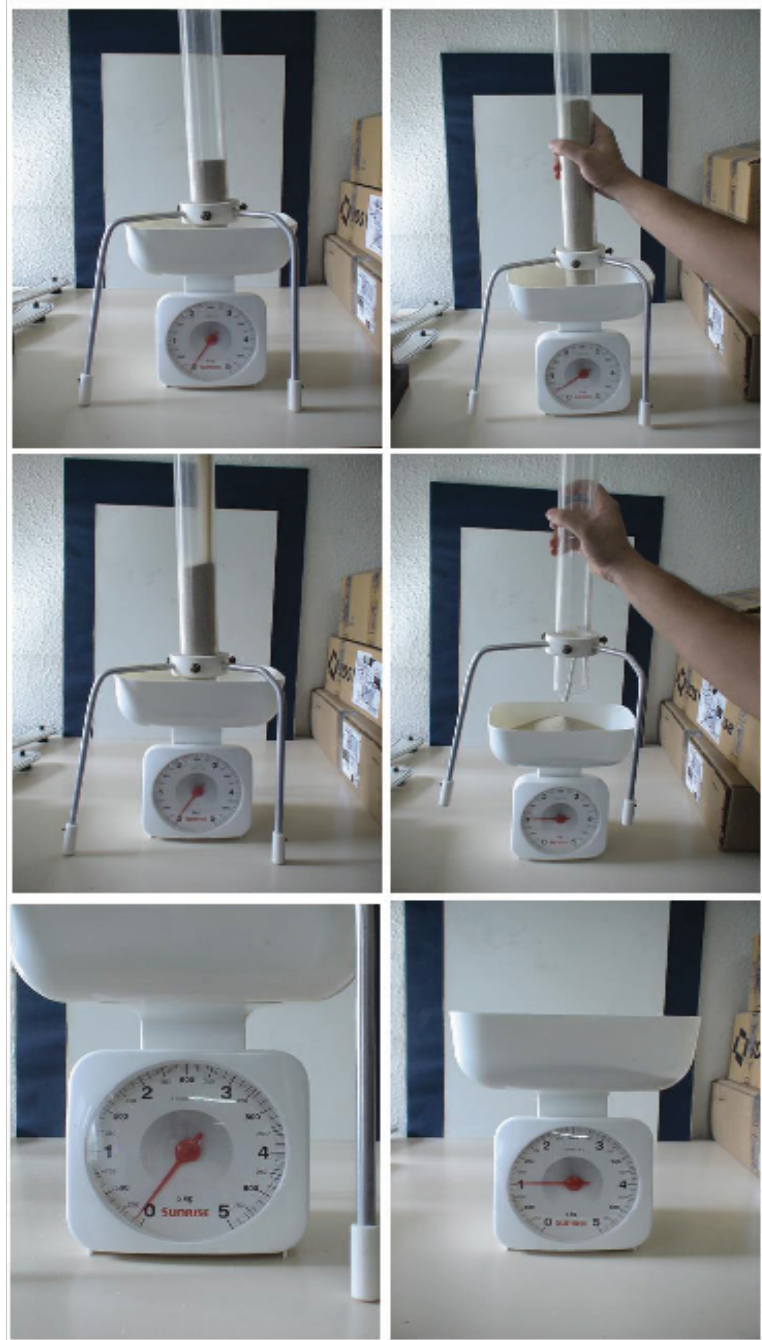


Figura 1.13: Experiência demonstrando o Efeito Janssen: em ordem cronológica, de cima para baixo, pode-se ver na coluna da esquerda o recipiente (que não encosta na balança) sendo preenchido por areia, enquanto a balança continua marcando o mesmo valor, pois o peso dos grãos é transmitido por meio de arcos de força para as laterais do recipiente. Na coluna da direita, após o recipiente ser retirado, permitindo que toda a areia se espalhe na balança, pode-se ver o medidor marcando o peso real da pilha de grãos.

É esse fenômeno que torna possível o funcionamento da ampulheta como um medidor de passagem de tempo preciso. O fluxo de areia através da parte mais estreita da ampulheta é constante justamente devido a essa propriedade dos grãos de formarem arcos que transmitam as forças de forma não-linear. A areia, na região imediatamente acima da parte mais estreita, forma arcos de sustentação para o resto da pilha que está acima, arcos esses que se quebram e ressurgem a cada instante, sempre sustentando temporariamente a pilha acima, mas permitindo um escoamento para a parte inferior da ampulheta. Com isso, sempre uma quantidade pequena de grãos, que não sofre a pressão do restante da pilha, escoam da parte superior para a inferior da ampulheta, em um ritmo constante. Isto seria impossível de se conseguir com um líquido, por exemplo, pois, como esses arcos de sustentação não são formados, a parte a ser escoada para a metade inferior da ampulheta sempre estaria submetida à pressão de um líquido newtoniano, definida pela Lei de Stevin: $p_v(h) = \rho gh$, onde p_v é a pressão vertical, ρ é a densidade do fluido, g é a aceleração da gravidade e h é a altura da coluna de fluidos acima do ponto medido (38). Como a pressão depende da coluna acima do ponto medido, à medida que o líquido fosse escoando pelo meio da ampulheta, a pressão neste ponto variaria, mudando a taxa de escoamento e tornando a medida de tempo imprecisa.

