

4

Método da Matriz D'

Neste capítulo será apresentada uma descrição do MMD [Prada, 1992], [Prada, 2002]. Este método será usado para identificar casos de instabilidade de tensão causados pela perda de controlabilidade.

4.1

Cálculo da Matriz D'

O MMD se baseia no sistema no sistema linearizado das equações de fluxo de potência, ou seja:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde J é a matriz Jacobiana, $\Delta \theta$ (ΔV) é a variação no vetor de ângulo (módulo) das tensões nodais e ΔP (ΔQ) é o incremento no vetor de injeção de potência ativa (reativa) nas barras.

Colocando-se as equações associadas com a barra i na parte inferior da matriz J , pode-se reescrever (4.1):

$$\begin{bmatrix} \Delta P' \\ \Delta Q' \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde as matrizes A , B , C e D são partições da matriz Jacobiana J .

Considerando-se uma variação de carga ou geração ΔP_i e ΔQ_i apenas para a barra i ($\Delta P' = 0$ e $\Delta Q' = 0$), tem-se:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta' \\ \Delta V' \\ \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Além disso, (4.3) foi obtida considerando-se que a variação de potência ativa ΔP_i é suprida pela barra slack e que a variação de potência reativa ΔQ_i é suprida pelas barras de tensão controlada e pela barra slack. A partir de (4.3), pode-se observar que é possível eliminar o acoplamento de $\Delta \theta'$ e $\Delta V'$ nas equações referentes a barra i , usando-se a eliminação gaussiana. Após a eliminação gaussiana, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [D'] \begin{bmatrix} \Delta \theta_i \\ \Delta V_i \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

onde $[D'] = D - C \cdot [A]^{-1} \cdot B$

A equação (4.4) expressa as relações de sensibilidade entre a tensão e as injeções de potência na barra i , levando em consideração o restante do sistema. A partir do determinante da matriz D' pode-se concluir que [Prada, 1992], [Prada, 2002]:

- **$\det[D'] > 0$:** a barra i está operando na região estável da curva PV (metade superior);
- **$\det[D'] < 0$:** a barra i está operando na região instável da curva PV, isto é, a barra i tem problemas de instabilidade de tensão causados pela perda de controlabilidade;
- **$\det[D'] = 0$:** a barra i está operando no ponto de máximo carregamento da rede elétrica (bico da curva PV).

Na próxima seção serão apresentados alguns índices que podem ser derivados a partir do determinante da matriz D' .

4.2

Índices Derivados do $\det[D']$

4.2.1

Margem de Estabilidade de Tensão

A matriz D' pode ser usada para obter uma estimativa da MET para a barra i . Esta estimativa é obtida através da associação de um sistema equivalente de duas barras com a matriz D' da barra i . A derivação do sistema equivalente se baseia nas seguintes características em comum entre as matrizes D' e a matriz Jacobiana de um sistema de duas barras: ordem 2×2 e relações de sensibilidade idênticas. Consequentemente, é possível obter um sistema equivalente de duas barras a partir da igualdade entre a matriz D' e a matriz Jacobiana do sistema equivalente (J^{eq}). Esta hipótese resulta no sistema de equações (4.5).

$$[J^{eq}] = [D'] \Rightarrow \begin{bmatrix} -Q_2^{eq} - (V_2^{eq})^2 B_{22}^{eq} & (V_2^{eq})^{-1} P_2^{eq} + V_2^{eq} G_{22}^{eq} \\ P_2^{eq} - (V_2^{eq})^2 G_{22}^{eq} & (V_2^{eq})^{-1} Q_2^{eq} - V_2^{eq} B_{22}^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} & D'_{12} \\ D'_{21} & D'_{22} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde:

V_2^{eq} é a magnitude da tensão na barra 2 do sistema equivalente;

D'_{11} , D'_{12} , D'_{21} e D'_{22} são os elementos da matriz $D'_{(2 \times 2)}$ para a barra i ;

G_{22}^{eq} (B_{22}^{eq}) é o elemento diagonal da matriz condutância (susceptância) de barra associada com a barra 2 no sistema equivalente;

P_2^{eq} (Q_2^{eq}) é a injeção de potência ativa (reativa) resultante na barra 2 do sistema equivalente.

O sistema de equações (4.5) tem as seguintes características:

- i) 4 equações: $D'_{11} = J_{11}^{eq}$, $D'_{12} = J_{12}^{eq}$, $D'_{21} = J_{21}^{eq}$ e $D'_{22} = J_{22}^{eq}$;
- ii) 5 incógnitas: P_2^{eq} , Q_2^{eq} , G_{22}^{eq} , B_{22}^{eq} e V_2^{eq} ;
- iii) indeterminado visto que o número de equações é menor do que o número de incógnitas;
- iv) não-linearidade causada pela presença de termos associados com o produto de variáveis, por exemplo: $(V_2^{eq})^2 B_{22}^{eq}$ na equação $D'_{11} = J_{11}^{eq}$.

