

## **7**

### **Apresentação dos Resultados**

Neste capítulo será feita a apresentação dos resultados da modelagem das séries temporais obtidas no mercado, através do modelo proposto por SCHWARTZ E SMITH (2000), e estimado pelo Filtro de Kalman. Assim, são apresentadas medidas estatísticas para medir a aderência do modelo às séries, ou seja, pretende-se apresentar a capacidade do modelo proposto em explicar as mudanças aleatórias dos preços dos contratos futuros para diferentes prazos de expiração. Outra saída do modelo é a estimação da variável não observável, o preço à vista do petróleo, que é realizada através das estimativas das variáveis de estado, que são o desvio de curto-prazo e a tendência de longo-prazo.

#### **7.1.**

##### **Estimativa do Modelo Proposto**

Após rodar-se o Filtro de Kalman os resultados fornecidos pelo Eviews foram:

**Tabela 6 - Estimativa Para o Modelo Proposto**

Variáveis	Coeficientes	Erro Padrão	Estatística - z	Prob.
$\mu_{\xi}^*$	-0,040467	0,005180	-7,812415	0,0000
$\mu_{\xi}$	-0,099788	0,091098	-1,095400	0,2733
$k$	1,314414	0,058232	22,572010	0,0000
$\lambda_{\chi}$	0,144417	0,119905	1,204430	0,2284
$\sigma_{\chi}$	0,322158	0,021910	14,703410	0,0000
$\sigma_{\xi}$	0,247319	0,012445	19,873070	0,0000
$\rho_{\chi\xi}$	0,327268	0,075013	4,362792	0,0000
$Var(v_{1t})$	0,005182	0,000636	8,143642	0,0000
$Var(v_{2t})$	0,000376	0,000137	2,744324	0,0061
$Var(v_{3t})$	0,000111	4,27E-05	2,604498	0,0092
$Var(v_{4t})$	4,85E-07	1,92E-05	0,025240	0,9799
$Var(v_{5t})$	0,000143	3,62E-05	3,940003	0,0001

O método utilizado pelo Eviews na estimativa foi o de máxima verossimilhança. A estimativa foi feita utilizando o “objeto” do Eviews “SSPACE”. O número de datas nas quais houve observação de dados foi de 974. As distribuições iniciais para a média e a matriz de covariâncias das variáveis de estado foram a “SVEC0” e “SVAR0”, ambas determinadas previamente. A convergência foi atingida após 22 iterações, ou seja, foram calculados diferentes parâmetros 22 vezes, estimadas as séries das variáveis de estado e calculada a função de verossimilhança, até que não se obteve melhoria significativa na função de verossimilhança.

O desvio de curto prazo e a tendência de longo prazo apresentaram estatística z igual a -1,655287 e 138,3873 respectivamente, já o p-valor foi de 9,79% e 0,00%.

O logaritmo da função de verossimilhança alcançou o valor máximo de 12.621,48. Os critérios de informação de Akaike, Schwartz e Hannan-Quinn foram -25,89216, -25,83202 e -25,86927, respectivamente.

Analisando a tabela anterior, que apresenta as estatísticas das estimativas, observa-se que todas as variáveis parecem ser significativas, excetuando-se a variável  $Var(v_{4t})$ .

A probabilidade de  $Var(v_{4t})$  ser igual a zero é dada pelo p-valor, que na tabela corresponde à última coluna, e no caso é igual a 0,9799. Assim, a probabilidade de  $Var(v_{4t})$  ser igual a zero é praticamente de 100%. No entanto,  $Var(v_{4t})$  corresponde à variância do erro estimado pela equação de medida para o contrato F13. Portanto, o fato de  $Var(v_{4t})$  ser igual a zero não causa nenhum problema ao modelo proposto.

A observação do p-valor para as variáveis de estado também permite a afirmação de que elas são estatisticamente representativas. Como a variável  $\chi_t$  apresentou probabilidade de ser igual a zero de 0,0979 ou 9,79%, e a variável  $\xi_t$  de 0,000. Essa constatação permite dizer que ambas as variáveis contribuem para representar a evolução dos contratos futuros.

A tabela abaixo apresenta os resultados encontrados neste experimento em relação aos resultados encontrados por SCHWARTZ E SMITH (2000) e AIUBE (2005). Em AIUBE (2005), a base de dados refere-se a 784 observações semanais, entre 02/01/90 e 30/12/04, dos contratos futuros de WTI, F1, F5, F9, F13 e F17. Em S&S (2000), as 239 observações são semanais entre 02/01/90 e 17/02/95 dos contratos futuros de WTI, F1, F5, F9, F13 e F17.

**Tabela 7 - Comparação Entre as Estimativas Encontradas com as de AIUBE (2005) e S&S (2000)**

Variáveis	Encontrados	AIUBE	S&S
$\mu_{\xi}^*$	-0,0405	0,0095	0,0115
$\mu_{\xi}$	-0,0998	-	-0,0125
$k$	1,3144	1,0413	1,4900
$\lambda_{\chi}$	0,1444	0,0065	0,1570
$\sigma_{\chi}$	0,3222	0,3111	0,2860
$\sigma_{\xi}$	0,2473	0,1376	0,1450
$\rho_{\chi\xi}$	0,3273	0,1165	0,3000
$s_1$	0,0720	0,0469	0,0420
$s_2$	0,0194	0,0049	0,0060
$s_3$	0,0105	0,0038	0,0030
$s_4$	0,0007	0,0000	0,0000
$s_5$	0,0120	0,0101	0,0040

Na tabela acima os parâmetros  $s_i$  correspondem aos desvios padrões dos resíduos referentes à equação do contrato futuro com prazo de expiração  $i$ , ou seja, é igual à raiz quadrada da variância exposta na tabela (6).

O parâmetro  $\mu_\xi^*$  é bastante reduzido em todos os trabalhos, e neste estudo ele foi menor do que zero. A tendência real do movimento browniano também apresentou estimativa negativa, no entanto em valor absoluto foi maior do que a tendência sob medida neutra ao risco. Através das estimativas das tendências reais e neutra ao risco, determina-se o prêmio de risco da seguinte maneira

$$\lambda_\xi = \mu_\xi - \mu_\xi^*$$

Substituindo valores

$$\lambda_\xi = -0,00998 + 0,0405 = -0,0593$$

Desta forma, o prêmio de risco seria negativo, o que parece um contrassenso. No entanto em S&S (2000) o resultado encontrado também foi negativo para o prêmio de risco da tendência de longo prazo. Caso fosse utilizada a solução dos autores, de considerar a tendência real do processo igual a 3%, o resultado encontrado para  $\lambda_\xi$  seria 7,05%.

