

5 Resultados

Nos capítulos 3 e 4 apresentamos uma análise do comportamento da função da distribuição e da densidade de energia dos neutrinos. No capítulo 3 discutimos a transição da época em que estavam os neutrinos em equilíbrio térmico com o plasma primordial até o seu desacoplamento. Argumentamos que a função de distribuição nessas duas épocas não muda, e embora os neutrinos tenham desacoplado do plasma primordial sendo partículas relativísticas, e hoje sejam não-relativísticos, a função de distribuição continua sendo a mesma¹. A outra análise foi feita no capítulo 4 onde estudamos a densidade de energia e a pressão dos neutrinos nas regiões de $R \gg 1$ onde os neutrinos são considerados relativísticos e $R \ll 1$ onde os neutrinos são não-relativísticos. Como foi mencionado antes, isso foi feito para evitar possíveis erros de arredondamento feitos pelo computador ao usar métodos numéricos. No mesmo capítulo apresentamos o comportamento da densidade de energia e da pressão de uma forma geral e para casos particulares da massa dos neutrinos $m_\nu = 0, 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0\text{eV}$. Estes valores foram usados porque os limites de massa da espécie mais pesada dados pelos experimentos e pela cosmologia são $0.17\text{eV} - 2.0\text{eV}$.

Neste capítulo vamos apresentar os resultados desta dissertação, que têm como objetivo determinar se a massa dos neutrinos tem algum impacto mensurável na expansão do Universo. Este efeito não pode ser observado só graficando a distância de luminosidade (3.80) ou o parâmetro de Hubble para diferentes massas dos neutrinos, pois o efeito deveria ser muito pequeno. Para ver o efeito fazemos a razão da distância de luminosidade para uma determinada massa dos neutrinos, e a comparamos com $m_\nu = 0$, isto para qualquer z . Como segunda medida, fazemos a razão da distância de luminosidade mas desta vez fixamos o desvio para o vermelho em $z = 1.0, 10.0, 100.0, 1090.0$ e variamos a massa dos neutrinos de 0eV até 4.0eV . Para o parâmetro de Hubble procedemos da mesma forma.

¹É interessante notar o fato que uma partícula não-relativística fora do equilíbrio térmico seja descrita por uma função de distribuição para partículas relativísticas em equilíbrio térmico.

A razão de variar a massa do neutrino de $0\text{eV} - 4.0\text{eV}$ é devido ao limite Grestein Zeldovich $\Omega_{0\nu}h^2 = \sum_i^3 m_{\nu i}/94$ visto anteriormente no capítulo 2 seção 2.4.2 e à imposição que o Universo é plano, onde

$$\Omega_{0m} = 1 - \Omega_{0r} - \Omega_{0\nu} - \Omega_{\Lambda}. \quad (5.1)$$

Com isto podemos encontrar que o valor máximo da massa do neutrino pode ser de $m_{\nu} = 4.3\text{eV}$, pois acima deste valor a densidade de matéria ficaria negativa, o qual não teria sentido fisicamente.

5.1

Parâmetros cosmológicos

As observações das anisotropias da radiação cósmica de fundo em microondas indicam que o Universo é aproximadamente plano [122], [123]. Nas figuras a seguir consideramos a caso com curvatura nula, ou seja, $\Omega_{k0} = 0$. A fração da densidade de energia da radiação é $\Omega_{r0} = 4.6 \times 10^{-5}$ [7] e a fração da densidade de energia escura é $\Omega_{\Lambda} = 0.73$ [7], a densidade de matéria é fixada com (5.1), para garantir que o Universo seja plano.

5.2

Distância de luminosidade

A expressão para a distância de luminosidade (3.79) pode ser escrita de forma explícita a partir da expressão para a densidade de energia dos neutrinos (4.1), isto é

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')},$$

com $E(z')$ definida como

$$E(z') = \sqrt{\Omega_{0\nu}g_{\nu}(z') + \Omega_{m0}(1+z')^3 + \Omega_{0r}(1+z')^4 + \Omega_{\Lambda}},$$

e de (4.1) definimos $\Omega_{0\nu}$ como

$$\Omega_{0\nu} = \frac{\rho_{0\nu}}{\rho_c}, \quad (5.2)$$

onde $\rho_c = 5.615 \times 10^3 \frac{\text{eV}}{\text{cm}^3}$ [7], e

$$\rho_{0\nu} = \frac{g_{\nu}(4/11)^{4/3}(T_{\gamma}^0)^4}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\xi^3 \sqrt{1 + \left(\frac{R}{\xi}\right)^2} d\xi}{e^{\xi} + 1}, \quad (5.3)$$

com $T_{\gamma}^0 = 2.35 \times 10^{-4}\text{eV}$ [123].

Lembrando a aproximação (4.10) e que $R = m_{\nu}/T_{\gamma}$ observamos que, no regime não-relativístico, o primeiro termo se comporta como matéria, isto é

$$\rho_\nu^{1\text{apx}}(m_\nu, z) = \frac{3g_\nu T_\nu^4}{4\pi^2} (R\zeta(3)) = \frac{3g_\nu m_\nu T_{0\gamma}^3 \zeta(3)}{4\pi^2} (z+1)^3, \quad (5.4)$$

e para o segundo termo temos

$$\rho_\nu^{2\text{apx}}(m_\nu, z) = \frac{3g_\nu T_\nu^4}{4\pi^2} \left(\frac{15\zeta(5)}{2R} \right) = \frac{45g_\nu T_{0\gamma}^5 \zeta(5)}{8\pi^2 m_\nu} (z+1)^5. \quad (5.5)$$

Dividindo pela densidade crítica ρ_c obtemos

$$\Omega_\nu^{1\text{apx}}(m_\nu, z) = \frac{3g_\nu m_\nu T_{0\gamma}^3 \zeta(3)}{4\pi^2 \rho_c} (z+1)^3 \quad (5.6)$$

$$\Omega_\nu^{2\text{apx}}(m_\nu, z) = \frac{45g_\nu T_{0\gamma}^5 \zeta(5)}{8\pi^2 m_\nu \rho_c} (z+1)^5, \quad (5.7)$$

e substituindo estas duas expressões na equação do Parâmetro de Hubble 3.78 temos

$$H(z) = H_0 \left(\Omega_{0\nu}^{1\text{apx}} (1+z)^3 + \Omega_{0\nu}^{2\text{apx}} (1+z)^5 + \Omega_{m0} (1+z)^3 + \Omega_{0\gamma} (1+z)^4 + \Omega_\Lambda \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5.8)$$

com $\Omega_{0m} = 1 - \Omega_{0\nu}^{1\text{apx}} - \Omega_{0\nu}^{2\text{apx}} - \Omega_{0\gamma} - \Omega_\Lambda$.

As Figuras (5.1) e (5.2) mostram a distância de luminosidade em função do desvio para o vermelho, onde o segundo gráfico é um zoom do primeiro em $z = 1 \times 10^2$ até $z = 1 \times 10^6$, com o objetivo de ver melhor o efeito da massa dos neutrinos. Observamos que dependendo do valor da massa do neutrino, o valor da distância de luminosidade aumenta. Isto pode ser visto analiticamente a partir da equação (3.79), onde a densidade de energia dos neutrinos entra no denominador da mesma com o parâmetro de Hubble. Como será visto na seção 5.2 o parâmetro de Hubble diminui em função do aumento da massa dos neutrinos, fazendo com que a distância de luminosidade aumente. Esta figura não é muito adequada para ver qual é o impacto que tem a massa dos neutrinos, isto pode ser observado na figura (5.3), onde temos a distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos para valores específicos do desvio para o vermelho. Podemos ver que embora o valor da distância de luminosidade aumente com o aumento da massa, essa variação é realmente pequena. Uma visão global das figuras (5.1) e (5.3) é ilustrada na Figura (5.4).

