

# 1 Introdução

A introdução à dissertação será feita através de uma apresentação do contexto científico e dos objetivos da dissertação. Em seguida será apresentado um breve resumo de cada um dos capítulos subsequentes, de forma que o leitor poderá ter uma expectativa sobre o que irá encontrar ao longo dos capítulos sem ter que percorrer todo o texto.

## 1.1. Contexto Científico e Objetivos da Dissertação

O contexto em que a dissertação está inserida é o de modelagem de séries temporais de preços de *commodities*. Atualmente um grande número de trabalhos sobre o tema utiliza processos estocásticos para representar a evolução destes ativos no mercado.

Segundo AIUBE (2005) as aplicações destes estudos de séries temporais para apreçamento de *commodities* podem ser divididas em dois grandes blocos:

1. Teoria de Opções Reais (Orçamentação de Capital)
2. Apreçamento de derivativos

Os derivativos são ativos que dependem de outros ativos (objetos ou subjacentes), e atualmente representam grandes volumes no mercado financeiro mundial. Fazem parte deste conjunto de ativos as opções, os futuros, as opções sobre futuros, dentre outros.

Os primeiros trabalhos sobre o tema datam de 1973, quando BLACK E SCHOLES (1973) apreçaram uma opção de compra do tipo européia, e MERTON (1973) contribuiu na teoria necessária a comprovação do trabalho. A partir daí muitos artigos foram publicados, variando o processo estocástico, a medida de probabilidade, o ativo subjacente, entre outras.

Na época muitos trabalhos vinham sendo divulgados com o objetivo de determinar o valor de um derivativo. O grande diferencial do trabalho destes autores foi o argumento utilizado de que uma carteira que por construção não

apresentasse risco deveria ter seus fluxos de caixa futuros descontados pela taxa livre de risco. O argumento é convincente na medida em que é possível demonstrar que caso o valor da carteira sem risco não seja igual ao valor presente dos fluxos descontados pela taxa livre de risco, é possível montar uma operação de arbitragem na qual o investidor obtém ganhos sem se arriscar. A necessidade de um mundo onde não haja possibilidades de arbitragem é conhecida como Teorema Fundamental de Finanças, e é uma das condições para um mercado perfeito. Posteriormente, outros autores chegaram ao mesmo resultado por outros caminhos. Enquanto BLACK, SCHOLLES e MERTON chegaram ao valor da opção de compra européia, aquela que só poderá ser exercida no final do prazo de maturação do contrato, através da resolução de uma equação diferencial parcial, outros autores como HARRISON E KREPS (1979) e HARRISON e PLISKA (1981) obtiveram o mesmo resultado pela mudança de probabilidades. As probabilidades que definem os cenários para os quais o valor da opção é o adequado, em um mundo neutro ao risco no qual não há possibilidade de arbitragem, foram denominadas de Medidas de Martingal Equivalentes (MME).

No caso das *commodities* há complicações adicionais. Normalmente, elas não são negociadas no mercado à vista e por isso o preço *spot* não é uma variável observável. A variável observável é o contrato futuro, e por isso surge a necessidade de estimar-se o preço *spot*. No caso do petróleo, utiliza-se o primeiro contrato futuro como *proxy* do preço à vista.

As veiculações de cotações do barril de petróleo feitas pela imprensa, normalmente referem-se ao contrato mais próximo. O petróleo do tipo *Brent* é aquele negociado em Londres, e o do tipo *WTI* (*West Texas Intermediate*) ou *Light* é negociado em Nova Iorque.

Em HULL (2000) a relação entre o preço à vista e o futuro é dada por:

$$F = Se^{((r+u-\delta)(T-t))} \quad (1)$$

Onde:

$F$  = preço do contrato futuro.

$S$  = preço à vista.

$\delta$  = retorno de conveniência (prêmio ao proprietário do ativo físico).

$u$  = custo de armazenagem.

$r$  = taxa de retorno livre de risco.

$T$  = vencimento do contrato.

$t$  = data atual.

Na equação (1), os custos de armazenagem são considerados como uma proporção constante do preço à vista, e é uma parcela corresponde à remuneração do investidor por manter fisicamente o petróleo. O *convenience yield* é introduzido na relação acima para que não haja possibilidade de arbitragem. Caso não houvesse o *convenience yield* e fosse possível observar o preço à vista, o lado direito da equação seria maior do que o esquerdo. Portanto, o contrato futuro estaria barato em relação ao preço à vista, o que atrairia arbitradores para a compra dos futuros, a venda da *commodity* à vista e o investimento à taxa livre de risco. A operação ofereceria ganhos sem risco aos arbitradores, e assim não poderia existir por muito tempo. Conseqüentemente o *convenience yield* é exatamente a taxa que iguala os dois lados da equação.

