

## 6 Simulações

Este capítulo descreve os testes realizados para validar a teoria proposta pela presente dissertação.

### 6.1. Descrição da Simulação

Visando validar o equacionamento desenvolvido no Capítulo 4, este será simulado cinematicamente no software Matlab. A simulação é descrita pelo diagrama de blocos da Fig. 58.

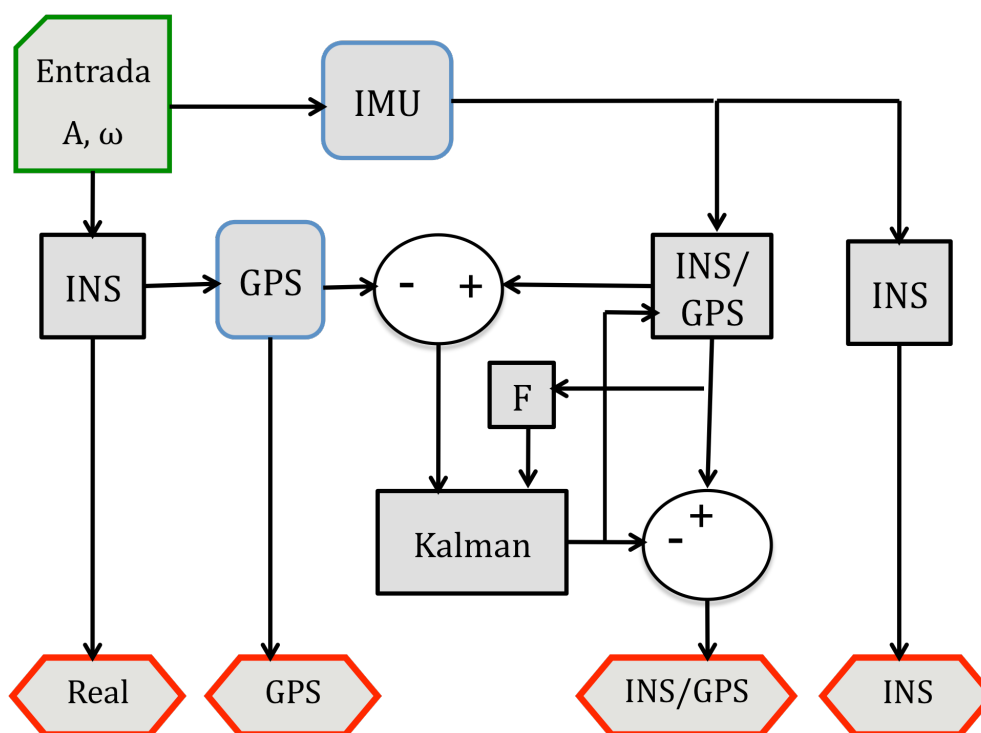


Figura 1 – Diagrama de Blocos da Simulação

## 6.2. Entrada

As entradas do sistema são as acelerações e velocidades angulares nos 3 eixos do sistema de coordenadas do Corpo. Estas foram amostradas a cada 1ms a partir um modelo simplificado do robô utilizado nos experimentos. Este tem suas rodas submetidas a velocidades angulares de natureza aleatória a cada 1ms.

O modelo do robô é o proposto por (SIEGWART, R.; e NOURBAKSHSH, I. R. et. at., 2004) para veículos com direção tipo tanque se movendo-se sob um plano. Logo, o mesmo é modelado como um corpo sólido com duas rodas de raio  $r$  que são equidistantes com distância  $l$  do centro de massa  $cm$ , vide Fig. 59.

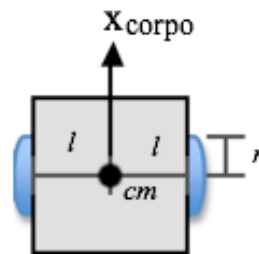


Figura 2 – Modelo Simplificado do Robô Ambiental Híbrido

Dado que as rodas da direita e da esquerda giram com velocidades angulares  $\omega_{dir}$  e  $\omega_{esq}$ , respectivamente, e que não existe derrapagem, as velocidades lineares e angulares nas coordenadas do corpo são dadas por:

$$\begin{bmatrix} V_x^b \\ V_y^b \\ V_z^b \\ \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left( \frac{r\omega_{dir}}{2} + \frac{r\omega_{esq}}{2} \right) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{r\omega_{dir}}{2l} - \frac{r\omega_{esq}}{2l} \end{bmatrix} \quad (165)$$

No robô ambiental híbrido os parâmetros do modelo assumem os valores descritos na tabela 11.

**Tabela 1 – Parâmetros do modelo do Robô Ambiental Híbrido**

	valor	unidade
$l$	0.76	m
$r$	0.38	m
$\omega_{\max}$	21	rad/s
$d\omega_{\max}$	4.2	rad/s <sup>2</sup>

### 6.3. Modelo do Sensor Inercial (IMU)

O sensor utilizado nos experimentos da marca Xsens possui taxa de amostragem de 1ms e suas fontes de erros descritas pelo *Datasheet* são:

**Tabela 2 – Fontes de Erro do Sensor Inercial (Xsens)**

Fonte de Erro	simbolo	velocidade angular	aceleração	orientação dinâmica
Linearidade	L	0.1 % do FS	0.2 % do FS	
Bias que se move	$\sigma_b$	$87.3 \cdot 10^{-3}$ rad/s	0.02 m/s	
Fator de Escala	FS	-	0.05 %	
Ruído	$\sigma_r$	$1.7 \cdot 10^{-3}$ rad/s / $\sqrt{\text{Hz}}$	$0.0001$ m/s <sup>2</sup> / $\sqrt{\text{Hz}}$	2 deg

O erro de orientação será modelado como o valor real da orientação perturbado por uma normal de média 0 e desvio padrão de 2 graus. Já o erro de aceleração e velocidade angular é calculado através da simplificação do equacionamento de (FLENNIKEN, W.; WALL, J. BEVLY, D et. al., 2004) para sensores inerciais de acordo com as fontes de erros descritas na tabela 4. O modelo da velocidade angular e da aceleração para cada eixo é dada respectivamente por:

$$\omega_m = \omega_r + c_\omega + b_\omega + r_\omega \quad (166)$$

$$A_m = A_r + c_A + b_A + r_A + SF_A * A_r + L_A * SF_A * A_r \quad (167)$$

Na qual:

subscrito  $\omega$  – significa da velocidade angular;

subscrito A – significa da aceleração;

$\omega_m$  – velocidade angular medida;

$\omega_r$  – velocidade angular real;

$c$  – *offset* constante;

$b$  – bias que se move;

$r$  – ruído branco;

SF – fator de escala; e

L – linearidade.

De acordo com (FLENNIKEN, W.; WALL, J. BEVLY, D et. al., 2004) assume-se que o ruído branco da velocidade angular é normalmente distribuídos com média 0 e variância amostral dependente da frequência amostral ( $f_s$ ) dada por

$$E[r_\omega^2] = \sigma_r^2 f_s \quad (168)$$

O bias que se move é modelado como um processo de Markov de primeira ordem, ou seja, pode ser descrito de acordo com Eq. (169). Este possui média 0 e variância

$$E[b_\omega^2] = \sigma_b^2 \quad (169)$$

$$\dot{b}_\omega = -\frac{1}{\tau_\omega} b_\omega + r_{bias} \quad (170)$$

Na qual,

$$r_{bias} = \sqrt{\frac{2f_s\sigma_b^2}{\tau_\omega} v} \quad (171)$$

e,

$$v \sim N[0, 1] \quad (172)$$

O bias que se move do acelerômetro é modelado de maneira análoga ao da velocidade angular, sendo que as variâncias amostrais do ruído e do bias são modeladas, respectivamente, como:

$$E[r_A^2] = \sigma_r^2 f_s \quad (173)$$

$$E[r_b^2] = \frac{\sigma_b^2 2f_s}{\tau_A} \quad (174)$$

sendo que:

$\tau_\omega$  – constante de tempo da velocidade angular;

$\tau_A$  – constante de tempo do acelerômetro;

$N[0,1]$  – distribuição normal; e

$f_s$  – frequência amostral.

#### 6.4. Modelo do GPS

A posição dada pelo GPS vai ser modelada como a posição real acrescida de um erro. De acordo com o capítulo 2, em condições comuns de operação, o erro é modelado com uma normal de média 0 e desvio padrão de 10.2m e 12.8m para a horizontal e vertical, respectivamente.

A velocidade em cada eixo vai ser modelada como o valor real acrescido de uma normal de média 0 e desvio padrão de 0.051444445 m/s. Este valor é fornecido no *datasheet*, em anexo, do GPS da marca Garmin que foi utilizado nos experimentos. A taxa de amostragem para este sensor é de 10ms.

#### 6.5. Navegação Inercial (INS)

A navegação inercial é dada pelo equacionamento descrito no capítulo 4. As entradas são as acelerações lineares e as velocidades angulares; a saída, a orientação, velocidade linear e posição do veículo. Nesta dissertação, o sensor inercial é de má

qualidade, possuindo bússolas para auxiliar na orientação, logo, existirão duas implementações das navegações inerciais: a clássica e com orientação, onde a matriz de rotação entre o corpo e navegação será fornecida pelo sensor e não será calculada pela navegação inercial.

## 6.6. Filtro de Kalman do GPS/INS

Na simulação os valores dos sensores são amostrados discretamente em intervalos  $\Delta t$ , logo o filtro de Kalman utilizado será o de tempo discreto. Este descrito por (WANG, et. al.2006 ) e (BOSE, et. al. 1982), através da expansão de segunda ordem da transformada inversa de Laplace, como:

**Propagação da Estimativa :**

$$\hat{x}_t = \left( I + F_{t-}\Delta t + \frac{(F_{t-}\Delta t)^2}{2} \right) \hat{x}_{t-} \quad (175)$$

$$P_t = P_{t-} + (F_{t-}P_{t-} + P_{t-}F_{t-}^T)\Delta t + F_{t-}P_{t-}F_{t-}^T(\Delta t)^2 + V_{t-}\Delta t \quad (176)$$

**Ganho Kalman:**

$$K_t = P_t H_t^T (H_t P_t H_t^T + R_t)^{-1} \quad (177)$$

**Atualização:**

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t + K_t(z_t - H_t \hat{x}_t) \quad (173)$$

$$P_t = (I - K_t H_t) P_t \quad (178)$$

na qual:

$t-$  significa o instante  $t - \Delta t$

$\hat{x} \in \mathbb{R}^{15}$  – vetor de médias da distribuição  $x$ ;

$P \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$  – matriz de covariância da distribuição  $x$ ;

$V \in \mathbb{R}^{15 \times 15}$  – matriz de covariância do ruído do processo;

$W \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  – matriz de covariância do ruído da medida;

$z \in \mathbb{R}^6$  – vetor de saídas do sistema medidas pelos sensores;

$F^{15 \times 15} \in \mathbb{R}$  – Matriz da dinâmica do sistema; e

$H \in \mathbb{R}^6$  – vetor de funções que descreve como as equações de estado são mapeadas em saídas.

