

## 6.

### Modelagem

Neste capítulo apresenta-se o equacionamento completo do modelo de programação linear elaborado para solução do problema de localização. É mostrada ainda uma visão esquemática da estrutura de dados que suporta o modelo com alimentação de dados de entrada e registro de resultados.

#### 6.1. Estrutura de Dados

Foi elaborada uma estrutura de dados utilizando-se o software Access versão 2003. Através de integração com o programa de otimização, é possível compilar de maneira centralizada os dados de entrada para leitura e posterior registro de resultados das diversas rodadas.

Em linhas gerais, o procedimento para resolução do problema consiste no registro de dados no Access e na execução do software de otimização, sendo os resultados lidos diretamente do próprio arquivo Access. Conforme apresentado esquematicamente na Figura 12, o usuário registra em um arquivo do Access todos os parâmetros necessário ao modelo computacional. O comando de execução é procedido no programa de otimização AIMMS, que lê diretamente do arquivo Access os dados previamente inseridos e, após determinar-se a solução, exporta para o mesmo arquivo – em tabelas pré-elaboradas – os dados referentes às variáveis de decisão para o caso formulado. Desta forma, o usuário obtém os resultados diretamente no arquivo Access em que foram escritos os dados de entrada.



Figura 12: Representação esquemática do procedimento de elaboração e resolução do problema

No arquivo Access a ser utilizado como suporte para a modelagem em questão foram criadas 23 tabelas, sendo os relacionamentos entre elas estruturados conforme descrito

nos quadros abaixo. As tabelas de 01 a 16 são preenchidas pelo usuário com valores de parâmetros a serem lidos pelo modelo. Destas, as sete primeiras são chaves primárias absolutas, a que são referenciadas todas as demais tabelas. As tabelas 17 a 23 são formatadas para receberem os valores das variáveis de decisão e são preenchidas mediante execução pelo usuário de procedimento específico no software de modelagem.

- 1) usinas (usina\_cod)
- 2) dados microrregião (zona\_cod)
- 3) ano (ano\_cod)
- 4) local esmagadora (esmloc\_cod)
- 5) oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)
- 6) tipo esmagadora (esm\_cod; esm\_eficiência; esm\_custo de esmagamento; esm\_capacidade)
- 7) cenários (cenario\_cod; probabilidade\_valor)
- 8) área disponível (zona\_cod; ano\_cod; area\_valor)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 9) produtividade (zona\_cod; oleag\_cod; ano\_cod; cenario\_cod; produtividade)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)  
cenarios\_cod relaciona com cenários (cenarios\_cod; probabilidade\_valor)
- 10) custo de produção (zona\_cod; oleag\_cod; custoprod\_valor)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)
- 11) propriedade média (zona\_cod; ano\_cod; proprmedia\_valor)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 12) total famílias (ano\_cod; totalfamilias)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 13) custo de instalação (esm\_cod; ano\_cod; custoinstalacao\_valor)  
esm\_cod relaciona com tipo esmagadora (esm\_cod; esm\_eficiência; esm\_custo de esmagamento; esm\_capacidade)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 14) custo frete grão (zona\_cod; esmloc\_cod; custofrete)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)
- 15) custo frete óleo (esmloc\_cod; usina\_cod; custofreteoleo)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)  
usina\_cod relaciona com usinas (usina\_cod)
- 16) demanda (usina\_cod; ano\_cod; demanda\_valor)  
usina\_cod relaciona com usinas (usina\_cod)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)

Figura 13: Relacionamentos entre tabelas de dados (parâmetros)