Uma análise mais adequada é fazer um gráfico da diferença fracionária da distância de luminosidade, onde fazemos a comparação entre dois valores diferentes de massa dos neutrinos, isto é

$$\frac{\Delta d_L(m_\nu, z)}{d_L(m_\nu, z)} = \frac{d_L(m_\nu, z) - d_L(m_\nu = 0, z)}{d_L(m_\nu = 0, z)}. \quad (5.9)$$

Na Figura (5.5) temos a diferença fracionária da distância de luminosidade para

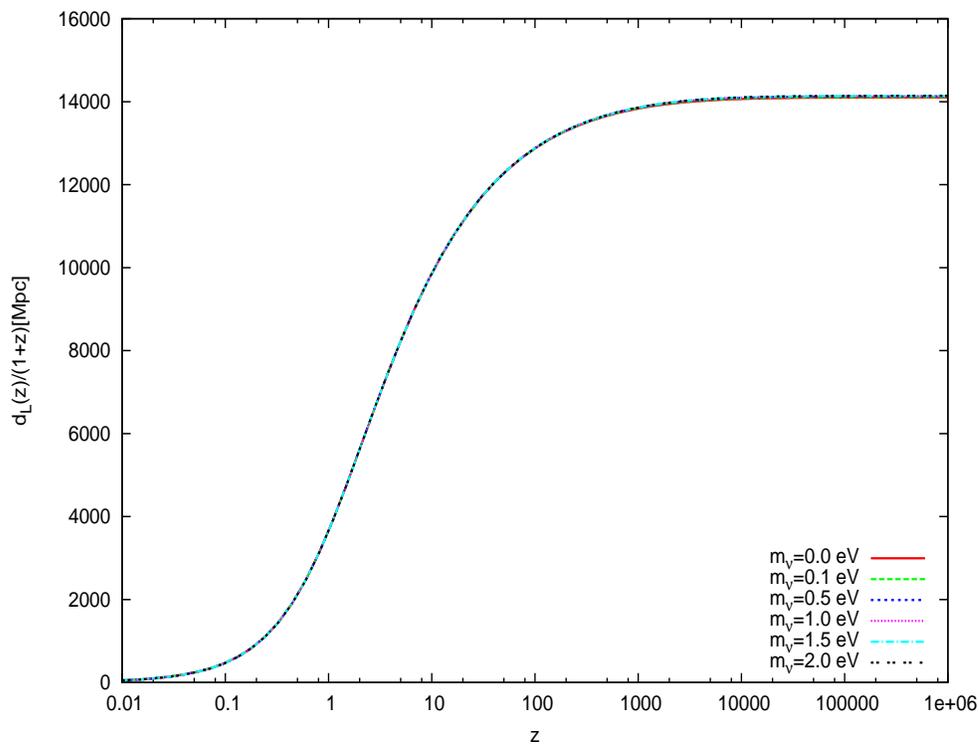


Figura 5.1: Gráfico da distância de luminosidade em função do desvio para o vermelho, para diferentes massas dos neutrinos.

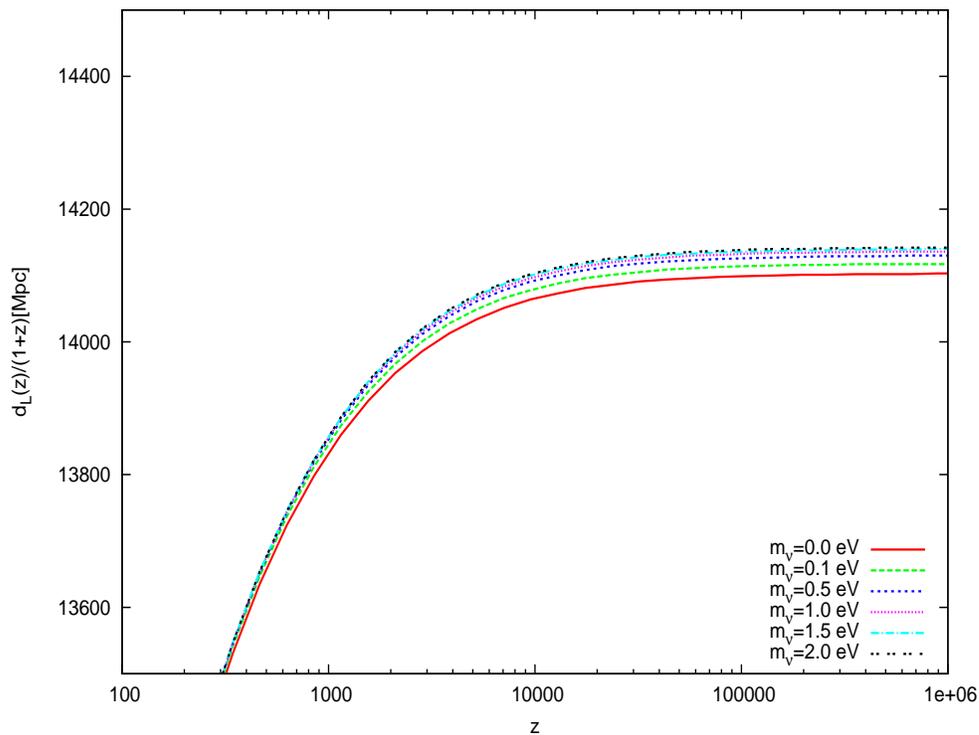


Figura 5.2: Zoom da Figura (5.1). Neste gráfico observamos um pequeno aumento da distância de luminosidade devida ao termo de massa considerado na densidade de energia dos neutrinos.

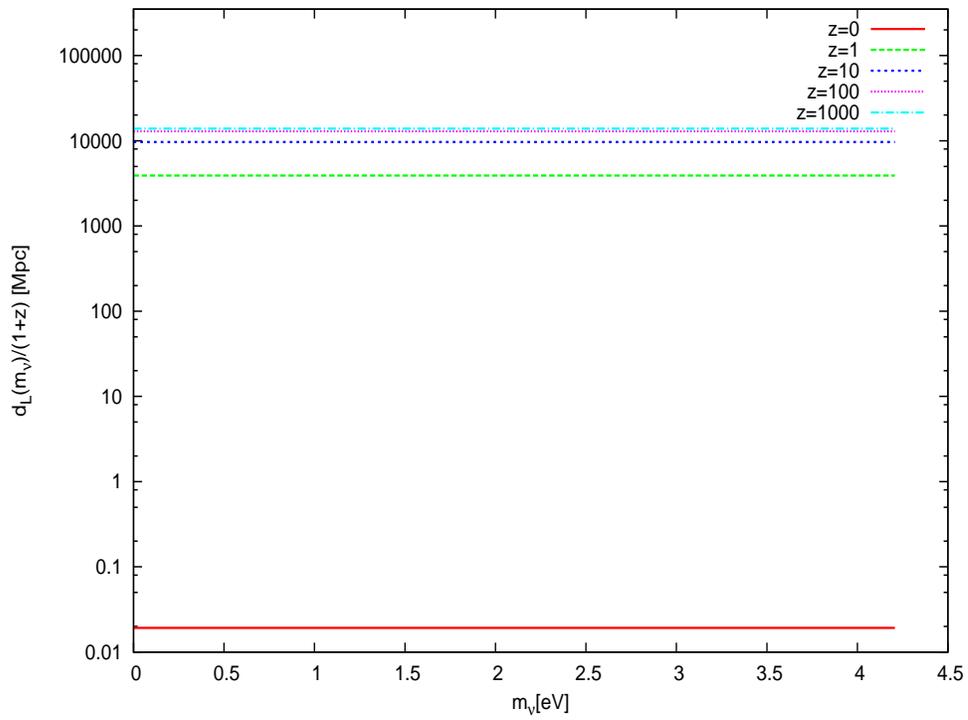


Figura 5.3: Gráfico da distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos para diferentes desvios para o vermelho.