A navegação através da fusão do GPS com o sensor inercial, utilizando um filtro de Kalman, é uma navegação inercial, corrigida pelos valores calculados pelo filtro. Este é atualizado através das observações da diferença entre o valor calculado pela navegação inercial e aqueles medidos por outros sensores. O diagrama de blocos da Fig. 60 mostra esta navegação, sendo que o equacionamento da navegação inercial é descrita em detalhe no capítulo 4. Os números nos blocos são referências às equações no diagrama de blocos da Fig. 47.

Nesta dissertação serão simuladas duas implementações distintas do filtro GPS/INS; a clássica, onde é observada a diferença de posição e velocidade entre o INS e o GPS, e aquela com orientação, onde, além das diferenças observadas pela implementação clássica, também será observada a diferença entre a orientação calculada pela navegação inercial e medida pelo sensor inercial.

A matriz de covariância do filtro é propagada a cada atualização da navegação inercial, 1ms. O vetor de estado contendo os erros da navegação inercial é atualizado a cada observação do sistema, ou seja, quando existe sinal de GPS. Os valores dos erros calculados pelo filtro são realimentados ao sistema e propagados pelo mesmo; ao se realizar uma observação do sistema é observada diretamente a diferença  $e = z - Hx$ .

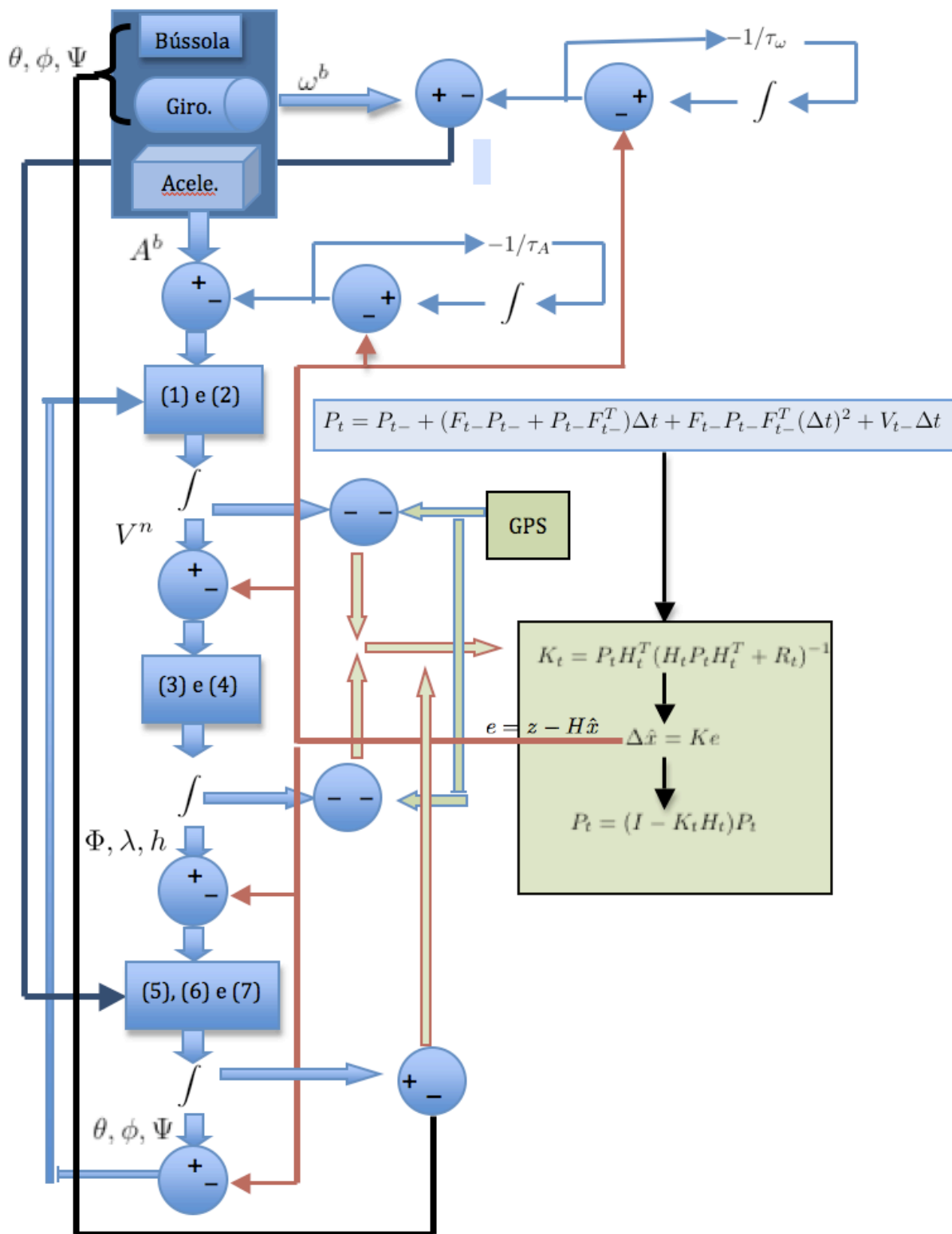


Figura 3 – Diagrama de Blocos da Fusão GPS/INS

As matrizes do ruído do processo e da medida são diagonais, ou seja, os erros são considerados decorrelacionados. Os valores são encontrados através de ajustes



manuais, estes realizados com vistas a reduzir o rms da estimativa dos estados do filtro. As tabelas 5, 6 e 7 contêm os valores da diagonal das matrizes do ruído do processo e da medida nas implementações clássica e com orientação, respectivamente, utilizados nesta simulação.

**Tabela 3 – Diagonal da Matriz de Ruído do Processo (V)**

V(1,1)	$\delta\theta_x$	$10^{-8}$	V(9,9)	$\delta\phi_z$	$10^{-4}$
V(2,2)	$\delta\theta_y$	$10^{-8}$	V(10,10)	$\delta A_x$	$10^{-2}$
V(3,3)	$\delta h$	$10^{-8}$	V(11,11)	$\delta A_y$	$10^{-2}$
V(4,4)	$\delta V_x$	$10^{-6}$	V(12,12)	$\delta A_z$	$10^{-1}$
V(5,5)	$\delta V_y$	$10^{-6}$	V(13,13)	$\delta\omega_x$	0.5
V(6,6)	$\delta V_z$	$10^{-4}$	V(14,14)	$\delta\omega_y$	0.5
V(7,7)	$\delta\phi_x$	$10^{-4}$	V(15,15)	$\delta\omega_z$	0.5
V(8,8)	$\delta\phi_y$	$10^{-4}$			

**Tabela 4 – Diagonal da Matriz de Ruído do Medida Implementação Clássica (W)**

W(1,1)	$\delta\theta_x$	$1.6*10^{-6}$	W(4,4)	$\delta V_x$	0.05
W(2,2)	$\delta\theta_y$	$1.6*10^{-6}$	W(5,5)	$\delta V_y$	0.05
W(3,3)	$\delta h$	12.8	W(6,6)	$\delta V_z$	0.05

**Tabela 5 – Diagonal da Matriz de Ruído do Medida Implementação com Orientação (W)**

W(1,1)	$\delta\theta_x$	$1.6*10^{-6}$	W(6,6)	$\delta V_z$	0.05
W(2,2)	$\delta\theta_y$	$1.6*10^{-6}$	W(7,7)	$\delta\sigma_x$	$35*10^{-3}$
W(3,3)	$\delta h$	12.8	W(8,8)	$\delta\sigma_y$	$35*10^{-3}$
W(4,4)	$\delta V_x$	0.05	W(9,9)	$\delta\sigma_z$	$35*10^{-3}$
W(5,5)	$\delta V_y$	0.05			

## 6.7. Resultados da Simulação

O modelo do robô é simulado durante 10 minutos. A posição inicial é a mesma do experimento realizado na região amazônica ( latitude  $-3.314375^\circ$  e longitude  $-60.186111^\circ$ ), com velocidades e orientações iniciais nulas.

### 6.7.1. RMS

O rms dos parâmetros da posição , velocidade linear, orientação, aceleração linear e velocidade angular da navegação puramente inercial, do GPS e da fusão GPS/INS clássica e com orientação são calculados a partir dos resultados da simulação, tabela 8.

**Tabela 6 – RMS da Simulação**

	GPS	INS Clássica	INS Orientação	GPS/INS Clássica	GPS/INS Orientação	unidade
$\delta\theta_x$	6.9715	228996.8341	113.059	0.4638	0.4568	m
$\delta\theta_y$	7.0223	416466.0691	146.5283	1.0464	0.1477	m
$\delta h$	12.8547	653249.9761	46029.7333	0.2532	0.2343	m
$\delta V_x$	0.0515	1149.1202	0.434	0.0177	0.0137	m/s
$\delta V_y$	0.0513	1493.0263	0.8749	0.018	0.0134	m/s
$\delta V_z$	0.0516	3070.3637	198.1474	0.0269	0.0267	m/s
$\delta\phi_x$	-	131.2864	1.9992	0.7709	0.5197	°
$\delta\phi_y$	-	40.8665	1.9988	0.7585	0.5047	°
$\delta\phi_z$	-	92.7576	1.9978	30.7657	0.5254	°
$\delta A_x$	-	0.045	0.045	0.045	0.0443	$m/s^2$
$\delta A_y$	-	0.0215	0.0215	0.0215	0.0194	$m/s^2$
$\delta A_z$	-	0.5854	0.5854	0.1207	0.1207	$m/s^2$
$\delta\omega_x$	-	0.1015	0.1015	0.0775	0.0766	rad/s
$\delta\omega_y$	-	0.1029	0.1029	0.0768	0.0752	rad/s
$\delta\omega_z$	-	0.1018	0.1018	0.1048	0.0706	rad/s

Observa-se, pela tabela, que a fusão GPS/INS com orientação forneceu o menor erro para todos os parâmetros da navegação, o que era esperado pela teoria, pois, dentre as implementações testadas, é a filtragem com a maior quantidade de informação.

A fusão GPS/INS clássica possui quase todos os erros menores que a navegação inercial com orientação, entretanto, apresenta um pior resultado na velocidade angular em torno do eixo z e no Yaw, porquanto esses estados são fracamente observados no filtro clássico e o erro da velocidade angular nesta simulação é grande. Ou seja, apesar da filtragem, esta não consegue reduzir o bastante o erro dessas variáveis para fornecer um resultado melhor do que o observado pelo sensor inercial utilizando a bússola.