O coeficiente de reversão à média encontrado ficou exatamente entre os encontrados nos estudos anteriores analisados. A volatilidade da variável de estado de curto-prazo foi bem próxima às encontradas em SCHWARTZ E SMITH (2000), ou (S&S (2000)), e em AIUBE (2005). Por outro lado, a volatilidade de longo-prazo estimada foi muito superior às dos outros trabalhos. Esse resultado pode ter sido provocado pela presença de um período de maior volatilidade na estimativa do modelo. O coeficiente de correlação entre as variáveis de estado,  $\rho_{\chi\xi}$  ficou bastante próximo ao encontrado em S&S (2000), sendo um pouco mais elevado do que o estimado por AIUBE (2005) em seus painéis. A baixa correlação entre essas variáveis demonstra a ortogonalidade entre elas.

Os desvios-padrões encontrados aqui foram, de maneira geral, bastante semelhante aos estimados nos outros dois estudos. O desvio  $s_1$  foi aqui estimado em 7,20%, 4,69% em AIUBE (2005) e 4,2% em S&S (2000). Já o desvio do contrato de nove meses de maturação ficou em 1,05%, enquanto nos outros trabalhos foi 0,38% e 0,3%. O desvio  $s_4$  foi o que apresentou menor estimativa em todos os estudos, sendo 0,1% aqui e 0,0% nas outras estimativas. Em todos os

trabalhos o desvio-padrão do contrato futuro de maturação mais curto, ou seja, um mês, foi aquele que apresentou a maior estimativa.

O resultado encontrado comprova a Hipótese de Samuelson, apresentada em SAMUELSON (1965), a qual prevê volatilidades maiores para os contratos futuros de menor duração. Trabalhos posteriores, como BESSEMBINDER, COUGHENOUR, SEGUIN E SMOLLER (1995), comprovaram que a Hipótese de Samuelson sempre é comprovada quando o ativo segue um Movimento de Reversão à Média. A *commodity* petróleo segue um Movimento de Reversão à Média, conforme demonstrado em DIXIT E PINDYCK (1994).

É possível afirmar que o processo de estimação do modelo foi bastante satisfatório. No entanto, é necessário verificar se o ajuste das séries estimadas às séries reais é adequado, o que será feito na próxima seção.

## 7.2.

### Ajuste das Séries de Contratos Futuros Estimadas e Reais

Para observar o ajuste das séries estimadas pelo modelo proposto às séries de contratos futuros observadas no mercado serão utilizados dois critérios. O primeiro será apenas visual, mas que, no entanto possui grande apelo intuitivo, no qual serão plotados nos mesmos gráficos as séries estimadas e as reais. O segundo critério será mais quantitativo, e para tanto serão utilizadas estatísticas de ajuste. A medida do ajuste será feita pela raiz do erro quadrático médio (RMSE), pelo erro absoluto médio (MAE) e pelo erro absoluto médio percentual (MAPE).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_{oi} - F_{ei})^2}{n}} \quad (60)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |F_{oi} - F_{ei}|}{n} \quad (61)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{F_{oi} - F_{ei}}{F_{oi}} \right| \quad (62)$$

Onde:

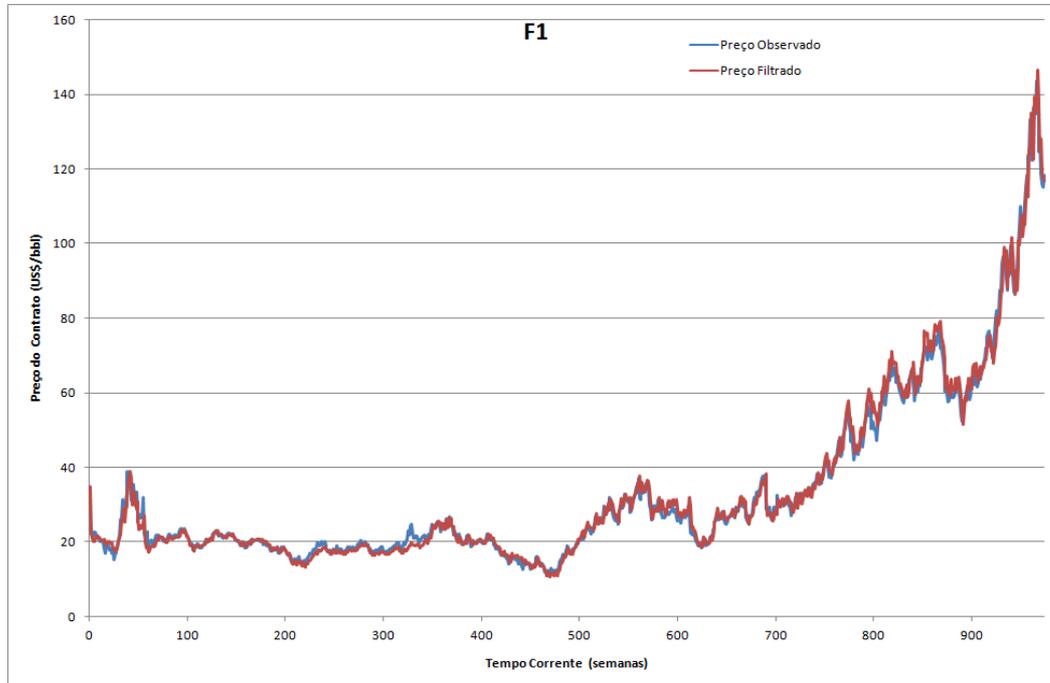
$F_{oi}$  representa o valor observado do contrato na data  $i$ .

$F_{ei}$  representa o valor filtrado ou estimado pela modelagem para a data  $i$ .

$n$  corresponde ao número de dados utilizados no processo de estimativa.

### 7.2.1. Gráficos de Contratos Estimados vs Observados

O gráfico com as séries real e estimada para o contrato F1 foi:



**Figura 8 - Preço Observado vs Filtrado Para o Contrato F1**

O gráfico acima apresenta o resultado final do processo de estimativa para a série do contrato F1. O eixo horizontal apresenta a evolução do tempo, no qual cada unidade corresponde a uma semana. O número de dados observados foi 974, no período entre 03/01/1990 e 27/08/2008. O eixo vertical apresenta os preços dos contratos em dólares por barril de petróleo (US\$/bbl), semelhantemente às unidades nas quais se acompanham os preços no mercado.