Devido às características acima não é possível obter os parâmetros do sistema equivalente usando métodos diretos para a solução de sistemas equações lineares. Esta dificuldade pode ser contornada considerando que a tensão na barra 2 do sistema equivalente é igual a tensão na barra i do sistema multi-nó, ou seja:

$$V_2^{eq} \angle \theta_2^{eq} = V_i \angle \theta_i \quad (4.6)$$

Esta simplificação é desejável, pois as tensões nas barras de fronteira e na rede interna de um equivalente externo devem ser iguais aos seus respectivos valores na rede original [Monticelli, 1983]. Desta forma, é possível simplificar (4.5) através da substituição de V_2^{eq} por V_i , isto é:

$$\begin{bmatrix} -Q_2^{eq} - (V_i)^2 B_{22}^{eq} & (V_i)^{-1} P_2^{eq} + V_i G_{22}^{eq} \\ P_2^{eq} - (V_i)^2 G_{22}^{eq} & (V_i)^{-1} Q_2^{eq} - V_i B_{22}^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} & D'_{12} \\ D'_{21} & D'_{22} \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

O sistema de equações (4.7) têm 4 incógnitas (P_2^{eq} , Q_2^{eq} , G_{22}^{eq} e B_{22}^{eq}) e quatro equações ($D'_{11} = J_{11}^{eq}$, $D'_{12} = J_{12}^{eq}$, $D'_{21} = J_{21}^{eq}$ e $D'_{22} = J_{22}^{eq}$). Além disso, os termos não-lineares foram eliminados, pois V_i é obtida a partir da solução do fluxo de potência para o sistema multi-nó. Consequentemente, é possível estimar os parâmetros do sistema equivalente através dos sistemas lineares (4.8) e (4.9).

$$\begin{cases} -Q_2^{eq} - V_i^2 B_{22}^{eq} &= D'_{11} \\ V_i^{-1} Q_2^{eq} - V_i B_{22}^{eq} &= D'_{22} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & -V_i^2 \\ V_i^{-1} & -V_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2^{eq} \\ B_{22}^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{11} \\ D'_{22} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

$$\begin{cases} V_i^{-1} P_2^{eq} + V_i G_{22}^{eq} &= D'_{12} \\ P_2^{eq} - V_i^2 G_{22}^{eq} &= D'_{21} \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_i^{-1} & V_i \\ 1 & -V_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_2^{eq} \\ G_{22}^{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D'_{12} \\ D'_{21} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

As soluções de (4.8) e (4.9) são dadas por:

$$Q_2^{eq} = -\frac{1}{2}(D'_{11} - V_i D'_{22}) \quad (4.10)$$

$$B_{22}^{eq} = -\frac{1}{2} \left(\frac{D'_{11}}{V_i^2} + \frac{D'_{22}}{V_i} \right) \quad (4.11)$$

$$P_2^{eq} = \frac{1}{2}(V_i D'_{12} + D'_{21}) \quad (4.12)$$

$$G_{22}^{eq} = \frac{1}{2} \left(\frac{D'_{12}}{V_i} - \frac{D'_{21}}{V_i^2} \right) \quad (4.13)$$

O determinante da matriz J^{eq} pode ser usado para estimar uma MET para a barra i , pois $D' = J^{eq}$. Consequentemente, $\det[D']$ é dado por:

$$\begin{aligned} \det[D'] &= \det[J^{eq}] \\ &= (V_2^{eq})^3 \left((G_{22}^{eq})^2 + (B_{22}^{eq})^2 \right) - (V_2^{eq})^{-1} \left((P_{22}^{eq})^2 + (Q_{22}^{eq})^2 \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Multiplicando-se os dois membros de (4.14) por V_i e lembrando que $V_i = V_2^{eq}$ (condição imposta por (4.6)) resulta em [Prada, 2002]:

$$\begin{aligned} V_i \det[D'] &= V_2^{eq} \det[J^{eq}] \\ &= (S_2^{\max})^2 - (S_2^{eq})^2 \\ &= (S_2^{\max} + S_2^{eq})(S_2^{\max} - S_2^{eq}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

onde: $S_2^{eq} = \sqrt{(P_2^{eq})^2 + (Q_2^{eq})^2}$, $S_2^{\max} = (V_2^{eq})^2 |Y_{22}^{eq}|$, $Y_{22}^{eq} = G_{22}^{eq} + jB_{22}^{eq}$ e

$$|Y_{22}^{eq}| = \sqrt{(G_{22}^{eq})^2 + (B_{22}^{eq})^2}$$

A partir de (4.15) pode-se concluir que:

- **det[D'] > 0:** quando $(S_2^{\max} - S_2^{eq}) > 0$ (região estável da curva PV);
- **det[D'] < 0:** quando $(S_2^{\max} - S_2^{eq}) < 0$ (região instável da curva PV com problemas de perda de controlabilidade);
- **det[D'] = 0:** quando $(S_2^{\max} - S_2^{eq}) = 0$ (ponto de máximo carregamento).

Conseqüentemente, o termo $(S_2^{\max} - S_2^{eq})$ pode ser usado para definir uma MET para a barra i (M_i) como:

- **det[D'] > 0 (região estável):** $M_i = 100 \times \frac{S_2^{\max} - S_2^{eq}}{S_2^{\max}}$;
- **det[D'] ≤ 0 (região instável):** $M_i = 100 \times \frac{S_2^{\max} - S_2^{eq}}{S_2^{eq}}$.

Usando-se S_2^{eq} como base na região instável evita-se que a margem M_i tenda para $-\infty$ quando $S_2^{\max} \rightarrow 0$ nesta região de operação [Franca, 2003]. A margem M_i tem as seguintes interpretações [Prada, 2002]:

- na região estável da curva PV: é a quantidade de potência aparente que deve ser adicionada a barra 2 do sistema equivalente para obter S_2^{\max} ;
- na região instável da curva PV: é a quantidade de potência que deve ser retirada da barra 2 do sistema equivalente para obter S_2^{\max} .

