

## 4 O AHP

### 4.1 Introdução

Gomes (2007) comenta que um erro bastante comum cometido por um analista de decisão iniciante consiste em tentar resolver determinado problema de decisão por meio de um *software* comercialmente disponível, sem conhecer bem, principalmente do ponto de vista técnico, o método analítico nele embutido.

Por esta razão, o presente capítulo destina-se a estudar o Método de Análise Hierárquica (AHP), identificando as principais razões escolhidas pelo pesquisador para efetuar a escolha deste método para avaliação do problema de pesquisa proposto.

No final deste capítulo, os sete pilares do método AHP propostos pelo Prof. Saaty são revistos, com especial ênfase, ainda, às principais críticas levantadas por alguns autores, e à robustez do método que persiste como o MCDM mais utilizado por decisores e estudiosos do assunto.

### 4.2 Razões para a escolha do AHP pelo pesquisador

Os métodos de resolução de problemas tradicionais, propostos geralmente pela Pesquisa Operacional, procuram enquadrar os problemas em categorias. Uma vez classificados, eles podem ser resolvidos através de procedimentos padrão. Esses métodos centram seu foco na escolha de alternativas e da solução ótima, procurando encontrar soluções que sigam as regras de racionalidade e excluindo a subjetividade de todos os indivíduos envolvidos no processo decisório. Os decisores devem seguir os resultados prescritos sob pena de, caso contrário, ser considerados irracionais (ENSSLIN; MONTIBELLER; NORONHA, 2001).

Diferentemente de outras metodologias para a resolução de problemas, buscou-se, na presente dissertação, um modelo flexível para a tomada de decisão que permita o desenvolvimento de ideias e a definição do problema através da

participação proativa das pessoas envolvidas no processo decisório, fazendo com que a solução desejável seja conduzida (derivada) pelas suas suposições (pressuposições). A Figura 3 ilustra as vantagens intrínsecas à flexibilidade do modelo AHP para a tomada de decisão.

Com o modelo escolhido, denominado AHP (Método de Análise Hierárquica), é possível testar o resultado alcançado através de mudanças de informação (alimentação do problema), utilizando, para tanto, análises de sensibilidade. Desenvolvido para acomodar-se à natureza humana ao invés de forçar decisores a seguir uma determinada maneira de pensar - que viola o bom senso-, o AHP é um processo que permite lidar com problemas políticos e sócio econômicos complexos (SAATY, 1990).

O AHP incorpora julgamentos e valores pessoais seguindo uma lógica. O sucesso do modelo depende de duas premissas básicas: a) imaginação, experiência e conhecimento para estruturar a hierarquia do problema, e também b) coerência, intuição e experiência para fazer julgamentos. Após seguir essas premissas básicas, o AHP conecta as primeiras informações do problema (a) aos julgamentos postulados (b) para obter o resultado combinado. É um processo que permite identificar, entender e estimar as interações (ações ou reações recíprocas) do sistema como um todo (SAATY, 1990).

Por outro lado, Saaty (1990) lembra que “julgamentos”, “valores” ou “ideias” podem ser questionados – fortalecidos ou enfraquecidos - por evidências apresentadas por outrem. O caminho para moldar a realidade ainda não estruturada demanda participação, negociação e compromisso, ou seja, a concepção de qualquer problema que utilize o AHP requer previamente o entendimento, por parte do analista da decisão, de que ideias, julgamentos e fatos emitidos pelas pessoas são características essenciais do problema.

Para definir um problema complexo e desenvolver julgamentos judiciosos, o AHP deve ser progressivamente repetido, ou seja, sofrer iterações ao longo do tempo. Isto se deve a mudanças inexoráveis relacionadas ao problema - políticas, conjunturais ou sistêmicas - sendo praticamente improvável esperar resultados instantâneos para problemas muito complicados. Quanto a este aspecto, uma característica diferencial do AHP, contribuindo para sua escolha na avaliação do problema da presente pesquisa, é justamente sua flexibilidade, permitindo a existência de revisões sucessivas – decisores podem tanto expandir os elementos

da hierarquia do problema, como também mudar seus julgamentos. Isto permite que a “sensibilidade” do resultado seja investigada, testando possíveis consequências diante de quaisquer tipos de mudanças prognosticadas. Outra característica marcante do AHP é a possibilidade de checar a consistência (estabilidade) dos julgamentos e preferências emitidos pelo decisor<sup>20</sup>. Desta forma, cada iteração do AHP pode ser entendida como o processo de aplicar e testar hipóteses, levando a um refinamento progressivo e, conseqüentemente, a uma compreensão mais acurada do sistema (SAATY, 1990).

Colin (2007) apresenta o AHP como um método apropriado para tratar problemas com uma definição ou formulação menos clara, por intermédio do qual são tratados, de certa forma, muitos pontos negativos levantados pelos críticos dos métodos de Análise Quantitativa e Pesquisa Operacional.

O AHP utiliza a matemática para processar as preferências subjetivas de indivíduos ou grupos que tomam decisões, devendo ser entendido mais como um facilitador – um processo de estruturação do pensamento – do que um algoritmo que resolve problemas. O método já foi utilizado em uma grande diversidade de áreas como: solução de conflitos, política energética, influência de nações, gestão de sistemas de saúde, alocação de recursos, estratégia corporativa e outras áreas de nível estratégico. Destarte, outras áreas mais táticas e/ou operacionais, como seleção de carteiras, seleção de projetos e alocação de orçamento têm sido tratadas de forma bastante satisfatória com o AHP (COLIN, 2007).

Para Yang e Lee (1997), existem quatro pressupostos básicos para a aplicação do método AHP a um modelo de decisão sobre localização de instalações, quais sejam:

1. a necessidade de instalar uma facilidade é plenamente justificável. O trabalho de seleção das alternativas é complexo o suficiente para requerer a opção pelo modelo, além de existirem recursos suficientemente disponíveis para conduzir a uma análise completa;
2. os decisores envolvidos devem possuir fortes preferências e *insights* sobre uma ou mais regiões geográficas para localização das instalações pretendidas antes do processo de escolha, de modo a selecionar um número razoável de locais candidatos;

---

<sup>20</sup> Na seção 4.4.4 deste capítulo são demonstradas as explicações matemáticas relacionadas ao teste de consistência intrínseco ao método AHP.

3. os decisores possuem uma boa compreensão das operações e das variáveis envolvidas no processo de localização das instalações de maneira que a elicitação de suas escolhas reflita as preferências da organização; e

4. os decisores fornecem seus julgamentos gerenciais e conhecimento especializado como informações (*input*) a serem integradas ao processo de solução do problema.

Assim sendo, o problema de localização de Unidades Celulares de Intendência, objeto da presente pesquisa, oferece “solo fértil” para aplicação do AHP, dentre os motivos citados por Yang e Lee (1997), devido também aos fatores ora enumerados:

1. permite ao analista da decisão integrar informações de difícil acesso (mensuração quantitativa) com os julgamentos subjetivos, muitas vezes políticos, emitidos pelos gerentes de decisão sobre fatores intangíveis (risco e incerteza);

2. utiliza uma técnica que pode ser complementada por outras (custo/benefício, prioridades, minimização de riscos, SWOT<sup>21</sup>), refletindo a forma como a FAB (Diretoria de Intendência), muitas vezes, analisa decisões sistêmicas estratégicas<sup>22</sup>;

3. permite análise de sensibilidade e revisão a baixo custo (existência de *software* de domínio público), com um método prático que viabiliza o entendimento das múltiplas peculiaridades do problema;

4. aumenta a capacidade da gerência (direção da DIRINT) em efetuar *tradeoffs* explicitamente, avaliando cada alternativa de localização de uma UCI a partir dos critérios (baseados em valores) previamente determinados pelos próprios oficiais da DIRINT envolvidos no processo decisório;

5. permite ao analista da decisão estruturar hierarquicamente o problema, por meio da participação ativa dos agentes de decisão (oficiais da DIRINT), através de técnicas conhecidas (questionários, *brainstorming*) utilizadas na fase exploratória da pesquisa; e

6. representa uma ferramenta poderosa para integrar o planejamento projetado (ação) e o desejado (reação) de modo interativo, refletindo o julgamento