A navegação inercial com orientação apresenta um menor erro para todos os parâmetros com relação à navegação inercial clássica. Este fato ocorre, uma vez que, na implementação clássica, o erro da orientação cresce ilimitadamente, já que o mesmo é calculado através da integral da velocidade angular medida, enquanto na implementação com orientação o erro é limitado, devido ao auxílio das bússolas no cálculo da orientação.

### **6.7.2. Posição**

A latitude e longitude do percurso real, do medido pelo GPS e dos calculados pela navegação INS e INS/GPS clássica e com orientação são mostrados nos mapas geo-referenciados, Figs. 61, 63 e 65. Estes foram construídos utilizando-se o site [www.gpsvisualizer.com/](http://www.gpsvisualizer.com/). O erro entre o valor real do percurso e o medido pelas cinco técnicas de navegação é dado pelas Figs. 62, 64 e 66.

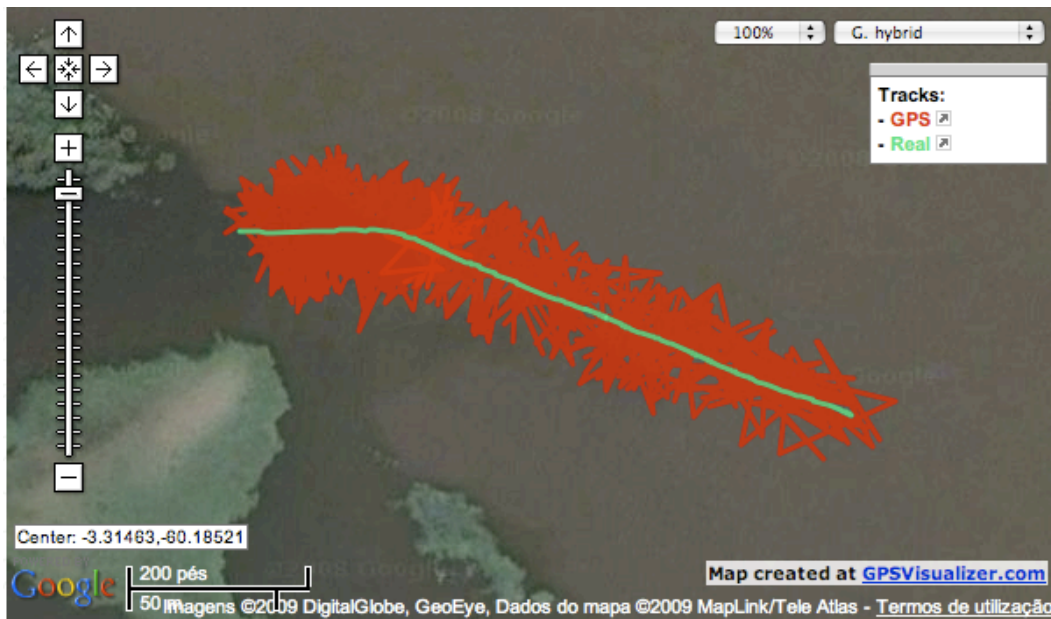


Figura 4 – Mapa Geo-referenciado do Percurso Medido pelo GPS na Simulação.

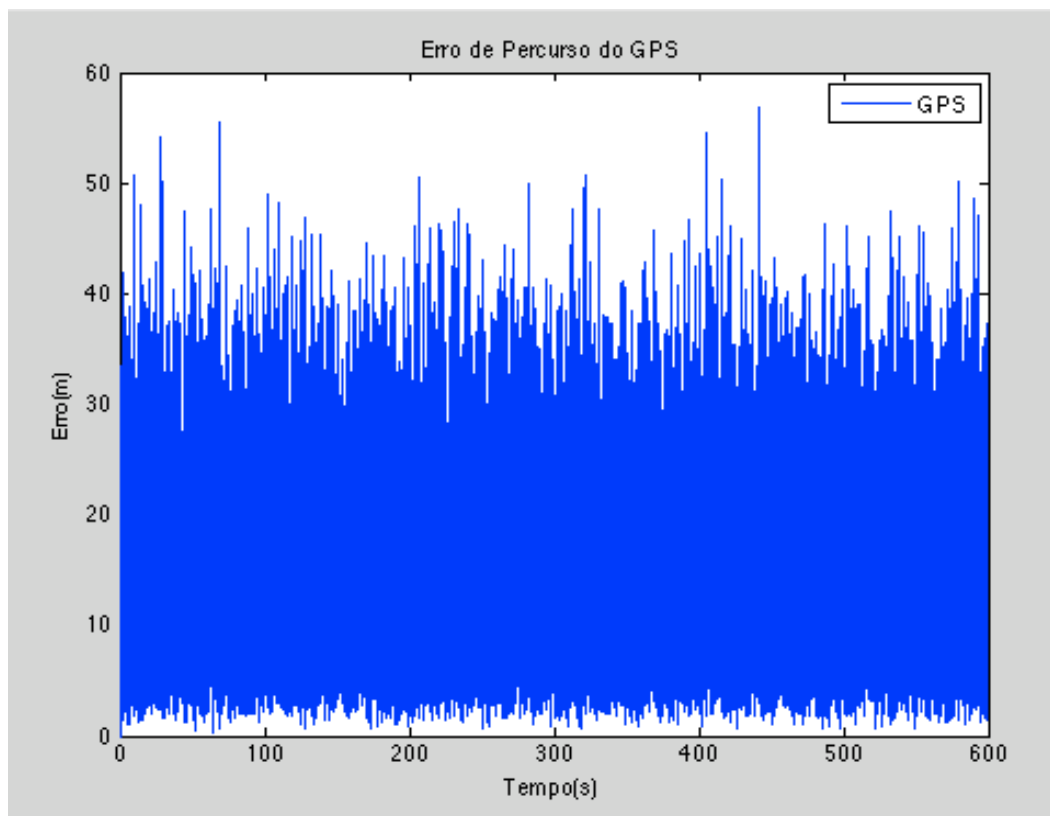


Figura 5 – Erro do Percurso Medido pelo GPS na Simulação.

Observa-se pelo mapa e no gráfico que o erro do GPS é limitado, o que condiz com a teoria e com o modelo utilizado para simular o sinal do mesmo.

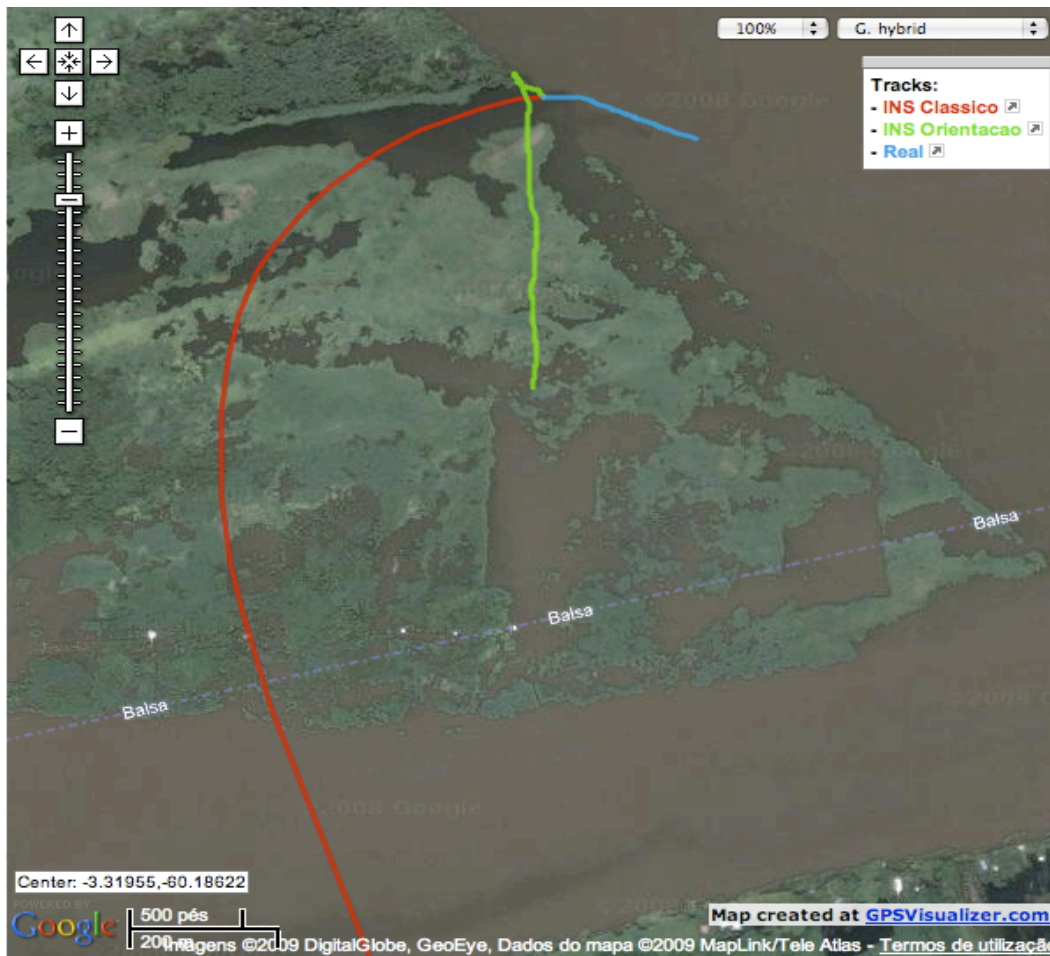


Figura 6 – Mapa Geo-referenciado do Percurso Calculado pela Navegação Inercial Clássica e com Orientação.

