2
MODELOS GARCH

2.1
Introdução

O mercado financeiro, na atualidade, sofre grande influência dos acontecimentos diários. Analisando-se uma série de retornos financeiros que apresenta alternância entre períodos de grande e pequena flutuação dos valores em torno da sua média, formando aglomerados (*clusters*), pode-se definir volatilidade como “a variação, ao longo do tempo, da variância condicional de uma série temporal.” [Veiga *et al.*, 1993].

Essa volatilidade é boa e benéfica para o mercado financeiro, pois o seu aumento interessa não apenas aos investidores e analistas de mercado, mas também aos economistas e agentes reguladores, gerando liquidez. Entretanto, quando essa volatilidade é excessiva, ela afeta negativamente a economia, prejudicando o bom funcionamento do sistema financeiro.

A excessiva volatilidade, ou um aumento muito grande, pode interferir no mercado financeiro de diversas formas:

- **nos preços de ativos financeiros:** a volatilidade pode afetar o nível de investimento, pois o risco seria maior, induzindo uma procura de outros ativos com menores riscos em outros mercados;

- **na taxa de juros:** custos mais altos para a obtenção de créditos ou empréstimos para projetos de investimentos podem ter um impacto sobre o desempenho da economia;

- **na taxa de câmbio:** pode provocar uma redução significativa no volume de importação do país se os preços dos bens importados e exportados aumentarem devido ao risco cambial, fazendo com que o consumo destes bens seja reduzido.

A volatilidade dentro da economia e para o mercado financeiro é muito importante. Por isso, sua estimação e previsão têm um tratamento diferenciado daquele observado em modelos clássicos de séries temporais ARMA (*Autoregressive Moving Average)* [Box & Jenkins, 1976], pois estes não reproduzem alguns fatos estilizados, como a não normalidade condicional/incondicional e a variância condicional não constante ao longo do tempo. Além disso, ARMAs e ARIMAs modelam apenas o nível, e não a sua variância.

Existem diversos tipos de modelos para modelagem da volatilidade, como o Alisamento Exponencial (*Exponential Weighted Moving Average*), modelos com volatilidade estocástica (VE) e modelos GARCH. Este trabalho está concentrado nos últimos; maiores detalhes sobre outros modelos podem ser encontrados em Clark (1973), Taylor (1980, 1986 e 1994), Tauchen e Pitts (1983). Hull e White (1987) e Harvey *et al.* (1994).

Antes de se apresentarem os conceitos dos modelos GARCH, é importante conhecer alguns fatos estilizados das séries financeiras, com o objetivo de esclarecer a inspiração dos modelos. Maiores detalhes podem ser encontrados em Bernardo e Fernandes (1999).

Fatos Estilizados:

- ✓ **estacionariedade:** as propriedades estatísticas da série são invariantes ao longo do tempo;
- ✓ **fraca ou nenhuma dependência linear e uma dependência não linear:** a série normalmente é pouco ou não autocorrelacionada, mas a série do quadrado das observações é autocorrelacionada;
- ✓ **não-normalidade:** as distribuições das séries financeiras geralmente apresentam caudas pesadas e presença de assimetria, fugindo da curva Gaussiana;

- ✓ **existência de conglomerados de volatilidade:** a série financeira costuma alternar períodos de alta volatilidade e períodos de baixa volatilidade, ou seja, a variância condicional da série varia ao longo do tempo.

Uma hipótese central na derivação do modelo para precificação de opções, sugerido por Black e Scholes (1973), é a suposição de que a série de retornos dos ativos têm distribuição log-normal com média e variância constante ao longo do tempo. Este modelo não utilizava as características de distribuições de caudas pesadas, tal como os conglomerados de volatilidade propostos por Mandelbrot (1963) e Fama (1963 e 1965). Essas características foram interpretadas como evidência de volatilidade estocástica de ativos financeiros.

Para representar esses fatos estilizados, há mais de duas décadas os modelos da família GARCH têm sido muito utilizados na literatura de finanças, principalmente quando se estudam derivativos.

O modelo ARCH, pioneiro da família GARCH, obteve sucesso em capturar a dependência não linear, permitindo muitas extensões, que serão apresentadas mais adiante.

