

5

Método Proposto para Alocar as Cargas e Perdas Complexas

5.1

Introdução

A transparência na operação do sistema de transmissão é um componente essencial para convencer os participantes do mercado da sua correta operação. Isto significa que geradores e consumidores devem ter respostas às perguntas básicas, tais como: “qual é a participação de uma determinada fonte geradora numa carga qualquer?”, “quais geradores estão alimentando uma determinada carga?”, “que agentes do sistema são os responsáveis pelas perdas elétricas do sistema de transmissão?” Na literatura especializada, poucos trabalhos lidam com estes problemas conjuntamente e geralmente têm tratamentos separados com métodos e abordagens diferentes.

Nesta tese, são propostos dois métodos, que tem como objetivo propor uma abordagem semelhante para estes problemas: um para alocar perdas de potência ativa e reativa (perdas complexas) e outro para determinar as contribuições de potência dos geradores às cargas. Para resolver o problema de alocação de perdas, determina-se a relação entre as fontes de alimentação e as perdas complexas na linha. Já para a determinação das contribuições de potência dos geradores às cargas, a chave está em determinar a relação entre o consumo da carga e as fontes de alimentação.

Com a finalidade de evidenciar a influência existente da geração de potência ativa nas perdas de potência reativa e demanda de potência reativa, assim como a influência da geração de potência reativa nas perdas de potência ativa e demanda de potência ativa, apresenta-se o conceito de correntes reais e imaginárias (também chamadas de componentes reais e imaginárias) que fluem dos geradores até as cargas através das linhas de transmissão, que são modeladas como impedância constante, assim como as cargas.

É natural uma abordagem similar para resolver o problema de alocação de perdas e a determinação da contribuição de potência dos geradores às cargas; obviamente, as perdas correspondem à energia dissipada e a demanda à energia aproveitada. O método baseia-se na teoria de circuitos elétricos em combinação com a teoria de Aumann-Shapley, permitindo identificar as contribuições da componente real de uma fonte nas perdas complexas, assim como a contribuição da componente imaginária nas perdas complexas. De maneira similar, as contribuições das componentes de corrente às demandas são obtidas.

Considera-se como ponto de partida a solução de um fluxo de potência, onde as cargas (modeladas como potência constante) são remodeladas como impedância constante e os geradores como fontes de corrente. Assume-se que o sistema de potência tem um total de N barras ($NG+NC$), NG geradores e NC cargas, como representado na Figura 5.1. Através do princípio da superposição, pode-se determinar a parcela das fontes de corrente que chegam a uma carga qualquer (função linear das fontes). O consumo de potência numa determinada carga é uma função não-linear das fontes de corrente, conforme descrito na Seção 4.3. Para determinar as responsabilidades de cada fonte de corrente no consumo de potência de cada carga, utiliza-se o método de Aumann-Shapley.

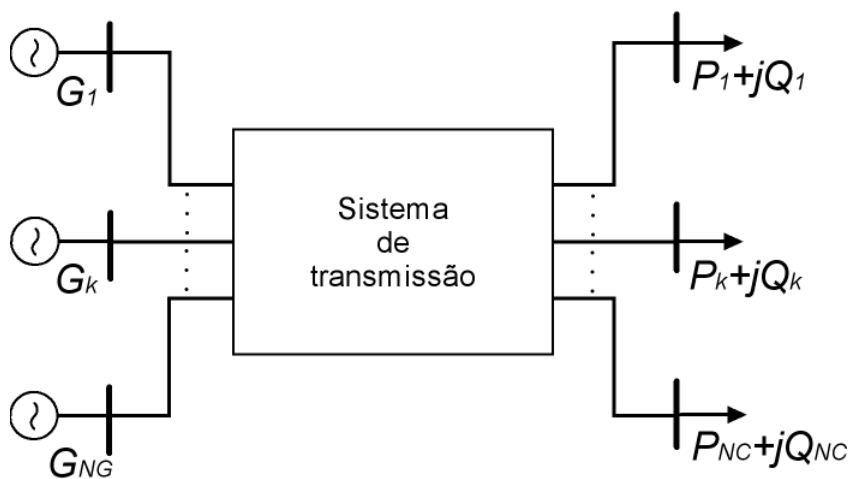


Figura 5.1 - Representação do Sistema de Potência

A matriz de impedância Z^{Barra} do sistema apresentado na Figura 5.1 é substituída pela matriz de impedância \hat{Z}^{Barra} , devido à remodelagem do sistema original, onde as cargas são remodeladas como impedâncias equivalentes e

adicionadas à matriz impedância Z^{Barra} . A remodelagem dos geradores como fontes de corrente não afeta a matriz de impedância (ver Figura 5.2). A partir das fontes de corrente equivalentes dos geradores, é possível determinar uma função não-linear do consumo de potência para cada carga.