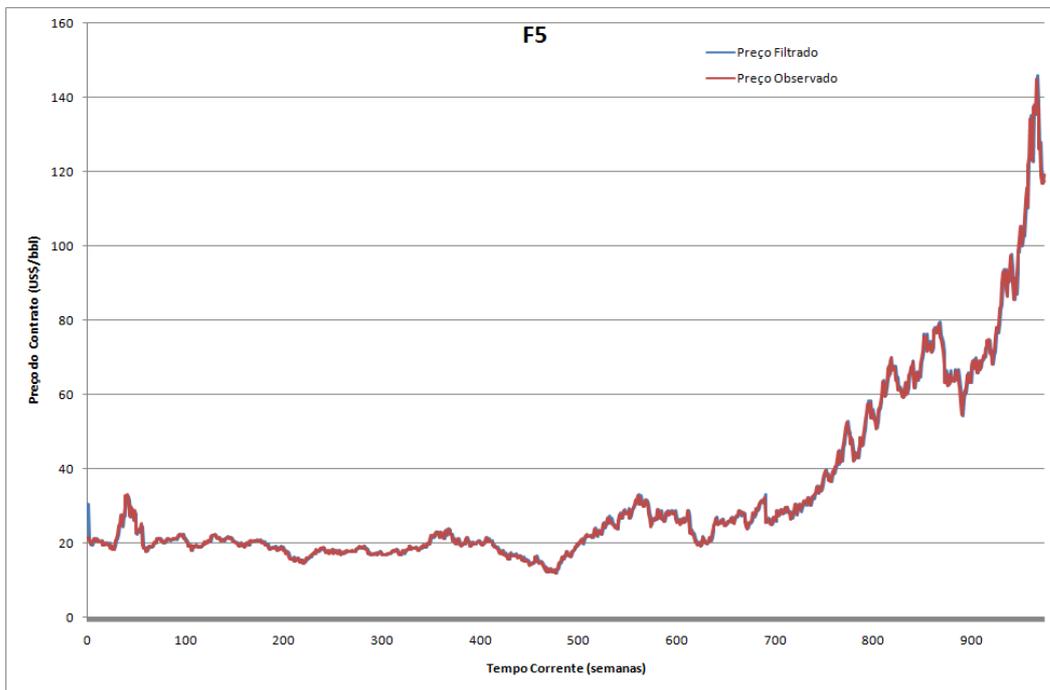
Os dados foram modelados no Eviews em termos do logaritmo do preço. Desta forma, as estimativas realizadas também foram em termos do logaritmo do preço. No entanto, para se obter a série de previsões em termos do preço em US\$/bbl basta aplicar

$$\exp[\ln(F_{et})] = F_{et}$$

Ou seja, a exponencial do logaritmo do preço estimado é igual ao preço estimado.

A observação do gráfico permite inferir que o ajuste da série filtrada à série observada é bastante satisfatório.

A seguir plota-se o gráfico referente às séries filtradas e observadas para o contrato F5.



**Figura 9 - Preço Observado vs Filtrado Para o Contrato F5**

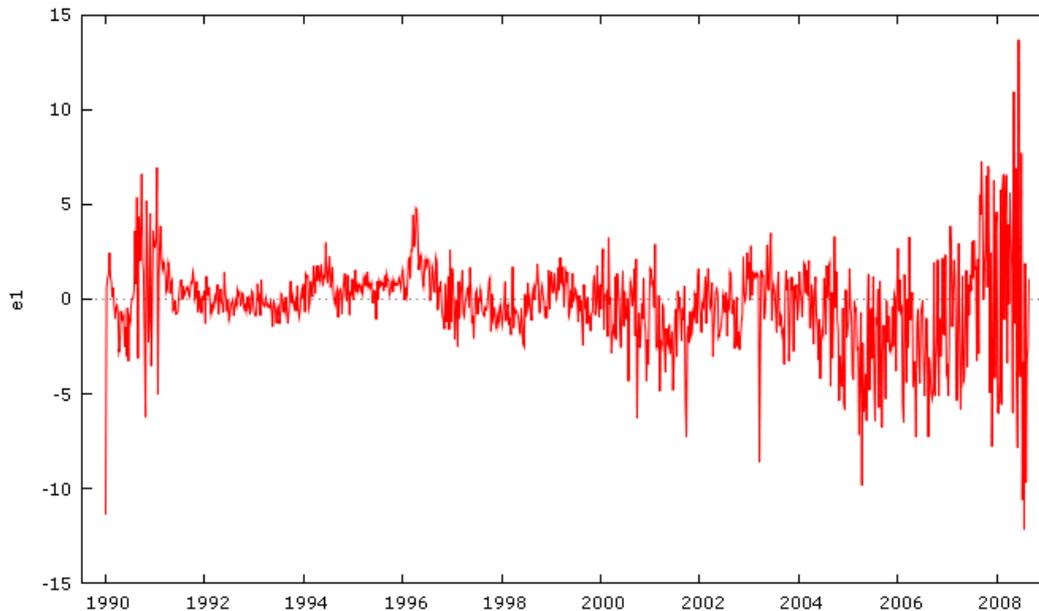
O gráfico acima é bastante semelhante ao anterior, no entanto apresenta as séries referentes ao contrato F5. Visualmente, parece que o ajuste da série estimada à série real é ainda melhor do que o referente ao contrato F1. No entanto, uma análise mais criteriosa, quantitativa, será feita mais adiante para que se possa avaliar para qual contrato futuro o processo de filtragem fornece estimativas melhores.

Os outros gráficos referentes aos contratos F9, F13 e F17 estão no Apêndice I, no entanto pode-se dizer que eles aparentam um ajuste ainda melhor do que os gráficos de F1 e F5. Isso ocorre por causa da redução da volatilidade dos contratos quando a prazo para expiração aumenta. A volatilidade menor pode ser explicada pelo fato de que os contratos de maior maturidade estão menos sujeitos aos desvios de curto prazo.

### 7.2.2. Gráficos dos Erros de Estimativa Um Passo a Frente

O próximo passo foi analisar os resíduos gerados para os contratos futuros, ou seja, a diferença entre o valor observado e o filtrado.

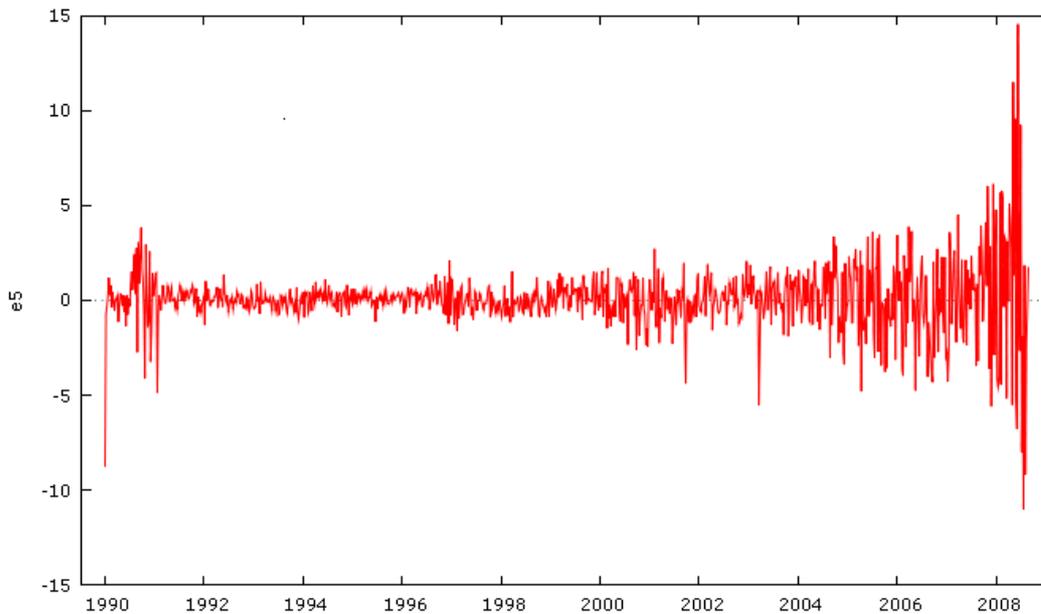
Segue o gráfico dos resíduos referentes ao contrato F1.