2.2
Testes Univariados para Séries Temporais

Modelos mais complexos podem ser construídos examinando e empregando a relação mútua entre estes modelos e as variáveis. O aspecto mais importante na construção desses modelos é estudado a partir dos comportamentos intrínsecos de uma variável ou do processo gerador da mesma. Só então o modelo deve ser escolhido para replicar este processo. A seguir expõe-se um breve resumo de alguns testes [Cromwell, 1994].

2.2.1
Testes para estacionariedade

Estacionariedade é uma propriedade estatística fundamental a ser testada em uma série temporal, pois a maioria dos modelos estatísticos tem como hipótese inicial um processo gerador estacionário.

Ao analisar as séries de retorno de ativos financeiros, nota-se que elas são, via de regra, estacionárias, apesar das séries dos preços desses ativos serem usualmente não-estacionárias.

Para estudar uma série, é de suma importância que ela seja estacionária, isto é, que suas estatísticas sejam invariantes no tempo, sua variância não se altere e sua estrutura de autocorrelação dependa apenas das distâncias entre as observações, não dependendo do tempo.

Quando uma série é não-estacionária, devem-se aplicar transformações, como Box-Cox, log, diferenciação, etc., a fim torná-la estacionária.

Somente isto não é suficiente para afirmar se uma série é ou não estacionária; é necessário fazer uso de recursos gráficos (gráfico da série no tempo e correlograma) e testes de raiz unitária (RU, entre outros). A seguir apresentam-se alguns testes de estacionariedade.

2.2.1.1
Teste de Dickey-Fuller (DF)

Este trabalho examina a condição do processo ter uma raiz unitária, e se a diferença da série remove essa raiz unitária. Para tal, requer-se que algumas regressões de teste sejam especificadas e estimadas para testar a hipótese nula de x(t) ser um passeio aleatório como caso particular dos três modos, dependendo da escolha de um intercepto ou um termo de tendência [Dickey e Fuller, 1979]:

$(i)\quad \Delta x(t) = \alpha_1 x(t-1) + e(t)$
$(ii)\quad \Delta x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 x(t-1) + e(t)$
$(iii)\quad \Delta x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 x(t-1) + \beta t + e(t)$

onde e(t) é um processo estocástico estacionário, independente e identicamente distribuído, de média 0 e variância constante, ou seja, um ruído branco.

As hipóteses nulas são:

H_0: $\alpha_1 = 0$, x(t) é um passeio aleatório.

H_0: $\alpha_1 = 0$, x(t) é um passeio aleatório mais um desvio.

H_0: $\alpha_1 = 0$, x(t) é um passeio aleatório mais um desvio em torno de uma tendência determinística, ou seja, $\Delta x\left(t\right) = \alpha_0 + \beta_t + e\left(t\right)$.

A hipótese alternativa em cada especificação acima é:

H_1: $\alpha_1 \neq 0$.

A estatística de teste é dada por:

$$t_i(\hat{\alpha}_1) = [(\hat{\alpha}_1 - 0) / SE(\hat{\alpha}_1)]$$

onde SE(α_1) é o erro padrão da estimativa de α_1.

Rejeita-se a hipótese nula se $\left|t_i(\hat{\alpha}_1)\right| > \left|\tau_i\right|$, onde o valor crítico, τ_i, é encontrado na tabela criada por David A. Dickey usando simulação de Monte Carlo.

2.2.1.2
Teste Dickey-Fuller Aumentado (ADF)

O ADF [Dickey e Fuller, 1979] é bem similar ao DF, porém o teste agora é realizado com a representação das defasagens (*lags*). A ordem de defasagem *p* é selecionada com base em testes de especificação de ordens.

$$(i) \quad \Delta x(t) = \alpha_1 x(t-1) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta x(t-j) + e(t)$$

$$(ii) \quad \Delta x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 x(t-1) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta x(t-j) + e(t)$$

$$(iii) \quad \Delta x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 x(t-1) + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \Delta x(t-j) + \delta_t + e(t)$$

As hipóteses nulas são as mesmas do teste DF representado anteriormente ($\alpha_1 = 0$), mas isto não implica em um passeio aleatório, mas num AR (p) para a série diferenciada, eventualmente com a presença de uma constante e uma tendência determinística

A estatística de teste é dada por:

$$t_i(\hat{\alpha}_1, p) = [(\hat{\alpha}_1 - 0) / SE(\hat{\alpha}_1)]$$

Rejeita-se a hipótese nula se $|t_i(\hat{\alpha}_1, p)| > |\tau_i|$, onde o valor crítico, τ_i, é encontrado na mesma tabela criada por Dickey, já mencionada na seção anterior.

