

## 2

### Introdução teórica

Neste capítulo descrevemos o conceito de simetrias discretas em Física assim como uma breve revisão do Modelo Padrão (MP). Em seguida destacamos alguns aspectos da violação carga paridade (CP) que, no MP, tem origem na matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Explicamos os mecanismos da violação CP nos decaimentos dos káons neutros e dos mésons  $B$ .

#### 2.1

##### Simetrias Discretas

Simetrias são transformações que deixam o sistema físico inalterado. Segundo o Teorema de Noether, para cada simetria de um sistema se associa uma lei de conservação. Essas transformações podem ser infinitesimais ou discretas. Para uma função de onda  $|\psi(t, \vec{r})\rangle$ , onde  $t$  e  $\vec{r}$  são as coordenadas temporal e espaciais, as simetrias discretas P, C e T, são definidas como:

**-Paridade, P:** inversão das coordenadas espaciais:

$$P|\psi(t, \vec{r})\rangle = |\psi(t, -\vec{r})\rangle \quad (2.1)$$

**-Conjugação de Carga, C:** mediante esta operação transforma-se partículas em anti-partículas e vice-versa:

$$C|\psi(t, \vec{r}, \{Q\})\rangle = |\psi(t, \vec{r}, \{-Q\})\rangle \quad (2.2)$$

onde  $\{Q\}$  são o conjunto de números quânticos aditivos que caracterizam a partícula (carga, por exemplo).

**-Inversão temporal, T:**

$$T|\psi(t, \vec{r})\rangle = |\psi(-t, \vec{r})\rangle \quad (2.3)$$

As tranformações  $P$ ,  $C$  e  $T$  apresentarão quantidades conservadas caso comutem com a hamiltoneana  $H$ :

$$[P, H] = [C, H] = [T, H] = 0 \quad (2.4)$$

Como veremos a seguir, as simetrias  $P$ ,  $C$  e  $T$  são conservadas para partículas fermiônicas livres, que satisfazem a equação de Dirac.

### 2.1.1

#### P, C e T para partícula livre

A equação de Dirac é uma equação de onda relativista que descreve com sucesso as partículas elementares de spin  $1/2$  [7].

#### Conjugação de carga C:

O operador  $C$  atuando na equação de Dirac troca, por exemplo, um elétron de energia positiva na função de onda ( $e^-$ ) por um pósitron de energia negativa ( $e^+$ ) sem afetar o spin, o momento e a variável temporal. Representamos a função de onda do elétron por  $\psi = e^{-ip_\nu \cdot x^\nu} U(\vec{p}, s)$  para o elétron, com o quadri-momento  $p_\nu$ , a coordenada espaço-temporal  $x^\nu$  e  $U(\vec{p}, s)$  o spinor da partícula. Para um pósitron temos  $\psi_C = e^{ip_\nu \cdot x^\nu} V(\vec{p}, s)$ , com o spinor da antipartícula  $V(\vec{p}, s)$ . A operação de conjugação de carga é:

$$\mathcal{C} : \psi \rightarrow \psi_C = C\gamma^0\psi^* \quad (2.5)$$

$\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac, onde a simetria  $C$  se representa como  $C = i\gamma^2\gamma^0$ , com propriedades  $C^\dagger = -C$ ,  $C^2 = -I$  e  $C^{-1} = -C$ .

Uma simetria da função de onda é uma operação sobre a função de onda  $\psi \rightarrow \psi'$  e sobre as coordenadas espaço-tempo  $x^\nu \rightarrow x'^\nu$  tais que  $\psi'$  obedece a mesma função de onda  $\psi$ , quando trocamos  $x^\nu$  por  $x'^\nu$ .

Tomamos a equação de Dirac [8]

$$(i\gamma^\mu\nabla_\mu - m)\psi = 0 \quad (2.6)$$

e sua conjugada complexa

$$(-i(\gamma^\mu)^*\nabla_\mu - m)\psi^* = 0. \quad (2.7)$$

Se multiplicamos o lado esquerdo por  $C\gamma^0$

$$C\gamma^0(-i(\gamma^\mu)^*\nabla_\mu - m)\psi^* = 0 \quad (2.8)$$

ordenando e substituindo  $C\gamma^0(\gamma^\mu)^*$  por  $-\gamma^\mu C\gamma^0$  obtemos

$$(-i\gamma^\mu C\gamma^0\nabla_\mu - mC\gamma^0)\psi^* = 0 \quad (2.9)$$

e seguimos manipulando

$$(i\gamma^\mu\nabla_\mu - m)C\gamma^0\psi^* = 0. \quad (2.10)$$

Como de 2.5  $\psi_C = C\gamma^0\psi^*$

$$(i\gamma^\mu\nabla_\mu - m)\psi_C = 0 \quad (2.11)$$

Mostrando que a função de onda satisfaz a equação de Dirac.

A troca de partícula por antipartícula do operador  $C$  implica que as partículas sejam neutras para que sejam autoestados de  $C$ , mas não é condição suficiente. Vamos ver alguns exemplos para uma melhor compreensão [16]:

- $C|\gamma\rangle = -|\gamma\rangle$ : o fóton é um autoestado de  $C$ , com autovalor  $C = -1$ .
- $C|\pi^0\rangle = |\pi^0\rangle$ : o pión neutro é um autoestado de  $C$ , com autovalor  $C = 1$ .
- $C|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$ : o káon neutro  $K^0$  não é um autoestado de  $C$ , já que  $K^0(d\bar{s})$  e  $\bar{K}^0(\bar{d}s)$ .
- $C|B^0\rangle = -|\bar{B}^0\rangle$ : a partícula neutra  $B^0$  não é um autoestado de  $C$ , já que  $B^0(d\bar{b})$  e  $\bar{B}^0(\bar{d}b)$ .