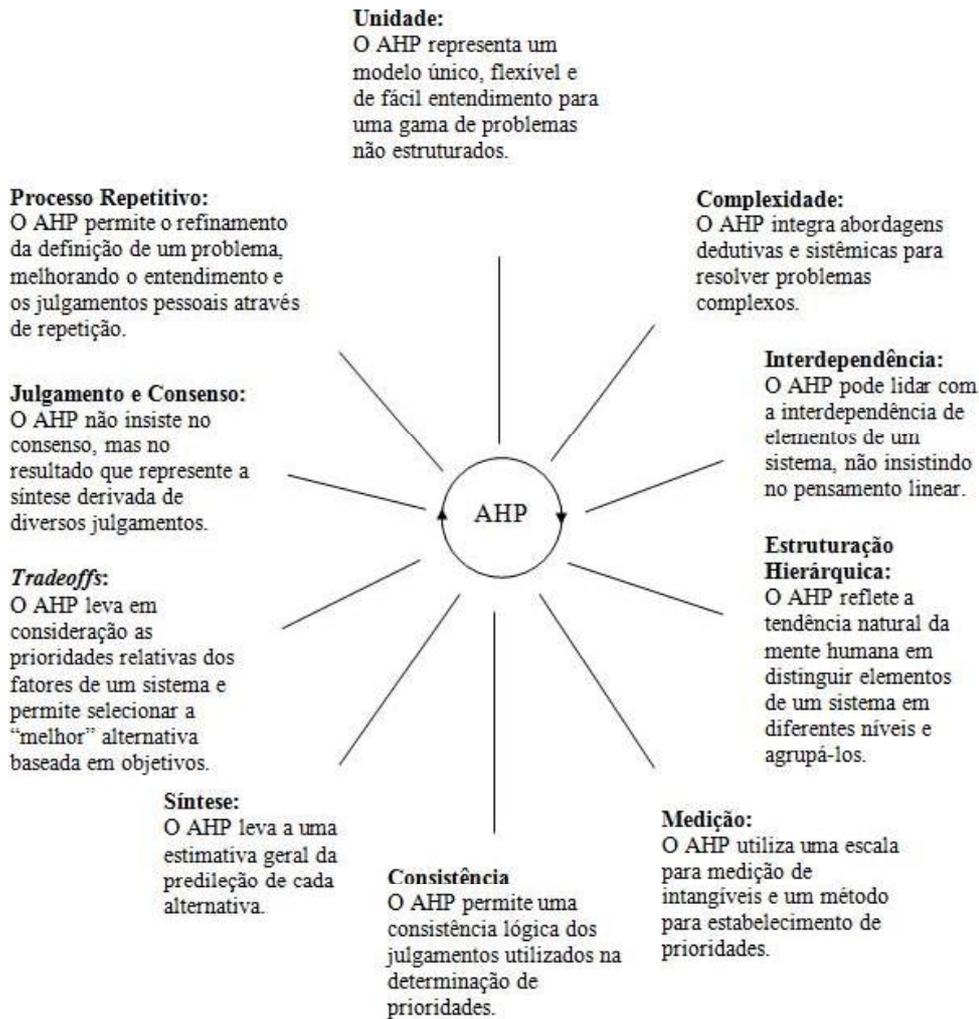
---

<sup>21</sup> Esta técnica é utilizada no capítulo 5 para avaliação dos Pontos Fortes, Fracos, Oportunidades e Ameaças relativos a cada Unidade Celular de Intendência.

<sup>22</sup> EARA (Estudo de Assuntos Relevantes para a Aeronáutica), como será abordado na seção 5.3.

de todos os gestores ou gerentes de decisão relevantes. O resultado do processo é o estabelecimento de regras definidas para alocação de recursos entre as alternativas atuais ou novas possibilidades estratégicas - em face de um conjunto específico de objetivos corporativos - ou, ainda, sob cenários alternativos (SAATY, 1990).

Por fim, Salomon *et al.* (1999) estabelecem uma comparação entre a aplicação do método AHP e outros métodos multicriteriais como MACBETH, TOPSIS e ANP. Nas conclusões do trabalho, os autores afirmam que a escolha de um dos métodos deve ser definida conforme a situação. Entretanto, se houver disposição de tempo para tomar a decisão, se existirem no máximo nove alternativas, se as alternativas e os critérios de decisão forem totalmente independentes, recomenda-se a utilização do AHP em relação aos outros.



**Figura 3 – Vantagens do método AHP**

FONTE: AHP, *a flexible model for decision making*; pg 23 (SAATY, 1990).

### 4.3 Método de Análise Hierárquica (AHP)

Saaty (1991) comenta que a teoria em que se baseia o AHP foi desenvolvida para solucionar um problema específico de planejamento de contingência para o Departamento de Defesa dos EUA e, logo após, a maturidade aplicativa da teoria deu-se ao projetar futuros alternativos para transportes do Sudão, em 1973.

Desde então, são vastas as aplicações do AHP na área de defesa e estudos de conflitos armados, controle de armas e desarmamento, antiterrorismo, investimentos em tecnologia de retorno incerto, seleção de escolas, até na

distribuição de recursos conforme a prioridade para amplas questões de governo e problemas internacionais, ou seja, as aplicações militares e estratégicas são comprovadas e inúmeras, rendendo ao prof. Saaty inúmeros prêmios, dentre os quais, em dezembro de 2008, um reconhecimento do INFORMS pela efetividade do método AHP na resolução de problemas multicriteriais complexos.

Wolff (2008), em seu trabalho de revisão conceitual do AHP, assevera que o método estrutura problemas complexos, seu funcionamento direciona-se a transformar uma decisão complexa em algumas decisões mais simples, de maneira hierárquica. A operação do método AHP tem como objetivo, a partir de um conjunto de alternativas, estimar prioridades para cada uma delas. O procedimento desenvolve-se pela geração e pela comparação das alternativas, duas a duas, em relação a determinados critérios. Assim, o resultado é o vetor de prioridades das alternativas, isto é, a ordenação de importância delas.

Saaty (1990) define o método AHP como a “quebra de uma situação complexa, não estruturada, em suas partes componentes; arrumam-se essas partes, ou variáveis em ordem hierárquica; designam-se valores numéricos e julgamentos subjetivos denotando a importância relativa de cada variável; e sintetizam-se os julgamentos para determinar quais variáveis têm a mais alta prioridade e deveriam ser trabalhadas para influenciar o resultado da situação”.

#### 4.4

##### **Base Teórica do AHP**

Saaty (2001) comenta que o método AHP possui sete pilares básicos de sustentação: (1) Escalas de razão, proporcionalidade e escalas de razão normalizadas; (2) Comparações par a par recíprocas; (3) Sensibilidade do autovetor direito principal; (4) Homogeneidade e clusterização; (5) Síntese que pode ser estendida para dependência e *feedback*; (6) Reversibilidade e preservação de ordem; e (7) Decisão em grupo.

Assim sendo, pode-se verificar que a aplicação método AHP, necessariamente calcada nos sete pilares propostos por Saaty, deve contemplar a compreensão e a observação das seguintes etapas:

i. **estruturação hierárquica do problema de decisão (representação da hierarquia):** desenvolvimento da hierarquia do problema decisório em seus vários níveis de elementos inter-relacionados;

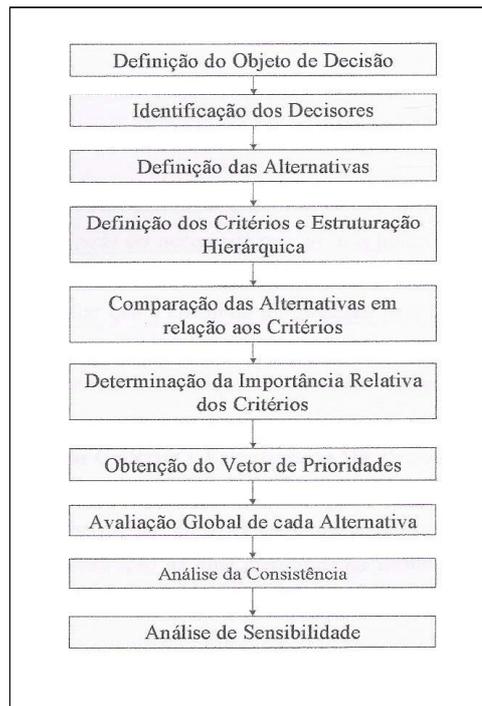
ii. **comparações par a par:** avaliação das preferências relativas do decisor com relação a cada elemento de decisão em um dado nível da hierarquia;

iii. **solução usando autovetores e autovalores:** estimativa dos pesos relativos dos elementos de decisão em um dado nível da hierarquia;

iv. **determinação da consistência:** avaliação da consistência da matriz de comparações par a par criadas pelo decisor; e

v. **agregação das prioridades e escolha final:** agregação das prioridades de modo a avaliar o resultado referente ao objetivo.