2.2.1.3
Teste Phillips-Perron

Phillips e Perron (1988) desenvolveram um teste não paramétrico para estacionariedade, que não depende das defasagem das variáveis como ocorre no ADF. Phillips sugere um teste não paramétrico robusto contra resíduos heterocedásticos ou auto-correlacionados. Este teste utiliza a mesma tabela do DF e do ADF.

Testa as hipóteses:

$$H_0 : x(t) = x(t-1) + e(t)$$
$$H_1 : x(t) = \alpha_0 + \alpha_1 x(t-1) + e(t)$$

Sendo $\alpha_1 < 1$, e a estatística e o valor crítico são os mesmos do teste ADF descrito anteriormente.

2.2.2 Testes para normalidade

Se uma série é estacionária, e se ela passar no teste de normalidade, então é possível especificar um modelo definido a partir de filtros lineares para descrever o seu comportamento. A especificação de um modelo linear já é suficiente neste caso, pois, se a série é uma combinação linear de variáveis normais, a série é também normal.

Pode ser evidenciado também que, após a utilização de um modelo ARMA para filtrar a autocorrelação da série, capta-se toda dependência dessa série com o seu passado, ou seja, os resíduos necessariamente são independentes. Essa evidência é dada pela seguinte propriedade da distribuição normal: se duas ou mais variáveis, não correlacionadas entre si, forem normalmente distribuídas, essas variáveis serão independentes uma das outras.

Se a hipótese de normalidade for rejeitada, o trabalho na construção do modelo aumenta. Ou seja, para captar a dependência da série não basta um modelo linear, pois não existe mais a garantia de independência dos resíduos. Para solucionar esse problema, ver-se-á mais a frente alguns modelos não lineares que podem ser utilizados para adicionar informação à modelagem da série, tentando assim gerar resíduos independentes.

Em geral, as séries de retornos de ativos financeiros apresentam excesso de curtose e ligeira assimetria positiva, ou seja, a distribuição incondicional dos retornos não é Gaussiana.

Para testar a não-normalidade de uma série, podem-se usar recursos gráficos, como histograma, P-P plot e Q-Q plot, regressão de assimetria e índices de cauda. Podem-se alternativamente utilizar testes estatísticos baseados em curtose e assimetria, como Jarque-Bera, e baseados na função de distribuição empírica (fdae), como Anderson & Darling.

2.2.2.1 Teste Jarque-Bera (JB)

Este teste é baseado no terceiro e quarto momentos, ou seja, nos coeficientes de assimetria e de curtose. Ele compara esses momentos conjuntamente com os da distribuição normal teórica (Assimetria = 0 e Curtose = 3). Os coeficientes de assimetria e da curtose teóricos saõ:

$$(i)\text{Assimetria: S} = \frac{\text{E}\,(\text{x-}\mu)^3}{\sigma^3} \;\therefore\; \text{e se X é N}\left(\mu,\sigma^2\right) \Rightarrow \hat{\text{S}} \sim \text{N}\,(0,\, 6/\text{n})$$

$$(ii)\text{ Curtose: K} = \frac{\text{E}\,(\text{x-}\mu)^4}{\sigma^4} \;\therefore\; \text{e se X é N}\left(\mu,\sigma^2\right) \Rightarrow \hat{\text{K}} \sim \text{N}\,(3,\, 24/\text{n})$$

As estatísticas de teste são:

$$\text{(i)} \left[\frac{(\hat{S} - 0)}{(6/n)^{1/2}}\right]^2 \sim \chi_1^2, \text{ testando só assimetria.}$$

$$\text{(ii)} \left[\frac{(\hat{K} - 3)}{(24/n)^{1/2}}\right]^2 \sim \chi_1^2, \text{ testando só curtose.}$$

(iii) $JB = \frac{n}{6}\hat{S}^2 + \frac{n}{24}(\hat{K} - 3)^2 \sim \chi^2_2$, teste conjunto

As hipóteses do teste de Jarque-Bera (1987) são:

H_0: S=0 e K=3 ⇔ Normal

H_1: Caso Contrário

2.2.3
Testes para independência

Existem séries temporais que parecem independentes, mesmo existindo certas regularidades (comportamentos determinísticos). Essas séries são denominadas “caos aleatório”. Até hoje não existe teste estatístico para diferenciar um processo caótico de um processo independente; por isso consideram-se todos os processos caóticos como independentes.