- 17) área produzida (zona\_cod; oleag\_cod; ano\_cod; areaproduzida)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 18) famílias (zona\_cod; ano\_cod; cenario\_cod; familias)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 19) decisão instalação (esmloc\_cod; esm\_cod; ano\_cod; decisaoinstalacao)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)  
esm\_cod relaciona com tipo esmagadora (esm\_cod; esm\_eficiencia; esm\_custo de esmagamento; esm\_capacidade)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 20) volumes grãos (zona\_cod; esmloc\_cod; oleag\_cod; ano\_cod; fluxo)  
zona\_cod relaciona com dados microrregião (zona\_cod)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 21) volumes esmagados (esmloc\_cod; oleag\_cod; esm\_cod; ano\_cod; volumesesmagados)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)  
esm\_cod relaciona com tipo esmagadora (esm\_cod; esm\_eficiencia; esm\_custo de esmagamento; esm\_capacidade)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 22) volumes óleos (esmloc\_cod; usina\_cod; oleag\_cod; ano\_cod; volumesoileos)  
esmloc\_cod relaciona com local esmagadora (esmloc\_cod)  
usina\_cod relaciona com usinas (usina\_cod)  
oleag\_cod relaciona com oleaginosa (oleag\_cod; oleag\_teor de óleo)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)
- 23) volumes mercado (ano\_cod; usina\_cod; volumesmercado)  
ano\_cod relaciona com ano (ano\_cod)  
usina\_cod relaciona com usinas (usina\_cod)

Figura 14: Relacionamentos entre tabelas de dados (variáveis de decisão)

## 6.2. Formulação Matemática

Para elaboração do modelo e obtenção de soluções otimizadas foi utilizado o software AIMMS versão 3.9. O solver selecionado foi o CPLEX 11.2, considerado mais adequado para resolução de conjuntos de equações lineares com variáveis inteiras tais como o do problema em questão. O modelo matemático completo é formado por 6 conjuntos de índices, 15 conjuntos de parâmetros e 5 conjuntos de variáveis. A natureza da função objetivo é de custo total e o objetivo do problema de otimização é buscar uma solução que minimize esta função, estando ela sujeita a 8 conjuntos de restrições.

Os índices básicos adotados na modelagem são:

- |                            |                 |
|----------------------------|-----------------|
| Z - zonas produtivas       | O – oleaginosas |
| E - locais das esmagadoras | U – usinas      |
| T - tipos de esmagadoras   | A – anos        |
| C – cenários               |                 |

A Tabela 21 lista dos parâmetros componentes do equacionamento, com suas breves descrições e respectivas unidades, enquanto na Tabela 22 estão relacionadas as variáveis de decisão a serem determinadas.

Tabela 21: Caracterização dos parâmetros do modelo

Parâmetros	Descrição	Unidade
TEOROLEO <sub>O</sub>	percentual de óleo no grão da oleaginosa O	adimensional
EFICIENCIA <sub>T</sub>	eficiência de esmagamento da esmagadora tipo T	t <sub>óleo</sub> /t <sub>grão</sub>
CUSTOESMAG <sub>T</sub>	custo de esmagamento da esmagadora tipo T	R\$/t <sub>grão</sub>
CAPACIDADE <sub>T</sub>	capacidade anual da esmagadora tipo T	t <sub>grão</sub>
PROBABILIDADE <sub>C</sub>	probabilidade de ocorrência do cenário C	adimensional
AREA <sub>ZA</sub>	área total da zona Z, ano A	ha
PRODUTIVIDADE <sub>ZOCA</sub>	produtividade da oleaginosa O na zona Z, cenário C, ano A	t <sub>grão</sub> /ha
CUSTOPROD <sub>ZO</sub>	custo de produção da oleaginosa O na zona Z	R\$/ha
PROPRMEDIA <sub>ZA</sub>	tamanho médio da propriedade na zona Z, ano A	ha
TOTALFAMILIAS <sub>A</sub>	quantidade de famílias a serem atendidas	un
CUSTOINSTALACAO <sub>TA</sub>	custo de instalação da esmagadora tipo T, ano A	R\$
CUSTO <sub>ZE</sub>	custo unitário de transporte entre zona Z e local E	R\$/t <sub>grão</sub>
CUSTO <sub>EU</sub>	custo unitário de transporte entre local E e usina U	R\$/t <sub>óleo</sub>
DEMANDA <sub>UA</sub>	demanda da usina U, ano A	t <sub>óleo</sub>