É importante mencionar que não é necessário calcular a tensão na barra 1 do sistema equivalente para estimar a MET na barra i , pois (4.14) e (4.15) são independentes da tensão na barra 1. Entretanto, a existência de uma tensão factível para a barra slack garante a coerência do procedimento de estimação dos

parâmetros do sistema equivalente. A estimação da tensão na barra 1 do sistema equivalente deve assegurar a solubilidade das equações de fluxo de potência, isto é:

$$P_2^{eq} - (V_2^{eq})^2 G_{22}^{eq} = -V_2^{eq} V_1^{eq} g_{21}^{eq} \cos(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) - V_2^{eq} V_1^{eq} b_{21}^{eq} \sin(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) \quad (4.16)$$

$$Q_2^{eq} + (V_2^{eq})^2 B_{22}^{eq} = -V_2^{eq} V_1^{eq} g_{21}^{eq} \sin(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) + V_2^{eq} V_1^{eq} b_{21}^{eq} \cos(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) \quad (4.17)$$

onde, g_{21}^{eq} (b_{21}^{eq}) é a condutância (susceptância) do ramo série entre as barras 1 e 2 do sistema equivalente.

As equações (4.16) e (4.17) podem ser simplificadas usando-se (4.18) e (4.19).

$$J_{21}^{eq} = P_2^{eq} - (V_2^{eq})^2 G_{22}^{eq} \quad (4.18)$$

$$-J_{11}^{eq} = Q_2^{eq} + (V_2^{eq})^2 B_{22}^{eq} \quad (4.19)$$

Substituindo-se (4.18) e (4.19) em (4.16) e (4.17), respectivamente, resulta em:

$$J_{21}^{eq} = -V_2^{eq} V_1^{eq} g_{21}^{eq} \cos(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) - V_2^{eq} V_1^{eq} b_{21}^{eq} \sin(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) \quad (4.20)$$

$$-J_{11}^{eq} = -V_2^{eq} V_1^{eq} g_{21}^{eq} \sin(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) + V_2^{eq} V_1^{eq} b_{21}^{eq} \cos(\theta_2^{eq} - \theta_1^{eq}) \quad (4.21)$$

Adicionalmente, as hipóteses de derivação do sistema equivalente estabelecem que: $V_2^{eq} \angle \theta_2^{eq} = V_i \angle \theta_i$ e $J^{eq} = D'$. Desta forma, é possível reescrever (4.20) e (4.21) de acordo com:

$$F_1(z) = 0 \quad (4.22)$$

$$F_2(z) = 0 \quad (4.23)$$

onde:

$$F_1(z) = D'_{21} + V_i V_1^{eq} g_{21}^{eq} \cos(\theta_i - \theta_1^{eq}) + V_i V_1^{eq} b_{21}^{eq} \sin(\theta_i - \theta_1^{eq});$$

$$F_2(z) = -D'_{11} + V_i V_1^{eq} g_{21}^{eq} \sin(\theta_i - \theta_1^{eq}) - V_i V_1^{eq} b_{21}^{eq} \cos(\theta_i - \theta_1^{eq});$$

$$z = [\theta_1^{eq} \quad V_1^{eq} \quad g_{21}^{eq} \quad b_{21}^{eq}].$$

O sistema de equações associado com (4.22) e (4.23) é não-linear e indeterminado. Em outras palavras, o número de equações (dois) é menor do que o número de incógnitas (quatro). Apesar disso, é possível resolver um sistema não-linear indeterminado usando o algoritmo de Newton-Raphson [Chen, 1994]. Esta técnica foi usada em [Travassos, 1992] para corrigir o perfil de tensão de uma rede elétrica. Entretanto, a expansão em série de Taylor de (4.22) e (4.23) resulta no seguinte sistema linear indeterminado:

$$\nabla_z F(z^k) \Delta z^k = -F(z^k) \quad (4.24)$$

onde:

$\nabla_z F(z^k) = [\nabla_z F_1(z^k) \quad \nabla_z F_2(z^k)]^T$ é a matriz Jacobiana (com dimensão 2×4) para o sistema associado com (4.22) e (4.23);

$F(z^k) = [F_1(z^k) \quad F_2(z^k)]^T$ é o vetor de resíduos com (com dimensão 2×1) para (4.22) e (4.23);

$z^k (\Delta z^k)$ é a estimativa (correção) no vetor z para a iteração k do Método de Newton-Raphson.

A solução do sistema linear (4.24) está associada com o seguinte problema de otimização:

$$\text{Minimizar } (\Delta z^k)^T \Delta z^k \quad (4.25)$$

$$\text{sujeito a: } \nabla_z F(z^k) \Delta z^k = -F(z^k) \quad (4.26)$$

Um problema de otimização com uma formulação análoga a (4.25) e (4.26) é denominado problema de mínima norma [Monticelli, 1999]. A solução deste problema é dada por:

$$\Delta z^k = -A^+ F(z^k) \quad (4.27)$$

onde $A^+ = \nabla_z F(z^k)^T [\nabla_z F(z^k) \nabla_z F(z^k)^T]^{-1}$ é a matriz pseudo-inversa de $\nabla_z F(z^k)$ [Monticelli, 1999].

Desta forma, em cada iteração do algoritmo de Newton-Raphson, as correções dos parâmetros do sistema equivalente são estimadas por (4.27). É importante mencionar que o cálculo de Δz^k tem baixo custo computacional, pois as matrizes usadas para calcular Δz^k têm pequenas dimensões. Devido a isto, é possível obter uma expressão analítica para o vetor Δz^k .

Assim como no fluxo de potência baseado no método de Newton-Raphson, o algoritmo de estimação de parâmetros do sistema equivalente terá problemas de convergência quando a estimativa inicial da solução estiver distante da solução real (ponto de partida de baixa qualidade). Nesta tese, o vetor z^0 é definido usando-se o sistema de equações:

$$g_{21}^{eq} = \frac{1}{V_i V_1^{eq}} [-\sin \theta_{i1} D'_{11} + \cos \theta_{i1} D'_{21}] \quad (4.28)$$

$$b_{21}^{eq} = \frac{1}{V_i V_1^{eq}} [\cos \theta_{i1} D'_{11} + \sin \theta_{i1} D'_{21}] \quad (4.29)$$

$$\text{onde } \theta_{i1} = \theta_i - \theta_1^{eq}$$

As equações (4.28) e (4.29) foram obtidas a partir das igualdades: $V_2^{eq} \angle \theta_2^{eq} = V_i \angle \theta_i$ e $[J^{eq}] = [D']$ (com os elementos da matriz J^{eq} expressos por funções trigonométricas). As equações (4.28) e (4.29) podem ser linearizadas

usando as seguintes aproximações: $V_1^{eq} \approx 1.0$, $V_i \approx 1.0$, $\sin \theta_{i1} \approx \theta_{i1}$ e $\cos \theta_{i1} \approx 1.0$.