A figura 4 sugere uma sequência lógica de passos em que se constitui um processo analítico do AHP, devendo ainda ser iterativa, ou seja, permitir a identificação de uma nova alternativa ou sugerir a inserção de um novo critério não considerado anteriormente.



**Figura 4 – Sequência do AHP**

Fonte: Vieira (2006)

As seções a seguir explicam as etapas do Método de Análise Hierárquica, conforme adaptações dos trabalhos dos seguintes autores: Saaty (2001), Gomes *et al.* (2002), Silva (2005), Colin (2007) e Wolff (2008).

#### 4.4.1

##### **Estruturação Hierárquica do Problema**

A estruturação da hierarquia ou modelagem do problema é parte essencial do método AHP, sendo talvez a mais criativa e importante da tomada de decisão. No AHP, o problema é estruturado hierarquicamente, seguido de um processo de priorização de alternativas, descrito detalhadamente na seção seguinte.

A priorização envolve a elicitación de julgamentos em resposta a questões concernentes à dominância de um elemento sobre outro quando estes são comparados com respeito a um determinado critério.

Assim sendo, uma maneira de proceder à estruturação da decisão é destrinchar o objetivo geral (situando-o no topo da hierarquia) o máximo possível pela sua decomposição (do topo até a base) em objetivos específicos e/ou atributos (ou critérios) mais facilmente controláveis. Após isso, a partir da base onde estão as alternativas, os subcritérios mais simples que tais alternativas devem atender são posicionados e reunidos em *clusters* (clusterização) que, por sua vez, são agregados a um nível de critérios hierarquicamente superior, até que tais níveis (*clusters*) estejam ligados de modo a tornar possível a realização de comparações.

Para efetuar a estruturação hierárquica do problema, alguns passos podem ser seguidos: (1) Identificar o objetivo geral, ou seja, a decisão que se pretende tomar, localizando-o no topo da hierarquia. O que se pretende alcançar? Qual é a questão mais relevante? (2) Identificar os objetivos específicos, quando necessário, provenientes do objetivo principal, que entram num segundo nível da hierarquia. Caso seja relevante, postular horizontes temporais que afetem a decisão. (3) Identificar os critérios que devem ser satisfeitos para atender aos objetivos específicos do objetivo principal ou geral. (4) Identificar subcritérios abaixo de cada critério. Note-se que os critérios ou subcritérios podem ser especificados em termos de variações de valores de parâmetros ou em termos de intensidades verbais, como: alto, médio e baixo. (5) Elencar as alternativas, ou

seja, as ações possíveis para atingir o objetivo geral. (6) Identificar os atores envolvidos. (7) Identificar opções ou resultados. (8) Para decisões entre sim ou não, escolher o resultado mais preferido e comparar os benefícios e custos entre tomar ou não a decisão. (9) Realizar análise custo x benefício com valores marginais. Pelo fato de se tratar de hierarquia de dominância, perguntar qual alternativa pode produzir o maior benefício. Para análise de custos, qual alternativa custa mais, e para análise de riscos, qual alternativa oferece o maior risco.

O decisor efetua, então, a estruturação do problema, combinando os critérios segundo os diversos níveis hierárquicos necessários, para que se obtenha uma representação hierárquica do problema que seja a mais representativa possível da realidade.

Em determinados casos, é fácil identificar quais são as alternativas de um problema, em outros casos faz-se necessário defini-las, muitas vezes reduzindo uma longa lista de opções em uma lista menor. Ainda que não exista um limite teórico para o número de alternativas, é preciso considerar que a coleta de informações para muitas alternativas pode ser uma tarefa extremamente exaustiva e complexa. Há que se avaliar, também, o chamado limite psicológico, segundo o qual o ser humano pode, no máximo, julgar corretamente  $7 \pm 2$  pontos (SAATY, 1990).

O problema deve, então, ser hierarquicamente estruturado de tal forma a que os critérios identificados em cada nível sejam homogêneos e não redundantes, ou seja, apresentem o mesmo grau de importância relativa dentro do seu nível (homogeneidade) e sejam independentes em relação aos critérios dos níveis inferiores (não redundância).

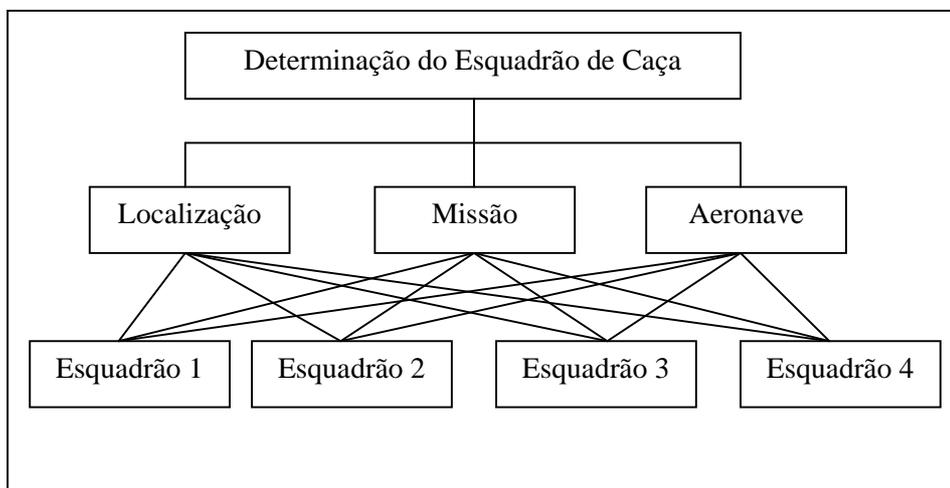
Keeney e Raiffa (1976) consideram cinco fatores para identificação dos critérios:

- i. **completude**: a árvore (hierarquia) está completa quando todos os critérios relevantes ao decisor encontram-se nela;
- ii. **operacionalidade**: os critérios do nível inferior são suficientemente específicos para avaliar e comparar as alternativas;
- iii. **decomponibilidade**: o desempenho das alternativas em relação aos critérios tem que ser possível e independente do desempenho em outros critérios;

iv. **ausência de redundância**: dois critérios que representem o mesmo objetivo devem ser eliminados, pois acarretam uma dupla contabilização na decisão final; e

v. **tamanho mínimo**: os critérios não devem ser divididos além do nível em que podem ser avaliados, para que a árvore não se torne muito grande. Um modo de diminuir a árvore é eliminar critérios que não estabeleçam distinções entre as alternativas.

Na Figura 5, tem-se um exemplo simples de estruturação dos critérios e alternativas na formulação do Método AHP. No problema em questão, o objetivo principal é a determinação do Esquadrão de Caça da Força Aérea Brasileira mais apropriado para emprego em uma situação hipotética de conflito com algum país do Continente Sul-Americano.



**Figura 5 – Exemplo de Estruturação Hierárquica**  
Fonte: Vieira (2006)

#### 4.4.2

##### Comparações par a par

Depois de construir a hierarquia, o tomador de decisão deve proceder à comparação, par a par, entre os  $n$  elementos de um determinado nível hierárquico, tomando-se como critérios os elementos do nível imediatamente acima, elicitando, então, suas preferências. Nesta fase, o decisor utilizará sua experiência, intuição e

conhecimento específico sobre o problema para efetuar tais julgamentos, principalmente em se tratando de critérios qualitativos.

No AHP, há várias maneiras para quantificar o valor das alternativas. Caso haja uma função analítica (ou de valor), basta calcular o valor desta função para cada alternativa. Caso contrário, pode-se utilizar a valoração direta das alternativas, que consiste em ordená-las segundo a preferência do decisor, emitida em forma de juízo verbal que é, então, convertido em valor numérico por meio da Escala de Razão ou Escala Fundamental de Saaty.

As preferências do decisor são organizadas em uma matriz de decisão quadrada (recíproca e positiva)  $n \times n$ , usualmente denominada matriz de comparações par a par ou matriz dominante. Os elementos dessa matriz contendo os valores oriundos das comparações par a par expressam o número de vezes em que uma alternativa domina ou é dominada pelas demais. Cada elemento  $a_{ij}$  do vetor linha da matriz dominante representa a dominância da alternativa  $A_i$  (da linha) sobre a alternativa  $A_j$  (da coluna).