**Figura 10 - Erros de Estimativa Para o Contrato F1**

O gráfico acima apresenta os erros em US\$/bbl para o período de tempo analisado, em semanas. É possível ver que os erros crescem sensivelmente em períodos de maiores volatilidades. Além disso, há uma tendência observável em alguns períodos da análise.

Segue o gráfico de resíduos referente ao contrato F5.

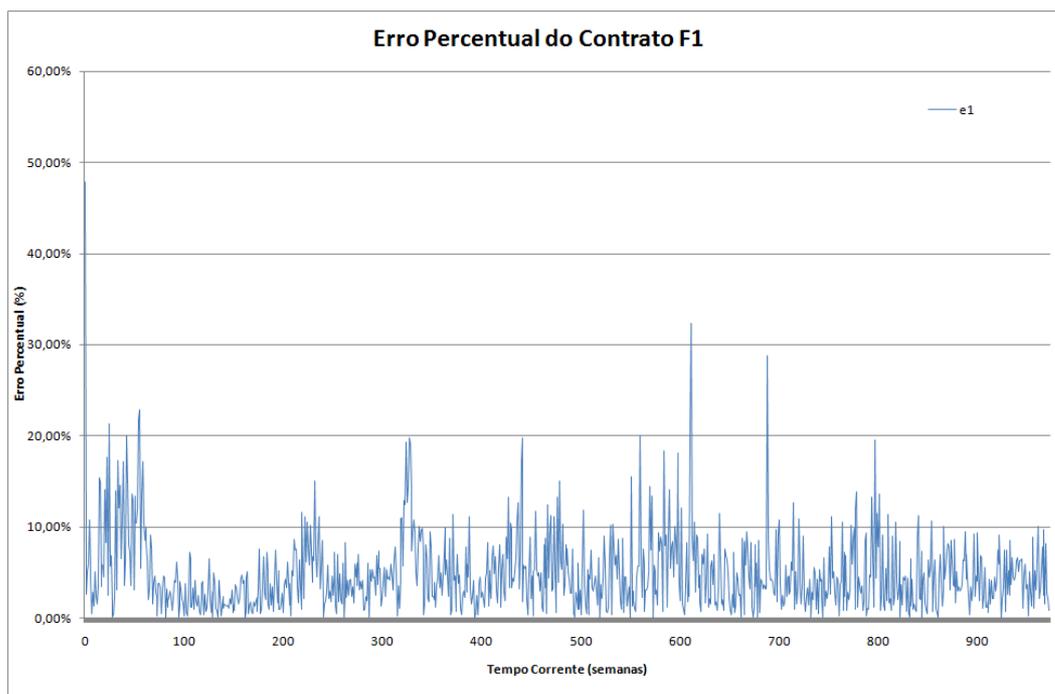


**Figura 11 - Erros de Estimativa Para o Contrato F5**

Os resíduos do contrato F5 também apresentam heterocedasticidade. No entanto as tendências que eram observadas nos erros do contrato F1 parecem ser atenuadas no contrato F5. Esse fato provavelmente é acarretado pela menor volatilidade dos contratos de maior prazo de maturação.

Os gráficos dos resíduos para os contratos F9, F13 e F17 encontram-se no Apêndice I.

No entanto, caso seja analisado o gráfico dos resíduos do modelo em termos percentuais ao invés de em termos absolutos será resolvido um dos problemas apresentados pelos gráficos acima, que são os erros maiores quando o nível de preços é elevado. A Figura 14 apresenta os erros percentuais em função do tempo para o contrato F1.



**Figura 12 - Erros Percentuais Para o Contrato F1**

A observação do gráfico acima permite ver que a hipótese de eliminação dos erros elevados quando analisados de forma relativa foi comprovada. Nesse sentido é possível constatar que o modelo se demonstrou capaz de manter os erros em níveis semelhantes quando os preços se elevaram.

No entanto, é possível inferir algumas tendências nas séries de erros, além de a heterocedasticidade também permanecer, o que pode resultar na não normalidade dos resíduos.

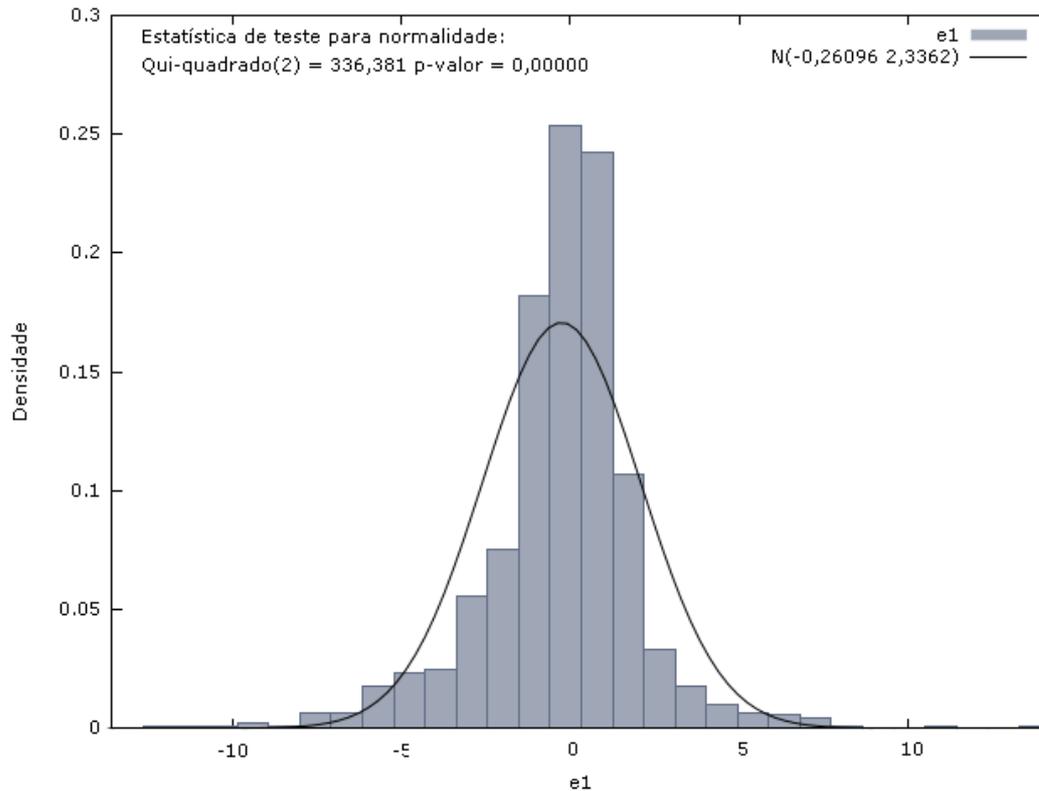
### **7.2.3. Análise dos Resíduos Gerados**