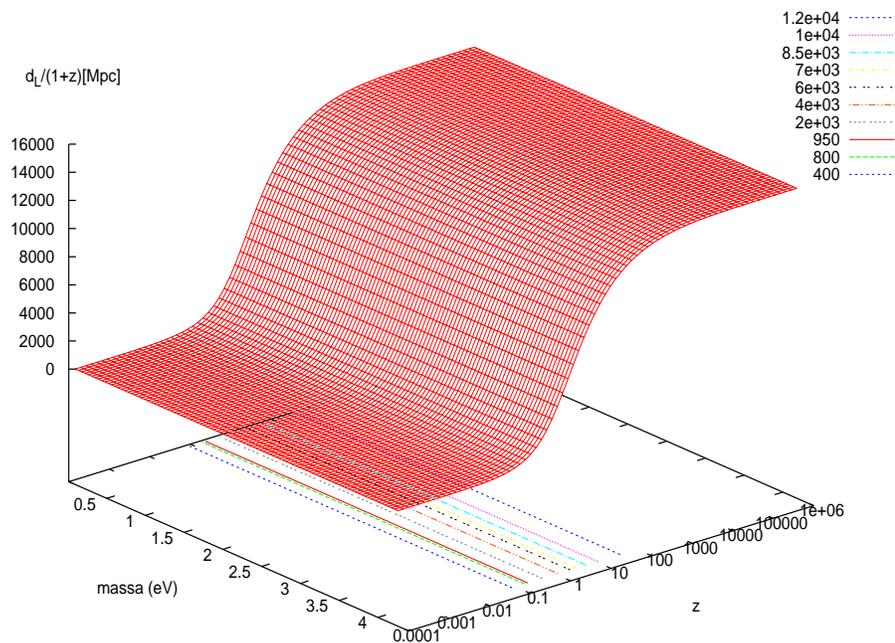


Figura 5.4: Gráfico em três dimensões da distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos para um desvio para o vermelho.

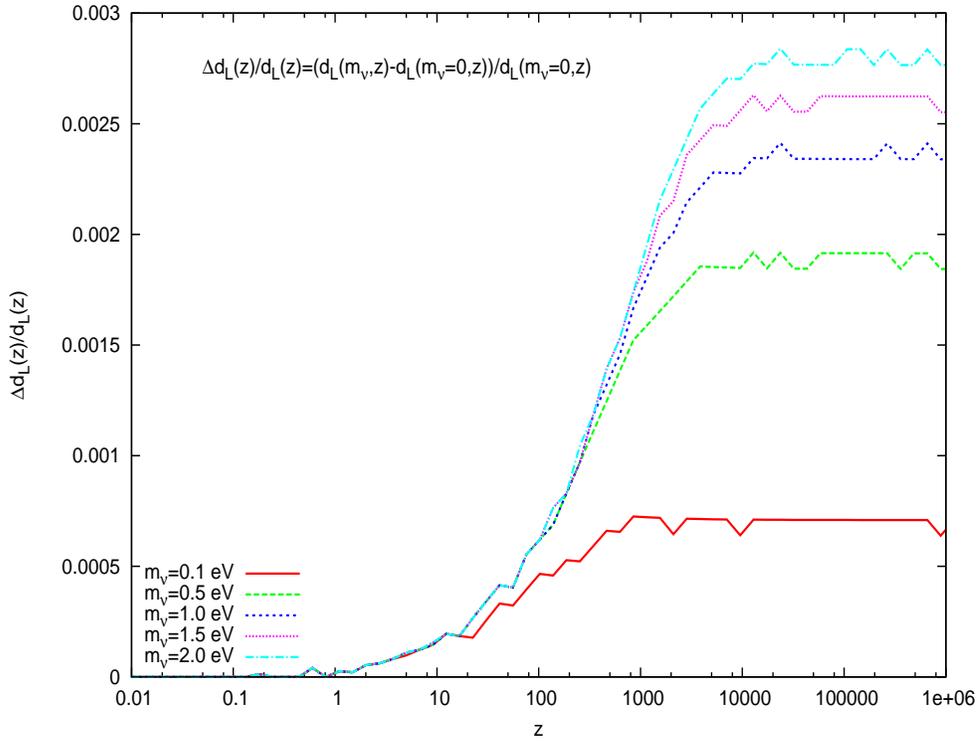


Figura 5.5: Gráfico da diferença fracionária da distância de luminosidade em função do desvio para o vermelho. Para a análise usamos valores específicos da massa dos neutrinos tais como: 0.1 0.5 1.0 1.5 2.0 eV, e as comparamos com $m_\nu = 0$ eV.

diferentes valores da massa dos neutrinos em função do desvio para o vermelho. Nesta figura vemos que para as massas dos neutrinos entre 0 – 2.0 eV, e um desvio para o vermelho de $z = 0.01$ até $z = 1$, a diferença fracionária da distância de luminosidade é muito próxima de zero, mas quando o valor do desvio para o vermelho aumenta, temos que para $z = 100$ e a massa dos neutrinos $m_\nu = 0.1 \text{ eV}$, a diferença fracionária é 0.04%, e para uma massa dos neutrinos de 2.0 eV e um desvio para o vermelho de 1×10^6 a diferença fracionária é de 0.275%. As diferenças fracionárias das massas de 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 eV para os distintos desvios para o vermelho podem ser vistos na Figura (5.5)

Na figura (5.6) observamos um comportamento similar ao visto na figura (5.5), onde observamos que a diferença fracionária aumenta em função da massa do neutrino e para diferentes valores do desvio para o vermelho. Se tomamos a massa $m_\nu = 2.0 \text{ eV}$ por exemplo, e olhamos a curva que contém a informação da diferença fracionária para $z = 1000$ obtemos uma diferença fracionária de 0.2%, a qual está em acordo com o visto na figura (5.5). Podemos observar também que as curvas que descrevem a diferença fracionária para os distintos desvios para o vermelho, tem um aumento