### Paridade $P$ :

A equação de Dirac também é invariante sob uma reflexão das coordenadas espaciais

$$\mathcal{P} : \vec{x} \rightarrow -\vec{x} \quad (2.12)$$

$$\mathcal{P} : \psi \rightarrow \psi' = P\psi \quad (2.13)$$

com  $P = \gamma^0$ ,  $PU(\vec{p}, s) = -U(-\vec{p}, s)$ , e a inversão espacial  $\vec{p} \rightarrow -\vec{p}$  sem que o spin mude. O fator  $-1$  é devido a que as antipartículas têm paridade oposta a das partículas.

Neste caso é necessário substituir  $\partial_x, \partial_y, \partial_z$  por  $-\partial_x, -\partial_y, -\partial_z$  e  $\psi$  por  $\psi'$ , e portanto  $\psi'$  obedece à mesma equação de  $\psi$ .

Vamos ver alguns exemplos para uma melhor compreensão [16]:

- $P|0\rangle = |0\rangle$ : o vácuo é autoestado de  $P$  com autovalor  $+1$ .

- $P|n\gamma\rangle = (-1)^n|n\gamma\rangle$ : os  $n$  fótons são autoestados de  $P$  com autovalor  $P = (-1)^n$ .
- $P|f\rangle = |f\rangle$ : a paridade de férmions tem autovalor  $P = +1$ , para os antiférmions temos  $P|\bar{f}\rangle = -|\bar{f}\rangle$  com  $P = -1$ .
- $P|m\rangle = -|m\rangle$ : a paridade dos mésons estáveis tem autovalor  $P = -1$ .
- Pode se generalizar para todos os mésons (como a partícula  $B^\pm$ ) compostos de dois quarks ( $q\bar{q}$ ):  $P|q\bar{q}\rangle = (-1)^{l+1}|q\bar{q}\rangle$  onde  $l$  é o número quântico do momento angular.

### Inversão temporal **T**:

A equação de Dirac também tem simetria sob uma inversão do tempo

$$\mathcal{T} : t \rightarrow -t \quad (2.14)$$

$$\mathcal{T} : \psi \rightarrow \psi' = T\psi^* \quad (2.15)$$

com  $T = -\gamma^1\gamma^3$ , esta transformação troca o momento  $\vec{p}$  para  $-\vec{p}$  e o spin  $s$  para  $-s$ ,  $TU^*(\vec{p}, s_\uparrow) = -U(-\vec{p}, s_\downarrow)$ .

O momento mudou porque a velocidade depende do tempo  $\vec{p} = \gamma m\vec{v}$  e momento angular também  $\vec{L} \rightarrow -\vec{L}$  de onde se deduz a mudança do spin  $\vec{S} \rightarrow -\vec{S}$ . Nesse caso,  $\psi'$  obedece a mesma equação de  $\psi$  com  $\partial_t \rightarrow -\partial_t$ .

#### 2.1.2

#### Operação CP, CPT e T

A combinação de CPT é uma simetria exata em qualquer teoria de campos local sendo condição necessária para a invariância de Lorentz. Experimentalmente, a combinação CPT permanece como simetria preservada por todas as interações físicas, até o alcance atual.

É possível, entretanto, que haja violação destas operações separadamente ainda que CPT seja preservado. As interações fortes e eletromagnéticas preservam C, P e T separadamente, portanto preservam CP. Entretanto, as interações fracas não preservam P e CP (e portanto T) [6]. A violação de paridade e CP foram observados no sistema de káons neutros e há apenas alguns anos nos mésons  $B$ .

A operação CP implica uma troca entre partículas e anti-partículas e inversão do momento e helicidade. Isto tem uma consequência importante e muito geral, que é que a massa e o tempo de vida de uma partícula devem ser idênticas ao de sua anti-partícula. Voltaremos à violação CP mais adiante.

## 2.2

### Modelo padrão

O Modelo Padrão (MP) da física de partículas é uma teoria que descreve as interações fundamentais (fortes, fracas e eletromagnéticas) entre as partículas elementares: férmions e bósons. Os férmions são as partículas que constituem a matéria, possuem spin 1/2, obedecendo, portanto, o princípio de exclusão de Pauli. Os doze férmions do MP estão divididos entre seis quarks e seis léptons. As três famílias de quarks são [8]:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

onde  $u = up$ ,  $d = down$ ,  $c = charm$ ,  $s = strange$ ,  $t = top$  e  $b = bottom$ . A carga elétrica dos quarks é 2/3 para  $(u, c, t)$  e -1/3 para  $(d, s, b)$ . Os léptons do MP são

$$\begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$$

onde,  $e = \text{elétron}$ ,  $\nu_e = \text{neutrino do elétron}$ ,  $\mu = \text{múon}$ ,  $\nu_\mu = \text{neutrino do múon}$ ,  $\tau = \text{tau}$  e  $\nu_\tau = \text{neutrino do tau}$ , a carga elétrica para  $(e, \mu, \tau)$  é -1, enquanto que os neutrinos não têm carga elétrica.

Os bósons mediadores são as partículas que transmitem as forças, possuem spin 1 (não obedecendo o princípio de exclusão de Pauli) e estão mostrados na Tabela 2.1.

Interações	Fraca	Electromagnética	Forte
Partícula mediadora	$W^+ W^- Z^0$	fóton $\gamma$	glúon $g$
Partículas afetadas	quarks e léptons	part. com carga	quarks e glúons

**Tabela 2.1:** Tabela das três interações fundamentais, partículas transportadoras da força e partículas que sofrem estas forças,[5, 6].

O MP é caracterizado pelo grupo de gauge  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ . O fator  $SU(3)_C$  (o índice inferior  $C$  significa *cor*) associa 8 glúons (spin=1, massa e carga nulas) mediadores da interação forte entre os quarks carregados de três tipos de cor de carga. Seis destes glúons são rotulados como pares de “cores” e de “anti-cores” (por exemplo, um glúon pode carregar o “vermelho” e “anti-verde”). Assim sendo, os glúons têm uma carga efetiva de cor e portanto podem interagir entre si. As outras duas espécies são uma mistura mais complexa das cores e anti-cores, com cor líquida nula.