Supostamente os resíduos gerados pela diferença entre os contratos observados e os filtrados deveriam ser normais e decorrelacionados.

Nesse sentido, uma análise pertinente refere-se à normalidade dos resíduos, pois o modelo proposto no Filtro de Kalman sugere distribuições normais para os resíduos das observações. Assim, foram realizados testes paramétricos e não paramétricos para investigar se as distribuições dos resíduos é Gaussiana. Da mesma maneira que sugeriu-se anteriormente para a análise do ajuste da série filtrada à observada, foi realizada primeiramente uma análise qualitativa ou não paramétrica e posteriormente realizou-se os testes de hipótese adequados.

O gráfico gerado apresenta a distribuição de frequência dos resíduos e a distribuição normal mais próxima dela, ou seja, ajustam-se a média e a variância da normal de maneira a definir-se a normal mais próxima da frequência gerada.

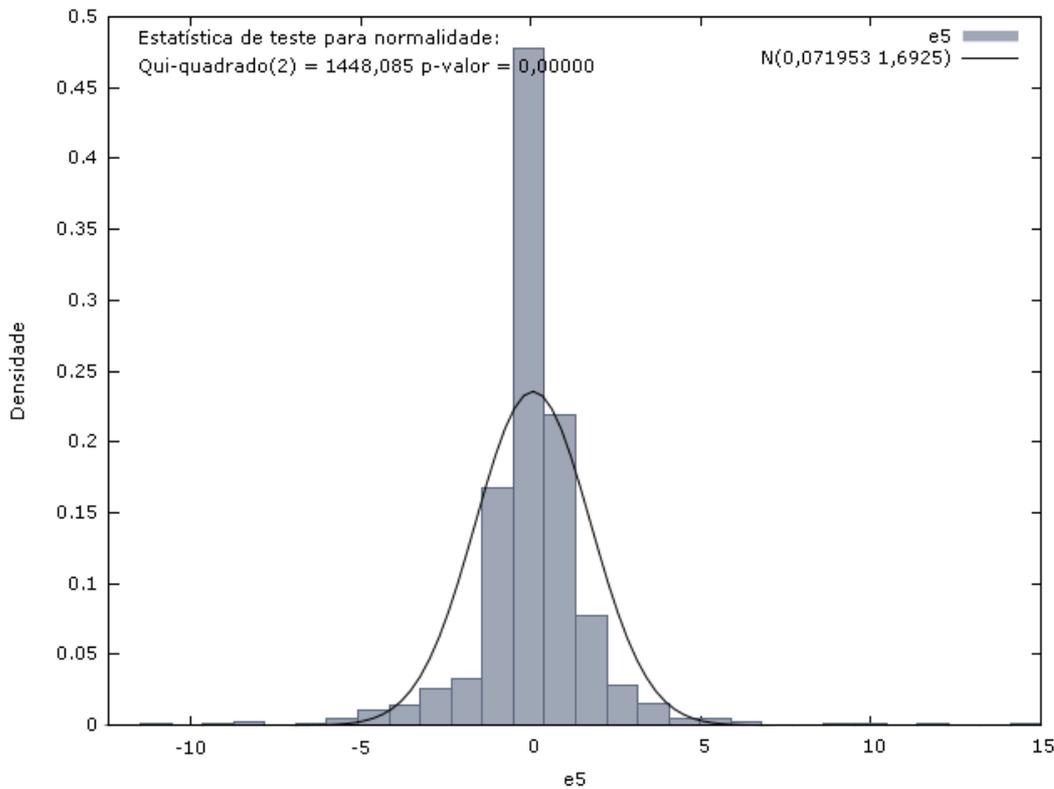
Segue a distribuição de frequências e a normal ajustada para os resíduos gerados pelo modelo para o contrato F1.



**Figura 13 - Distribuição dos Resíduos do Contrato F1**

A análise da figura acima permite a afirmação de que a distribuição dos resíduos é leptocúrtica, apresentando grande concentração em volta da média e decaindo mais rapidamente.

A seguir apresenta-se a distribuição de frequência e a normal ajustada para os resíduos do modelo referente ao contrato F5.



**Figura 14 - Distribuição dos Resíduos do Contrato F5**

A distribuição de freqüências dos resíduos para o contrato F5 apresenta o mesmo comportamento dos resíduos de F1, é extremamente concentrada em torno da média.

Concluí-se que as distribuições dos resíduos são bastante semelhantes entre si. Por outro lado, elas não parecem formar uma distribuição de probabilidade Normal. No sentido de comprovar a não normalidade dos resíduos realizaram-se testes como o de Jarque-Bera (JB), Doornik-Hansen, Shapiro-Wilk, Lilliefors e Anderson-Darling.

O teste de Jarque-Bera está baseado no ajuste da distribuição analisada à curtose e assimetria da distribuição normal. A estatística é dada por:

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (63)$$

Onde:

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{(\sigma^2)^{3/2}} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^{3/2}}$$

$$C = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right)^2}$$

$n$  é o tamanho da amostra

$S$  é a assimetria

$C$  é a curtose

$\mu_3$  corresponde ao terceiro momento da distribuição normal

$\mu_4$  é o quarto momento da distribuição normal

$\bar{x}$  é a média da amostra

$\sigma^2$  é o segundo momento da distribuição, também conhecido como variância

A estatística de JB apresenta uma distribuição que tende à qui-quadrado, com dois graus de liberdade, e pode ser usada como um teste de hipótese, no qual a hipótese nula é de que a distribuição é normal. A hipótese nula corresponde a uma hipótese conjunta na qual a assimetria é zero e o excesso de curtose também, pois amostras de distribuições normais apresentam valor esperado da assimetria igual a zero e curtose igual a três, o que corresponde a excesso de curtose de zero. Analisando a estatística JB percebe-se que desvios desses valores fazem com que ela aumente e, portanto, a hipótese nula seja mais dificilmente aceita, o que corresponde a um p-valor menor.