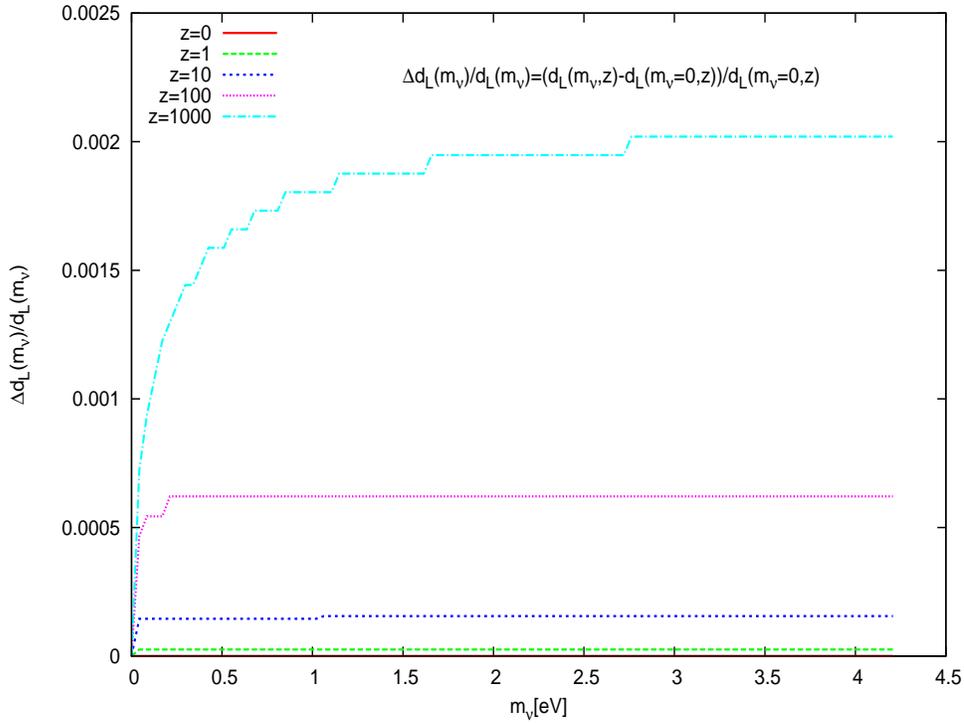


Figura 5.6: Gráfico da diferença fracionária da distância de luminosidade em função da massa do neutrino, para diferentes valores da do desvio para o vermelho.

considerável nas suas porcentagens para valores pequenos da massa dos neutrinos, e tendem a se saturar quando a massa dos neutrinos atinge um valor grande.

Ilustramos de uma maneira mais geral a diferença fracionária da distância de luminosidade nas Figuras (5.7) e (5.8).

Na Figura (5.7) podemos ver de uma forma mais detalhada, como para valores de massa dos neutrinos muito pequenos, e igualmente para desvios para o vermelho pequenos, a diferença fracionária da distância de luminosidade é quase zero, a qual está em acordo com o visto na Figura (5.5). À medida que tanto a massa dos neutrinos e o desvio para o vermelho aumentam, de igual forma o fará a diferença fracionária da distância de luminosidade.

Na Figura (5.9) temos a diferença fracionária da razão da distância de luminosidade (5.10) em função da massa dos neutrinos. Esta relação é muito útil porque além de cortar possíveis erros sistemáticos causados na implementação dos programas usados, nos proporciona uma boa comparação com as medidas reais, pois os experimentos nos fornecem uma medida da distância de luminosidade sempre em relação com o desvio para o vermelho em 1090 que foi a época de recombinação [124]. A equação da diferença fracionária da razão da distância de luminosidade é definida

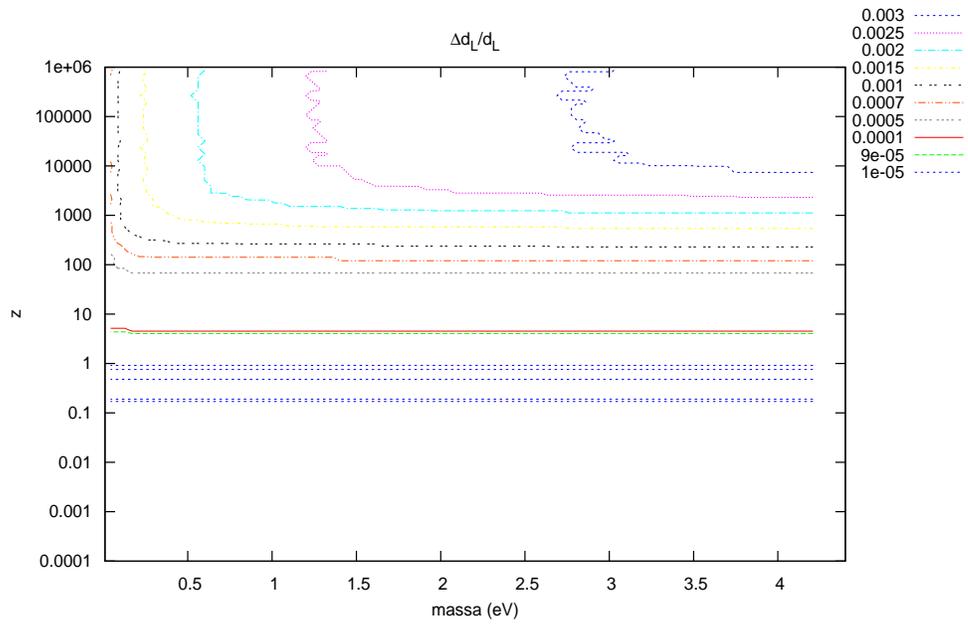


Figura 5.7: Isocontorno da distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos e do desvio para o vermelho.

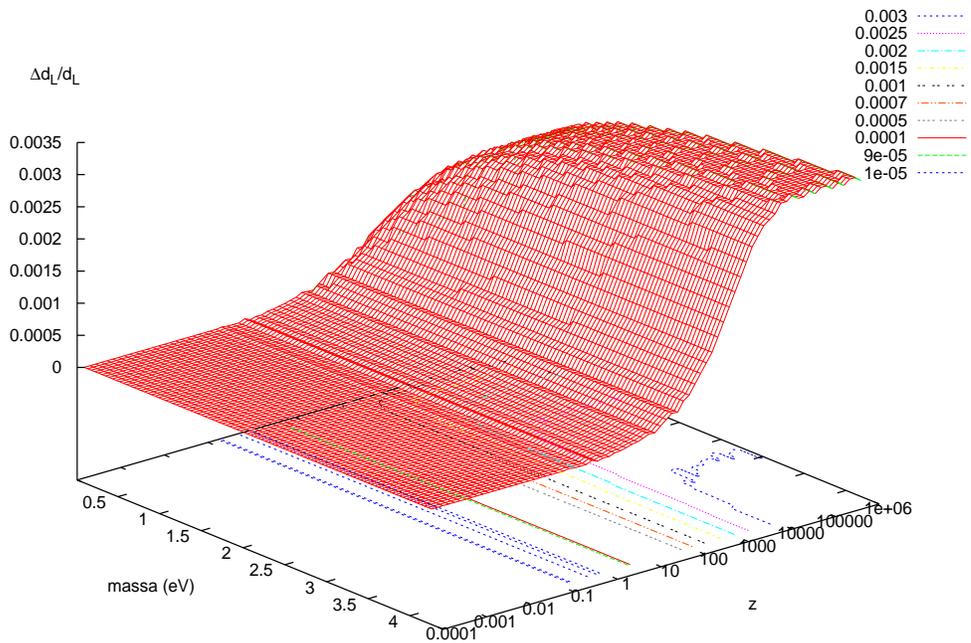


Figura 5.8: Gráfico em três dimensões da diferença fracionária da distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos e do desvio para o vermelho.