A introdução destas aproximações em (4.28) e (4.29) resulta em:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -D'_{11} \\ 0 & 1 & -D'_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{21}^{eq} \\ b_{21}^{eq} \\ \theta_{i1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D'_{21} \\ -D'_{11} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Consequentemente, os valores iniciais de g_{21}^{eq} , b_{21}^{eq} e θ_{i1}^{eq} ($\theta_{i1}^{eq} = \theta_{i1} - \theta_i$) também podem ser estimados usando a solução de um problema de mínima norma linear.

No Capítulo 6 serão realizados alguns testes de validação para o algoritmo de estimação de parâmetros do sistema equivalente de duas barras.

4.2.2

Ângulo β

Na última subseção foi demonstrado que é possível associar a matriz D' , para a barra i em um sistema multi-nó, com a matriz Jacobiana de um sistema equivalente de duas barras. Consequentemente, as linhas da matriz D' podem ser interpretadas como gradientes de P_2^{eq} e Q_2^{eq} , ou seja:

$$\vec{\nabla} P_2^{eq} = \frac{\partial P_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} \vec{i} + \frac{\partial P_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} \vec{j} + 0\vec{k} = D'_{11} \vec{i} + D'_{12} \vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\vec{\nabla} Q_2^{eq} = \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} \vec{i} + \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} \vec{j} + 0\vec{k} = D'_{21} \vec{i} + D'_{22} \vec{j} + 0\vec{k}$$

onde:

$\vec{\nabla} P_2^{eq}$ é o gradiente de P_2^{eq} ;

$\vec{\nabla} Q_2^{eq}$ é o gradiente de Q_2^{eq} ;

\vec{k} é um vetor unitário na direção perpendicular ao plano formado por θ_2^{eq} e V_2^{eq} .

Desta forma, tem-se que o produto vetorial entre $\vec{\nabla}P_2^{eq}$ e $\vec{\nabla}Q_2^{eq}$ é dado por:

$$\begin{aligned}\vec{\nabla}P_2^{eq} \times \vec{\nabla}Q_2^{eq} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial P_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} & \frac{\partial P_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} & 0 \\ \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} & \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} & 0 \end{vmatrix} \\ &= \left(\frac{\partial P_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} - \frac{\partial P_2^{eq}}{\partial V_2^{eq}} \frac{\partial Q_2^{eq}}{\partial \theta_2^{eq}} \right) \vec{k} \\ &= \det[J^{eq}] \vec{k}\end{aligned}$$

Consequentemente, tem-se que:

$$\begin{aligned}\det[D'] &= \det[J^{eq}] \\ &= \|\vec{\nabla}P_2^{eq}\|_2 \|\vec{\nabla}Q_2^{eq}\|_2 \sin \beta\end{aligned}$$

onde:

$\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana de um vetor;

β é o ângulo entre $\vec{\nabla}P_2^{eq}$ e $\vec{\nabla}Q_2^{eq}$, tomando-se como referência $\vec{\nabla}P_2^{eq}$.

Visto que o sinal de $\det[D']$ é função somente de β , tem-se:

- **$\det[D'] > 0$:** se $\sin(\beta) > 0$, ou seja, $\beta \in (0, 180^\circ)$;
- **$\det[D'] < 0$:** se $\sin(\beta) < 0$, ou seja, $\beta \in (-180^\circ, 0)$;
- **$\det[D'] = 0$:** se $\sin(\beta) = 0$, ou seja, $\beta = \pm 180^\circ$.

A variação do ângulo β para diferentes pontos de operação do sistema de duas barras da Subseção 2.2.3 é mostrada na Figura 4.1. Nesta figura, são mostradas as curvas de nível de P_2 e Q_2 e $\tan(\varphi_2) = P_2/Q_2$ no plano bidimensional definido por θ_2 e V_2 . Além disso, $\vec{\nabla}P_2^{eq}$ e $\vec{\nabla}Q_2^{eq}$ são visualizados usando-se $\vec{\nabla}P_2$ e

$\bar{V}Q_2$, pois em um sistema de duas barras as matrizes J^{eq} e D' são iguais a matriz Jacobiana. A partir da Figura 4.1, pode-se concluir que o sinal de $\det[D']$ e o ângulo β indicam a região de operação do sistema de duas barras, isto é:

- i) região de operação estável (solução com tensão alta): $\det[D'] > 0$ e $\beta \in (0, 180^\circ)$;
- ii) região de operação instável (solução com tensão baixa): $\det[D'] < 0$ e $\beta \in (-180^\circ, 0)$;

Desta forma, o sinal de $\det[D']$ e o ângulo β podem ser utilizados para identificar se o sistema tem problemas de instabilidade de tensão causados pela perda de controlabilidade. Além disso, pode-se notar que no ponto de máximo carregamento da rede elétrica (as curvas de P_2 e Q_2 se interceptam em único ponto) $\det[D'] = 0$ e $\beta = \pm 180$.