O *convenience yield* reflete as expectativas do mercado quanto à disponibilidade futura de uma *commodity*. Quanto maior a possibilidade de ocorrer escassez durante a vida do contrato futuro, maior o *convenience yield*. Se os usuários das *commodities* possuem estoques elevados, será pouco provável a ocorrência de escassez em futuro próximo, e o *convenience yield* tenderá a ser baixo. Por outro lado, baixos estoques resultarão em *convenience yield* elevado (HULL, 2000).

Em cima desta relação foram desenvolvidos os modelos, que podem ser definidos de acordo com o número de fatores estocásticos. Primeiramente, foram estudados modelos de um fator, que consideram o retorno de conveniência como uma constante. Posteriormente, vieram os modelos de dois fatores, como o de GIBSON E SCHWARTZ (1990) que considerou como fatores estocásticos o preço *spot* e o retorno de conveniência instantâneo. Utilizando também um modelo de dois fatores, SCHWARTZ E SMITH (2000) desenvolveram um modelo que considera as variações de curto prazo e as variações no preço de equilíbrio como fatores estocásticos. Houve ainda a elaboração de modelos com mais de três fatores, porém eles não obtiveram grande difusão acadêmica devido a sua dificuldade de interpretação, por serem considerados muito complexos, e por sua grande demanda computacional para estimativa dos parâmetros.

Nestes artigos o preço do contrato futuro torna-se uma função linear das variáveis não observáveis, preço à vista e retorno de conveniência, e os processos

estocásticos são Gaussianos. Essas propriedades permitem a aplicação do Filtro de Kalman na sua forma clássica na estimativa das variáveis não observáveis.

O Filtro de Kalman é um procedimento recursivo e eficiente de estimativa, uma vez que o erro quadrático é minimizado. Assim, a partir da observação do preço futuro, as variáveis de estado, não observáveis, são estimadas eficientemente. Além disso, os parâmetros do modelo podem ser estimados a partir da maximização da verossimilhança obtida da decomposição do erro de previsão (AIUBE, 2005).

No Brasil esta importante ferramenta estatística não costuma ser tema de cursos de graduação, e mesmo em cursos de pós-graduação no nível de mestrado ela dificilmente é abordada. No entanto, devido à sua grande utilização em diferentes temas da teoria econômica, surgiu a necessidade de abordagem do assunto de forma palatável a alunos destes níveis.

Atualmente existe um grande número de trabalhos publicados que utilizam o Filtro de Kalman. No entanto esses artigos não intenciam lecionar a ferramenta, mas sim usá-la, o que faz com que grande parte dos leitores não compreenda esta parte dos artigos. ARNOLD, BERTUS E GODBEY (2008) abordaram o tema simplificada, considerando apenas uma variável de estado e uma variável observável.

A presente dissertação tem como um de seus objetivos acessibilizar o assunto a um número maior de estudantes e pesquisadores. Assim, a abordagem será feita de maneira detalhada, demonstrando todos os passos, de forma que pessoas com um nível razoável de econometria sejam capazes de acompanhar.

Além de apresentar o Filtro de Kalman esta dissertação objetiva aplicá-lo na determinação das variáveis de estado e dos parâmetros do modelo adotado, objetivando estimar os parâmetros do modelo que será utilizado para representar os contratos futuros de petróleo. As séries a serem analisadas serão dos contratos futuros do barril de petróleo do tipo WTI com diferentes prazos de expiração. Cabe ressaltar aqui que o grande aumento da liquidez destes contratos, verificado recentemente, permite uma análise que incorpore, cada vez mais, contratos mais longos, de até cerca de oito anos à frente.

Após a estimativa dos parâmetros do modelo para uma dada janela de tempo a próxima etapa será o objetivo central da dissertação, que é estimar o preço à vista do petróleo, variável não observável, e realizar previsões para os contratos

futuros do barril de WTI. Ao se modelar uma série temporal, o maior objetivo é o de realizar previsões. AIUBE (2005) analisou a capacidade de previsão do modelo para um período fora da janela de estimativa, e constatou que o ajuste piora com o aumento da janela de previsão. O autor realizou previsões de mais longo prazo, 64 semanas e viu que o ajuste piorava. A principal característica do Filtro de Kalman é utilizar a observação anterior para determinar a seguinte. Quando não há observação anterior o Filtro perde seu excelente ajuste e passa a apresentar desempenho semelhante ao de um método de amortecimento exponencial.