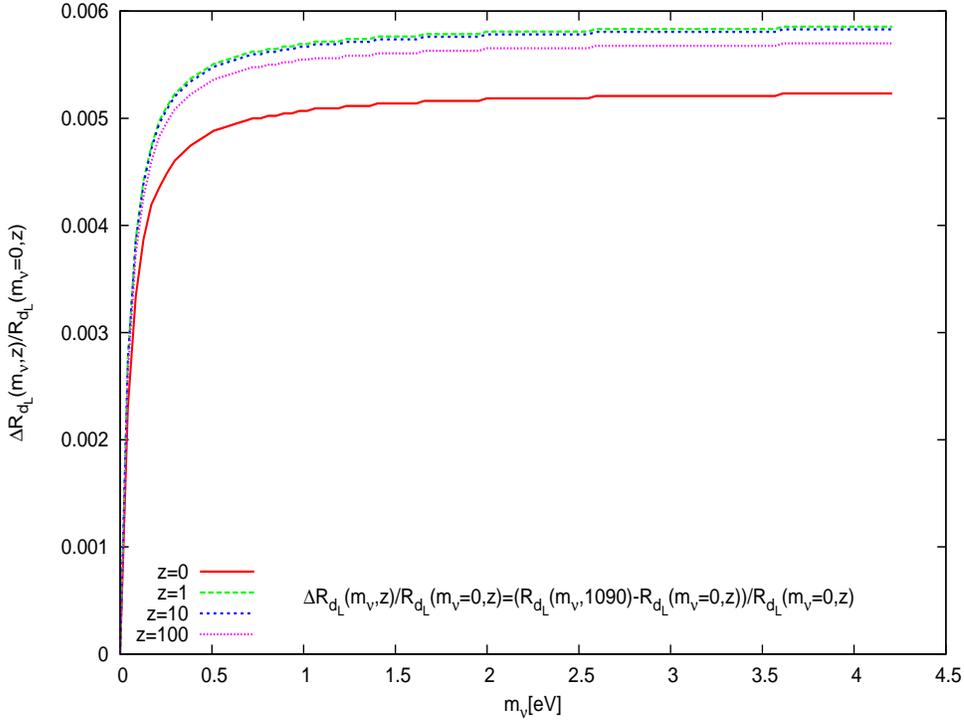


Figura 5.9: Gráfico da diferença fracionária da razão da distância de luminosidade em função da massa dos neutrinos.

como:

$$\frac{\Delta R_{d_L}(m_\nu, z)}{R_{d_L}(m_\nu = 0, z)} = \frac{R_{d_L}(m_\nu, z) - R_{d_L}(m_\nu = 0, z)}{R_{d_L}(m_\nu = 0, z)}, \quad (5.10)$$

onde R_{d_L} é

$$R_{d_L}(m_\nu, z) = \frac{d_L(m_\nu, 1090)}{d_L(m_\nu, z)}, \quad (5.11)$$

e substituindo (5.11) em (5.10) obtemos:

$$\frac{\Delta R_{d_L}(m_\nu, z)}{R_{d_L}(m_\nu = 0, z)} = \frac{\frac{d_L(m_\nu, 1090)}{d_L(m_\nu, z)} - \frac{d_L(m_\nu=0, 1090)}{d_L(m_\nu=0, z)}}{\frac{d_L(m_\nu=0, 1090)}{d_L(m_\nu=0, z)}}. \quad (5.12)$$

5.3 Parâmetro de Hubble

A partir da equação (3.78) podemos graficar o parâmetro de Hubble para diferentes desvios para o vermelho.

Da mesma forma que fizemos com a distância de luminosidade, vamos analisar a diferença fracionária do parâmetro de Hubble para ver a porcentagem com que ele

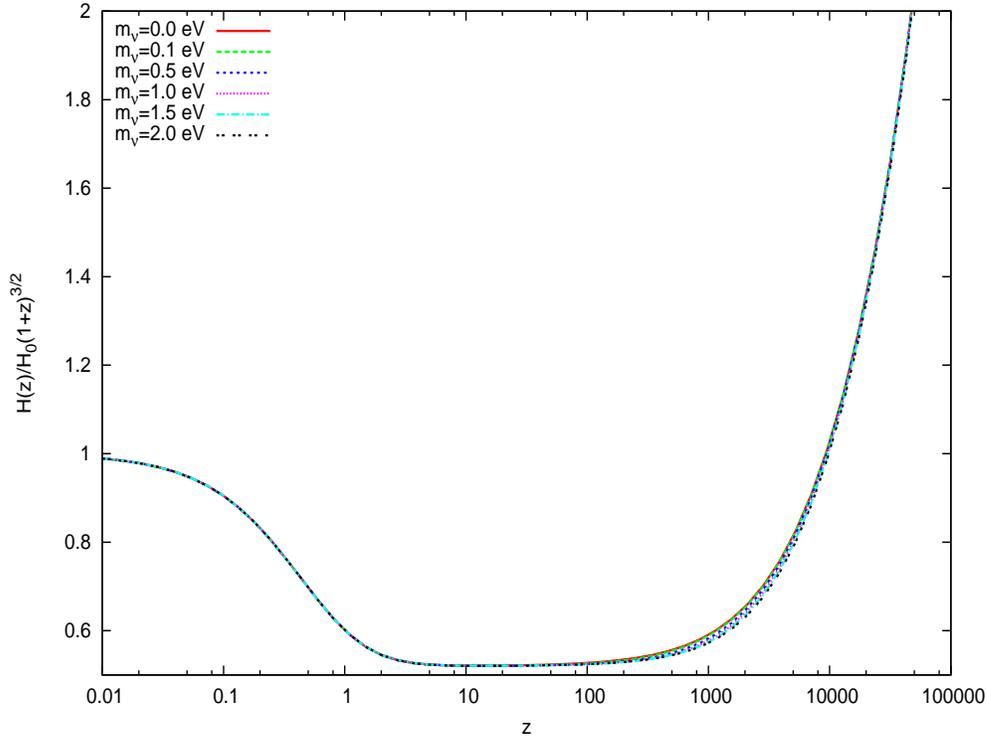


Figura 5.10: Gráfico do Parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho para diferentes valores da massa do neutrino. Neste gráfico observamos uma pequena diminuição do parâmetro de Hubble devida ao termo de massa considerado na densidade de energia dos neutrinos.

aumenta, pois a Figura (5.10) não é a mais apropriada para esse fim.

Na Figura (5.10) podemos observar o parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho e para diferentes massas do neutrino. Podemos ver que para pequenos valores do desvio para o vermelho o valor do parâmetro de Hubble é praticamente o mesmo, mas na medida que aumentamos o valor de z em torno de $z = 1 \times 10^3$ até $z = 1 \times 10^4$, começamos a enxergar sutilmente diferentes valores para o parâmetro de Hubble. Vemos que para um desvio para o vermelho fixo, o valor de $H(z)$ diminui em função do aumento da massa do neutrino. Podemos ver o efeito da massa do neutrino no parâmetro de uma forma mais detalhada com a Figura (5.11) que é um zoom da Figura (5.10) em $z = 1 \times 10^3$ até $z = 1 \times 10^4$.

