1
Introdução

Muitos problemas reais em modelagem computacional requerem o uso de aproximação de funções por dados esparsos. Em alguns casos a função a ser avaliada no computador é muito complexa, portanto seria desejável que ela fosse substituída por uma função mais simples e mais eficiente de ser calculada. Para fazer isso, calcula-se o valor da função escalar f em um conjunto de N pontos $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \ldots, \mathbf{x}_N\}$, onde $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$, e faz-se uma estimativa dos valores dessa função f em qualquer outro ponto através de um método de interpolação ou de aproximação. Um método de *interpolação* é qualquer procedimento que toma um conjunto de restrições e determina uma "boa" função que satisfaça essas condições. Um método de *aproximação* relaxa um pouco essas condições, e geralmente trata o problema como sendo um problema de otimização. Aplicações de aproximação de dados esparsos multivariados podem incluir a reconstrução de superfícies, solução numérica de equações diferenciais parciais e processamento de imagens.

Uma das abordagens modernas para aproximar dados de alta dimensão é baseado no uso de *funções de base radial* (RBF). A investigação sobre aproximação RBF está em curso há pelo menos 25 anos e tem crescido consideravelmente durante os últimos 10 anos. Pesquisas recentes relacionadas a aproximação de dados, a teoria RBF e suas aplicações podem ser encontradas em uma série de trabalhos, veja: (**?**), (**?**), (**?**) e (**?**).

O método de interpolação RBF pode produzir ordens de aproximação muito elevadas. A sua principal desvantagem é o fato de que sistemas lineares de alta dimensão (possivelmente denso) precisam ser resolvidos. Uma das maiores vantagens da interpolação RBF é o fato de que é um método livre de malhas, que é facilmente adaptado para espaços de dimensões arbitrárias. Um método alternativo livre de malha bastante conhecido é o chamado método de mínimos quadrados móveis (*Moving Least-Squares* – MLS). Este método, em geral, não interpola, mas produz uma aproximação para dados esparsos. O método MLS também requer a solução de um pequeno sistema linear, pois ele trabalha localmente. O tamanho deste sistema linear depende do grau dos polinômios que são reproduzidos pelo método, que em termos determina a ordem de aproximação.

A abordagem mais recente para problemas de aproximação de dados é denominado "mínimos quadrados móveis aproximados"(*Aproximate Moving Least-Squares* – AMLS), sugerido por Ma'zya no ano de 1990 (?). Este é um método classificado como *quasi-interpolador* e é também livre de malha. Estudos recentes sobre ele podem ser encontrados em (?), (?) e (?). Nesse método, o erro pode ser controlado de forma que a qualidade na aproximação não seja comprometida. Contudo, essa propriedade é garantida apenas quando os pontos de entrada estão regularmente espaçados no domínio da função. Por outro lado, recentemente foi proposta uma extensão desse método para dados irregularmente espaçados que a relaciona com funções de base radiais por meio de uma verso iterativa do AMLS, denominado Mínimos Quadrados Móveis por Aproximações Iteradas (*Iterated AMLS* – IAMLS).

Essa dissertação apresenta um estudo sobre o método IAMLS com experimentos em ajuste de dados multivariados.

A presente dissertação está organizada em quatro capítulos. O capítulo 2 aborda o conceito de funções de base radial, o problema de interpolação de dados esparços e o método de interpolação RBF. O capítulo 3 apresenta o método de aproximação IAMLS, bem como uma breve descrição do método AMLS e de suas funções geradoras. O capítulo 4 ilustra o funcionamento do método IAMLS com experimentos numéricos e comparações. Finalmente, o capítulo 5 conclui o trabalho.