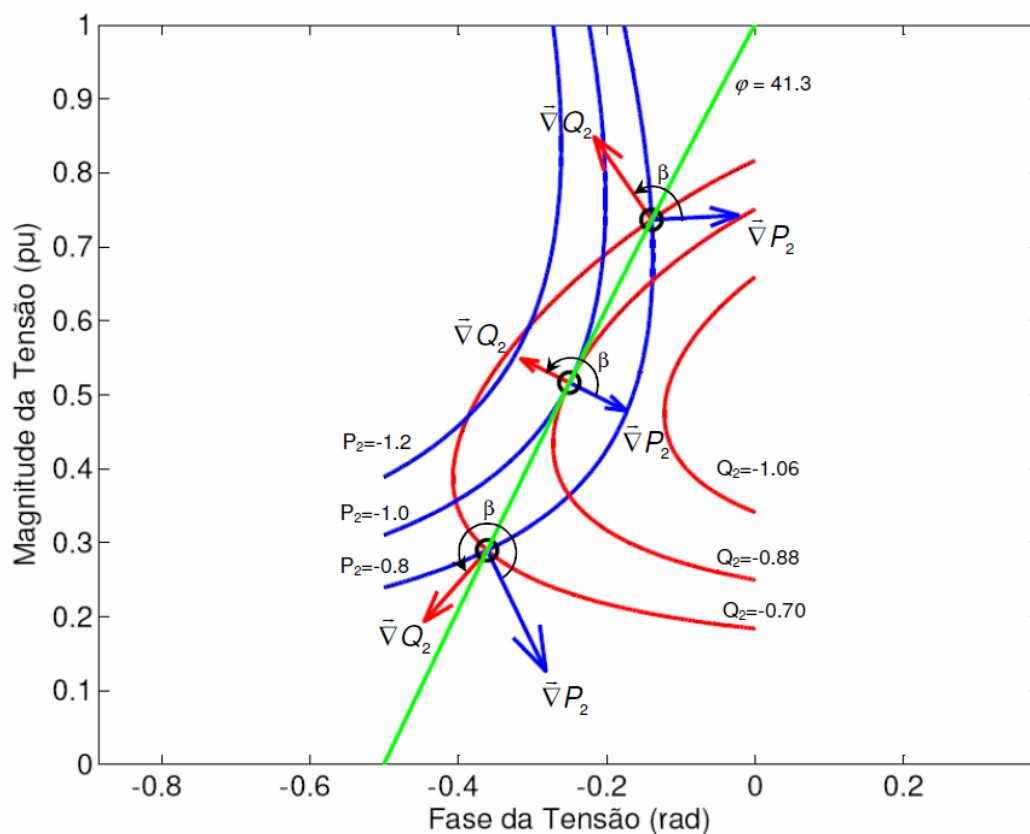


Figura 4.1 – Variação do ângulo β para diferentes pontos de operação

4.2.3

Índice de Influência

É também possível definir um índice que associe as margens de estabilidade de dois pontos de operação. Este índice pode ser útil para avaliar a severidade de uma contingência quando o *caso-base* é tomado como referência. Além disso, este índice também pode ser usado para avaliar a eficácia de ações de controle quando o ponto de operação sem a atuação dos controles é usado como referência. Nas referências [Prada, 2002] e [Moura, 2005] é definido um índice de influência para avaliar os aspectos acima. Nestas referências, o índice de influência é dado por:

$$II_i^k = \text{sin}(\beta_i^0) \times 100\% \times \left(\frac{M_i^k}{M_i^0} - 1 \right)$$

onde:

$\text{sin}(\beta_i^0)$ é o sinal do ângulo β na barra i , para o ponto de operação de referência (*caso-base*);

II_i^k é o índice de influência da barra i para o estado k obtido após a ocorrência de um evento de interesse, por exemplo: atuação de um controle, crescimento de carga ou uma contingência;

M_i^k é a MET na barra i para o estado k ;

M_i^0 é a MET na barra i para o *caso-base*.

Uma avaliação qualitativa do índice de influência para os dois pontos de operação de referência é mostrada na Figura 4.2. A partir desta figura, pode-se concluir que:

- i) O movimento do ponto de operação no sentido AB corresponde a uma deterioração na margem de estabilidade do sistema e, conseqüentemente, do índice de influência.

- ii) O movimento do ponto de operação no sentido BA corresponde a uma melhoria na margem de carregamento do sistema e, conseqüentemente, do índice de influência.
- iii) Para o ponto de referência A, uma ação de controle eficaz produz um deslocamento do ponto de operação atual em direção a A' , ou seja, a margem M^k é maior do que a margem original M^0 . Conseqüentemente, o índice de influência é positivo. Por outro lado, se a ação de controle degrada a margem de estabilidade do sistema, o ponto de operação se desloca na direção do ponto A'' , ou seja, a margem M^k é menor do que a margem original M^0 . Conseqüentemente, o índice de influência é negativo.
- iv) Para o ponto de referência B, uma ação de controle eficaz produz um deslocamento do ponto de operação atual em direção a B'' , ou seja, a margem M^k é maior (menos negativa) do que a margem original M^0 . Conseqüentemente, o índice de influência é positivo. Por outro lado, se a ação de controle degrada a margem de estabilidade do sistema, o ponto de operação se desloca na direção do ponto B' , ou seja, a margem M^k é menor (mais negativo) do que a margem original M^0 . Conseqüentemente, o índice de influência é negativo.
- v) Se o sistema se desloca do ponto A para o ponto C, o índice de influência é igual a -1, pois no ponto C a margem de estabilidade é nula (ponto de máximo carregamento da rede elétrica). Por outro lado, se o sistema se desloca do ponto B para o ponto C, o índice de influência é igual a +1.