As estatísticas de testes de normalidade encontram-se na tabela a baixo:

**Tabela 8 - Estatísticas de Teste de Normalidade Para os Resíduos dos Contratos Futuros**

	e1		e5		e9		e13		e17	
	Estatística	P-valor								
Jarque-Bera	889,43	0,00	8.096,06	0,00	16.078,90	0,00	24.063,50	0,00	31.547,20	0,00
Doornik-Hansen	336,38	0,00	1.448,08	0,00	1.565,39	0,00	1.744,72	0,00	2.022,95	0,00
Shapiro-Wilk	0,92	0,00	0,82	0,00	0,76	0,00	0,73	0,00	0,70	0,00
Lilliefors	0,11	0,00	0,14	0,00	0,16	0,00	0,17	0,00	0,18	0,00
Anderson-Darling	20,98	0,00	44,16	0,00	58,26	0,00	69,81	0,00	74,87	0,00

A análise dos resultados da tabela acima permite a afirmação de que os resíduos entre as séries de dados filtrados e observados não apresentam distribuição normal. Uma possível solução para esse problema seria a utilização do Filtro de Partículas ao invés de utilizar o Filtro de Kalman na estimativa dos parâmetros do modelo. No entanto, neste estudo optou-se por prosseguir com a metodologia do Filtro de Kalman, pois, além de apresentar baixos erros de previsão, foi comprovado em outros estudos que o benefício da utilização do

Filtro de Partículas é bastante reduzido, em termos de ganho de ajuste da modelagem.

No entanto, deseja-se obter uma avaliação quantitativa do ajuste e para isso a tabela abaixo apresenta os resultados das estatísticas RMSE, MAE e MAPE para todos os contratos utilizados na estimativa.

**Tabela 9 - Estatísticas de Ajuste do Modelo aos Contatos Futuros**

	F1	F5	F9	F13	F17
RMSE (US\$/bbl)	2,35	1,69	1,53	1,45	1,40
MAE (US\$/bbl)	1,58	1,00	0,84	0,76	0,72
MAPE (%)	4,86%	2,80%	2,31%	2,05%	1,96%

Analisando a tabela acima é possível observar que o modelo apresentou um ajuste superior para os contratos de maior prazo de maturação. Em LAUTIER (2003) o valor médio encontrado de RMSE para o melhor painel de ajuste foi 1,05 US\$/bbl. Um painel consiste em um conjunto de contratos futuros utilizados para estimar o modelo. Nesse sentido, como o valor médio de RMSE encontrado neste estudo foi de 1,69 US\$/bbl é possível afirmar que o resultado é coerente com a literatura.

AIUBE (2005) encontrou para o mesmo painel de contratos futuros um valor médio de MAE de 0,22 US\$/bbl e um MAPE de 0,95%. Os valores médios aqui encontrados para as mesmas estatísticas foram 0,98 US\$/bbl e 2,80%. Assim, é possível dizer que os valores encontrados neste estudo estão um pouco acima dos encontrados por AIUBE (2005). A diferença pode ter sido causada pela alta volatilidade dos contratos futuros no fim do período analisado, o qual não aparece no estudo do autor que vai de janeiro de 1985 a abril de 2004.

### **7.3. Estimativas Para as Variáveis de Estado**

A variável não observável do modelo é o preço à vista, o qual é formado por duas variáveis de estado, o desvio de curto-prazo e a tendência de longo-prazo. A modelagem proposta fornece diretamente séries para as variáveis de estado dados os “caminhos” observados dos contratos futuros e calculados os hiperparâmetros. Assim, é possível construir uma série para o preço à vista.

No entanto, como as variáveis de estado são não observáveis, não é possível realizar uma análise semelhante à da seção anterior, na qual plotam-se no mesmo gráfico as séries observada e filtrada dos contratos futuros. Uma abordagem alternativa teve que ser adotada aqui. Como o contrato de mais curto-prazo, F1, possui uma grande proximidade com o preço à vista, optou-se por utilizá-lo como “*proxy*” para o preço à vista.

Ao determinar-se as séries estimadas para as variáveis de estado  $\chi_t$  e  $\xi_t$  é possível gerar a série de preços à vista através da seguinte equação:

$$\ln(S_t) = \chi_t + \xi_t \quad (6)$$

Observando a relação acima é possível depreender que caso obtenha-se todas as estimativas para as variáveis de estado em cada tempo  $t$ , então automaticamente pode-se estimar o valor de  $\ln(S_t)$  para qualquer data  $t$ . Isso significa que dados os contratos futuros é possível estimar-se as variáveis de estado, e através delas consegue-se determinar o valor justo a ser pago em uma negociação à vista.

Após todas as iterações do Filtro de Kalman paralelamente à maximização da função de verossimilhança chega-se à série da variável de estado  $\chi_t$ , que obedece a seguinte equação.

$$\chi_t = e^{-k\Delta t} \chi_{t-1} + v_{1t}$$

Onde o valor do erro vem da equação de medida de modo que conjuntamente com a outra variável de estado,  $\xi_t$ , satisfaça-a, conforme relação a seguir.

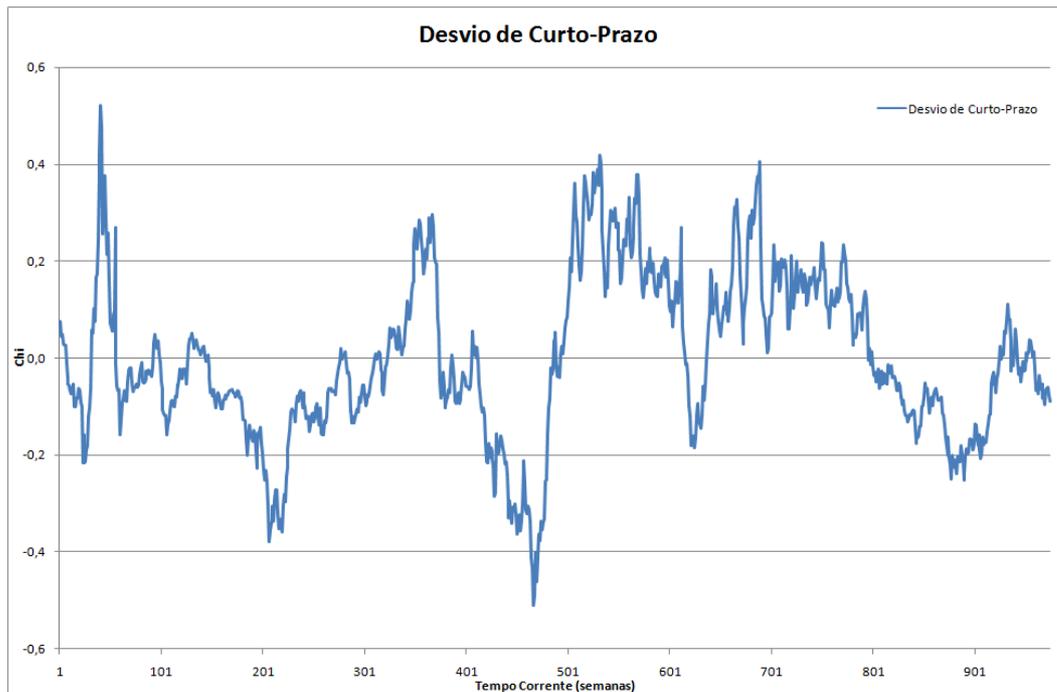
$$\ln(F_{T,0}) = e^{-kT} \chi_0 + \xi_0 + A(T) \quad (23)$$