A diagonal principal da matriz de decisão é preenchida com um valor estipulado para representar a não-dominância de uma alternativa sobre a outra (na Escala Fundamental corresponde ao valor 1). Se o elemento  $A_i$  for mais importante do que o elemento  $A_j$ , algum valor de 2 a 9 é inserido. Caso contrário, ou seja, se  $A_i$  for menos importante do que  $A_j$ , um número inverso aos valores de 2 a 9 é inserido, ou seja,  $1/2$ ,  $1/3$  e assim por diante. Nas matrizes quadradas, tem-se  $a_{ij}$ , para  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ . Tais matrizes são também denominadas recíprocas e positivas ( $a_{ij} = 1/a_{ji}$ ).

O cálculo total de julgamentos para composição da matriz de comparações par a par é representado por  $n(n-1)/2$ , equivalendo ao número de julgamentos que o decisor deverá efetuar.

#### 4.4.2.1

##### **Escala Fundamental**

As comparações par a par correlacionam o grau de preferência de uma alternativa (dominância) sobre outra, segundo um determinado critério. Essa preferência é expressa em uma escala numérica, oriunda da relação entre reações

humanas e estímulos, baseada em estudos inicialmente desenvolvidos por Weber (1846) e Fachner (1860).

Segundo Saaty (2001), os indivíduos são capazes de dividir qualitativamente suas respostas a um estímulo em três grandes categorias: alta, média e baixa, refinando essas divisões novamente em: alta, média e baixa, gerando nove subdivisões (Escala de Razão ou Escala Fundamental de Saaty). A Tabela 2 esclarece o significado de cada um dos valores adotados.

As comparações par a par são usadas para expressar o grau de preferência – elicitado pelo decisor semanticamente - de uma alternativa sobre outra levando em consideração um determinado critério, correlacionando os julgamentos em uma escala numérica de 1 a 9 (Escala de Razão), da qual deriva-se o autovetor principal de prioridades. Ao invés de o decisor avaliar a razão entre dois números  $w_i/w_j$ , apenas um número absoluto (de 1 a 9) é extraído da Escala Fundamental para representar a maior aproximação inteira do quociente  $w_i/w_j$ .

O autovetor mostra a dominância de cada elemento com respeito aos outros para um dado critério, sendo que um elemento que não está sujeito a um critério recebe o valor zero no autovetor, não sendo computado em comparações.

O possível cálculo da inconsistência dos julgamentos – efetuado pelo analista da decisão - conduz o decisor ao aperfeiçoamento das preferências e ao entendimento mais acurado do problema. Alguns procedimentos matemáticos já foram desenvolvidos de modo a permitir o cálculo total de julgamentos para um número menor que  $n(n-1)/2$  comparações de modo a compor a matriz de julgamentos.

Intensidade de importância	Definição	Explicação
1	mesma importância	as duas atividades contribuem igualmente para o objetivo
3	importância pequena de uma sobre a outra	a experiência e o julgamento favorecem levemente uma atividade em relação a outra
5	importância grande ou essencial	a experiência e o julgamento favorecem fortemente uma atividade em relação a outra
7	importância grande ou demonstrada	uma atividade é muito fortemente favorecida em relação a outra; sua dominação de importância é demonstrada na prática
9	importância absoluta	a evidência favorece uma atividade em relação a outra com o mais alto grau de certeza
2, 4, 6, 8	valores intermediários entre os valores adjacentes	quando se procura uma condição de compromisso entre duas definições
recíprocos dos valores acima de zero	se a atividade i recebe uma das designações diferentes acima de zero, quando comparada com a atividade j, então tem o valor recíproco quando comparada com i	uma designação razoável
Racionais	razões resultantes da escala	se a consistência tiver que ser forçada para obter valores numéricos n, para completar a matriz

Tabela 2 – Escala de razão (Escala Fundamental de Saaty)

Fonte: Saaty (1991)

#### 4.4.3

#### Solução usando autovetores e autovalores

Nessa etapa, as matrizes de comparações são manipuladas para a obtenção das prioridades relativas de cada um dos critérios. As prioridades deverão ser números entre 0 e 1, e sua soma deve totalizar 1.

A compreensão fundamental desta etapa considera que, se o analista soubesse os pesos relativos de cada um dos critérios de uma matriz de  $n$  elementos, então a matriz de comparação dos pares deveria ser equivalente a  $A$ , em que:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

Para  $w_i$  o peso relativo do critério  $i$ . Nesse caso, os pesos relativos podem ser facilmente obtidos de qualquer uma das  $n$  linhas de  $A$  porque  $Aw = nw$  para  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Em álgebra linear,  $n$  e  $w$  são chamados respectivamente de autovalor e autovetor direito da matriz  $A$ . O AHP considera que o analista de decisão que constrói a matriz de comparação entre os pares não conhece  $w$ . Como a matriz  $A$  contém inconsistências, faz-se necessário, assim, determinar uma medida de consistência aceitável para o método.

Para compreensão do método do autovetor, faz-se antes necessária uma abordagem conceitual sobre um dos pilares do método AHP – Escalas de razão, proporcionalidade e escalas normalizadas.

#### 4.4.3.1

### Escalas de razão, proporcionalidade e escalas normalizadas

Uma razão é o valor relativo ou quociente  $a/b$  de duas quantidades  $a$  e  $b$  do mesmo tipo; é chamada *mensurável* se ela é um número racional, caso contrário é denominada *incomensurável*. Já a proporcionalidade é a condição de igualdade entre duas razões  $a/b$  e  $c/d$ .

Uma escala de razão é um conjunto de números que é invariável sob transformação de similaridade (multiplicação por uma constante positiva). A constante é cancelada quando a razão de quaisquer dois números é formada. Por exemplo, duas medidas de peso podem ser usadas, mas a razão de peso de dois objetos torna-se igual quando lidas em ambas as escalas.

Uma extensão deste fato é a de que os pesos (em kilogramas ou *pounds*) de uma série de objetos (independentemente da medida utilizada) podem ser padronizados para uma mesma leitura por meio de normalização, ou seja, quando lidos numa mesma escala de razão padronizada.

As escalas de razão, proporcionalidade e escalas de razão normalizadas são essenciais para a geração e síntese de prioridades no AHP ou em qualquer outro método multicritério que necessite integrar medidas de comparação com sua própria escala. Adicionalmente, escalas de razão são a única maneira de generalizar uma teoria de decisão para o caso de dependência e *feedback*, porque elas podem ser somadas e multiplicadas quando pertencem à mesma escala, como uma escala de prioridade.

Quando dois decisores chegam a diferentes escalas de razão para o mesmo problema, deve-se testar a compatibilidade das respostas de ambos e aceitar ou rejeitar a “proximidade” entre elas. Logo, com as escalas de razão, pode-se associar cada alternativa a um vetor de benefícios, custos, oportunidades e riscos, para a determinação da “melhor” alternativa para o problema.

No AHP, a escala de razão relativa deriva-se da matriz de julgamentos recíproca da comparação das alternativas, duas a duas (par a par), sendo o resultado do seguinte sistema:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j = \lambda_{\max} w_i \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (4)$$

Onde:

$a_{ji} = 1/a_{ij}$  ou  $a_{ij} a_{ji} = 1$  (propriedade recíproca),  $a_{ij} > 0$  ( $A$  é matriz positiva), cuja solução, conhecida como **autovetor direito principal**, é normalizada em (2).

Uma escala de valor relativa não necessita de unidade de medida;

$w_i$ : autovetor;

$\lambda_{\max}$ : autovalor; e

$A$ : matriz de julgamentos  $n \times n$  de  $i$  linhas e  $j$  colunas, com  $i$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ .

Quando  $a_{ij} a_{jk} = a_{ik}$ , a matriz  $A = (a_{ij})$  é denominada consistente, e o seu autovalor principal é igual a  $n$ . Caso contrário, a matriz é apenas recíproca. A formulação geral do autovalor mostrada em (1) é obtida por perturbação do seguinte sistema:

$$A w = \begin{matrix} & A_1 & \dots & A_n \\ A_1 & \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ \frac{w_1}{w_1} & & \frac{w_1}{w_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} & & \\ \vdots & & & & \\ A_n & \begin{bmatrix} \frac{w_n}{w_1} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \\ \frac{w_n}{w_1} & & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} & & \end{matrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n w. \quad (5)$$

$A$  foi multiplicada pela direita pela transposição do vetor de pesos  $w = (w_1, \dots, w_n)$ . O resultado desta multiplicação é  $nw$ . Assim, para recuperar a escala da matriz de razões, deve-se solucionar o problema  $A w = n w$ .