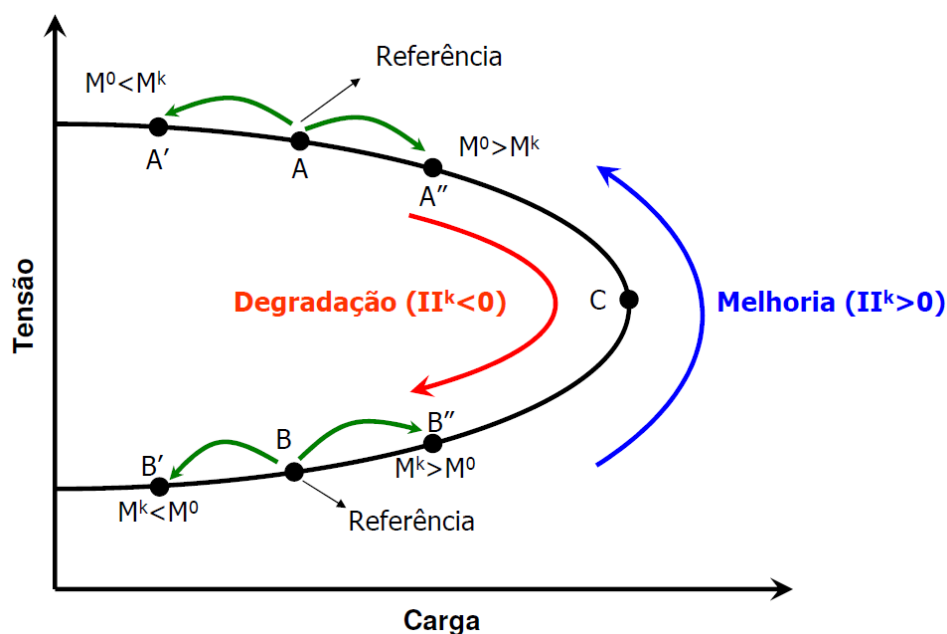


Figura 4.2 – Variação do índice de influência

4.3

Algoritmo Teórico para a Análise de Estabilidade de Tensão via MMD

A partir da Seção 4.1, pode-se derivar o seguinte algoritmo para a análise de estabilidade de tensão em um sistema multi-nó:

- i) Executar o cálculo de fluxo de potência para o ponto de operação especificado.
- ii) Repetir os passos (iii)-(v) para todas as barras PQ e PV
- iii) Resolver o sistema $A \cdot X = B$ para obter $A^{-1}B$ de (4.4)
- iv) Calcular $D' = D - C \cdot X$
- v) Armazenar os índices para a barra em estudo

O custo computacional do algoritmo acima é equivalente ao de um algoritmo de fluxo potência, baseado no Método de Newton-Raphson, onde o número de iterações para obter uma solução é igual ao número de barras do sistema.

Consequentemente, o custo computacional deste algoritmo é muito elevado. A principal componente deste custo é a solução do sistema $A \cdot X = B$ para cada barra do sistema. Uma alternativa para contornar esta dificuldade é utilizar o Lema da Matriz Inversa [Monticelli, 1983] para evitar a solução explícita do sistema $A \cdot X = B$ para cada barra do sistema. Esta estratégia foi proposta em [Prada, 1992]. Na próxima seção será mostrado como o Lema da Matriz Inversa é usado no cálculo do $\det[D']$ para todas as barras do sistema.

4.4

Algoritmo Prático para a Análise de Estabilidade de Tensão via MMD

A maior componente do custo computacional do algoritmo teórico é a solução do sistema $A \cdot X = B$ para cada barra do sistema. A matriz A é obtida excluindo-se duas linhas e duas colunas da matriz Jacobiana. Estas operações podem ser simuladas adicionando-se um elemento de grande magnitude nos elementos diagonais das filas que serão eliminadas, ou seja, adicionando-se uma perturbação a matriz Jacobiana. Quando a matriz dos coeficientes de um sistema linear é modificada pode-se obter a solução do mesmo, sem a necessidade de refatorar a matriz dos coeficientes, através do Lema da Matriz Inversa. O Lema da Matriz Inversa estabelece que após uma perturbação $\Delta J = M^T \Delta j M$ na matriz dos coeficientes J (matriz Jacobiana para o ponto de operação atual) a solução X do sistema $(J + \Delta J) X = \tilde{B}$ é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = \left\{ J^{-1} - J^{-1} M [\Delta J^{-1} + M^T J^{-1} M]^{-1} M^T J^{-1} \right\} \tilde{B}$$

onde \tilde{B} é uma matriz de dimensão $(2N \times 2)$ composta pelas colunas de J , referentes a barra i , mas com os elementos $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}$, $\frac{\partial P_i}{\partial V_i}$, $\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i}$ e $\frac{\partial Q_i}{\partial V_i}$ iguais a zero.

No MMD a matriz ΔJ é dependente do tipo de barra que está sendo analisada. Desta forma, tem-se que:

i) Para barras do tipo PQ

$$M_{(2 \times 2N)}^T = \begin{array}{c|cccccccccc} & 1 & \dots & i & \dots & N & N+1 & \dots & N+i & \dots & 2N \\ \hline 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 & \dots & 0 \end{array}$$

$$\Delta j_{(2 \times 2)} = \begin{array}{|c|c|} \hline VNG & 0 \\ \hline 0 & VNG \\ \hline \end{array}$$

onde VNG é um valor numérico muito grande, por exemplo 10^{15} e N é o número de barras do sistema.

ii) Para barras do tipo PV

$$M_{(2 \times 2N)}^T = \begin{array}{c|cccccccccc} & 1 & \dots & i & \dots & N & N+1 & \dots & N+i & \dots & 2N \\ \hline 0 & \dots & 1 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{array}$$

$$\Delta j_{(1 \times 1)} = VNG$$

A perturbação específica para barras PV é necessária pois as filas associadas com Q_i e V_i já foram eliminadas da matriz Jacobiana. Desta forma, só será possível aplicar uma perturbação similar a barras PQ se as colunas associadas com Q_i e V_i fossem reinseridas na matriz Jacobiana original. Neste ponto, deve ser mencionado que se está considerando também variações incrementais em barras PV para que se possa calcular índices de estabilidade de tensão para barras de geração.