Ou seja, dada a cotação dos contratos futuros estimam-se as variáveis de estado. Como esse procedimento é feito para todas as datas, determinam-se os resíduos de todas as datas para um dado conjunto de hiperparâmetros.

O mesmo procedimento é aplicado à outra variável de estado  $\xi_t$ , no entanto, utilizando a seguinte equação.

$$\xi_t = \mu_\xi \Delta t + \xi_{t-1} + v_{2t}$$

Abaixo apresenta-se a série estima para o desvio de curto-prazo.

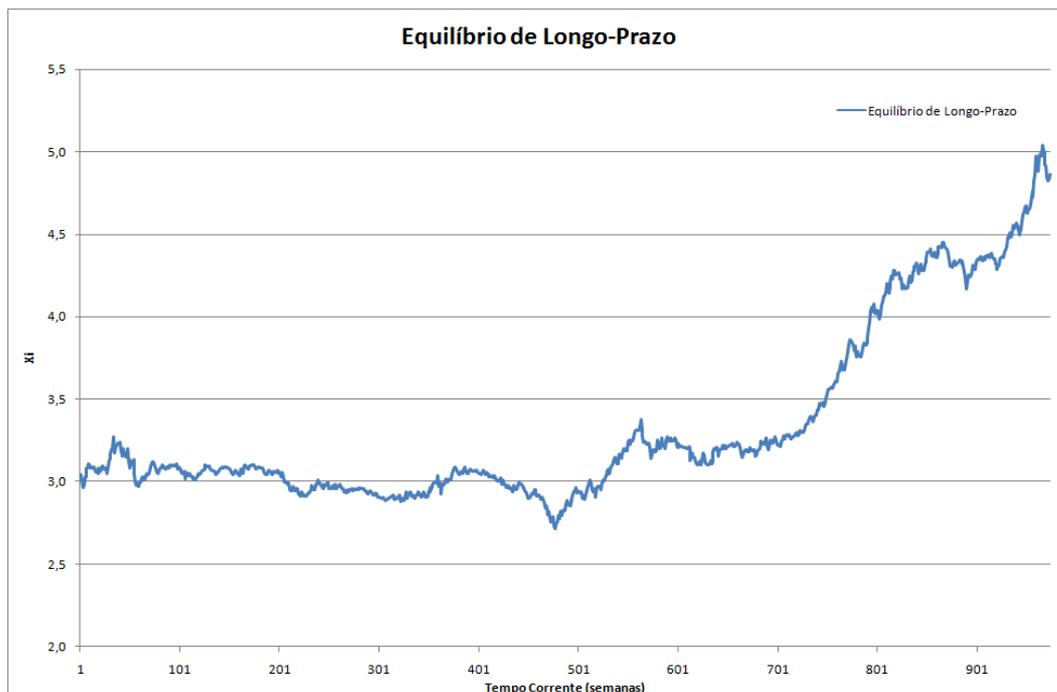


**Figura 15 - Estimativa Para o Desvio de Curto-Prazo**

O gráfico acima corresponde aos valores estimados pelo Filtro de Kalman para o desvio de curto-prazo. A comparação do “caminho” percorrido pela variável com um processo típico de reversão à média permite a constatação de que a variável realmente segue um processo deste tipo. Como o desvio de curto-prazo tende a zero, a variável está em torno deste valor.

O período final da análise apresentou uma grande elevação dos preços dos contratos de curto-prazo. Seria de se esperar que os desvios de curto-prazo fossem altos para esse período, o que não ocorreu de fato, pois, como foi definido anteriormente os desvios de curto-prazo corresponde à diferença entre o preço à vista e os contratos de longo prazo, mas os contratos futuros acompanharam o aumento da cotação. Na verdade, houve uma elevação generalizada de preços pois o mercado estava prevendo uma verdadeira escassez de produto, e não um aumento momentâneo, possivelmente causado por especuladores ou outros fatores.

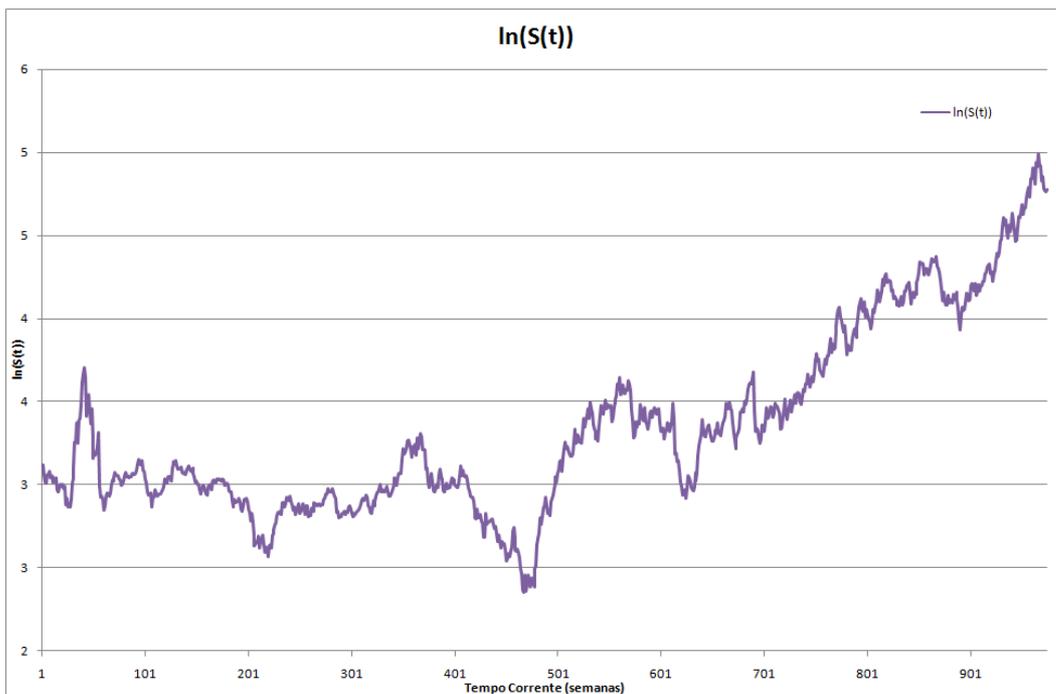
A seguir apresenta-se a evolução do equilíbrio de longo prazo, o que poderá dar suporte à hipótese levantada anteriormente.