Assim, a unificação das forças fraca e eletromagnética é feita neste grupo de gauge  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

Através do mecanismo de Higgs [5, 7, 6], que gera quebra espontânea de simetria, os estados de  $W^0$  e  $B^0$  se misturam, e os bósons observados são  $Z^0$  e o fóton. É através deste processo que os bósons  $W^\pm$  e  $Z^0$  ganham massa.

Os quarks e os léptons são representados através de singletos e dubletos do grupo  $SU_L(2)$ : os férmions de helicidade negativa (*mão esquerda*) se transformam como dubletos de três gerações e os de helicidade positiva (*mão direita*) são singletos. A hipercarga  $Y$ , associada ao grupo  $U(1)$ , é dada pela relação  $Q = T_3 + Y/2$  e é válida para todas as partículas, onde  $Q$  é a carga elétrica e  $T_3$  é a terceira componente do isospin fraco. Na Tabela 2.2 mostramos os valores dos números quânticos  $T$ ,  $Y$  e  $Q$  para os férmions do MP.

Partícula	$T$	$T_3$	$Y$	$Q$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	1/2	1/2	-1	0
$e_L, \mu_L, \tau_L$	1/2	-1/2	-1	-1
$e_R, \mu_R, \tau_R$	0	0	-2	-1
$u_L, c_L, t_L$	1/2	1/2	1/3	2/3
$d_L, s_L, b_L$	1/2	-1/2	1/3	-1/3
$u_R, c_R, t_R$	0	0	4/3	2/3
$d_R, s_R, b_R$	0	0	-2/3	-1/3

**Tabela 2.2:** Números quânticos: carga elétrica  $Q$ , isospin  $T$ , terceira componente do isospin  $T_3$  e a hipercarga  $Y$ , dados pela relação  $Q = T_3 + Y/2$  [22].

Os léptons não possuem cor, por isto não sentem as interações fortes. Os neutrinos não possuem carga elétrica o que os faz não sentirem as interações eletromagnéticas.

Um dos sucessos do MP foi a predição da existência dos bósons  $W^\pm$ ,  $Z^0$ , glúons, e dos quarks top e charm antes de serem observados. Como exemplo, na Tabela 2.3 [5] mostramos as medidas das massas previstas pelo MP e as correspondentes medições experimentais.

Bóson	Massa exp. ( $GeV/c^2$ )	Massa MP ( $GeV/c^2$ )
$W^\pm$	$80,398 \pm 0,025$	$80,390 \pm 0,018$
$Z^0$	$91,1876 \pm 0,0021$	$91,1874 \pm 0,0021$

**Tabela 2.3:** Massa dos bósons de interação medidos experimentalmente e os previstos pelo MP, [5].

Embora o modelo padrão tenha um grande sucesso em explicar os resultados experimentais, acredita-se que ele ainda não é uma teoria completa, pelas seguintes razões:

1. O modelo contém 19 parâmetros livres, tais como as massas das partículas, as quais devem ser determinadas experimentalmente.
2. O modelo não descreve a interação gravitacional.
3. Massas de neutrinos são consideradas nulas no MP.
4. Parecem ser necessárias fontes de violação de CP além do MP.

Muitos esforços foram dirigidos a esses problemas. Por exemplo, uma tentativa de resolver a primeira deficiência é conhecida como teorias de grande unificação. As teorias de grande unificação (GUTs) especulam que os grupos  $SU(3)$ ,  $SU(2)$  e  $U(1)$  são subgrupos de um único grupo de simetria maior. Em altas energias (além do alcance de experiências atuais), a simetria do grupo unificador é preservada; em energias baixas, reduz-se a  $SU_C(3) \otimes SU_L(2) \otimes U_Y(1)$ , através de quebra espontânea de simetria. A primeira tentativa de teoria deste tipo foi proposta em 1974 por Georgi e por Glashow, usando  $SU(5)$  como o grupo unificador. Uma característica importante desta GUT é que, ao contrário do modelo padrão, o modelo de George Glashow prediz a existência do decaimento do próton. Em 1999, o observatório de neutrinos Super Kamiokande estabeleceu um limite inferior na vida média do próton de  $6.7 \times 10^{32}$  anos. Isto e outras experiências descartaram numerosas GUTs, incluindo o  $SU(5)$ .

O bóson de Higgs, que é predito pelo modelo padrão, não foi observado até agora, embora alguns fenômenos foram observados nos últimos dias do colisor LEP, que poderiam estar relacionados ao Higgs; uma das razões para construir o LHC é que o aumento na energia possibilite a observação do Higgs.

Uma extensão do MP pode ser encontrada na teoria da supersimetria que propõe um “parceiro” supersimétrico massivo para cada partícula no modelo padrão convencional, isto poderia explicar a matéria escura.

### 2.2.1

#### Lagrangeana no MP e o modelo de Higgs

O lagrangiano para as interações fracas tem a forma:

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_g + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_h + \mathcal{L}_y. \quad (2.16)$$

O primeiro termo  $\mathcal{L}_g$  da equação corresponde à interação entre os bósons de calibre  $W^+$ ,  $W^-$  e  $Z$ , o termo  $\mathcal{L}_f$  corresponde aos férmions e sua interação com os bósons de calibre, o termo  $\mathcal{L}_h$  descreve o campo dos Higgs, e  $\mathcal{L}_y$  é o termo de interação de Yukawa que gera a massa dos férmions, [5, 22].