Outra consequência que vem sendo observada recentemente é a influência e a importância dos arcos em situações dinâmicas (em vez de condicionamentos estáticos) (39). Nesse novo contexto, arcos seriam os responsáveis não apenas pela transmissão das forças em um sistema, mas também estariam entre os principais responsáveis pelo transporte granular, como ilustrado pictoricamente na Figura 1.14. Pode-se pensar o movimento de grãos no interior de um meio granular como resultado da formação e rompimentos dos arcos. Vários fenômenos poderiam ser explicados desta forma, como por exemplo a formação de bandas de cisalhamento e difusão correlacionada.

1.8 Difusão Granular

Como toda partícula com energia térmica considerável, grãos possuem movimento difusivo em meios com temperatura granular diferente de zero (ver acima). A difusão granular é um fenômeno importante para qualquer tentativa de se descrever sistemas granulares dinâmicos, onde ela está sempre presente. Recentemente, foi observado inclusive que a difusão granular pode ser responsável também por segregação granular entre dois ou mais tipos diferentes de grãos (40).

A difusão granular, no entanto, não obedece aos padrões característicos de

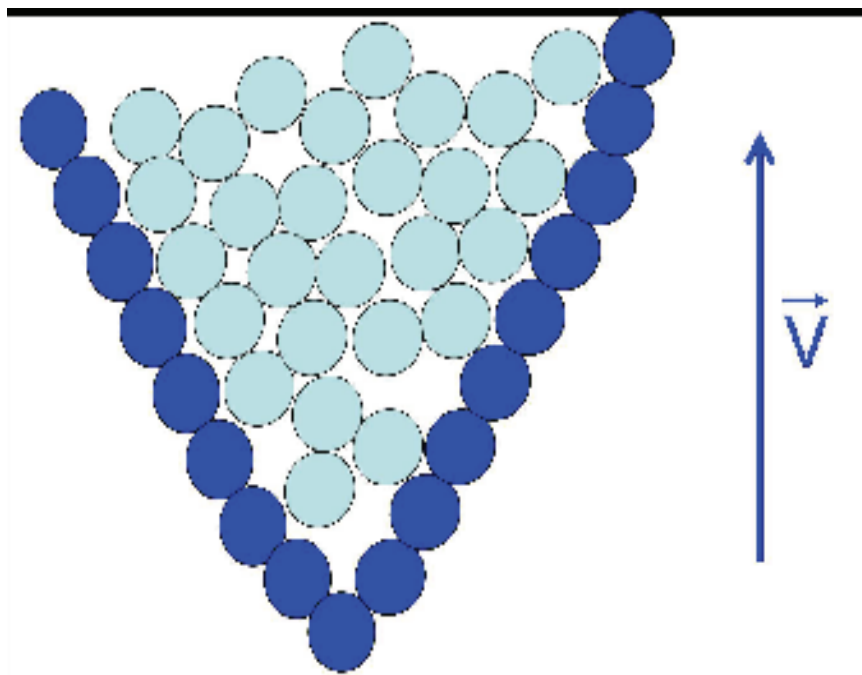


Figura 1.14: Ilustração de como os grãos seriam transportados em um meio granular denso: cunhas de arcos, movendo-se com velocidade v , arrastariam o material granular enquanto as forças transmitidas fossem fortes o suficiente para mover os grãos e manter o arco intacto.

difusão por movimento browniano de partículas independentes. Ao contrário, para pequenas distâncias, um comportamento conjunto entre as partículas foi observado. Análises teóricas (41), estudos numéricos (42) e experimentos (43, 44) comprovam a existência de uma correlação no movimento difusivo de partículas próximas, levando a crer que haja um comprimento de correlação típico do sistema responsável por esse comportamento (45, 46, 47), possivelmente causado pela estabilidade mecânica das cunhas (“*wedges*”) formadas pelos arcos de grãos.

1.9

Este Trabalho

O objetivo deste trabalho é promover o avanço do conhecimento e do entendimento dos mecanismos de fluxo e transporte de grãos em sistemas granulares dinâmicos densos, através tanto da criação de modelos físicos quanto do desenvolvimento de modelos matemáticos. Diversos trabalhos recentes buscam, de uma forma ou de outra, uma resposta para a seguinte pergunta (48, 49, 50): “Será possível fazer uma descrição unificada e contínua de grãos em movimento?”.

Nossa ambição aqui é contribuir para que uma resposta afirmativa para

a pergunta acima seja alcançada, utilizando do conceito defendido acima da relevância dos arcos para o comportamento, e conseqüente descrição, de um sistema granular dinâmico, em especial os sistemas densos, que sofrem maior formação e influência dos arcos de grãos formados, como pode ser visto nas Figuras 1.10 e 1.12.

Para tanto, atacamos dois problemas fundamentais e interligados em sistemas granulares dinâmicos:

- A influência dos arcos de grãos em regimes granulares densos, e as suas conseqüências para o transporte granular e o comportamento do sistema como um todo - ver Capítulo 2.
- A descrição dos grãos difundindo-se de forma correlacionada em um meio granular, através de uma função de correlação que pode ser relacionada com a formação de arcos no interior do sistema - ver Capítulo 3.