**Figura 16 - Estimativa Para o Equilíbrio de Longo-Prazo**

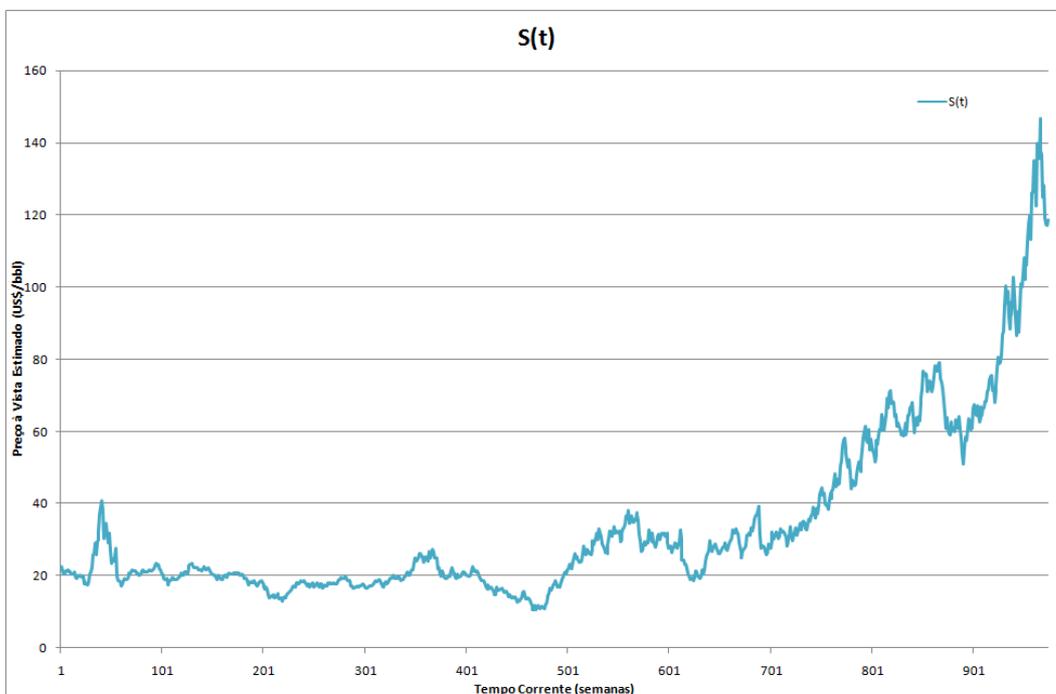
O gráfico acima mostra que no período final analisado houve uma elevação forte e contínua do preço de equilíbrio de longo-prazo, o que, por conseguinte, não representou um desvio de curto-prazo.

Através das duas séries acima construiu-se um gráfico, que encontra-se a seguir, referente à equação (11).



**Figura 17 - Estimativa Para o Logaritmo do Preço à Vista**

Através do gráfico acima gerou-se a série de preços à vista estimados em US\$/bbl para tornar a análise mais fácil, quando compara-se o preço estimado com o observado.



**Figura 18 - Estimativa Para o Preço à Vista**

A série plotada no gráfico acima quando comparada com a série contratos futuros de um mês de maturação permite que se avalie a capacidade do Filtro em gerar uma série da variável não observável. A forte relação entre o contrato F1 e o preço à vista é tão conhecida que na maior parte das informações vindas de jornais, revistas e *sites* da internet, a cotação do contrato futuro é apresentada como a cotação atual do barril.

A seguir apresentam-se as duas séries no mesmo gráfico a fim de se verificar a quase paridade.



**Figura 19 - Preço à Vista Estimado vs F1**

As séries plotadas no gráfico acima estão praticamente sobrepostas, demonstrando um bom ajuste da série de preços à vista estimada à série de contratos futuros de um mês de maturidade. Por outro lado, esse diagnóstico é meramente qualitativo, e com o intuito de obter-se uma análise mais rigorosa determinou-se as estatísticas de ajuste das séries. Na seção anterior foram apresentados como medidas de aderência das séries o cálculo do RMSE, MAE e MAPE. Nesse sentido, foram calculadas as mesmas estatísticas com alguns pequenos ajustes às variáveis das estatísticas. Após as modificações as equações podem ser escritas da seguinte maneira.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (F_{oi} - S_{ei})^2}{n}} \quad (60)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |F_{oi} - S_{ei}|}{n} \quad (61)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{F_{oi} - S_{ei}}{F_{oi}} \right| \quad (62)$$

Onde:

$F_{oi}$  representa o valor observado do contrato F1 na data  $i$ .

$S_{ei}$  representa o valor filtrado ou estimado pela modelagem para o preço à vista na data  $i$ .

$n$  corresponde ao número de dados utilizados no processo de estimativa.

Assim, a tabela abaixo apresenta as estatísticas para os preços à vista estimados e para o contrato F1.

**Tabela 10 - Estatísticas de Ajuste Entre o Preço à Vista Estimado e o Contrato F1**

	RMSE (US\$/bbl)	MAE (US\$/bbl)	MAPE
S(t) vs F1	1,44	1,07	3,53%

Os resultados alcançados são bastante satisfatórios quando comparados com aqueles obtidos para os contratos futuros. Com relação aos contratos futuros as estatísticas foram construídas através da comparação entre o preço filtrado, ou seja, aquele estimado para o preço do contrato para a data  $t$  feito em  $t - 1$ , e o preço observado quando chega a informação da data  $t$ .

Os valores médios encontrados para as estatísticas referentes à capacidade de previsão dos contratos futuros foram.

**Tabela 11 - Estatísticas Médias de Ajuste do Modelo aos Contratos Futuros**

	RMSE (US\$/bbl)	MAE (US\$/bbl)	MAPE
Média	1,69	0,98	2,80%

Portanto, os resultados alcançados para os preços à vista foram bastante próximos das médias encontradas para os contratos futuros. No entanto, como já foi dito anteriormente, as previsões pioram conforme a maturidade do contrato decresce. Nesse sentido, os resultados encontrados para as previsões dos contratos F1 foram de 2,35 US\$/bbl, 1,58 US\$/bbl e 4,86% para o RMSE, MAE e MAPE

respectivamente. Desta forma, as estatísticas de ajuste apresentaram valores melhores para o preço à vista do que para a estimativa do preço do contrato F1.