O termo de Yukawa é dado por

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^d \bar{Q}_{Li}^I \phi d_{Rj}^I - Y_{ij}^u \bar{Q}_{Li}^I \epsilon \phi^* u_{Rj}^I + \text{conjugado hermitiano} \quad (2.17)$$

onde  $Y^{u,d}$  são matrizes complexas  $3 \times 3$ ,  $\phi$  é o campo de Higgs,  $i, j$  são os índices de geração, e  $\epsilon$  é um tensor antisimétrico  $2 \times 2$ .  $Q_L^I$  são os dubletos de mão esquerda, e  $d_R^I$  e  $u_R^I$  são os singletos de mão direita na base dos autoestados da interação fraca, [5, 22]. A partir do valor esperado de vácuo dos dubletos  $\phi$  e  $\phi^*$  calcula-se as massas dos quarks up e down respectivamente. Os estados físicos são obtidos ao diagonalizar a matriz  $Y^{u,d}$  por quatro matrizes unitárias  $V_{L,R}^{u,d}$ , e que fica como  $M_{diag}^f = V_L^f Y^f V_R^{f\dagger} (v/2)$ , com  $f = u, d$ . Obtemos a interação das correntes carregadas de  $W^\pm$  ao acoplamento dos quarks  $u_{Lj}$  e  $d_{Lk}$  que se expressa pela matriz  $3 \times 3$  chamada de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM),  $V_{CKM} = V_L^u V_L^{d\dagger}$ . Na próxima seção discutiremos as propriedades desta matriz e veremos os parâmetros que têm relação com a violação de CP.

Em resumo, podemos dizer que as massas e a mistura de quarks têm uma origem comum no MP. Eles se derivam das interações de Yukawa com o condensado de Higgs. Quando o campo de Higgs atinge o valor esperado no vácuo, a massa dos quarks são geradas. Os estados físicos são obtidos pela diagonalização da matriz de massa dos quarks *up* e *down* na matriz unitária  $V_{CKM}$ . Como resultado, a corrente das interações  $W^\pm$  e  $Z$  dos quarks tipo *up* e *down* em acoplamento, dá a matriz CKM.

A expressão para a corrente de carga  $\mathcal{J}$  [22] de interação das três famílias dos quarks é

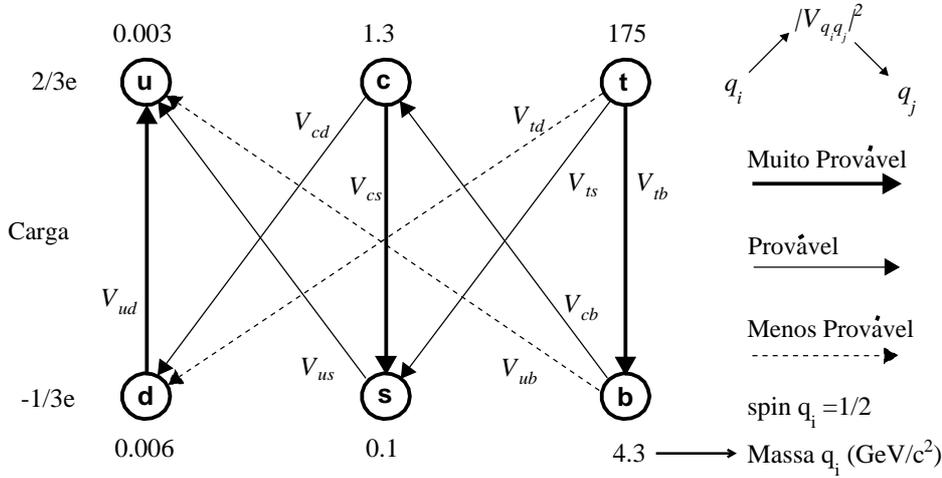
$$\mathcal{J} = \sum_{i=0}^3 \bar{q}_i \gamma_\mu (1 - \gamma_5) V_{q_i q_j} q_j = \sum_{i=0}^3 \bar{q}_i^L \gamma_\mu V_{q_i q_j} q_j^L \quad (2.18)$$

onde  $\bar{q}_i = \bar{u}, \bar{c}, \bar{t}$  e  $q_j = d, s, b$ . Centrando-se nos índices de sabor, a estrutura toma a forma

$$(\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Cada elemento  $V_{q_i q_j}$  da matriz CKM são amplitudes de transição entre

os diferentes sabores de quark Figura 2.1. Vamos discutir em mais detalhe na próxima seção.



**Figura 2.1:** Representação dos decaimentos dos quarks, a probabilidade de que um quark  $q_i$  decai para  $q_j$  é proporcional  $|V_{q_i q_j}|^2$ . A massa ( $GeV/c^2$ ) dos quarks está junto aos quarks [5]. As representações das setas correspondem à maior e menor probabilidade dependendo da espessura da linha.

### 2.3 Matriz CKM

Em 1963, Nicola Cabibbo apresenta o ângulo Cabibbo  $\theta_c$  para preservar a universalidade da interação fraca [1, 4]. O ângulo Cabibbo está relacionado à probabilidade de que um quark *down* ( $d$ ) e *strange* ( $s$ ) decaia para um quark *up* ( $u$ ), Figura 2.1.

Utilizando-se argumentos de simetria e unitariedade o quark *charm* foi previsto em 1971 através do chamado Mecanismo de GIM, de tal forma que os auto estados de interação fraca de  $d'$  e  $s'$  são combinações lineares dos autoestados de massa  $u$  e  $d$ , satisfazendo:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} \\ V_{cd} & V_{cs} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \text{sen} \theta_c \\ -\text{sen} \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

onde  $|V_{q_i q_j}|^2$  representam a probabilidade de que o quark de sabor  $q_i$  decai em um quark de sabor  $q_j$ . Esta matriz  $2 \times 2$  é chamada de matriz Cabibbo e o ângulo de Cabibbo vale  $\theta_c \sim 12,9^\circ$  [6].