Tabela 22: Caracterização das variáveis do modelo

Variáveis	Descrição	Unidade	Domínio
areaprod <sub>ZOCA</sub>	área selecionada para produção de oleaginosa O na zona Z, cenário C, ano A	ha	$\geq 0$
familias <sub>ZAC</sub>	quantidade de famílias de agricultores produzindo na zona Z, cenário C, ano A	un	$\geq 0$
decisaoinstalacao <sub>ETA</sub>	decisão de fazer ou não uma esmagadora tipo T no local E, ano A	adimensional (binária)	0 ou 1
capacidadeinstalacao <sub>ETA</sub>	capacidade instalada no local E, tipo T e ano A	un	inteiro
X <sub>ZEOCA</sub>	quantidade transportada da oleaginosa O da zona Z para a esmagadora E, cenário C, ano A	t <sub>grão</sub>	$\geq 0$
W <sub>EOTCA</sub>	quantidade esmagada do grão O na esmagadora tipo T no local E, cenário C, ano A	t <sub>grão</sub>	$\geq 0$
X <sub>EUOCA</sub>	quantidade transportada da esmagadora E para a usina U, cenário C, ano A	t <sub>óleo</sub>	$\geq 0$
V <sub>CUA</sub>	volume adquirido no mercado para completar demanda, usina U, cenário C, ano A	t <sub>óleo</sub>	$\geq 0$

Pelas Tabelas 21 e 22 é possível identificar que certos parâmetros e variáveis estão relacionados ao índice C (cenários). De fato, o modelo foi concebido desde a origem de forma a lidar com contextos de incerteza, fornecendo soluções a partir de equacionamentos de natureza estocástica. Pelo seu elevado grau de incerteza, o parâmetro referente à produtividade agrícola tem tratamento probabilístico e as variáveis que dizem respeito a decisões de segundo nível – área produzida e fluxos de grãos e óleos – também variam com os cenários. Caso se deseje obter uma solução determinística para o problema, é necessário tão somente estabelecer probabilidade igual a 1 (100% de chance de ocorrência) para um dos cenários existentes, mantendo-se as demais condições do conjunto de equações.

A função objetivo, abaixo reproduzida, representa o custo total da cadeia de suprimento e a solução otimizada consiste na sua minimização, dadas as diversas restrições impostas. O primeiro fator da equação diz respeito ao custo de transporte de grãos das zonas produtivas até os locais de esmagadoras e calcula-se pela multiplicação entre os parâmetros de custo unitário de frete (CUSTO<sub>ZE</sub>) e as variáveis de fluxo de grãos (X<sub>ZEOCA</sub>). O segundo fator é semelhante ao primeiro, porém refere-se aos custos de frete (CUSTO<sub>EU</sub>) e variáveis de fluxo de óleos (X<sub>EUOCA</sub>) entre esmagadoras e usinas. O terceiro representa o custo total de produção agrícola e se obtém pelo produto dos parâmetros de custo de produção (CUSTOPROD<sub>ZO</sub>) com as variáveis de áreas produzidas em cada microrregião (areaprod<sub>ZOCA</sub>). O quarto fator consiste no custo de processamento dos grãos nas unidades de esmagamento, sendo determinado pelos parâmetros de custo de esmagamento (CUSTOESMAG<sub>T</sub>) e pelas variáveis relativas aos volumes esmagados em cada esmagadora (W<sub>EOTCA</sub>). O quinto consiste no custo de investimento necessário para se instalarem estas

unidades e nada mais é do que as variáveis binárias de decisão de instalação (decisaoinstalacao<sub>ETA</sub>) multiplicadas pelos custos de instalação de cada tipo de esmagadora (CUSTOINSTALACAO<sub>TA</sub>). Finalmente o último termo se refere ao volume de óleo adquirido do mercado (v<sub>CUA</sub>), considerando-se um preço unitário de R\$3.500,00 (três mil e quinhentos reais), alto suficiente para que esta fonte de suprimento seja evitada sempre que possível.