2.2.3.1
Teste de Ljung – Box e Box – Pierce

Um dos mais antigos testes para independência de uma série temporal é o teste de Portmanteau, que emprega a função de autocorrelação. Para uma série ser independentemente distribuída é necessário que os coeficientes de autocorrelação sejam nulos para todos os *lags*.

Ljung e Box [Box e Jenkins, 1976] sugerem uma estatística para mensurar simultaneamente todos os *lags*. Essa estatística foi modificada por Box e Pierce [Box e Jenkins, 1976] baseada em correlações de pequenas amostras.

Este teste só identifica independência se o processo for Gaussiano, pois só testa a dependência linear.

As hipóteses testadas são:

H_0: $\rho(1) = \rho(2) = ... = \rho(k) = 0$

H_1: Pelo menos um $\rho(k) \neq 0$.

As estatísticas de teste são:

$$(i)\ Q_1(k) = T(T+2)\sum_m (T-k)^{-1}\hat{\rho}^2(m) \quad Ljung-Box$$
$$(ii)\ Q_2(k) = T\sum_m \hat{\rho}^2(m) \quad Box-Pierce$$

onde T é o tamanho da série e $\hat{\rho}(m)$ é o estimador da m-ésima autocorrelação.

Rejeita-se a hipótese nula se $Q_i(k) > \chi_k^2$

2.2.3.2
BDS (Brock, Dechert & Scheinkman)

O BDS [Brock, Dechert e Scheinkman, 1987] é um poderoso teste de independência, pois não supõe que o processo seja gerado por uma determinada distribuição. Capta dependência linear e não linear: se for utilizado um filtro linear antes da aplicação do teste, é possível saber se existe dependência não linear.

A estatística de teste do BDS é baseada na integral de correlação entre dois vetores de séries temporais e definida pela seguinte expressão:

$$C_m(\varepsilon) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{(T-m)(T-m+1)} \sum_{i,j=1}^{T} I\left(\left|x_i^m - x_j^m\right| < \varepsilon\right) \quad i \neq j$$

onde T é o tamanho da série, $x_t^m = (x_t, x_{t+1}, ..., x_{t+m-1})$ e $I(.)$ é a função indicadora. A partir desse resultado define-se a estatística de BDS:

$$BDS_m(\varepsilon) = \sqrt{T}\left|C_m(\varepsilon) - \left(C_1(\varepsilon)\right)^m\right| \Big/ V_m^{1/2}$$

onde V é a expressão da variância, cuja fórmula pode ser encontrada em Brock, Dechert e Scheinkman (1987).

As hipóteses são:

H_0: $C_m(\varepsilon) = (C_1(\varepsilon))^m$, ou seja, ε é independente e identicamente distribuído (IID).

H_1: $C_m(\varepsilon) \neq (C_1(\varepsilon))^m$, ou seja, ε não é IID.

Essa estatística de teste pode ser aproximada por uma normal, e com base nos valores críticos dessa distribuição, aceita-se ou rejeita-se a hipótese nula de observações IID.

2.2.3.3 Hsieh

O teste de Hsieh (1989) permite distinguir se a não linearidade é aditiva ou multiplicativa. A dependência aditiva ocorre quando a não linearidade contribui apenas para a média do processo; a dependência multiplicativa ocorre quando a não linearidade ocorre na variância do processo.

Aliado ao teste BDS, este teste permite verificar onde está a dependência não linear: na média (ex: TAR), ou na variância (efeito GARCH).

O procedimento deste teste é:

Ajustar um modelo AR(p) para remover a dependência linear. Estimar o momento de terceira ordem dos resíduos e(t):

$$\rho_{eee}(i, j) = \frac{E\left[e(t)e(t-i)e(t-j)\right]}{E\left[e^2(t)\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Se não existe dependência linear em x(t), os resíduos e(t) na expressão podem ser substituídos pela variável x(t).

Formular as seguintes hipóteses:

H_0: x(t) possui dependência não linear multiplicativa ou na variância.