Kobayashi e Maskawa generalizaram a matriz de Cabibbo na matriz CKM [3], seu objetivo era explicar a violação de CP. Assim, a mistura dos

três sabores se dá:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

A matriz CKM tem como graus de liberdade 3 parâmetros reais (análoga aos ângulos de Euler) e uma fase complexa, que é a responsável pela quebra de simetria CP. Na parametrização padrão,  $V_{CKM}$  é descrita pelos ângulos  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$  e a fase  $\delta$ ,

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

com  $s_{ij} = \text{sen}\theta_{ij}$  e  $c_{ij} = \text{cos}\theta_{ij}$  para os índices de geração  $i, j = 1, 2, 3$ . Os valores das fases obtidos experimentalmente são:  $\theta_{12} \sim 12,9^\circ$ ,  $\theta_{13} \sim 0,2^\circ$  e  $\theta_{23} \sim 2,4^\circ$ , [5, 22]

Para explicitar a ordem de grandeza dos elementos  $V_{ij}$ , Wolfenstein [23] propôs a seguinte parametrização

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ \lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (2.23)$$

com  $s_{12} = \lambda \approx 0,22$  e  $s_{23} = A\lambda^2$   $s_{13}e^{i\delta} = A\lambda^3(\rho - i\eta)$ .

Atualmente os elementos da matriz CKM possuem as seguintes faixas de valores absolutos [5]:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0,9739 - 0,9751 & 0,221 - 0,227 & 0,0029 - 0,0045 \\ 0,221 - 0,227 & 0,9730 - 0,9744 & 0,039 - 0,044 \\ 0,0048 - 0,014 & 0,037 - 0,043 & 0,9990 - 0,9992 \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

### 2.3.1

#### Triângulo unitário de CKM

Os requisitos de unitariedade e ortogonalidade da matriz CKM [3] se escrevem:

- *Unitariedade*: 3 equações entre os elementos da matriz CKM que venham das relações.  $\sum_{i=1}^3 |V_{ij}|^2 = \sum_{j=1}^3 |V_{ij}|^2 = 1$

-Ortogonalidade: 6 equações entre as colunas:  $\sum_{j=1}^3 V_{ij} V_{jk}^* = 0$ .

$$V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* = 0 \quad (2.25)$$

$$V_{td}V_{cd}^* + V_{ts}V_{cs}^* + V_{tb}V_{cb}^* = 0 \quad (2.26)$$

$$V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{ub}^* = 0 \quad (2.27)$$

$$V_{ud}V_{us}^* + V_{cd}V_{cs}^* + V_{td}V_{ts}^* = 0 \quad (2.28)$$

$$V_{us}V_{ub}^* + V_{cs}V_{cb}^* + V_{ts}V_{tb}^* = 0 \quad (2.29)$$

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0 \quad (2.30)$$

Cada uma das relações anteriores são a soma de quantidades complexas que podem ser geometricamente representadas num plano complexo como triângulos.

As áreas dos 6 triângulos são iguais, de valor  $|J|/2$ , onde  $J$  é o invariante de Jarlskog [10]

$$\mathcal{I}m [V_{ij} V_{kl} V_{il}^* V_{kj}^*] = J \sum_{m,n=1}^3 \epsilon_{ikm} \epsilon_{jln} \quad (2.31)$$

e onde  $\epsilon_{ikm}$  é o símbolo de permutação de Levi Civita que pode tomar valores 0, 1 ou -1. A quantidade  $J \neq 0$  tem relação com que as massas dos quarks sejam diferentes para que CP seja violado.

$$(m_t^2 - m_c^2)(m_c^2 - m_u^2)(m_t^2 - m_u^2)(m_b^2 - m_s^2)(m_s^2 - m_d^2)(m_b^2 - m_d^2) \neq 0 \quad (2.32)$$

O valor de Jarlskog é  $J = c_{12}c_{13}^2 c_{23}s_{12}s_{13}s_{23}\text{sen}\delta$ , e pode tomar valores de ordem  $10^{-5}$  [5] o que significa que o efeito da violação CP no MP é pequena.

Dos 6 triângulos, estamos particularmente interessados em  $V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0$  por possuir termos da mesma ordem de grandeza e viabilizar melhor as medidas possíveis. Essa equação pode ser vista como um triângulo no plano complexo, de lados

$$V_{ud}V_{ub}^* = A\lambda^3 [\rho(1 - \lambda^2/2) + i\eta(1 - \lambda^2/2)] \quad (2.33)$$

$$V_{cd}V_{cb}^* = -A\lambda^3 \quad (2.34)$$

$$V_{td}V_{tb}^* = A\lambda^3(1 - \rho + i\eta) \quad (2.35)$$

em ordem  $\lambda^3$  na parametrização de Wolfenstein. Dividindo todos os lados por  $V_{cd}V_{cb}^*$  temos um triângulo de vértices  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$  e  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$ , com  $\bar{\rho} = \rho(1 - \lambda^2/2)$  e  $\bar{\eta} = \eta(1 - \lambda^2/2)$ , como pode ser visto na Figura 2.2. Os ângulos interiores

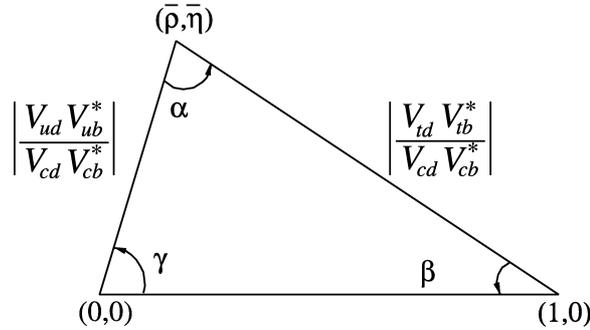
deste triângulo estão dados por:

$$\alpha = \arg \left( -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right) \quad (2.36)$$

$$\beta = \arg \left( -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right) \quad (2.37)$$

$$\gamma = \arg \left( -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right) \quad (2.38)$$

Esses ângulos representam a parte imaginária da matriz de CKM que é responsável pela violação de CP. O experimento LHCb medirá com excelente precisão os ângulos, seja indiretamente, a partir da medida dos lados dos triângulos, ou diretamente, a partir da medida de assimetrias de CP nos decaimentos de  $B$ .