O cálculo de X usando o Lema da Matriz Inversa pode ser simplificado considerando-se que Δj^{-1} tende a zero quando VNG tende a infinito. Desta forma, tem-se que:

$$X_{(2N \times 2)} = J^{-1} \tilde{B} - J^{-1} M [M^T J^{-1} M]^{-1} M^T J^{-1} \tilde{B}$$

Consequentemente, tem-se o seguinte algoritmo para a análise de estabilidade de tensão via o MMD:

- i) Realizar o cálculo de fluxo de potência para o ponto de operação atual.
- ii) Repetir os passos (iii)-(xii) para todas as barras do tipo PV e PQ.
- iii) Definir a matriz M de acordo com o tipo de barra:
 - a) $M_{(2N \times 1)}$ para barras do tipo PV.
 - b) $M_{(2N \times 2)}$ para barras do tipo PQ.

- iv) Calcular $Z1 = J^{-1} \tilde{B}$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - J^{-1} M [M^T J^{-1} M]^{-1} M^T Z1$$

- v) Calcular $Z2 = J^{-1} M$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 [M^T Z2]^{-1} M^T Z1$$

- vi) Calcular $Z3 = M^T Z2$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 [Z3]^{-1} M^T Z1$$

- vii) Calcular $Z4 = Z3^{-1}$. Este procedimento, resulta em:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z4 \cdot M^T Z1$$

- viii) Calcular $Z5 = M^T Z1$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z4 \cdot Z5$$

- ix) Calcular $Z6 = Z4 \cdot Z5$. Desta forma, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z6$$

- x) Calcular X através de:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z6$$

- xi) Calcular D' usando a seguinte equação:

$$D'_{(2 \times 2)} = D_{(2 \times 2)} - \tilde{C}_{(2 \times 2N)} \cdot X_{(2N \times 2)}$$

- xii) Armazenar os índices de estabilidade para a barra em estudo.

onde \tilde{C} é uma matriz de dimensão $(2 \times 2N)$ composta pelas linhas de J , referentes a barra i , mas com os elementos $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}$, $\frac{\partial P_i}{\partial V_i}$, $\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i}$ e $\frac{\partial Q_i}{\partial V_i}$ iguais a zero.

Não é necessário realizar nenhuma nova fatoração para resolver os sistemas $J \cdot Z1 = \tilde{B}$ e $J \cdot Z2 = M$, pois os fatores triangulares da matriz Jacobiana são disponíveis após a execução do algoritmo de fluxo de potência. Desta forma, o custo computacional do algoritmo descrito acima, para calcular D' para uma barra PQ, é equivalente ao custo de 4 soluções para os fatores triangulares disponíveis da matriz Jacobiana, ou seja:

$$Z1_{*1} = U^{-1}L^{-1}\tilde{B}_{*1}$$

$$Z1_{*2} = U^{-1}L^{-1}\tilde{B}_{*2}$$

$$Z2_{*1} = U^{-1}L^{-1}M_{*1}$$

$$Z2_{*2} = U^{-1}L^{-1}M_{*2}$$

onde $J = L U$ e a notação $Z1_{*1}$ denota a coluna i da matriz $Z1$.

Pode-se reduzir o custo computacional do cálculo de $\det[D']$ para barras PQ considerando-se que a inversa da matriz Jacobiana é dada por:

$$J^{-1} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} X & Y \\ W & \Lambda \end{bmatrix}$$

onde X , Y , Z e Λ são as partições da matriz J^{-1} associadas com as partições A , B , C e D da matriz J , respectivamente.

Desta forma, tem-se que:

$$\begin{aligned}
Z &= M^T J^{-1} M \\
&= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y_{*1} & Y_{*2} \\ W_{1*} & \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ W_{2*} & \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

onde a notação W_{i*} denota a linha i da matriz W

Consequentemente, pode-se concluir que o bloco inferior esquerdo da matriz J é igual a matriz Z , ou seja: $\Lambda = Z = M^T J^{-1} M$.

Os resultados obtidos acima podem ser utilizados para escrever o produto JJ^{-1} da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \\ W & Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ O & I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} AX + BW & AY + BZ \\ CX + DW & CY + DZ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & O \\ O & I \end{bmatrix}$$

$$CY + DZ = I \tag{4.31}$$

$$AY + BZ = O \tag{4.32}$$

Multiplicando-se ambos os membros de (4.31) por Z^{-1} tem-se:

$$CYZ^{-1} + D = Z^{-1}$$

$$Z^{-1} = D + CYZ^{-1} \tag{4.33}$$

Multiplicando-se ambos os membros de (4.32) por Z^{-1} tem-se:

$$AYZ^{-1} + B = 0$$

$$AYZ^{-1} = -B$$

$$YZ^{-1} = -A^{-1}B \quad (4.34)$$

Substituindo-se (4.34) em (4.33) tem-se:

$$Z^{-1} = D + C(-A^{-1}B)$$

$$Z^{-1} = D - C(A^{-1}B)$$

A partir da última equação pode-se concluir que $Z^{-1} = D'$. Em outras palavras, é necessário realizar apenas as operações descritas nos passos (v)-(vii), do algoritmo anterior, para calcular D' quando a barra é do tipo PQ [Prada, 1999].