Neste sentido, o mérito do trabalho é apresentar previsões de um passo a frente, no caso, como é utilizada uma periodicidade semanal, as previsões são para a semana seguinte. Outra vantagem da metodologia é estimar o preço à vista, pois alguns investidores necessitam de um preço justo a pagar pelo produto.

## **1.2. Sinopse dos Capítulos**

O primeiro capítulo foi dividido em uma seção que apresenta o contexto da pesquisa em relação a outros trabalhos realizados na área e os objetivos da dissertação. A segunda parte do capítulo foi destinada à elaboração de um breve resumo dos capítulos, de maneira que o leitor possa obter uma prévia sobre aquilo que vai encontrar ao longo dos mesmos.

O segundo capítulo foi destinado a uma descrição mais detalhada dos textos selecionados para incorporar a revisão bibliográfica. Por outro lado, o leitor não encontrará ainda nesta seção todas as demonstrações e detalhamentos dos temas abordados, capítulos posteriores serão responsáveis por tais descrições. Por exemplo, as características dos processos estocásticos utilizados não serão abordadas neste momento, pois o capítulo posterior terá como função o detalhamento destes processos. Neste segmento será possível obter qual é a abordagem de cada um dos textos principais que possuem relação com a dissertação. As principais conclusões e os ensinamentos de cada uma das bibliografias serão citados como caminhos a serem seguidos durante o estudo.

O terceiro capítulo foi especificamente dedicado ao entendimento dos processos estocásticos utilizados. Foram apresentadas as características de cada um deles e suas derivações. No caso do modelo adotado por essa dissertação para a evolução dos contratos futuros, o derivativo é escrito sobre dois fatores

estocásticos que seguem processos diferenciados e correlacionados. Portanto, através do Lema de Itô é obtida a equação de evolução do contrato ao longo do tempo. Cada uma destas etapas foi exaustivamente destrinchada, de forma a facilitar o acompanhamento.

O quarto capítulo foi destinado à ferramenta estatística conhecida como Filtro de Kalman. Neste sentido, objetivou-se apresentar o Filtro e seu algoritmo recursivo. Para tanto, demonstra-se passo a passo a obtenção por métodos econométricos do Ganho de Kalman, da Matriz de Covariâncias e da atualização das variáveis de estado. A introdução do Filtro de Kalman é feita através de um Algoritmo Recursivo de Mínimos Quadrados Ordinário, o qual é na verdade uma simplificação do Filtro, por não permitir que haja uma variação estocástica ou determinística para os coeficientes do modelo, que no caso do Filtro de Kalman são as variáveis de estado.

No quinto capítulo é descrita a forma de se passar das equações dos processos estocásticos para o algoritmo do Filtro de Kalman. É abordada a forma utilizada no filtro para estimar as variáveis de estado especificamente para o modelo adotado. Posteriormente, o processo de estimação dos parâmetros do modelo pelo método de máxima verossimilhança é abordado, especificando como o algoritmo do Filtro de Kalman opera paralelamente ao método de otimização.

No sexto capítulo foi descrita a metodologia de implementação do Filtro de Kalman através das séries de dados reais coletadas na NYMEX para as cotações dos contratos futuros de petróleo. A aplicação do modelo ao software selecionado é abordada, assim como a forma de estimar previamente os hiperparâmetros, o vetor de variáveis de estado e a sua matriz de variâncias-covariâncias, referentes ao modelo proposto em SCHWARTZ E SMITH (2000).

No sétimo capítulo foi feita a apresentação dos resultados da modelagem das séries temporais através do modelo proposto e do Filtro de Kalman. Assim, são apresentadas medidas estatísticas para medir a aderência do modelo à série, ou seja, pretendeu-se apresentar a capacidade do modelo proposto em explicar as mudanças aleatórias dos preços dos contratos futuros para diferentes prazos de expiração. Um grande número de gráficos é exposto com o objetivo de apresentar de forma qualitativa os resultados alcançados. Além disso, são apresentados os resíduos do modelo ao longo do período de estimativa. A variável não observável, o preço à vista, é estimada pelo Filtro de Kalman e os resultados são comparados

com o contrato de mais curto-prazo, pois ele representa uma *proxy*, e desta forma é possível saber se o resultado está coerente com a realidade.

O capítulo oito apresenta as conclusões sobre o modelo proposto e sua capacidade de modelar os contratos futuros e o preço *spot*. Além disso, conclui-se sobre a abordagem do Filtro de Kalman. Este mesmo capítulo enumera possíveis estudos que podem ser feitos sobre temas relacionados a essa dissertação, como aprofundamento ou continuação do trabalho.