**Figura 2.2:** Triângulo unitário de CKM em ordem  $\lambda^3$ , com seus respectivos ângulos, [5].

Em ordem  $\lambda^3$ , as únicas fases presentes na matriz de CKM estão nos termos

$$V_{tb} = |V_{tb}|e^{-i\beta} \quad (2.39)$$

$$V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma} \quad (2.40)$$

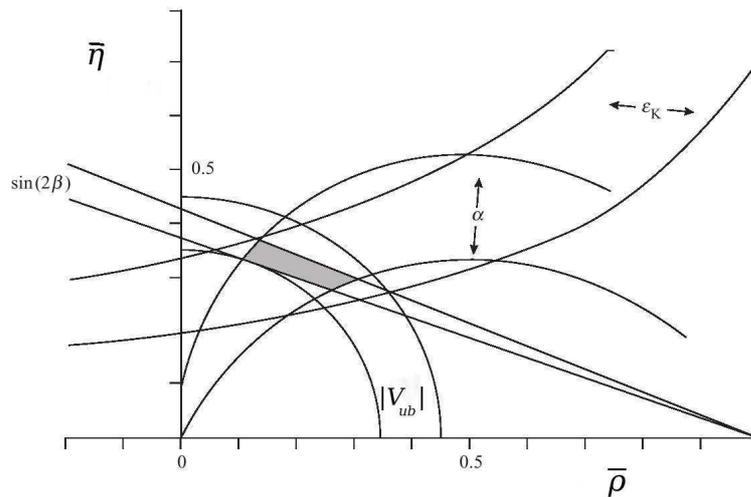
Fixando o triângulo, poderemos investigar se as assimetrias de CP observadas experimentalmente são compatíveis com as previsões de CKM, ou se é necessária uma nova fonte de violação de CP além do MP. Para isso, é fundamental a medida independente dos três ângulos do triângulo de CKM  $\alpha, \beta, \gamma$ . Na seguinte tabela se mostra alguns valores:

A Figura 2.3 mostra as restrições no plano, extraídas por diferentes medidas e o ajuste global. As regiões de 95 % de nível de confiança se sobrepõem em torno da região de ajuste global. Também mostra a coerência entre as quatro medições independentes. Não há indicação sobre a falha do Modelo

Valores	Medições
$\alpha$	$(80_{-5}^{+6})^0$
$\beta$	$\text{sen}2\beta = 0,681 \pm 0,025$
$\gamma$	$(77_{-32}^{+30})^0$
$\lambda$	$0,2257_{-0,0010}^{+0,0009}$
$A$	$0,0,814_{-0,0022}^{+0,021}$
$\bar{\rho}$	$0,135_{-0,016}^{+0,031}$
$\bar{\eta}$	$0,349_{-0,017}^{+0,015}$
$J$	$(3,05_{-0,20}^{+0,19}) \times 10^{-5}$

**Tabela 2.4:** Valores de alguns parâmetros da matriz CKM segundo o *Particle Data Group*,[5].

Padrão. A fase  $\delta \approx \gamma$  pode ser considerada na região  $\delta = 57^0 \pm 14^0$  [6]. O vértice do triângulo unitário fica perto da região sombreada.



**Figura 2.3:** As restrições no plano  $\bar{\rho}$  e  $\bar{\eta}$ , [6]

## 2.4

### Violação de CP nos mésons K

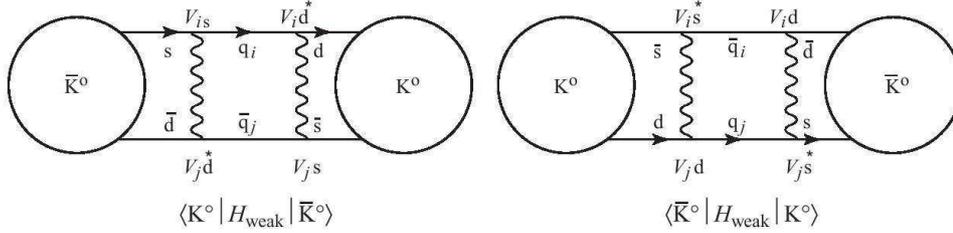
A violação de CP foi primeiramente observada nos decaimentos dos káons neutros [1]. Dentro do MP, entendemos este fenômeno ao analisar a Figura 2.4, onde se dá o fenômeno de mixing  $K^0 - \bar{K}^0$ : vemos que no diagrama *box* pode aparecer  $V_{td}$ , que inclui a fase  $\beta$ .

Caso CP fosse conservado a mistura de estados seria

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.41)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.42)$$

com  $CP|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$  e  $CP|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$ . A conservação de CP implica em



**Figura 2.4:** Diagrama mostra como a interação com bósons  $W$  gera mixing. Os quarks  $q_i$  e  $q_j$  são  $u, c$  ou  $t$  de carga eléctrica  $2/3$ , [6].

que esses estados têm decaimentos da forma  $K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  e  $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , com CP de  $K_1^0$  e  $K_2^0$  igual a  $+1$  e  $-1$  respectivamente. A diferença no número de partículas no estado final resulta em grandes diferenças na vida média permitindo assim sua discriminação.