Finalmente, tem-se o algoritmo para análise de estabilidade de tensão via o MMD [Prada, 1999]:

- i) Realizar o cálculo de fluxo de potência para o ponto de operação atual.
- ii) Repetir os passos (iii)-(v) para todas as barras do tipo PQ e PV
- iii) Se a barra é do tipo PQ, então:

1. Calcular $Y1_{(2N \times 2)} = J^{-1}M$
2. Calcular $Y2_{(2 \times 2)} = M^T Z2 Y1$
3. Calcular $D'_{(2 \times 2)} = [Y2]^{-1}$

- iv) Se a barra é do tipo PV, então:

1. Calcular $Z1 = J^{-1}\tilde{B}$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - J^{-1}M[M^T J^{-1}M]^{-1}M^T Z1$$

2. Calcular $Z2 = J^{-1} M$. Desta forma, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 [M^T Z2]^{-1} M^T Z1$$

3. Calcular $Z3 = M^T Z2$. Consequentemente, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 [Z3]^{-1} M^T Z1$$

4. Calcular $Z4 = [Z3]^{-1}$. Este procedimento resulta em:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z4 \cdot M^T Z1$$

5. Calcular $Z5 = M^T Z1$ para obter

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z4 \cdot Z5$$

6. Calcular $Z6 = Z4 \cdot Z5$. Desta forma, a matriz X é dada por:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z6$$

7. Calcular a matriz através de:

$$X_{(2N \times 2)} = Z1 - Z2 \cdot Z6$$

8. Calcular D' através de:

$$D'_{(2 \times 2)} = D_{(2 \times 2)} - \tilde{C}_{(2 \times 2N)} \cdot X_{(2N \times 2)}$$

- v) Armazenar os índices de estabilidade para a barra em estudo.

A solução dos sistemas lineares associados com o cálculo da matriz D' e com o fluxo de potência foi realizada usando-se as subrotinas MA28 da biblioteca HSL [HSL, 2002]. Estas subrotinas são projetadas para resolver sistemas lineares com matrizes esparsas assimétricas, tais como a matriz J . Além disso, estas subrotinas têm as seguintes características:

- i) a escolha dos pivôs é baseada em dois critérios: esparsidade e estabilidade numérica;
- ii) a fatoração pode ser realizada quando a matriz dos coeficientes é numericamente ou estruturalmente singular.

As características acima são muito importantes na análise da estabilidade de tensão, pois a matriz Jacobiana pode ser mal-condicionada ou singular no ponto de máximo carregamento da rede elétrica.

4.5

Vantagens da Análise de Estabilidade de Tensão via MMD

Finalmente, deve-se se mencionar que a análise da estabilidade de tensão através do MMD possui as seguintes vantagens:

- i) A avaliação pode encontrar dois tipos de resultados distintos:
 - a) em barras de carga: a distância entre a injeção de potência atual e a máxima injeção de potência,
 - b) em barras de tensão controlada: a identificação de problemas de perda de controlabilidade (o efeito de ações de controle pode ter consequência oposta ao esperado).
- ii) O ângulo β e a margem de estabilidade têm significado físico. Indicam uma estimativa da margem em MVA para a máxima transmissão e a região de operação na curva PV.
- iii) O tamanho da margem de estabilidade é corretamente interpretado. É fácil saber se a margem é pequena ou grande comparando-a com a injeção de potência atual em uma barra ou com a injeção de potência máxima.
- iv) Não há problemas de escala, isto é, a importância relativa entre as barras é bem estabelecida. No caso de várias barras críticas, é possível ordená-las.
- v) Os índices (margem de estabilidade, ângulo β e injeção de potência máxima) são calculados para todas as barras, incluindo as barras com geradores e compensadores. É o único método com essa característica.
- vi) A localização de áreas críticas da rede é imediata porque a análise é nodal.

- vii) O efeito de ações de reforço, ou qualquer evento, é facilmente avaliado. Isto é, é direta a comparação de dois pontos de operação distintos através do índice de influência.
- viii) O esforço computacional da análise é pequeno, pois a obtenção da matriz D' exige apenas as soluções regressivas/progressivas (“backward/forward solutions”) com os fatores LU da matriz Jacobiana da análise de fluxo de potência. Consequentemente, o MMD é adequado para aplicações na operação em tempo real, incluindo análise de contingências, e estudos probabilísticos.
- ix) Os índices gerados pelo MMD são adequados para estudos operacionais principalmente a operação em tempo real. O MMD foi aferido através de estudos dos pontos de operação associados com o afundamento de tensão ocorrido em abril de 1997 no sistema brasileiro Sul/Sudeste [José da Silva, 2006], [Prada, 2002], entre outros inúmeros testes.

4.6

Comentários Finais

Neste capítulo foi apresentada uma nova definição da MET nodal. Esta MET é calculada através da associação de um sistema equivalente de duas barras com a matriz D' . Este sistema equivalente é derivado de acordo com as seguintes hipóteses:

- i) A matriz D' deve ser igual a matriz Jacobiana do sistema equivalente, pois estas matrizes têm as mesmas dimensões e expressam as mesmas relações de sensibilidade;
- ii) A tensão na barra 2 do sistema equivalente deve ser igual a tensão na barra i do sistema multi-nó.

A nova definição da MET preserva as seguintes vantagens da MET original definida em [Prada, 2002]:

- i) baixo custo computacional, pois o cálculo da MET se baseia apenas em operações algébricas com elementos da matriz D' ;
- ii) capacidade de fornecer uma estimativa da distância entre o ponto de máximo carregamento (bico da curva PV) e pontos localizados nas regiões inferior (instável) e superior (estável) da curva PV;
- iii) A MET pode ser calculada para barras PV.

Estas características satisfazem as principais exigências do método proposto nesta tese para a APET: inclusão dos estados de instabilidade de tensão associados com a perda de controlabilidade no RIT, estimação de índices probabilísticos para barras PV e compromisso aceitável entre precisão e custo computacional.