Para compreensão da notação utilizada, há vários métodos que visam ao cálculo exato das prioridades de um problema, dentre os quais: o método dos mínimos quadrados (LSM), o método dos mínimos quadrados logarítmico (*logarithmic LSM*) e o método do autovetor (Wolff, 2008 *apud* Harker e Vargas,

1987). Segundo os últimos autores, entretanto, o método do autovetor parece ser o único a tratar corretamente matrizes que não sejam consistentes.

Saaty (2003) afirma que a solução pelo método do autovetor dá-se a partir da estimação do vetor  $x$  da matriz, que é o vetor de prioridades, o qual deve satisfazer a relação  $Ax = cx$ , com  $c$  constante e  $c > 0$ . Para satisfazer tal relação, o vetor deve ser múltiplo positivo do autovetor principal de  $A$ , e  $c$  deve ser o autovalor máximo de  $A$ .

Teoricamente, a representação  $Ax = cx$  significa que as matrizes são *quase* consistentes. Por uma matriz *quase* consistente, entende-se uma matriz  $A = (a_{ij})$  que é uma pequena perturbação multiplicativa de uma matriz consistente  $W = (w_i / w_j)$ , e tem um autovetor  $x$ , que é uma pequena perturbação do autovetor  $w$  da matriz consistente.

Quando as matrizes apresentam alto grau de inconsistência, geralmente os julgamentos foram aleatórios, por isso tais julgamentos, nestes casos, deveriam se refeitos ou passar por métodos de melhoria de consistência (WOLFF, 2008).

A relação entre as matrizes obedece ao produto de Hadamard  $A = W \circ E$ , onde a perturbação  $E = (\varepsilon_{ij})$  afeta cada termo da matriz multiplicando-se a ele ( $a_{ij} \varepsilon_{ij}$ ). É verdade que  $\varepsilon_{ji} = \varepsilon_{ij}^{-1}$  e, quando não há perturbação,  $\varepsilon_{ij} = 1$ .

O produto de Hadamard entre duas matrizes, necessariamente de mesma dimensão, é a multiplicação direta entre os termos da mesma posição, então:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax & by \\ cz & dw \end{pmatrix} \quad (6)$$

A relação  $Ax = cx$  é frequentemente representada na literatura por  $Aw = \lambda_{\max} w$ , onde  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  é o autovetor principal de  $A$  e  $\lambda_{\max}$  é o autovalor máximo correspondente, cuja solução denomina-se autovetor principal direito.

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (7)$$

E na matriz quase consistente, o somatório em  $j$  da perturbações  $\varepsilon_{ij}$  de seus elementos em relação aos da matriz absolutamente consistente equivalem a  $\lambda_{\max}$  :

$$\sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} = \lambda_{\max}, \varepsilon \geq 1 \quad (8)$$

Dito de outra forma, quando a matriz tiver uma consistência aceitável, ou seja, representar uma perturbação relativamente pequena, a soma de todos os  $\varepsilon_{ij}$  de uma linha qualquer é igual ao valor de  $\lambda_{\max}$ .

Saaty (2003) afirma que  $\lambda_{\max} \geq n$ . Somente quando a matriz for consistente, teremos todos os  $\varepsilon_{ij} = 1$ , e nesse caso  $\lambda_{\max}$  se iguala a  $n$  (a ordem da matriz, ou ainda o número de alternativas). O desvio de  $\lambda_{\max}$  em relação a  $n$  é então o que possibilita calcular a razão de inconsistência dos julgamentos.

#### 4.4.4 Determinação da Consistência

Conforme visto na seção anterior, o valor de  $\lambda_{\max}$  sempre será maior do que o número de fatores de decisão do nível em análise, representado por  $n$ . Quanto mais próximo o valor de  $\lambda_{\max}$  estiver do número de fatores, maior a consistência da matriz de comparação de pares  $A$ .

Em outras palavras, pode-se afirmar que o valor teórico esperado de  $\lambda_{\max}$  é  $n$ , portanto seu desvio é dado por  $(\lambda_{\max} - n)$ . Esta medida é calculada relativamente ao número de graus de liberdade da matriz  $(n - 1)$ . Tal propriedade permite o uso de um índice de consistência representado por IC, sendo calculado como segue:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \quad (9)$$

e do quociente de consistência QC, que é calculado como

$$QC = \frac{IC}{ICA} \quad (10)$$

em que  $ICA^{23}$  é o índice de consistência aleatório. O ICA é obtido fazendo comparações par a par de forma aleatória. Como regra prática geral,  $QC \leq 0,1$ , é

<sup>23</sup> Saaty (1991) usa a notação I.R. (índice randômico) para o cálculo do QC (quociente de consistência).

considerado um valor aceitável. Se  $QC > 0,1$  recomenda-se que o analista reavalie (obtendo mais informações a respeito, sendo mais coerente e cuidadoso no estabelecimento das preferências, etc) suas comparações par a par na matriz  $A$ , pois elas devem estar muito inconsistentes.

Saaty (1991) simplificadamente apresenta os valores de IC em função da ordem da matriz, conforme pode ser visto na Tabela 3:

$n$	3	4	5 ou +
$IC Max$	5%	8%	10%

Tabela 3 - Valores de IC máximos em função da ordem da matriz

Fonte: Saaty (1991)

Para matrizes de ordem  $n$ , os ICAs em função da ordem da matriz  $A$  são definidos de acordo com a Tabela 4:

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$ICA$	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Tabela 4 - ICAs em função da ordem da matriz

Fonte: Colin, (2007)

#### 4.4.5

#### Agregação das prioridades e escolha final

A última etapa da aplicação do método agrega as prioridades relativas dos vários níveis hierárquicos com o intuito de produzir um vetor de prioridades compostas que servirá como prioridade das alternativas de decisão na busca do principal objetivo do problema. Em termos operacionais, são geradas outras matrizes de comparações para cada uma das alternativas de decisão do nível  $i + 1$  com relação a todos os critérios do nível  $i$ . Posteriormente, o decisor deve agregar as prioridades resultantes com as prioridades encontradas no nível  $i$  de modo a obter a melhor decisão para o objetivo do problema.

Para comparações dentro de um subconjunto de critérios, as prioridades compostas das alternativas de decisão devem ser calculadas levando em consideração os níveis  $i$  e  $i + 1$ . Para tanto, multiplicando-se as matrizes de prioridade dos níveis  $i + 1$  e  $i$ . Para  $\mathbf{p}_i$  e  $\mathbf{P}_{i+1}$ , respectivamente o vetor de

prioridades relativas do nível  $i$  e a matriz de prioridades relativas do nível  $i + 1$ , podemos dizer que o vetor de prioridades compostas  $\mathbf{p}_c$  é definido por:

$$\mathbf{p}_c = \mathbf{P}_{i+1} \mathbf{p}_i$$

A seleção da melhor alternativa de decisão é feita de acordo com o elemento  $\mathbf{p}_c$  com maior valor.

#### 4.5 Decisões em grupo

Na prática, algumas decisões tomadas, no âmbito de uma empresa, requerem um consenso de indivíduos de um grupo, com a possibilidade de considerar fatores individuais como experiência, conhecimento e poder inerentes a cada decisor envolvido no processo. Em outros casos, pode-se haver uma decisão que necessite ser considerada por grupos diferentes que, por sua vez, possuem valores, interesses e opiniões divergentes sobre a solução do mesmo problema.

Em atenção à presença de mais de um decisor, o AHP possui duas linhas de ação que podem ser seguidas, considerando as seguintes preocupações: a primeira é como agregar julgamentos individuais, e a segunda, como construir uma decisão do grupo a partir de decisões individuais.

Assim, a matriz das comparações efetuadas pode ser calculada por meio do resultado obtido pelo consenso entre os participantes, principalmente quando não há muitas divergências com relação aos julgamentos entre os critérios. Quando a experiência e o conhecimento entre os participantes são muito distintos, pode-se também dividi-los em grupos menores e responsabilizá-los pela resposta de partes específicas do questionário, fazendo-os elicitar as suas preferências respeitando a capacidade profissional dos participantes envolvidos.

A solução sugerida por Saaty e Vargas (2005) é a obtenção da média geométrica para sintetizar os julgamentos de um grupo, se e somente se os julgamentos individuais não estiverem muito dispersos de sua média geométrica. Isso ocorre porque uma grande dispersão nos julgamentos individuais de um grupo acarreta violações no ótimo de Pareto, que podem ser medidas, conforme

pode ser constatado nos estudos sobre os Sete Pilares do método AHP produzido por Saaty (2001).