Experimentalmente, observam-se dois estados  $K_S^0$  e  $K_L^0$ . O méson  $K_S^0$  ( $\tau_S = 8.9 \times 10^{-11}s$ , [5]) decai predominantemente em dois píons,  $\pi^+\pi^-$  ou  $\pi^0\pi^0$ . O méson  $K_L^0$  ( $\tau_L = 5.17 \times 10^{-8}s$ , [5]) predominantemente decai em  $\pi\pi\pi$  portanto se associaria ao estado  $K_2^0$ , [1, 24]. Não obstante, três entre mil decaimentos de  $K_L^0$  decaem em dois píons com autovalor de CP de  $+1$ , claramente violando CP. Por causa da mistura de autoestados, vamos expressar  $|K_S^0\rangle$  e o  $|K_L^0\rangle$  em termos de  $|K^0\rangle$  e  $|\bar{K}^0\rangle$  como segue

$$|K_S^0\rangle = N (p |K^0\rangle + q |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.43)$$

$$|K_L^0\rangle = N (p |K^0\rangle - q |\bar{K}^0\rangle) \quad (2.44)$$

$N$  é um fator de normalização igual a  $(p^2 + q^2)^{-1/2}$ . Também podemos escrever  $|K_S^0\rangle$  e  $|K_L^0\rangle$  em termos de  $|K_1^0\rangle$  e  $|K_2^0\rangle$ :

$$|K_S^0\rangle = \frac{N}{\sqrt{2}} [(p+q) |K_1^0\rangle + (p-q) |K_2^0\rangle] \quad (2.45)$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{N}{\sqrt{2}} [(p-q) |K_1^0\rangle + (p+q) |K_2^0\rangle] \quad (2.46)$$

Omitindo a violação direta CP, somente  $K_1^0$  pode decair em  $2\pi$ , desse

modo a taxa do decaimento é

$$\frac{K_L \rightarrow 2\pi}{K_S \rightarrow 2\pi} = \frac{|p/q - 1|^2}{|p/q + 1|^2} = (5.25 \pm 0.05) \times 10^{-6} \text{ (experimental)} \quad (2.47)$$

as constantes  $p$  e  $q$  podem ser calculadas usando o Modelo Padrão. Definindo  $p/q = 1 + 2\epsilon$  encontramos que  $|\epsilon| = 2,3 \times 10^{-3}$ ; onde  $\epsilon$  [6] é a medida da violação CP, e é proporcional a alguns elementos da matriz CKM como comprovaremos na próxima seção.

## 2.5

### Os três tipos de violação de CP nos decaimentos de B

A violação da simetria CP até agora foi observada somente nos processos de interação fraca dos mésons  $K$  e  $B$ . Classifica-se a violação de CP em três tipos [16]:

1. *Violação de CP em decaimentos*: se originam diretamente das amplitudes do decaimento e de seu conjugado CP, onde apresentam diferentes magnitudes.
2. *Violação de CP em mixing*: Acontece quando dois autoestados de massa neutros não correspondem aos autoestados de CP. Estas partículas neutras evoluem no tempo oscilando entre o estado de partícula e anti-partícula, como vimos que o méson  $K^0$  se mistura com sua antipartícula  $\bar{K}^0$  por meio de interações fracas. O mesmo acontece com os mésons  $B^0$  e  $\bar{B}^0$  onde temos:

$$|B_L\rangle = N [p|B_0\rangle + q|\bar{B}_0\rangle] \quad (2.48)$$

$$|B_P\rangle = N [p|B_0\rangle - q|\bar{B}_0\rangle] \quad (2.49)$$

os subíndices se referem às massas:  $L$  =leve e  $H$ =pesado. Na mistura  $B^0 - \bar{B}^0$  o quark *top* é dominante em contribuir no  $p^2$  e  $q^2$  e a relação  $q/p$  dependeria somente de fases complexas, o que significa que tem uma violação da simetria CP.

$$\frac{q}{p} = \frac{V_{tb}^* V_{td}}{V_{tb} V_{td}^*} \Rightarrow \text{Violação de CP} \quad (2.50)$$

3. *Violação de CP na interferência entre decaimentos com e sem mixing*: Ocorrem em decaimentos com estados finais que são comuns a  $B^0$  e  $\bar{B}^0$ , como resultados da interferência de um decaimento sem mixing  $B^0 \rightarrow f_{CP}$  com um decaimento que contenha mixing  $B^0 \rightarrow \bar{B}^0 \rightarrow f_{CP}$ .

O nosso caso de estudo  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^- \pi^+$  se encaixa na primeira categoria, já que as amplitudes para  $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^-$  e  $B^- \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^-$ , na existência de violação de CP, são diferentes. Vamos descrever melhor a seguir.

### 2.5.1

#### Violação de CP em decaimentos

Este tipo de violação de CP também é chamado violação de CP direta. A amplitude do decaimento  $B \rightarrow f$  definida como  $\mathcal{M}_f = \langle f|H|B \rangle$ . Para a antipartícula  $\bar{B} \rightarrow \bar{f}$  temos a amplitude  $\bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}} = \langle \bar{f}|H|\bar{B} \rangle$ .

Por exemplo, no caso de um estado final de um decaimento de  $B$  em três (ou mais) corpos, com formação de diferentes estados ressonantes intermediários, a contribuição de cada canal  $i$  de decaimento pode ser descrita por três magnitudes: a amplitude  $a_i$ , o termo da fase da interação fraca  $e^{i\delta_i}$ , e o termo da interação forte  $e^{i\phi_i}$ :

$$\mathcal{M}_f = \sum_i a_i e^{i(\delta_i + \phi_i)}. \quad (2.51)$$

Para a amplitude do conjugado CP,  $\bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}}$  se escreve como:

$$\bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}} = e^{2i(\xi_f - \xi_B)} \sum_i a_i e^{i(-\delta_i + \phi_i)} \quad (2.52)$$

onde  $\xi_f$  e  $\xi_B$  são fases arbitrárias que saíram da mudança de base e de aplicar a operação CP:  $CP|B\rangle = e^{\xi_B}|\bar{B}\rangle$  e  $CP|f\rangle = e^{\xi_f}|\bar{f}\rangle$ . Se o estado final  $f$  é um auto-estado de CP, teríamos um autovalor  $e^{2i\xi_f} = \pm 1$  [22].