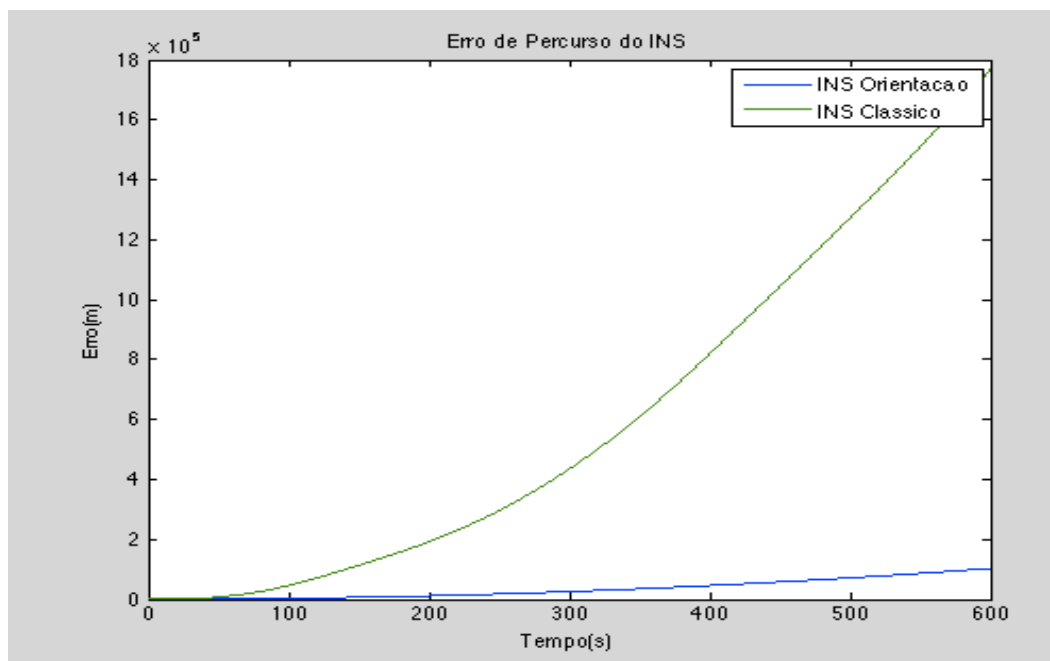


Figura 7 – Erro do Percurso Calculado pelo INS na Simulação.

Observa-se que o erro de posição na navegação inercial cresce ilimitadamente com o quadrado do tempo, o que condiz com a teoria já que o mesmo é resultado da integral dupla dos erros de aceleração. O erro de percurso da navegação inercial com orientação é menor que o da clássica, pois no cálculo da orientação da mesma o erro é limitado através da utilização de bússolas. Enquanto na clássica este cresce ilimitadamente com o tempo através da integral da velocidade angular medida.



Figura 8 –Mapa Geo-referenciado do Percurso Calculado pela Fusão GPS/INS Clássica e com Orientação.

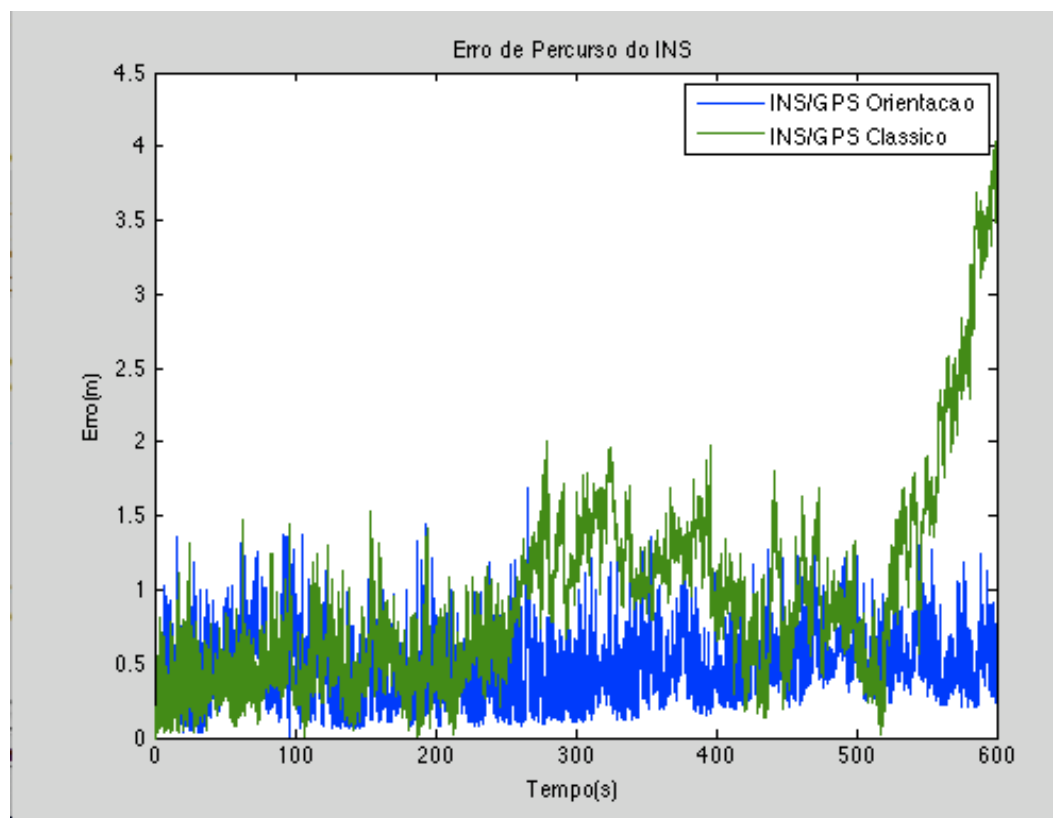


Figura 9 – Erro do Percurso Calculado pelo GPS/INS na Simulação.

Através dos gráficos e dos mapas, conclui-se que o erro da trajetória dada pela fusão do GPS/INS é menor que o dado pelo GPS e pelo INS, o que é esperado pela teoria, porquanto a mesma é a filtragem da fusão dos erros de ambos os sensores. O erro da navegação GPS/INS é limitado, pois a filtragem utiliza o erro do GPS, que é limitado.

Observa-se, também, que a fusão do GPS/INS com Orientação fornece uma melhor estimativa para percurso real do que a fusão GPS/INS clássica; fato conseqüente de o mesmo possuir mais informações sobre o estado através das medidas da bússola, resultando, assim, em uma melhor estimativa do erro.

O gráfico após os 500s mostra que a navegação INS/GPS clássica não converge, o que resulta em um maior erro; isto se deve a um mau ajuste de parâmetros e à não convergência na orientação do Yaw.

### 6.7.3. Velocidade Linear

O erro da velocidade linear total medida pelo GPS e calculado pelo INS e INS/GPS é dado pelas Fig. 67 e 68.

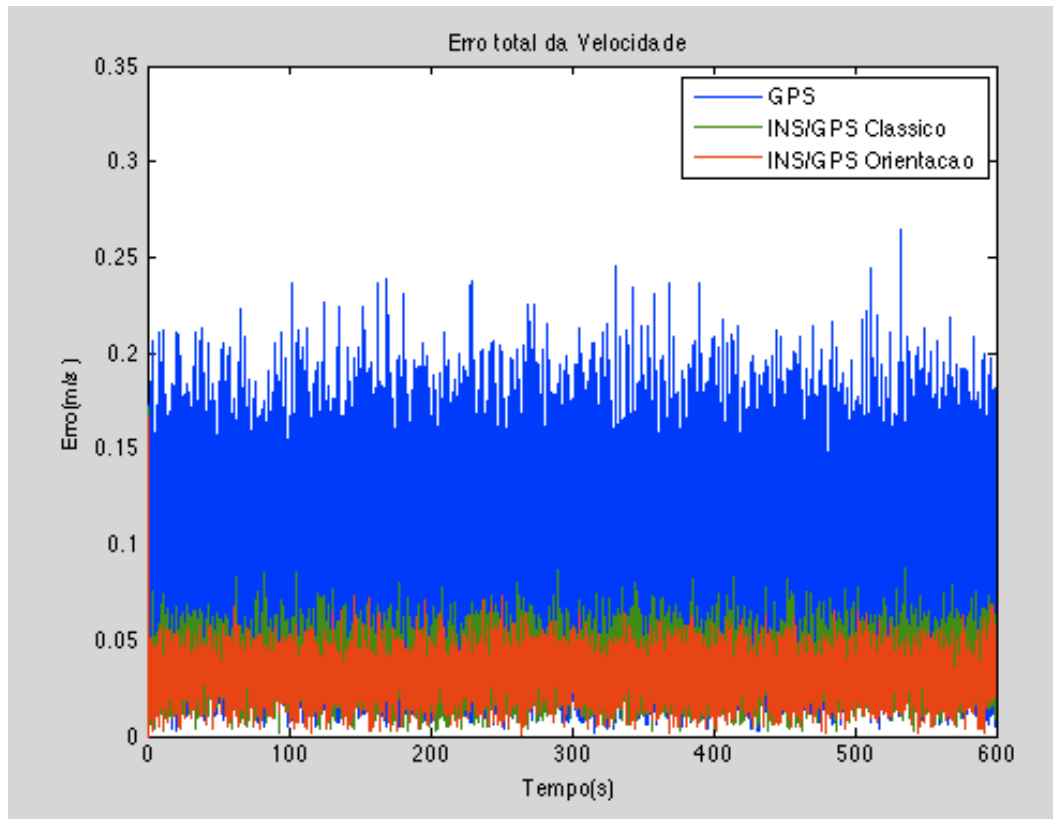


Figura 10 –Gráfico do Erro da Velocidade Linear Total do INS/GPS e do GPS.



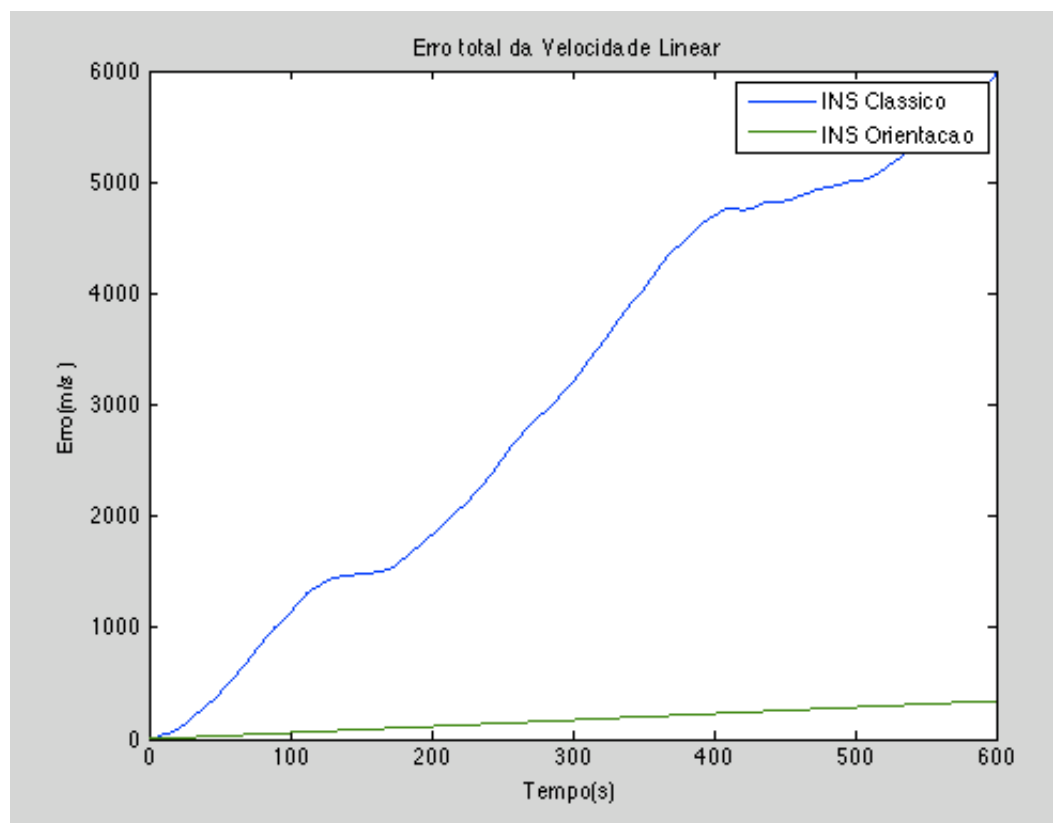


Figura 11 –Gráfico do Erro da Velocidade Linear Total INS.