Na Figura (5.12) é apresentado o parâmetro de Hubble, mas desta vez variando a massa dos neutrinos e fixando o desvio para o vermelho. Vemos que este gráfico está em acordo ao visto na Figura (5.10); por exemplo, se olharmos a curva para $z = 0$ vemos que o parâmetro de Hubble não varia de uma forma tão significativa embora a massa dos neutrinos aumente, comportamento que se repete para $z = 1, 10, 100$. Se

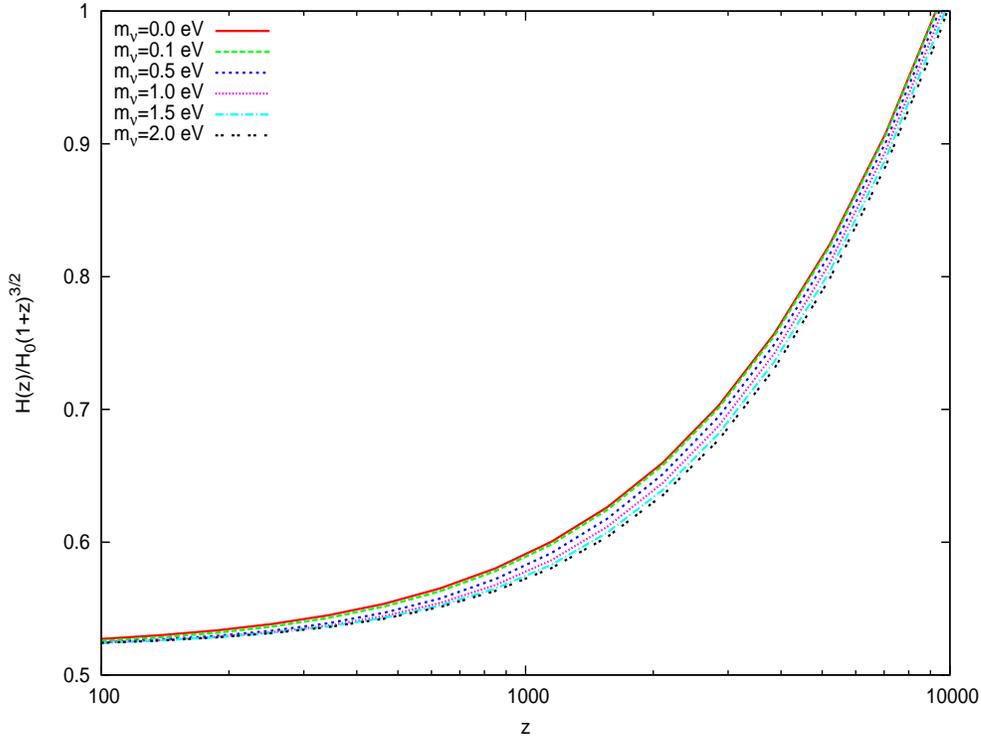


Figura 5.11: Gráfico do Parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho para diferentes valores da massa do neutrino. Neste gráfico observamos uma pequena diminuição do parâmetro de Hubble devida ao termo de massa considerado na densidade de energia dos neutrinos.

analisamos a curva do parâmetro de Hubble para $z = 1000$ vemos uma diminuição considerável no valor do mesmo, para pequenos valores da massa dos neutrinos, e este valor tende a saturar-se à medida que a massa continua aumentando. Comportamento completamente em acordo com a Figura (5.10), onde vimos que o efeito da massa dos neutrinos no valor do parâmetro de Hubble começava a partir de $z = 1000$. Na Figura (5.13) observamos a forma global do parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho e da massa dos neutrinos.

Na Figura (5.14) temos a diferença fracionária do Parâmetro de Hubble para diferentes valores da massa dos neutrinos (5.13), em função do desvio para o vermelho. Onde a diferença fracionária do Parâmetro de Hubble é definida como:

$$\frac{\Delta H(m_\nu, z)}{H(m_\nu, z)} = \frac{H(m_\nu, z) - H(m_\nu = 0, z)}{H(m_\nu = 0, z)}. \quad (5.13)$$

A Figura (5.14) nos mostra mais claramente o efeito da massa dos neutrinos no parâmetro de Hubble, como podemos notar, esse efeito começa em torno de $z = 10$ com umas porcentagens um pouco abaixo de zero, mas para uma massa de 2.0eV em

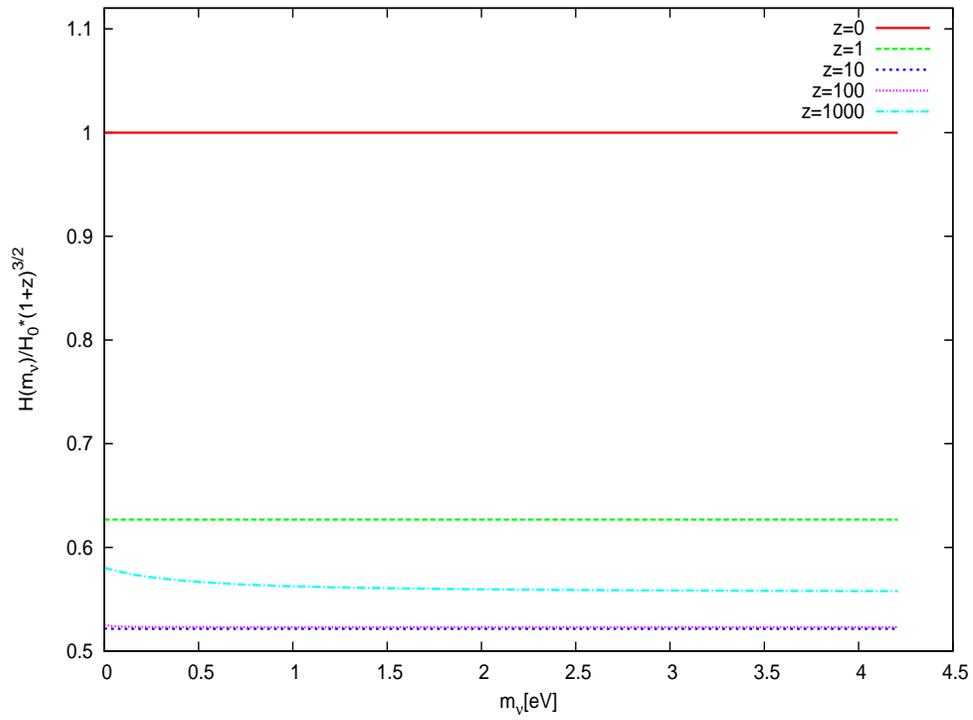


Figura 5.12: Gráfico do parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos para diferentes desvios para o vermelho.

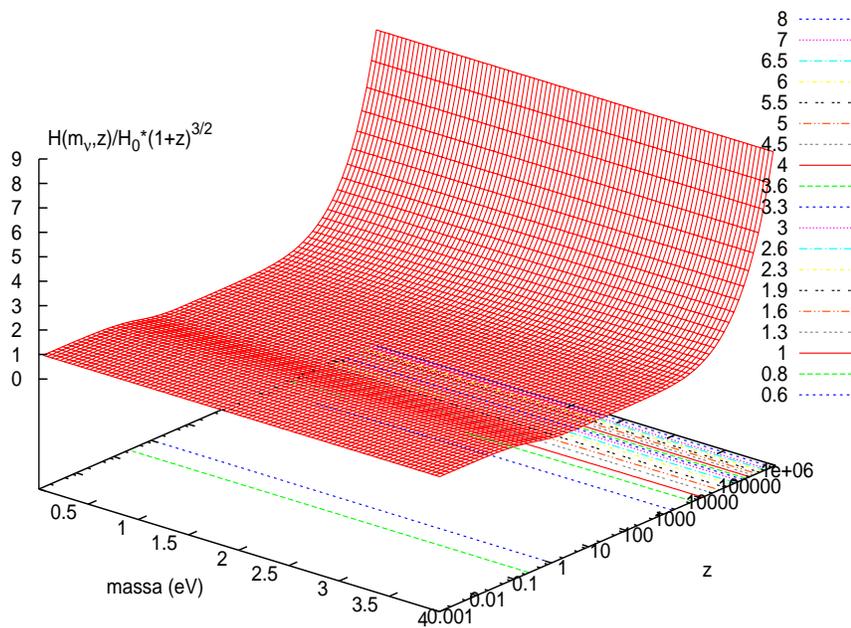


Figura 5.13: Gráfico em três dimensões do parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos para um desvio para o vermelho.