Por fim, Wolff (2008) *apud* Rabani e Rabani (1996) conclui que a única média que funciona para o método AHP é a média geométrica, pois: “O recíproco da média geométrica de um conjunto de julgamentos é a média geométrica dos recíprocos. Isto não é verdade com a média aritmética ou com qualquer outra média”.

## 4.6

### Análise de Sensibilidade

O processo decisório utilizando o AHP é tipicamente iterativo, permitindo o uso de análise de sensibilidade em qualquer parte do modelo para verificação da resistência das alternativas a possíveis mudanças nas funções de utilidade empregadas, contribuindo para uma compreensão maior do problema, por parte do decisor, como limitações ou abrangência.

Quando o tempo permite a realização de tais análises ou, principalmente, quando a ordenação das alternativas não reflete os valores e crenças de determinada empresa ou decisor, há que se efetuar uma avaliação mais acurada do problema para diagnosticar possíveis necessidades de refazer determinados julgamentos.

Os seguintes tipos de análise de sensibilidade podem ser feitos em problemas decisórios, envolvendo a alteração nos seguintes elementos:

- i. pesos relativos dos critérios;
- ii. julgamentos das alternativas;
- iii. quantidade de critérios; e
- iv. quantidade de alternativas.

Cumpramos ressaltar que a análise de sensibilidade é uma ferramenta disponível para a validação do modelo adotado (estrutura hierárquica) e dos resultados (ordenação ou pontuação das alternativas). Contudo, cada problema deve ser analisado conforme suas especificidades, com a possível realização de análises de sensibilidade desde que estas realmente impliquem o entendimento mais acurado acerca do problema.

#### 4.6.1

##### **Alteração dos pesos relativos dos critérios**

O conjunto de critérios de um problema é o eixo estruturante que permite a avaliação do problema, ou seja, um peso excessivo auferido a um determinado critério pode privilegiar fortemente uma alternativa em relação às outras.

Assim, uma variação sensível dos pesos relativos pode constatar a resistência da ordem das alternativas no resultado final. Por exemplo, se o valor da comparação relativa do critério  $i$  em relação ao critério  $j$  é  $a_{ij} = 5$  (importância grande do critério  $i$  em relação ao critério  $j$ ), pode-se alterá-lo para  $a_{ij} = 4$  e para  $a_{ij} = 6$ . Para todas as comparações par a par entre critérios, pode-se alterar os valores das comparações relativas em valores pequenos em relação à Escala Fundamental e testar a resistência da ordem final das alternativas.

Outra forma mais trabalhosa de verificar a resistência das alternativas no resultado final é a possibilidade de variar os julgamentos dos critérios em todos os valores possíveis da Escala Fundamental. Por exemplo, altera-se  $a_{ij} = 1/9$  (importância absoluta do critério  $j$  em relação ao critério  $i$ ) até  $a_{ij} = 9$  (importância absoluta do critério  $i$  em relação ao critério  $j$ ). Tal procedimento pode ser útil quando o decisor precisa avaliar o impacto da ordenação final das alternativas, comparando os resultados caso as avaliações iniciais fossem substituídas por avaliações alternativas.

#### 4.6.2

##### **Alteração dos julgamentos das alternativas**

Neste caso, a alteração do valor numérico das comparações não abrange todo o espectro de valores possíveis da Escala Fundamental, porque se pressupõe que os critérios sejam suficientemente específicos para avaliar as alternativas e distingui-las.

Assim, apenas uma variação sensível em torno dos valores de julgamentos inicialmente estabelecidos para as alternativas pode estabelecer uma análise que permita medir a resistência global das alternativas em relação aos julgamentos do decisor. Admite-se que as preferências da matriz de decisão  $A = [a_{ij}]$  possam

variar entre uma tendência otimista e pessimista, resultando na análise de três matrizes de julgamento que conduzem a um determinado resultado final.

Há, ainda, a possibilidade de utilizar os julgamentos pessimistas, otimistas, além do julgamento original a fim de obter uma matriz de julgamentos representativa  $A^*$  tal que minimize os valores de preferência expressos pelo decisor nos diferentes juízos. Ou seja, toma-se o menor dentre os valores obtidos na comparação par a par das alternativas para ser o julgamento representativo e, a partir desses valores, os cálculos posteriores são realizados (VIEIRA, 2006).

### 4.6.3

#### **Alteração na quantidade de critérios**

Em se tratando de alteração na quantidade de critérios utilizada na estrutura hierárquica do problema em questão, duas possibilidades podem ser avaliadas: a inserção e a retirada de critérios. Em ambos os casos, deve-se considerar os cinco fatores indispensáveis para estabelecer a hierarquia do problema: completude, operacionalidade, decomponibilidade, ausência de redundância e tamanho mínimo. Quando a inserção ou retirada de critérios não provocar alterações abruptas na ordenação final das alternativas, então a estrutura hierárquica inicial do problema mostra-se adequada para julgá-lo.

Suponha uma decisão para aluguel de uma loja em que os critérios visibilidade, imagem e conforto são considerados. Após a realização do procedimento analítico do AHP, observa-se que o critério visibilidade parece estar influenciando fortemente uma das alternativas; o critério conforto não estabelece distinção entre elas e o critério imagem, por ser de difícil avaliação, pode introduzir informações imprecisas nos cálculos, comprometendo o resultado final. Neste caso, recomenda-se a análise do impacto da retirada de um desses critérios no resultado final, sugerindo uma revisão da estrutura hierárquica do problema, já que é recomendável a eliminação de critérios que não estabeleçam distinções entre as alternativas (decomponibilidade, ausência de redundância e tamanho mínimo).

Por outro lado, a árvore de decisão deve estar completa, com todos os critérios importantes e decisivos para a avaliação do problema. Incluir outros critérios importantes para a análise do problema pode garantir a completude e operacionalidade desejáveis, avaliando a robustez da ordenação global das

alternativas. Em outras palavras, caso a inserção de critérios importantes para o decisor e que foram desconsiderados anteriormente provoca uma alteração substancial na ordenação das alternativas, provavelmente a estrutura hierárquica do problema não estava completa.

#### **4.6.4**

#### **Alteração na quantidade de alternativas**

É importante salientar que a alteração na quantidade de alternativas sempre representará uma mudança substancial no problema proposto, porque há uma mudança significativa na base da hierarquia do problema.

A decisão sobre acrescentar ou retirar uma determinada alternativa ocorre quando não é possível estabelecer claramente as possíveis opções existentes ou quando se tem uma longa lista, restando ao decisor priorizar algumas em detrimento de outras, julgadas potencialmente melhores. Nesses casos, há que se avaliar o impacto da retirada de uma alternativa não computada anteriormente, quando ela é dominada pelas outras, ou seja, a sua pontuação final é bastante inferior.

#### **4.7**

#### **Solução de um problema simples usando o AHP**

A seguir, um problema simples desenvolvido por Avellar e Polezzi (2002) citado por Vieira (2006) será analisado a fim de exemplificar a aplicação do método, seguindo o processo analítico sugerido na Seção 4.4.

No problema proposto, o objetivo primordial é a determinação do Esquadrão de Caça da FAB mais adequado ao emprego em uma situação hipotética de conflito entre o Brasil e algum país do continente sul-americano. Para este problema, o decisor é uma figura fictícia, ou seja, os agentes de decisão (oficiais da FAB) emitiram os julgamentos segundo suas próprias opiniões, muito embora tal decisão não caiba a eles na ocorrência de um problema real semelhante.

A estrutura hierárquica do problema segue abaixo, com a existência de três critérios em consideração: Localização, Tipo de Missão e Tipo de Aeronave do

Esquadrão Aéreo. Quatro alternativas são estudadas: Esquadrão 1, Esquadrão 2, Esquadrão 3 e Esquadrão 4.