Observa-se que a velocidade dada pela fusão do GPS/INS possui um erro menor que a dada pelo GPS e pelo INS, o que é esperado pela teoria, pois a mesma é a filtragem da fusão dos erros de ambos os sensores. O erro da navegação GPS/INS e do GPS é limitado, já que a filtragem utiliza o erro do GPS, que é limitado por definição. O erro do INS cresce ilimitadamente com o tempo, o que pode ser observado na Fig. 68; este fato ocorre em função da integral dos erros do acelerômetro e do giroscópio no cálculo da velocidade.

A navegação clássica possui um erro maior de velocidade do que a com orientação, o que é resultado do limite imposto ao erro de orientação pela utilização de bússolas no cálculo do mesmo.

#### 6.7.4. Orientação

O erro de orientação do veículo nos 3 eixos de rotação “roll”, “pitch” e “yaw” são mostrados nas Figs. 69 a 74.

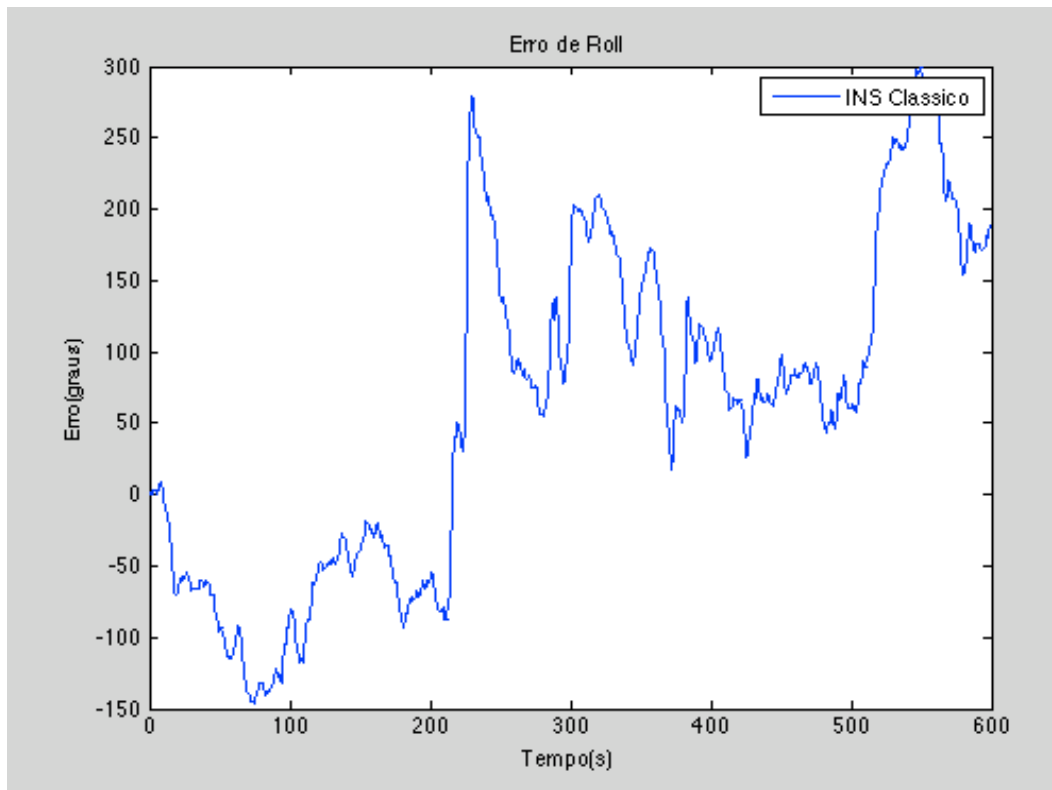


Figura 12 –Erro de Roll do INS Clássico na Simulação.

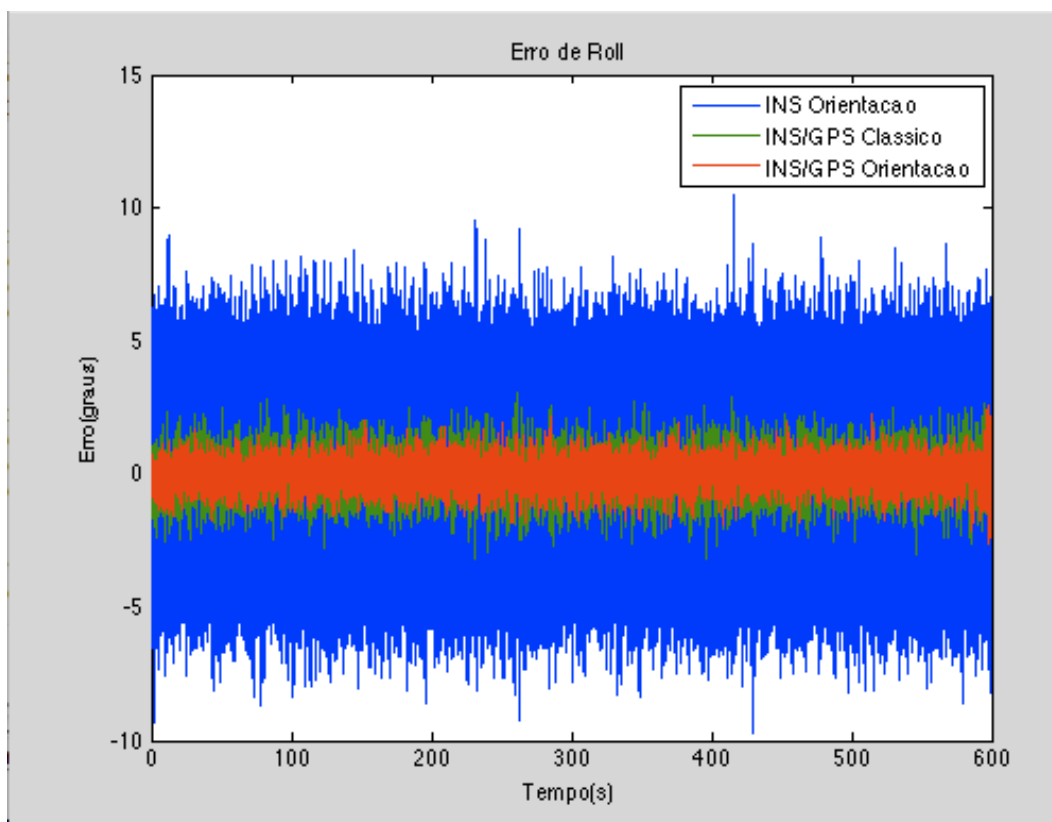


Figura 13 –Erro de Roll do INS com Orientação e do GPS/INS na Simulação.

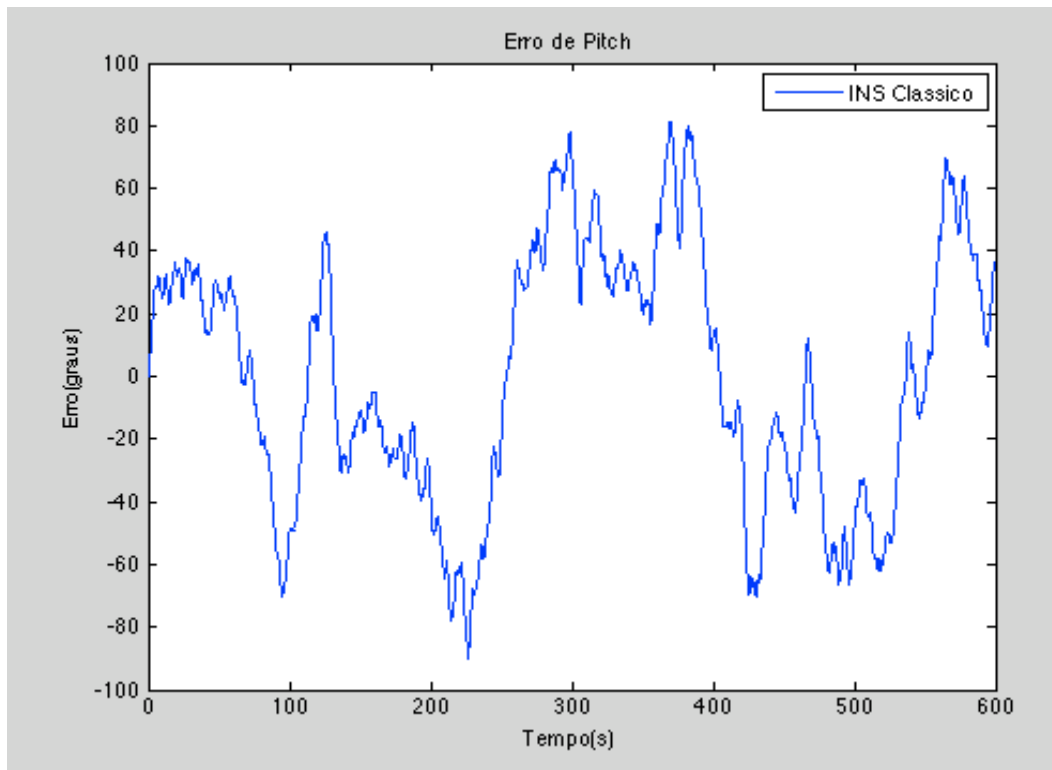


Figura 14 –Erro de Pitch do INS Clássico na Simulação.