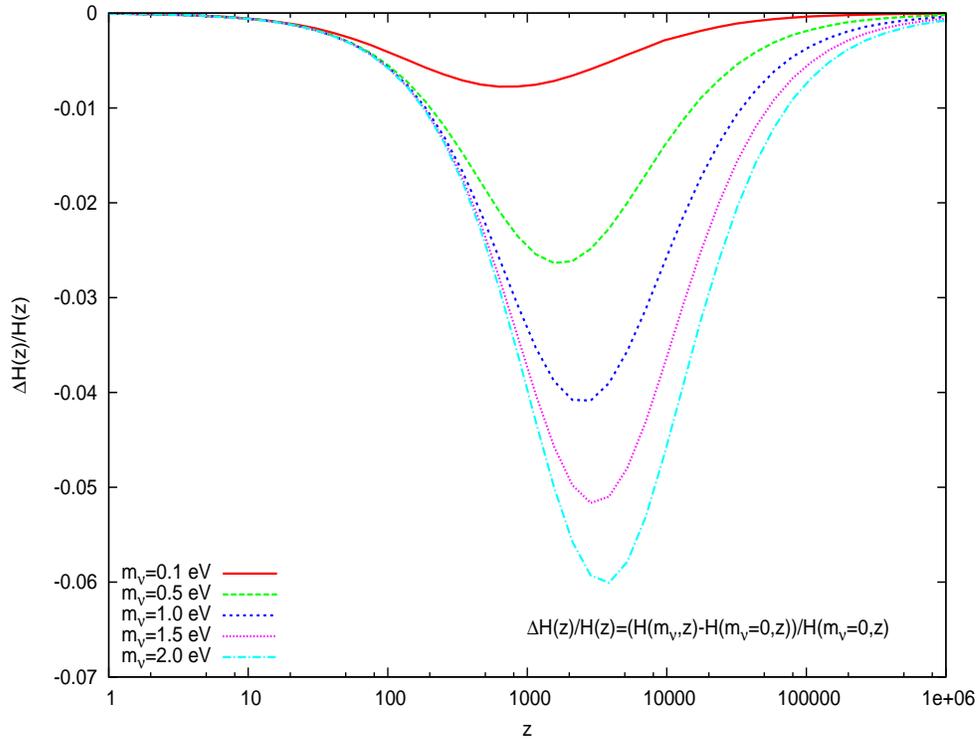


Figura 5.14: Gráfico da diferença fracionária do Parâmetro de Hubble em função do desvio para o vermelho. Para a análise usamos valores específicos da massa dos neutrinos tais como: 0.1 0.5 1.0 1.5 2.0 eV, e as comparamos com $m_\nu = 0$ eV.

um $z = 1000$ o efeito é bem maior, em torno de -3.5% . As diferentes porcentagens podem ser conferidas diretamente na figura citada acima. Vemos também que o efeito da massa dos neutrinos deixa de ser importante à medida que o desvio para o vermelho aumenta, por exemplo, para $z = 1 \times 10^6$ e a curva da massa de 2.0eV, a porcentagem da diferença fracionária volta a ser quase zero de novo.

Na Figura (5.15) observamos a diferença fracionária do parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos, e para determinados valores do desvio para o vermelho, que neste caso são $z = 0, 1, 10, 100, 1000$. Vemos que em $z = 0$ e 1 a diferença fracionária é quase zero. As curvas que descrevem $z = 100, 1000$ mostram uma diminuição considerável na porcentagem da diferença fracionária do parâmetro de Hubble, que sofre uma queda forte nos primeiros valores da massa dos neutrinos e logo tende a se saturar. O maior efeito que aparece tanto no parâmetro de Hubble como na distância de luminosidade é em torno de $z = 100 - 10000$, que foi a época na qual o neutrino mudou sua equação de estado e passou de se comportar como uma partícula relativística a uma partícula não-relativística.

Para se ter uma idéia global do comportamento da diferença fracionária do

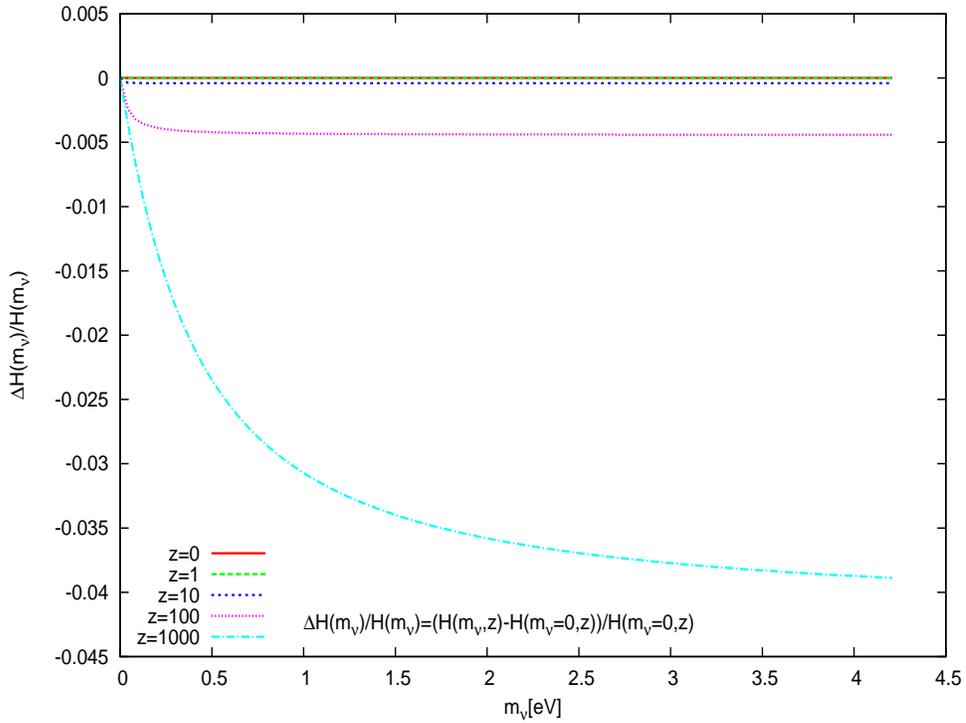


Figura 5.15: Gráfico da diferença fracionária do Parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos. Para a análise usamos valores específicos do desvio para o vermelho tais como: 0, 1, 10, 100, 1000.

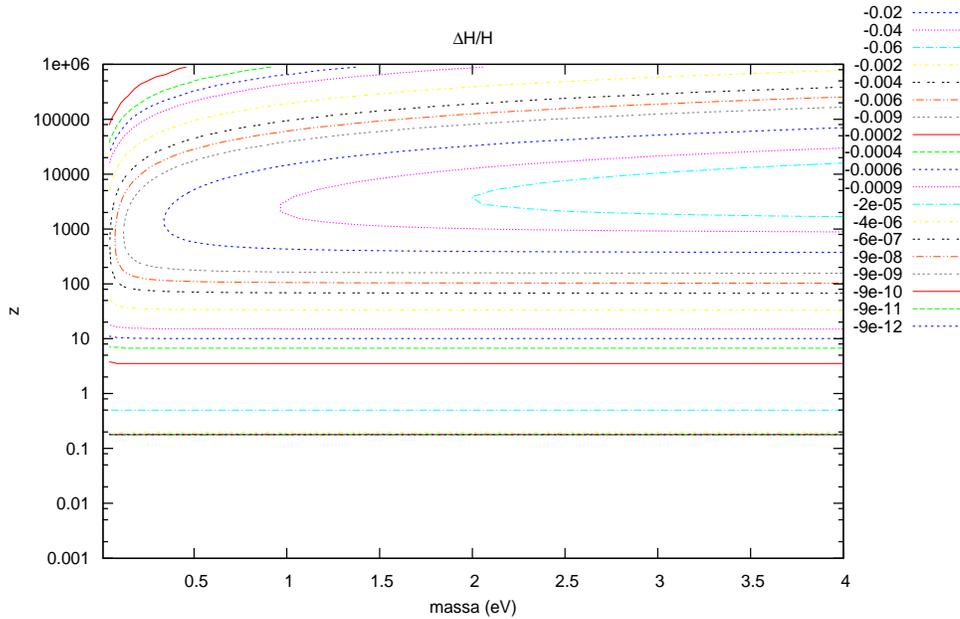


Figura 5.16: Isocontorno do Parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos e o desvio para o vermelho.