$$\begin{aligned} \text{Min}C = & \sum_Z \sum_E \sum_O \sum_C \sum_A \text{CUSTO}_{ZE} \times x_{ZEOCA} \times \text{PROBABILIDADE}_C + \sum_E \sum_U \sum_O \sum_C \sum_A \text{CUSTO}_{EU} \times x_{EUOCA} \times \text{PROBABILIDADE}_C + \\ & \sum_Z \sum_O \sum_C \sum_A \text{CUSTOPROD}_{ZO} \times \text{areaprod}_{ZOCA} \times \text{PROBABILIDADE}_C + \sum_T \sum_C \sum_A \sum_O \sum_E w_{EOTCA} \times \text{CUSTOESMAG}_T \times \text{PROBABILIDADE}_C + \\ & + \sum_A \sum_E \sum_T \text{decisaoinstalacao}_{ETA} \times \text{CUSTOINSTALACAO}_{TA} + \sum_C \sum_U \sum_A v_{CUA} \times 3.500 \end{aligned}$$

$$I : \sum_E \sum_O x_{EUCAO} + v_{CUA} \geq \text{DEMANDA}_{UA}, \forall U, \forall A, \forall C$$

$$II : \text{familias}_{ZAC} = \sum_O \text{areaprod}_{ZOCA} \div \text{PROPRMEDI A}_{ZA}, \forall Z, \forall A, \forall C$$

$$III : \sum_Z \text{familias}_{ZAC} \geq \text{TOTALFAMIL IAS}_A, \forall A, \forall C$$

$$IV : \sum_O \text{areaprod}_{ZOCA} \leq \text{AREA}_{ZA}, \forall Z, \forall A, \forall C$$

$$V : \sum_E \sum_O x_{ZEOCA} = \sum_O \text{PRODUTIVID ADE}_{ZOCA} \times \text{areaprod}_{ZOCA}, \forall Z, \forall A, \forall C$$

$$VI : \text{capacidade instalacao}_{ETA} = \text{decisaoinstalacao}_{ETA} + \text{capacidade instalacao}_{ET(A-1)}, \forall E, \forall T, \forall A$$

$$VII : \sum_O \sum_T w_{EOTCA} \leq \sum_T \text{capacidade instalacao}_{ETA} \times \text{CAPACIDADE}_T, \forall E, \forall A, \forall C$$

$$VIII : \sum_U x_{EUCAO} = \sum_T w_{EOTCA} \times \text{TEOROLEO}_O \times \text{EFICIENCIA}_T, \forall E, \forall A, \forall O, \forall C$$

$$IX : \sum_Z x_{ZEOCA} = \sum_T w_{EOTCA}, \forall E, \forall A, \forall O, \forall C$$

As equações acima representam as restrições a que o modelo está submetido, tendo cada uma um significado à luz das condições reais do problema.

A equação (I) visa a garantir o atendimento total à demanda, somando-se os volumes de óleos oriundos de esmagamento e os volumes eventualmente adquiridos no mercado de forma que a demanda anual de cada usina seja igualada ou excedida.

Conforme já abordado, são indicados parâmetros de área disponível e tamanho médio de propriedade, de forma que o número de famílias atendidas anualmente em cada microrregião é determinado indiretamente tal como equacionado em (II). A equação (III), por sua vez, representa o atendimento à demanda social estratégica, impondo que o número de famílias atendidas seja maior do que o valor do parâmetro “TOTALFAMÍLIAS” determinado pelo decisor para cada ano.

Com a equação (IV) garante-se que o valor da variável “areaprod” não exceda o limite determinado pela área total disponível em cada microrregião, em todos os anos de análise.

A equação (V) determina a coerência entre a quantidade de determinada oleaginosa produzida anualmente em cada microrregião, a partir de valores de produtividade e área produzida.

A variável “capacidadeinstalacao” é associada pela equação (VI) à variável “decisaoinstalacao”, garantindo a coerente permanência em operação de unidades instaladas em anos anteriores. A equação (VII) limita a quantidade de grãos processados anualmente em cada esmagadora, sendo o máximo a própria capacidade da unidade em operação em cada ano.

As equações (VIII) e (IX) são equações de balanço nas esmagadoras. A primeira determina que todos os volumes de óleos de cada oleaginosa retirados anualmente de cada uma das esmagadoras seja igual aos volumes de óleos produzidos pela unidade (levando em conta teores de óleo e eficiências). A segunda associa a quantidade de grãos que remetidos à esmagadora anualmente e o volume de grãos esmagados nesta mesma esmagadora no período, condição válida para cada uma das oleaginosas processadas.