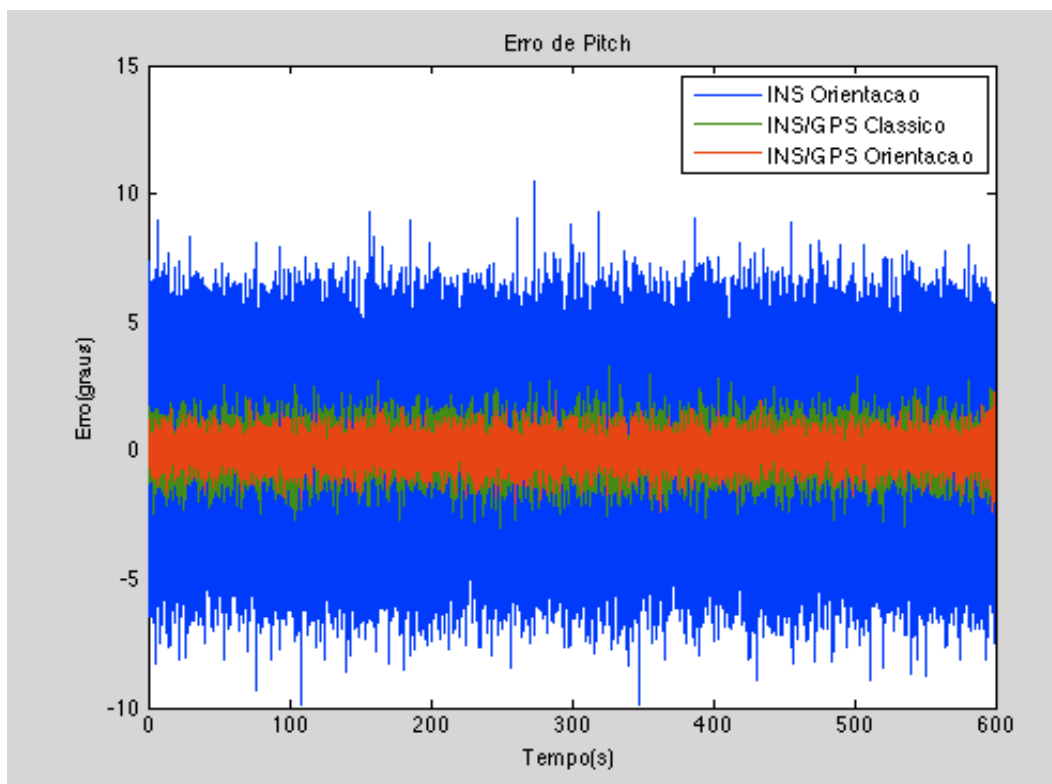


Figura 15 –Erro de Pitch do INS com Orientação e do GPS/INS na Simulação.

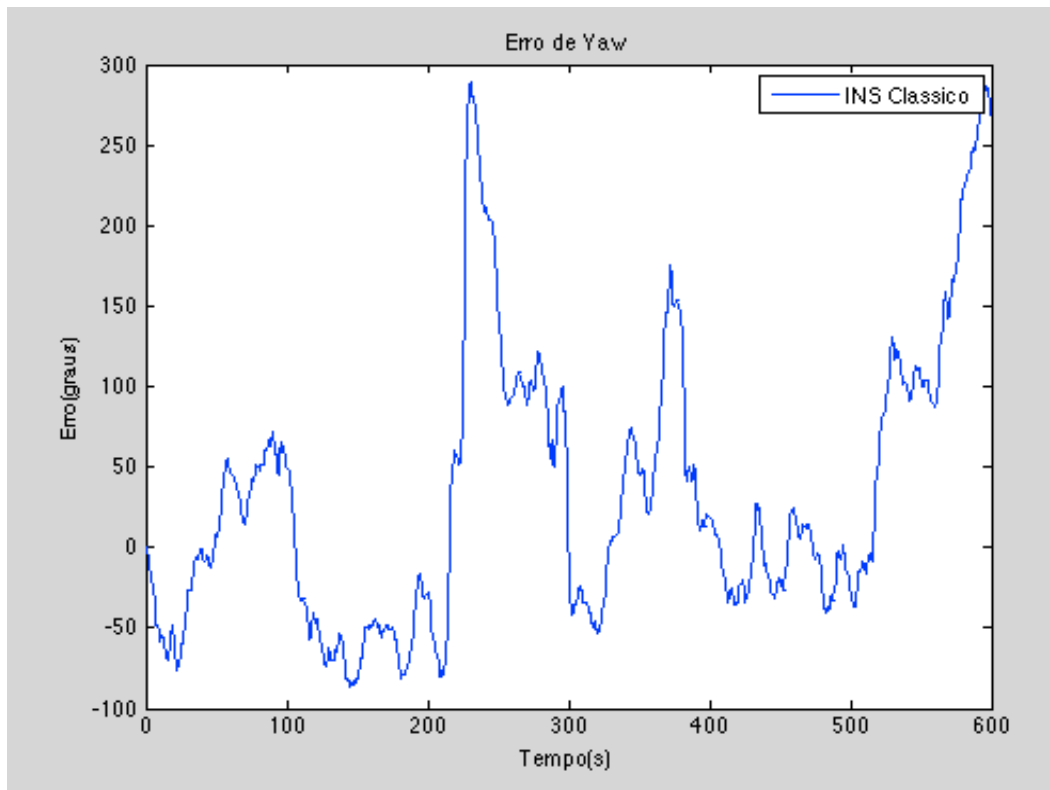


Figura 16 –Erro de Yaw do INS Clássico na Simulação.

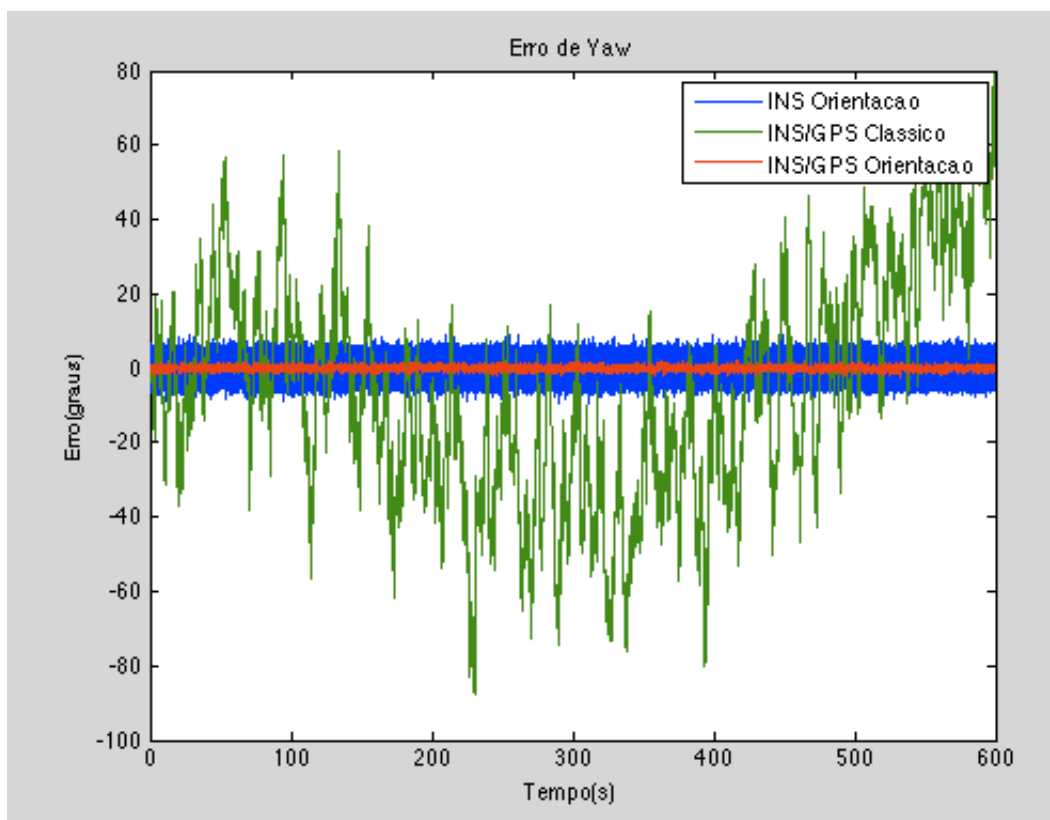


Figura 17 –Erro de Yaw do INS com Orientação e do GPS/INS na Simulação.

O erro nos 3 eixos de orientação dado pela navegação inercial clássica cresce ilimitadamente, o que era esperado, já que esta é calculada através da integral da medida da velocidade angular. A navegação inercial com orientação possui o seu erro limitado nos 3 eixos, o que era esperado pela teoria.

O filtro clássico e com orientação convergem no “Pitch” e “Roll”, já que estes, devido a restrições geométricas da simulação, são nulos, sendo que o filtro com orientação fornece um melhor resultado que o clássico, por possuir mais informações sobre estes estados. Entretanto, devido ao erro grande na velocidade angular e à não observabilidade direta da orientação, o “Yaw” não converge no filtro clássico, obtendo um resultado melhor apenas do que a navegação inercial clássica.

### 6.7.5. Aceleração Linear

A Fig. 72 apresenta o erro da aceleração linear total no sistema de coordenadas do corpo.

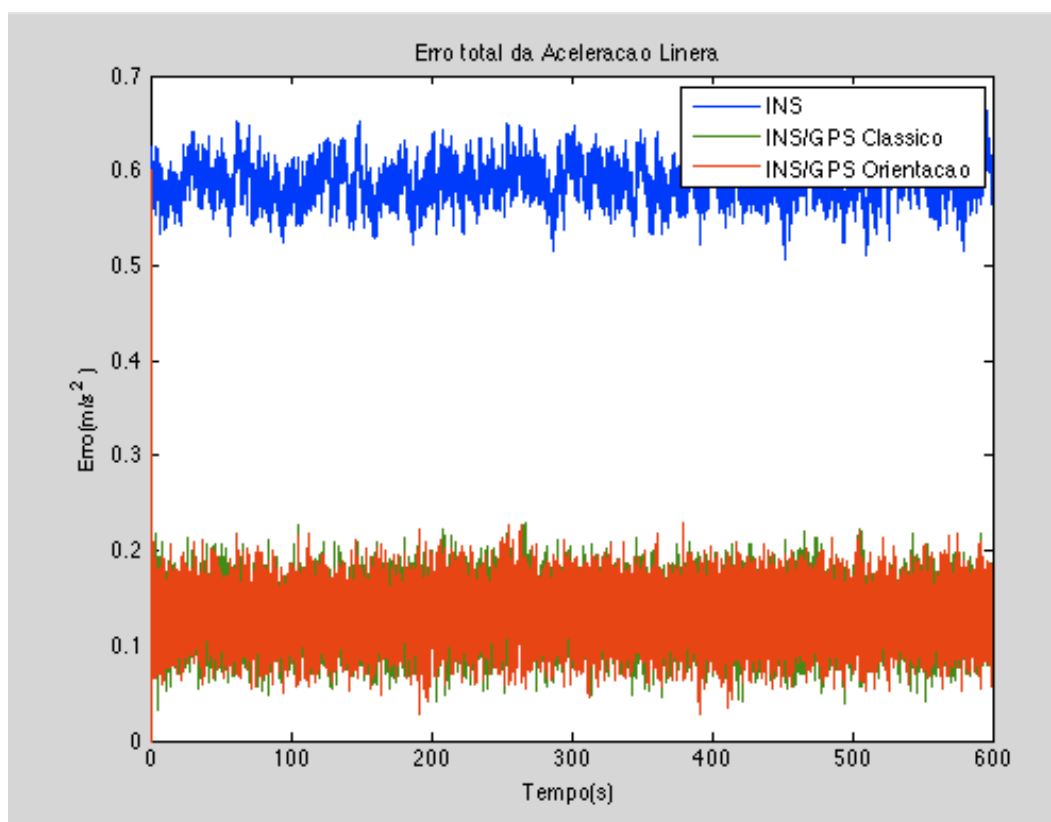


Figura 18 –Erro Total da Aceleração Linear na Simulação.