Localização	Esquadrão 1	Esquadrão 1	Esquadrão 2	Esquadrão 3	Prioridade
Esquadrão 1	1	7	9	5	0,643
Esquadrão 2	1/7	1	3	1/3	0,101
Esquadrão 3	1/9	1/3	1	1/5	0,048
Esquadrão 4	1/5	3	5	1	0,208

**Tabela 5 - Comparações par a par das alternativas segundo o critério Localização**  
 FONTE: Veira (2006)

Missão	Esquadrão 1	Esquadrão 1	Esquadrão 2	Esquadrão 3	Prioridade
Esquadrão 1	1	2	3	1/3	0,238
Esquadrão 2	1/2	1	3	1/3	0,172
Esquadrão 3	1/3	1/3	1	1/5	0,078
Esquadrão 4	3	3	5	1	0,512

**Tabela 6 - Comparações par a par das alternativas segundo o critério Tipo da Missão**  
 FONTE: Veira (2006)

Aeronave	Esquadrão 1	Esquadrão 1	Esquadrão 2	Esquadrão 3	Prioridade
Esquadrão 1	1	5	3	1	0,389
Esquadrão 2	1/5	1	1/3	1/5	0,069
Esquadrão 3	1/3	3	1	1/3	0,153
Esquadrão 4	1	5	3	1	0,389

**Tabela 7 - Comparações par a par das alternativas segundo o critério Tipo da Aeronave**  
 FONTE: Veira (2006)

A importância relativa dos critérios é resultado da comparação par a par dos critérios em relação ao objetivo principal, descrita na Tabela 8:

Objetivo	Localização	Missão	Aeronave	Prioridade
Localização	1	5	3	0,633
Missão	1/5	1	1/3	0,106

Aeronave	1/3	3	1	0,260
----------	-----	---	---	-------

**Tabela 8: Comparações par a par dos critérios em relação ao objetivo principal**  
 FONTE: Veira (2006)

As matrizes acima mostram não somente a dominância, como também o vetor de prioridades conforme cada critério. Calcula-se, então, o vetor de prioridade usando a seguinte expressão:

$$\bar{v}_k(A_i) = \frac{\sum_{j=1}^4 \bar{v}_j(A_j)}{n} \quad i=1,2,3,4 \quad (11)$$

O mesmo cálculo é feito para os critérios, resultando na seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} \bar{v}_1(A_1) & \bar{v}_2(A_1) & \bar{v}_3(A_1) \\ \bar{v}_1(A_2) & \bar{v}_2(A_2) & \bar{v}_3(A_2) \\ \bar{v}_1(A_3) & \bar{v}_2(A_3) & \bar{v}_3(A_3) \\ \bar{v}_1(A_4) & \bar{v}_2(A_4) & \bar{v}_3(A_4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,643 & 0,238 & 0,389 \\ 0,101 & 0,172 & 0,069 \\ 0,048 & 0,078 & 0,153 \\ 0,208 & 0,512 & 0,389 \end{pmatrix} \quad (12)$$

O vetor peso dos critérios é assim calculado:

$$[\bar{w}(C_1) \bar{w}(C_2) \bar{w}(C_3)]^T = [0,633 \quad 0,106 \quad 0,260]^T \quad (13)$$

A partir das comparações realizadas, o ordenamento das alternativas foi estabelecido por meio da função agregativa linear  $f$ :

$$f(A_j) = \sum_{i=1}^3 \bar{w}(C_i) x_{vi}(A_j) \quad (14)$$

Finalmente, a avaliação global das alternativas é tal que:

$$A \times w = \begin{pmatrix} 0,643 & 0,238 & 0,389 \\ 0,101 & 0,172 & 0,069 \\ 0,048 & 0,078 & 0,153 \\ 0,208 & 0,512 & 0,389 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,633 \\ 0,106 \\ 0,260 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,534 \\ 0,100 \\ 0,079 \\ 0,288 \end{pmatrix} \quad (15)$$

A ordem das alternativas é: Esquadrão 1 > Esquadrão 1 > Esquadrão 1 > Esquadrão 1.

A análise de consistência dos juízos emitidos pelo decisor deve ser feita para cada critério e para o objetivo principal.

Para o critério localização, tem-se  $\lambda_{\max}$  dado por:

$$A_v = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 9 & 5 \\ 1/7 & 1 & 3 & 1/3 \\ 1/9 & 1/3 & 1 & 1/5 \\ 1/5 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0,643 \\ 0,101 \\ 0,048 \\ 0,208 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,823 \\ 0,406 \\ 0,195 \\ 0,880 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{4} \left( \frac{2,823}{0,643} + \frac{0,406}{0,101} + \frac{0,195}{0,048} + \frac{0,880}{0,208} \right) = 4,174 \quad (17)$$

O índice de consistência é então:

$$IC = \frac{\lambda_{\max} L - 4}{4 - 1} = 0,058 \quad (18)$$

E a razão de consistência:

$$RC = \frac{IC}{IR} = \frac{0,058}{0,9} = 0,064 < 0,09 \quad (19)$$

Assim, a inconsistência dos julgamentos quanto ao critério Localização encontra-se dentro dos limites julgados aceitáveis pelo método AHP. Os cálculos para os demais critérios e para o objetivo principal (*goal*) são análogos. Os resultados finais são sintetizados na Tabela 9:

Elemento	$\lambda_{\max}$	n	IC	IR	RC	RC <sub>max</sub>	Consistência
Localização	4,174	4	0,058	0,9	0,064	0,09	OK
Missão	4,105	4	0,035	0,9	0,039	0,09	OK
Aeronave	4,044	4	0,015	0,9	0,016	0,09	OK
Objetivo	-	-	-	-	-	-	-
Principal	3,039	3	0,019	0,58	0,033	0,05	OK

**Tabela 9: Síntese de Resultados**

FONTE: Veira (2006)

## 4.8

### Principais críticas sobre o AHP

Conforme Saaty (1990) afirma, o método AHP tem sido mundialmente utilizado em avaliações de natureza estratégica desde os anos oitenta, tendo sido, também, objeto de algumas críticas surgidas na literatura.

As críticas ao AHP descritas nesta seção foram adaptadas de Silva (2005) *apud* Goodwin e Wright (2000), Gomes *et al.* (2002), Triantaphyllou (2005) e Wolff (2008) conforme descritas a seguir:

#### 4.8.1

##### Conversão da escala verbal para numérica

Os agentes de decisão quando usam o método verbal na comparação par a par de alternativas possuem seus julgamentos automaticamente convertidos para uma escala numérica, através da utilização de uma Escala Fundamental proposta por Saaty, mas a correspondência entre as duas escalas é baseada em pressupostos (Lei Psicofísica de Weber e Fechner) que podem ser contestados. Por exemplo, se a alternativa  $A_1$  possui importância julgada muito maior que  $A_2$ , recebe fator 5 (cinco). Entretanto, alguns autores alegam que um fator 5 (cinco) de multiplicação é muito alto para expressar a noção de preferência forte.

#### 4.8.2

##### Inconsistências impostas pela Escala Fundamental

Em alguns problemas, a restrição de comparações par a par sobre uma escala de 1 a 9 conduz o agente de decisão a cometer inconsistências. Por exemplo, se a alternativa  $A_1$  é considerada 5 (cinco) vezes mais importante que  $A_2$

e  $A_2$  é 5 (cinco) vezes mais importante que  $A_3$ , então para ser consistente  $A_1$  deveria ser 25 (vinte e cinco) vezes mais importante que  $A_3$ , mas isso não é possível, uma vez que a escala não tem propriedade multiplicativa. Tal crítica também é citada no artigo de Vieira (2006) *apud* Barzilai (2001), no qual o autor ressalta a limitação da flexibilidade na obtenção das comparações pelo agente de decisão.

#### 4.8.3

##### **Significado das respostas às questões**

Os pesos são obtidos sem referência às escalas nas quais os atributos são medidos, possibilitando interpretações diferentes, e possivelmente erradas, pelos agentes de decisão. Lootsma (1996) *apud* Gomes *et al.* (2002) observou a dificuldade que os agentes de decisão encontram para efetuar julgamentos subjetivos perante alternativas expressas em valores físicos ou monetários.

#### 4.8.4

##### **Inversão do *ranking* das alternativas**

Novas alternativas podem reverter o ranking das alternativas existentes, devido ao modo pelo qual os pesos são normalizados para somar 1 (um). Tal crítica foi citada nos trabalhos de Belton e Gear (1982); Dyer e Ravinder (1983); Lootsma (1996) [*apud* Gomes *et al.*, 2002] e de outros autores.

#### 4.8.5

##### **Elevado número de comparações requeridas**

Apesar de a redundância inerente ao AHP ser uma vantagem, o número de comparações requeridas pelo método pode ser grande. Por exemplo, um problema com 7 alternativas e 7 atributos vai requerer 168 comparações par a par, o que pode dificultar a aplicação do método.

Salomon *et al* (2003) *apud* Salomon e Montevechi (2001) atribuíram ao número excessivo de julgamentos necessários para estruturas hierárquicas complexas uma das grandes dificuldades de aplicação do método AHP.