Dividindo as amplitudes obtemos:

$$\left| \frac{\bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}}}{\mathcal{M}_f} \right| = \left| \frac{\sum_i a_i e^{i(-\delta_i + \phi_i)}}{\sum_i a_i e^{i(\delta_i + \phi_i)}} \right|. \quad (2.53)$$

A relação anterior apresenta as duas fases fracas  $\delta_i$  com sinal diferente sendo  $\delta_i \neq 1$ , implica uma assimetria nos decaimentos de partículas e antipartículas ( $\mathcal{M}_f \neq \bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}}$ ) permitindo a violação CP.

$$\left| \frac{\bar{\mathcal{M}}_{\bar{f}}}{\mathcal{M}_f} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{violação CP} \quad (2.54)$$

A assimetria CP nos decaimentos de mésons carregados  $B^\pm$  é

$$A_f = \frac{\Gamma(B^+ \rightarrow f) - \Gamma(B^- \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(B^+ \rightarrow f) + \Gamma(B^- \rightarrow \bar{f})} \quad (2.55)$$

onde  $\Gamma(B \rightarrow f)$  são taxas de vida média. Expressando a assimetria em termos das amplitudes, temos

$$A_f = \frac{1 - |\overline{\mathcal{M}}_{\bar{f}}/\mathcal{M}_f|^2}{1 + |\overline{\mathcal{M}}_{\bar{f}}/\mathcal{M}_f|^2} \quad (2.56)$$

A violação de CP direta também acontece com mésons neutros, mas como exemplo de violação de CP direta, vamos usar o decaimento  $B^+ \rightarrow \pi^+\pi^+\pi^-$  e seu conjugado  $B^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^-$ . Os fatores CKM para  $B^+$  são  $V_{ub}V_{ud}^*$  e  $V_{cb}^*V_{cd}$ , e para  $B^-$  são  $V_{ub}^*V_{ud}$  e  $V_{cb}V_{cd}^*$ , envolvendo diretamente o ângulo  $\gamma$ , para quando seguem um decaimento tipo  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^-\pi^+$  não-ressonante, por exemplo. O decaimento  $B^\pm \rightarrow \chi_{c0}\pi^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^+\pi^-$ , por outro lado, não envolve  $V_{ub}$  e portanto não tem fase fraca. Se consideramos somente os dois possíveis decaimentos vamos ter as amplitudes como:

$$\mathcal{M}_{B^+} = a_1 e^{i\phi_1} e^{i\delta} + a_2 e^{i\phi_2} \quad (2.57)$$

$$\overline{\mathcal{M}}_{B^-} = a_1 e^{i\phi_1} e^{-i\delta} + a_2 e^{i\phi_2} \quad (2.58)$$

condição para que CP ocorra é  $|\mathcal{M}_{B^+}|^2 \neq |\mathcal{M}_{B^-}|^2$

$$|\mathcal{M}_{B^+}|^2 - |\overline{\mathcal{M}}_{B^-}|^2 = 4a_1 a_2 \text{sen}(\phi_1 - \phi_2) \text{sen}(\delta) \quad (2.59)$$

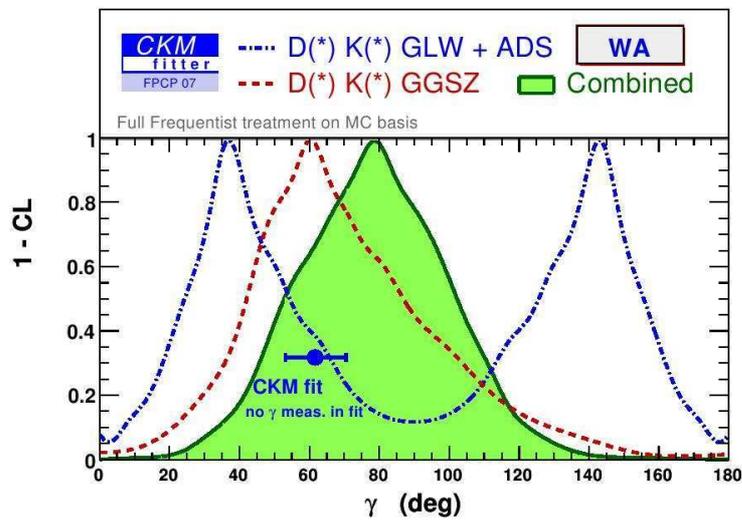
Em princípio se poderia observar a violação CP, mas o método depende das magnitudes  $a_1$ ,  $a_2$  e das fases  $\phi_1$  e  $\phi_2$  que não podem ser obtidos diretamente pois incluem a soma das fases fracas e fortes.

## 2.6

### Medidas do ângulo $\gamma$

Veremos no próximo capítulo que o decaimento  $B^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^-\pi^+$ , objeto de estudo desta dissertação, tem como fase fraca associada o ângulo  $\gamma$ . As últimas medidas de  $\gamma$  obtidas dos experimentos que tomaram dados nas fábricas de  $B$ , apresentam resultados experimentais de  $\gamma = (67 \pm 28 \pm 13 \pm 11)^\circ$  [25], onde o primeiro é o erro estatístico, o segundo é o erro sistemático do experimento, e o terceiro reflete a incerteza no modelo de DP, e  $\gamma = (78_{-26}^{+19})$ , [11].

Na Figura 2.2 é mostrado a medida combinada feita pelo Belle e BABAR [24, 15] do ângulo  $\gamma$ . Vê-se que os erros ainda são grandes, e o experimento LHCb deve contribuir significativamente a reduzi-los.



**Figura 2.5:** Combinação de todas as medidas de  $\gamma$ . O valor mais provável está acima da região esperada pelo ajuste das outras medidas, o erro obtido é muito grande ao combinar essas medidas,[24, 15].