O erro da aceleração na navegação inercial é o erro do sensor em si, logo não existe diferença entre a navegação inercial clássica e com orientação. A navegação INS/GPS com orientação fornece uma melhor estimativa do bias dos acelerômetros que a clássica, pois a mesma possui um menor erro de orientação. O erro da navegação inercial possui um bias devido ao fator de escala atuando constantemente sobre a força gravitacional medida pelo sensor inercial.

#### 6.7.6. Velocidade Angular

A Fig. 76 apresenta o erro total da velocidade angular no sistema de coordenadas do corpo.

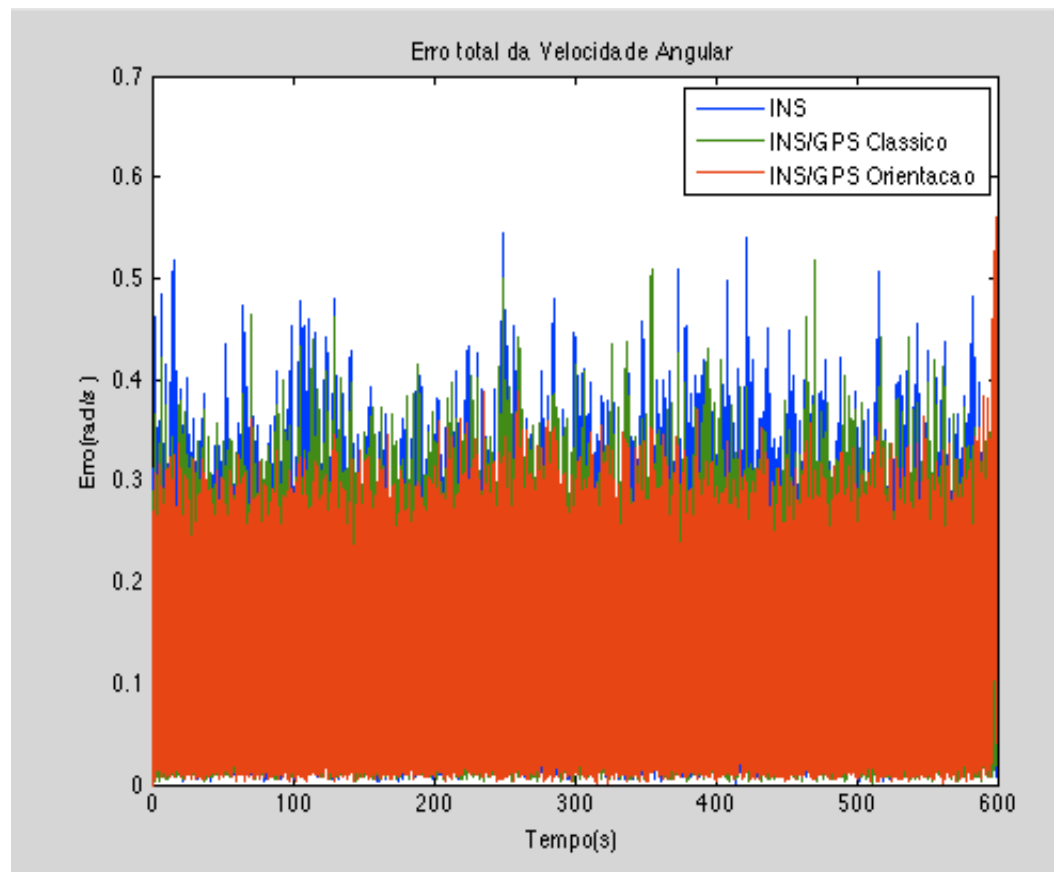


Figura 19 –Erro da Velocidade Angular na Simulação.

Não existe diferença entre o erro de velocidade angular do INS clássico e aquele com orientação. O erro na navegação INS/GPS com orientação é menor que a clássica, pois a mesma possui um menor erro de orientação e ambos possuem o erro menor que o INS, devido à filtragem.

### 6.8. Resultados da Simulação de Falha do Sinal de GPS

Foi simulada uma falha no sinal do GPS do 30s ao 40s em uma simulação de 50s. Durante a falha do sinal de GPS, o filtro de Kalman é apenas atualizado com as observações de orientações. Os equacionamentos da fusão e da navegação inercial correspondem ao com orientação. No instante da falha, a navegação inercial é considerada como estando na mesma posição e com a mesma velocidade que a navegação com filtro, o que permite comparar a performance do filtro sem o sinal do GPS com a navegação inercial. As Figs. 77 a 82 representam os erros da navegação.

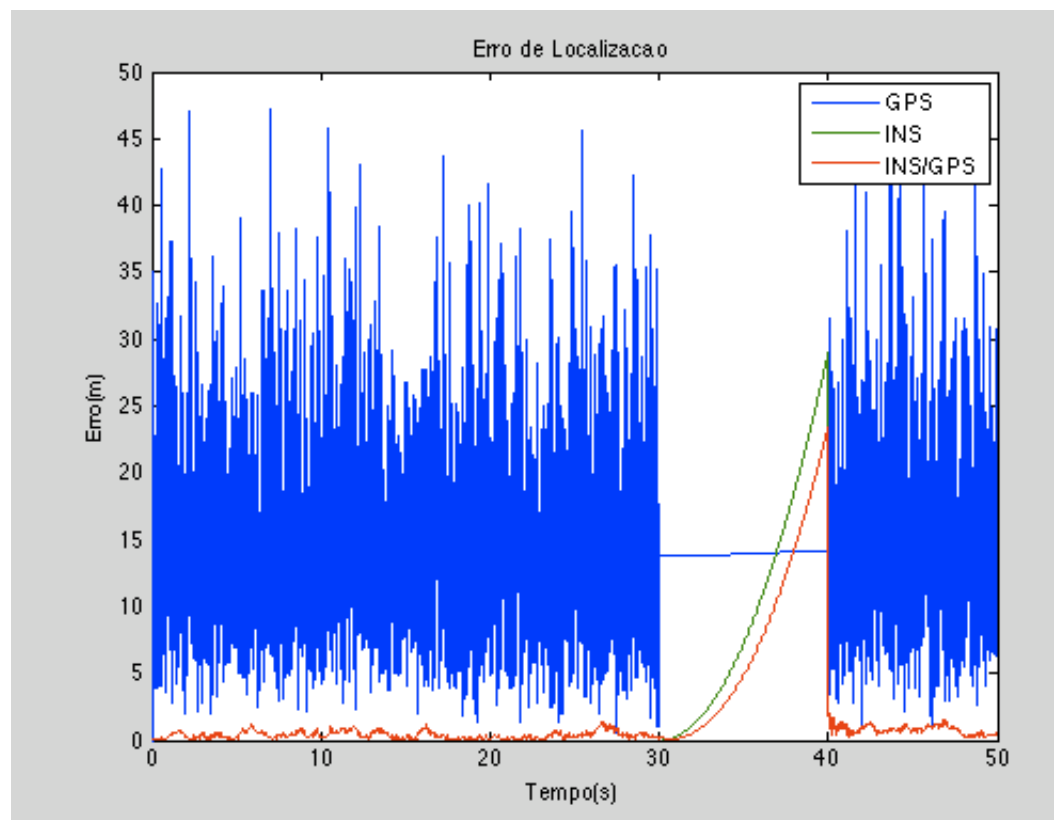


Figura 20 –Erro do Percurso na Simulação.

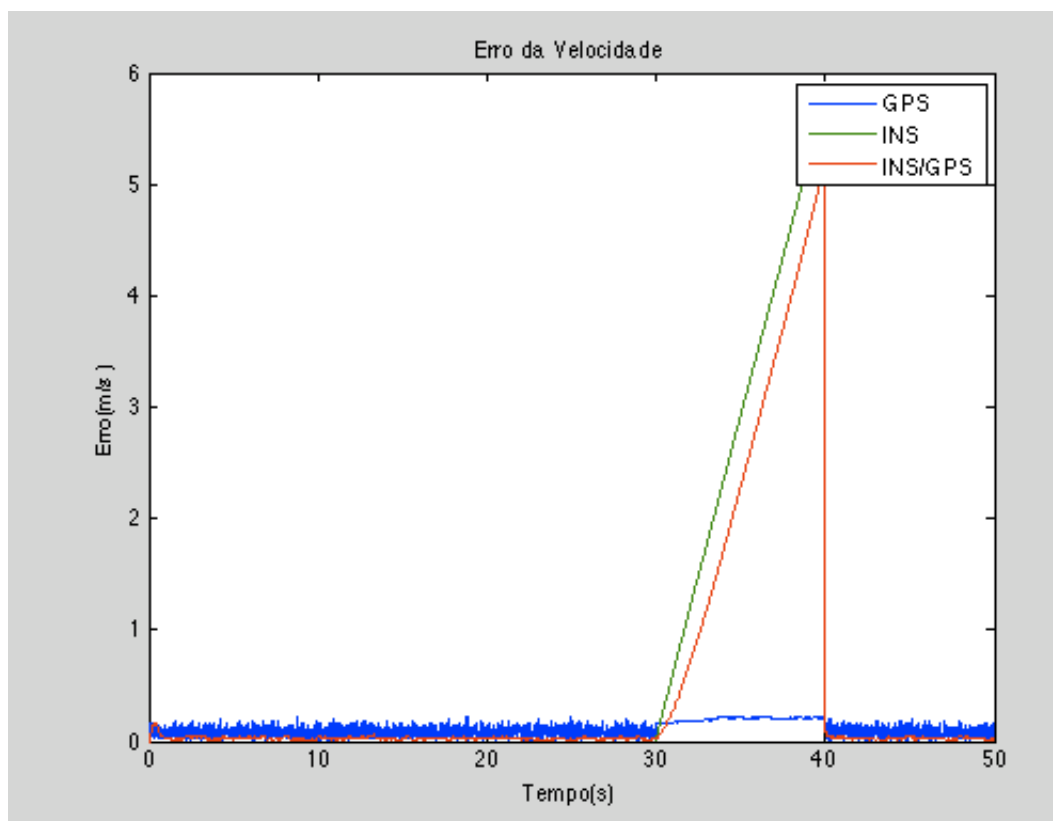


Figura 21 –Erro da Velocidade Linear Total na Simulação.