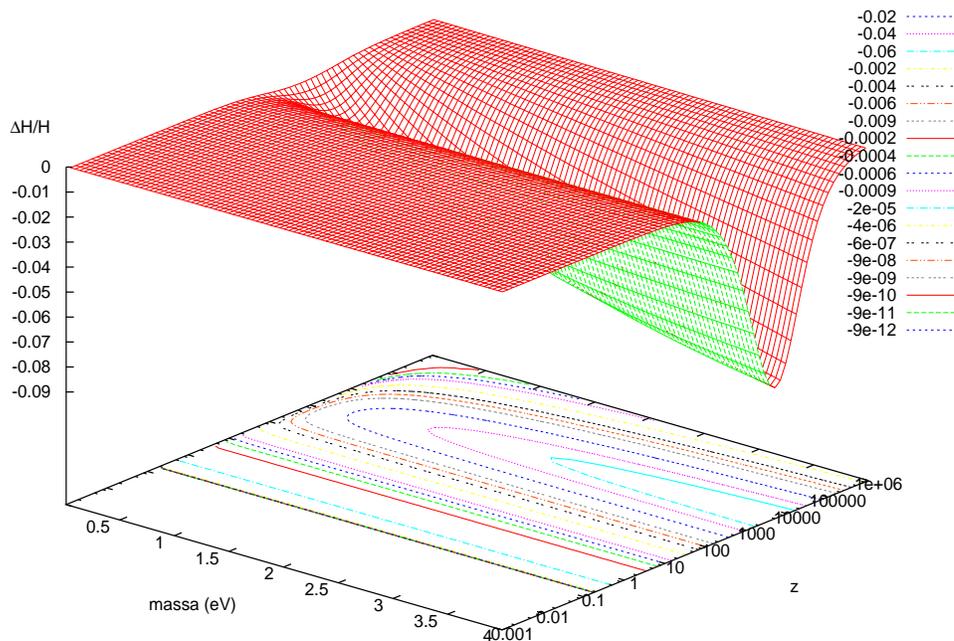


Figura 5.17: Gráfico da diferença fracionária do Parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos e do desvio para o vermelho em três dimensões.

parâmetro de Hubble como função do desvio para o vermelho e da massa dos neutrinos, podemos observar as Figuras (5.16) e (5.17).

Na Figura (5.18) observamos o gráfico da diferença fracionária da razão do Parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos (5.14); se olhamos a curva que representa $z = 0$, vemos uma comparação entre o parâmetro de Hubble hoje e na época da recombinação[124]. Considerando vários valores da massa dos neutrinos, vemos que a variação seria pequena. Segundo os limites superiores atuais da massa dos neutrinos fornecidos pela cosmologia $0.17 - 2.0\text{eV}$, a porcentagem que diminuiria o parâmetro de Hubble devido a massa dos neutrinos seria de $0 - 0.2\%$. Com o avanço acelerado da tecnologia, em um futuro poderemos alcançar valores de desvio para o vermelho até hoje inimagináveis acima de $z = 2$; nestes valores do desvio para o vermelho, a porcentagem que o parâmetro de Hubble diminuiria é muito maior em comparação à anterior porcentagem em $z = 0$. Neste caso teríamos uma redução de -4.4% para um $z = 1$, e um valor muito próximo deste para $z = 10$ que seria -4.3% , isto no caso da massa dos neutrinos 2.0eV ; para menores valores da massa dos neutrinos as porcentagens se reduzem (ver Figura (5.18)).

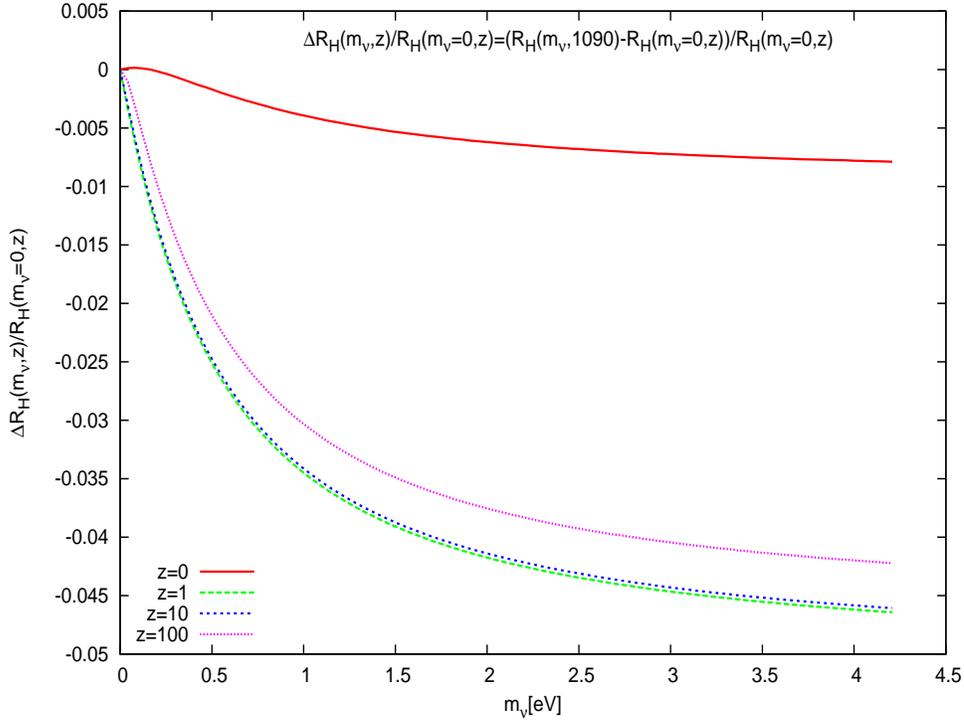


Figura 5.18: Gráfico da diferença fracionária da razão do Parâmetro de Hubble em função da massa dos neutrinos.

A equação que define a diferença fracionária do parâmetro de Hubble é dada por:

$$\frac{\Delta R_H(m_\nu, z)}{R_H(m_\nu = 0, z)} = \frac{R_H(m_\nu, z) - R_H(m_\nu = 0, z)}{R_H(m_\nu = 0, z)}, \quad (5.14)$$

onde R_H é definida como

$$R_H(m_\nu, z) = \frac{H(m_\nu, 1090)}{H(m_\nu, z)}, \quad (5.15)$$

e substituindo (5.15) em (5.14) obtemos:

$$\frac{\Delta R_H(m_\nu, z)}{R_H(m_\nu = 0, z)} = \frac{\frac{H(m_\nu, 1090)}{H(m_\nu, z)} - \frac{H(m_\nu=0, 1090)}{H(m_\nu=0, z)}}{\frac{H(m_\nu=0, 1090)}{H(m_\nu=0, z)}}. \quad (5.16)$$