Para reduzir o número de julgamentos para a escolha da sede administrativa de uma universidade multi-campi em várias cidades, Salomon *et al* (2003) adotaram o seguinte procedimento: realizaram-se a elicitação de preferências para apenas uma das linhas da matriz de julgamentos, denominada A, e os demais julgamentos foram obtidos respeitando-se a relação apresentada na equação 1.

$$A_{jk} = a_{ik} / a_{ij} \quad (21)$$

Deste modo, foi possível reduzir a estrutura hierárquica do problema - de seis níveis hierárquicos e que necessitaria de 245 (duzentos e quarenta e cinco) julgamentos - para 101 (cento e um) julgamentos. Como os autores possuíam dados disponíveis para todos os sub-critérios de três níveis hierárquicos, ainda reduziu-se o julgamento das alternativas a apenas 21 (vinte e uma) perguntas, que foram respondidas pelos especialistas por meio de questionários.

Ainda quanto ao problema do elevado número de comparações requeridas, Wolf (2008) *apud* Leal (2008) propõe uma simplificação do modelo AHP, facilitando também a síntese dos resultados. Ela pressupõe consistência absoluta, e chega a uma aproximação numérica das prioridades obtidas no método tradicional. A grande vantagem é que o número de comparações diminui dramaticamente, de  $n(n-1)/2$  para  $n-1$ , e a solução pode ser calculada no papel com o uso de uma calculadora simples ou em qualquer *software* de planilhas.

Em seu trabalho, Wolf (2008) testou três casos encontrados na literatura, sendo foi possível comparar a solução exata com a nova solução aproximada para testar a validade do método proposto. Apesar de os resultados numéricos finais apresentarem uma pequena diferença, a nova solução manteve, nos casos estudados, a ordenação de prioridades das alternativas.

#### 4.8.6

##### Os axiomas do método

Dyer (1990) argumentou que os axiomas do AHP não são fundamentados em descrições do comportamento racional passíveis de teste. Em artigo de resposta, Harker e Vargas (1987) contradizem todas as afirmações feitas pelo autor.

Bana e Costa e Vansnick (2001) propuseram em seu artigo uma das críticas mais contundentes ao AHP, descrevendo um problema que ocorre no cálculo do vetor de prioridades, mais especificamente nas escalas derivadas do método, a partir da matriz positiva recíproca que é preenchida após os questionamentos feitos ao agente de decisão. Tal problema implica fundamentalmente a quantificação das prioridades e não a ordem em que as alternativas são priorizadas. Outro ponto também ressaltado no trabalho de Bana e Costa e Vansnick (2001) é que o coeficiente de inconsistência proposto por Saaty não seria capaz de detectar tal situação.

Mesmo sendo um método multicritério de apoio à decisão tecnicamente controvertido, é inegável o valor do AHP como ferramenta para construir-se um modelo requisito básico para um problema decisório, através do estabelecimento de uma estrutura hierárquica de critérios. Nesta medida, é perfeitamente justificável o uso do método AHP, desde que se tenha em mente seus potenciais limitadores.

Em comparação teórica entre os métodos de auxílio à tomada de decisão, Salomon *et al.* (2003) asseveram, ainda, que o AHP foi considerado pelas pessoas consultadas, como o MCDM mais “amigável”, ou seja, o entendimento do método foi considerado mais fácil do que os outros métodos avaliados, principalmente no que diz respeito à execução de aplicações práticas. Esse deve ser um dos motivos por que os tomadores de decisão e pesquisadores acabam por preferir o AHP. Isto é percebido no elevado número de publicações de artigos sobre o AHP, que é muito maior do que qualquer outro MDCM.

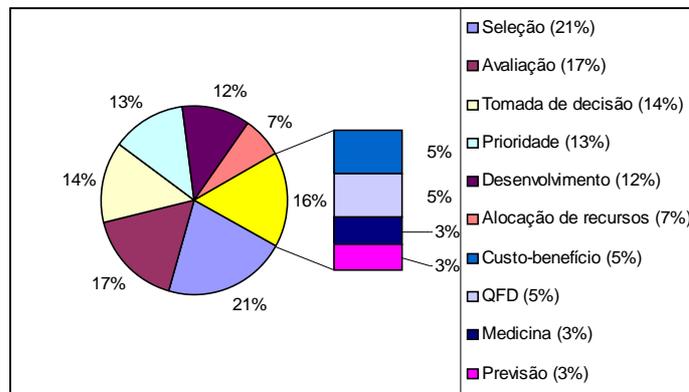
Vieira (2006) cita o artigo de Vaidya e Kumar (2004) intitulado “*Analytic Hierarchy Process: An Overview of Applications*”, em que os autores apresentam uma revisão dos diferentes campos de aplicação do AHP. A amostra da pesquisa incluiu a verificação de 150 (cento e cinquenta) artigos publicados, entre 1990 e 2003, nos quais o AHP foi satisfatoriamente utilizado como hábil ferramenta matemática de apoio à decisão. As aplicações dos artigos trazidos à colação foram divididas em três grandes grupos:

a) Aplicações baseadas em temas – seleção, avaliação, análise custo-benefício, alocação, planejamento e desenvolvimento, prioridade e *ranking*, tomada de decisão, previsão, medicina e campos relacionados à aplicação com QFD (*Quality Function Deployment*);

b) Aplicações específicas ou áreas – social, pessoal, educação, manufatura, governo, gerenciamento, banco, esportes e comércio; e

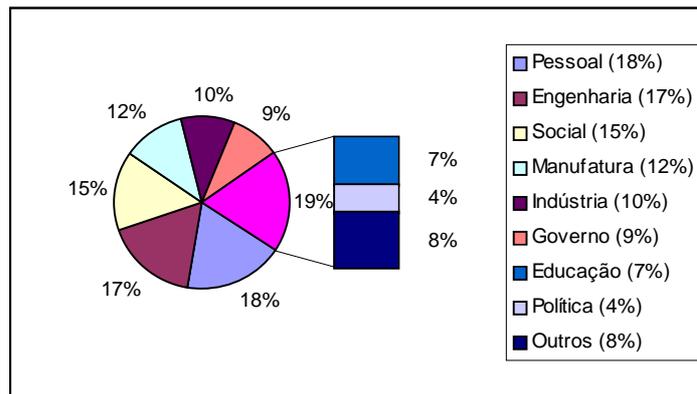
c) Aplicações combinadas com outra metodologia – teoria *Fuzzy*, programação linear, redes neurais, probabilidade e estatística, programação por metas (*Goal Programming*), programação multi objetivo, simulação, ANP (*Analytic Network Process*), tabelas lógicas, métodos de restrições, método *PROMETHE*, diagramas de causa e efeito, programação dinâmica, dentre outras.

As figuras 6 e 7 contêm gráficos que evidenciam o resultado das análises dos artigos levando em consideração suas aplicações baseadas em temas e em áreas, respectivamente:



**Figura 6 – Distribuição dos artigos por temas**

FONTE: Veira (2006) *apud* Vaidya e Kumar (2004)



**Figura 7 – Distribuição dos artigos por áreas**

FONTE: Veira (2006) *apud* Vaidya e Kumar (2004)

Análise semelhante foi realizada para verificar as aplicações do método AHP em artigos extraídos dos dois principais simpósios que incluem publicações sobre Pesquisa Operacional no Brasil: o SIMPOI (Simpósio de Administração da Produção, Logística e Operações Internacionais) e o SBPO (Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional), resultando na avaliação de 15 artigos, nos anos de 2004 a 2006, que utilizaram o método AHP como parte fundamental de suas análises.

#### 4.10

#### **Conclusão**

O capítulo efetuou uma revisão conceitual dos principais pilares nos quais o método AHP se baseia para a resolução de problemas estratégicos, culminando com a resolução de um problema fictício simples, com o propósito de validar o método AHP como ferramenta de auxílio à tomada de decisão. As principais vantagens e desvantagens da utilização do AHP são apresentadas, com especial ênfase aos benefícios advindos de sua aplicação para o problema de pesquisa ora proposto.

Assim sendo, a utilização desse método em uma Organização Militar, como a Diretoria de Intendência, por exemplo, tem como vantagem facilitar a comunicação e a integração entre as partes envolvidas na decisão, além de promover transparência a todo o processo, aumentando, assim, sua credibilidade, pois a decisão multicritério considera e permite contemplar um ambiente em que há critérios não quantificáveis ou incerteza de dados, exigindo juízos de valor pelo tomador da decisão, como é o caso do problema de localização de Unidades Celulares de Intendência.

Isto posto, o próximo capítulo volta-se à aplicação do método AHP ao problema de localização de Unidades Celulares de Intendência, com atenção para a importância do tratamento desse problema estratégico de grande relevância para a FAB no atual cenário brasileiro.