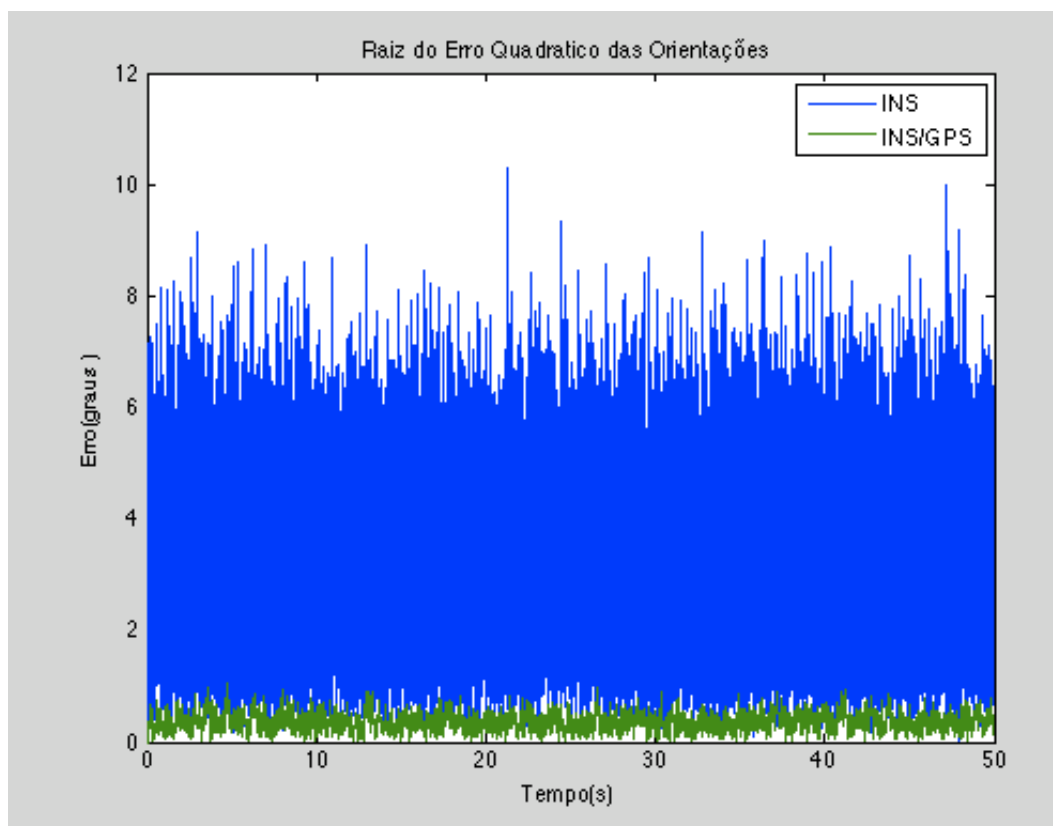


Figura 22 –Raiz do Erro Quadrático da Orientação na Simulação.



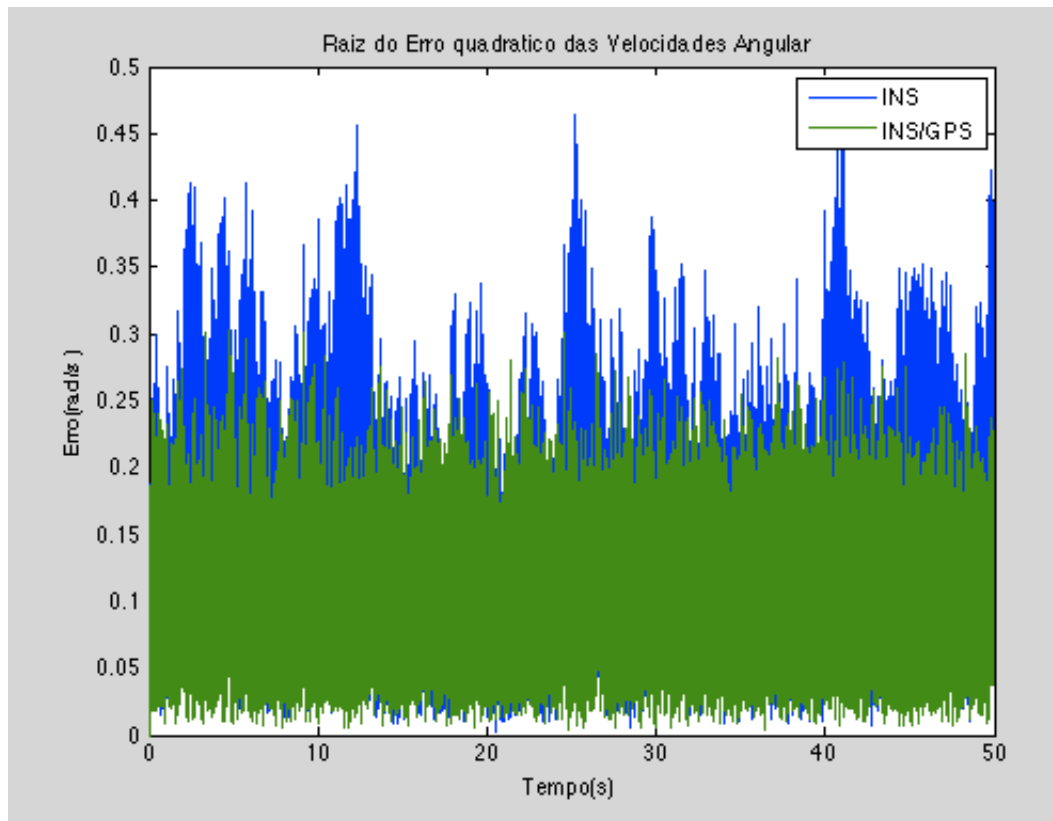


Figura 23 –Raiz do Erro Quadrático da Velocidade Angular na Simulação.

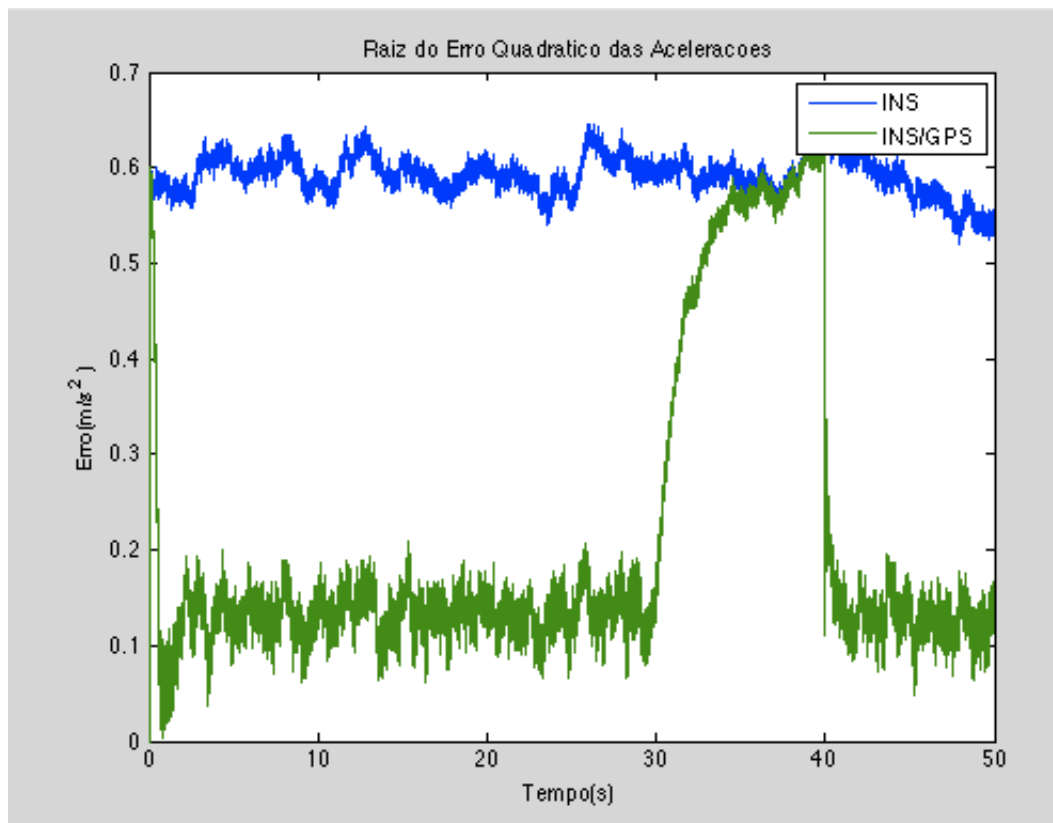


Figura 24 –Raiz do Erro Quadrático da Aceleração Linear na Simulação.

Durante a falha do sinal de GPS, o erro da aceleração na navegação INS/GPS cresce com o tempo, aproximando-se ao erro da navegação inercial. O filtro de Kalman, descrito nesta dissertação, determina apenas a parcela do bias que se move do erro do acelerômetro, o qual têm uma relação temporal  $(-1/\tau)$ . Como as observações de orientação possuem uma fraca relação com os estados do bias que se move do acelerômetro, o fator de correção dado pelo filtro se reduz com o tempo.

O erro da velocidade angular na navegação INS/GPS se mantém durante a falha do sinal de GPS, pois o mesmo possui uma forte relação com o erro de orientação que está sendo diretamente observado.

Dado que o erro da aceleração linear e a velocidade angular da navegação GPS/INS são menores do que a INS, os valores calculados da posição e da velocidade apresentam, também, um erro menor. Em função de a observabilidade de posição e velocidade ser fraca com relação à observação da orientação, o filtro não é capaz de estabilizar os erros de ambos, o que resulta que cresçam ilimitadamente com o quadrado do tempo e o tempo respectivamente.

Após comprovada a eficácia do filtro através de simulações será feita a análise experimental da fusão do GPS/INS.