H_1: x(t) possui dependência não linear aditiva ou na média.

Calcular a estatística de teste V(i,j).

$$V(i,j) = \frac{T^{1/2}\hat{\rho}_{eee}(i,j)}{w(i,j)}$$

onde:

$$w(i,j) = \frac{E\left[e^2(t)e^2(t-i)e^2(t-j)\right]}{E\left[e^2(t)\right]^3}$$

Rejeita-se a hipótese nula se $|V(i,j)| > |Z_{\alpha/2}|$.

2.2.3.4
Mcleod–Li

O teste Mcleod-Li (1983) é baseado na estatística do teste de Box-Pierce. Utiliza-se a autocorrelação da série, do módulo da série e do quadrado da série. Este teste se baseia na normalidade, ou seja, ao testar o quadrado da série, deve-se confirmar que ele é normalmente distribuído.

Como o Box-Pierce, esse teste permite identificar independência nas séries Gaussianas.

2.3
Representações dos Modelos GARCH

O primeiro modelo da família GARCH foi sugerido por Engle (1982) com o objetivo de captar parte dos fatos estilizados de séries financeiras. Este autor propôs modelar a série dos quadrados dos retornos por um modelo autoregressivo de ordem q ou AR(q), chamando-o de *Autoregressive Conditional Heteroskedastic*, ou ARCH(q), dado pela expressão:

$$u_t^2 = \zeta + a_1 u_{t-1}^2 + a_2 u_{t-2}^2 + \ldots + a_q u_{t-q}^2 + w_t \qquad (1.1)$$

onde w_t é um ruído branco:

$$\begin{aligned} &E(w_t) = 0 \\ &E(w_t w_\tau) = \begin{cases} \lambda^2 & \text{para t} = \tau \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \end{aligned} \qquad (1.2)$$

Eventualmente é conveniente utilizar uma representação alternativa para o processo ARCH (q) que impõe uma hipótese um pouco mais forte a respeito da dependência serial de u_t. Suponha-se que:

$$u_t = \sqrt{h_t}\,\upsilon_t \qquad (1.3)$$

onde:

$$E(\upsilon_t) = 0 \qquad E(\upsilon_t^2) = 1 \qquad (1.4)$$

sendo υ_t iid

Se h_t for escrito como:

$$h_t = \zeta + a_1 u_{t-1}^2 + a_2 u_{t-2}^2 + \ldots + a_q u_{t-q}^2 \qquad (1.5)$$

tem-se:

$$E\left(u_t^2 \middle| u_{t-1}, u_{t-2}, \ldots\right) = \zeta + a_1 u_{t-1}^2 + a_2 u_{t-2}^2 + \ldots + a_q u_{t-q}^2 \tag{1.6}$$

Logo, se u_t for gerado por (1.3) e (1.5), então u_t segue um processo ARCH(q), e se (1.3) e (1.5) forem substituídos em (1.1), o resultado é:

$$h_t \upsilon_t^2 = h_t + w_t \tag{1.7}$$

Rearrumando (1.7), a inovação w_t sobre a representação do AR(q) para u_t^2 em (1.1) pode ser expressa como:

$$w_t = h_t \left(\upsilon_t^2 - 1\right) \tag{1.8}$$

Note-se que, a partir de (1.8), mesmo se a variância incondicional de w_t for constante, a variância condicional de w_t varia ao longo do tempo. Assim, o modelo ARCH pode descrever os conglomerados de volatilidade.

Em 1986, Bollerslev notou em evidências empíricas que era necessário estimar modelos ARCH com ordens muito altas para captar a dinâmica da variância condicional. Com isso, criou uma forma mais geral e parcimoniosa dos modelos ARCH, denominada *Gereralized* ARCH, GARCH [Bollerslev, 1986].

A mesma idéia de parcimônia utilizada nos modelos ARMA foi utilizada nos modelos GARCH. Ou seja, pode-se demonstrar que um MA (*Moving Average)* de ordem um é equivalente a um AR (*Autoregressive*) de ordem infinita. Então, para reduzir o número de parâmetros do modelo, utiliza-se a junção do AR com o MA, criando o modelo ARMA. O modelo GARCH é baseado na especificação do modelo ARCH de ordem infinita e h_t pode ser expresso como:

$$h_t = k + \sum_{1}^{q} \alpha_i u_i^2 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j h_j^2 \tag{1.9}$$

Da mesma forma que o modelo ARCH depende de restrições nos coeficientes para h_t ser positivo para todo t, os modelos GARCH dependem das restrições de $k > 0$, $\alpha_i \geq 0$ e $\beta_j \geq 0$. Nelson e Cao (1992) notaram que as condições $\alpha_i \geq 0$ e $\beta_j \geq 0$ eram suficientes, mas não necessárias. Com isso, argumentaram que a imposição da condição de não negatividade para os coeficientes é muito restritiva. Alguns desses coeficientes foram estimados com o sinal negativo em aplicações práticas, porém com a variância condicional positiva. Conseqüentemente, essas restrições não são necessárias. A partir do trabalho de Nelson e Cao (1992), passou-se a estimar os modelos GARCH sem essas restrições.

Em muitas aplicações de séries temporais de alta frequência, a variância condicional estimada usando um processo GARCH(p,q) exibe uma forte persistência, que é:

$$\sum_{j=1}^{p}\beta_j + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i \approx 1$$

Se $\sum_{j=1}^{p}\beta_j + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i < 1$, o processo (u_t) é estacionário de segunda ordem, e o choque na variância condicional de σ_t^2 tem um impacto decrescente em σ_k^2, quando k cresce, e é assintoticamente insignificante. Essa propriedade é chamada, na literatura, de persistência.

Outras variações foram propostas com objetivos diversos como o *Exponential* GARCH (EGARCH) [Nelson, 1991 e Engle e Ng, 1993] e TGARCH [Zakoian, 1991, Glosten *et al.*, 1993, Rabemananjara e Zakoian, 1993] que buscam captar o efeito de assimetria – o fato de choques negativos nos retornos dos ativos apresentarem um impacto maior do que os positivos.

Neste trabalho serão utilizados apenas os modelos ARCH e GARCH.

2.4
Estratégia de Modelagem

Segundo Franses e Djik (2000), a sequência de modelagem de uma série temporal normalmente envolve os seguintes passos:

- ✓ calcular estatísticas de séries temporais, normalmente a Função de Autocorrelação (ACF, *Autocorrelation Function*) e a Função de Autocorrelação Parcial (PACF, *Partial Autocorrelation Function*);
- ✓ comparar os valores dessas estatísticas com valores teóricos que identifiquem se o modelo é adequado – processo de identificação;
- ✓ estimar os parâmetros do modelo sugerido no processo de identificação – processo de estimação;
- ✓ avaliar os modelos utilizando métricas de adequação – processo de validação;
- ✓ reespecificar o modelo, se não validado;
- ✓ usar o modelo com propósitos descritivos ou preditivos – processo de previsão.

O enfoque deste estudo está no processo de identificação da estrutura apropriada para a equação de variância condicional em um processo GARCH. As funções de autocorrelação (ACF) e de autocorrelação parcial (PACF) das séries de inovações são normalmente usadas para identificar e validar o comportamento temporal das séries dos modelos ARMA [Box and Jenkins, 1976]. Bollerslev *et al*. (1988) mostraram que essas mesmas funções, quando aplicadas à série dos quadrados dos resíduos, podem ser úteis para identificar e validar o comportamento temporal da equação da variância condicional na forma de GARCH. Logo, a identificação e validação de um processo GARCH pode ser feita como:

Considerando τ_k a k-ésima autocorrelação e ϕ_{kk} a k-ésima autocorrelação parcial de u_t^2 obtidas pela solução das equações para o GARCH, similares às equações de Yule-Walker, as mesmas interpretações utilizadas para os modelos ARMA são válidas. Ou seja, um processo ARCH(q), ϕ_{kk} possui um corte brusco após o q-ésimo *lag*, cujo comportamento é idêntico à função de autocorrelação parcial dos processos AR(q). A função de autocorrelação de u_t^2 para um processo GARCH(q,p) é, em geral, diferente de zero e decai lentamente. Dessa maneira, as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de u_t^2 podem ser utilizadas para identificar e validar a forma dos modelos GARCH [Franses e Djik, 2000].

Outra forma de identificar a arquitetura dos modelos GARCH é utilizar as estatísticas AIC e BIC. O modelo que apresentar a menor estatística é selecionado como o modelo identificado.