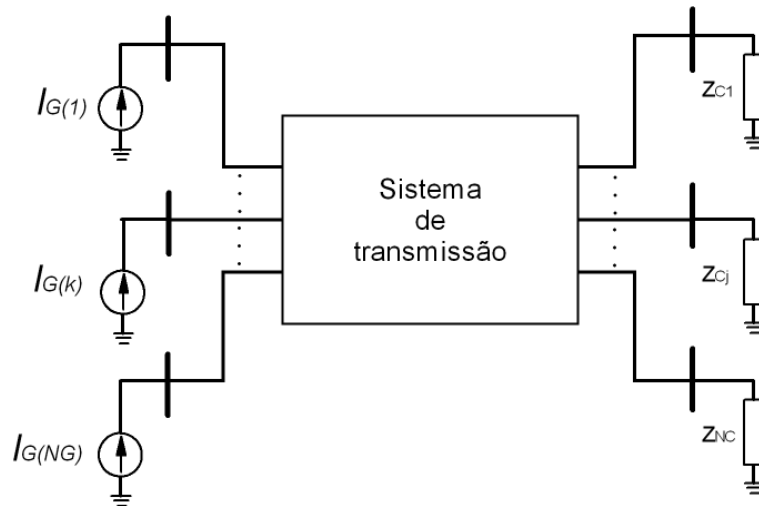


Figura 5.2 - Sistema de Potência Remodelado (Geradores como Fontes de Corrente)

5.1.1

Cálculo da Corrente na Carga

Após remodelar as cargas em seus equivalentes de impedância constante, os geradores em seus equivalentes de fontes de corrente e modificar os elementos da matriz impedância por uma nova matriz de impedância \hat{Z}^{Barra} , determina-se a parcela de cada fonte de corrente em cada carga, aplicando-se o princípio da superposição apresentado no Capítulo 4. A corrente que chega à barra de carga j é:

$$I_{ZCj} = \frac{V_j}{Z_{Cj}} = \frac{\hat{Z}_{j1}I_1}{Z_{Cj}} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}I_k}{Z_{Cj}} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}I_G}{Z_{Cj}} \quad (5.1)$$

onde:

Z_{Cj} : impedância da barra de carga j ;

V_j : tensão na barra de carga j ;

\hat{Z}_{jk} : elemento (j,k) da matriz impedância modificada do sistema;

I_k : fonte de corrente equivalente do gerador k .

5.1.2

Cálculo da Potência Consumida por uma Carga

Conhecida a corrente na barra de carga j , calcula-se a potência consumida na mesma, que é uma função não-linear das fontes de corrente, por meio da seguinte fórmula:

$$S_{ZCj} = (I_{ZCj}) \overline{(I_{ZCj})} ZCj \quad (5.2)$$

$$S_{ZCj} = \left(\frac{\hat{Z}_{j1} I_1}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk} I_k}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG} I_G}{ZCj} \right) \overline{\left(\frac{\hat{Z}_{j1} I_1}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk} I_k}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG} I_G}{ZCj} \right)} ZCj \quad (5.3)$$

5.2

Alocação de Potência dos Geradores para as Cargas

Obtida a potência consumida de uma carga como uma função não-linear das fontes de corrente e explicitando a componente real e imaginária dos geradores para serem tratados como fontes de corrente independentes, é possível separar a participação de cada uma destas componentes na potência consumida na barra de carga j .

Seja:

$$I_k = I_{kr} + j I_{ki}$$

onde:

I_k : corrente equivalente do gerador k ;

I_{kr} : componente real da corrente equivalente do gerador k ;

I_{ki} : componente imaginária da corrente equivalente do gerador k .

Considerando as componentes reais e imaginárias das fontes de corrente, (5.3) pode ser reescrita:

$$S_{ZCj} = \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(I_{1r} + jI_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(I_{kr} + jI_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(I_{Gr} + jI_{Gi})}{ZCj} \right) \cdot \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(I_{1r} + jI_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(I_{kr} + jI_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(I_{Gr} + jI_{Gi})}{ZCj} \right) ZCj \quad (5.4)$$

Para determinar a responsabilidade de cada componente na potência consumida na barra de carga j , é necessário obter a participação unitária de Aumann-Shapley.

A participação unitária da componente real (PUR) da corrente equivalente do gerador k na potência consumida pela barra de carga j é dada por:

$$PUR_{Gkr \rightarrow S_{ZCj}} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \quad (5.5)$$

$$PUR_{Gkr \rightarrow S_{ZCj}} = \int_{t=0}^1 \left[\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(tl_{1r} + jtl_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(tl_{kr} + jtl_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(tl_{Gr} + jtl_{Gi})}{ZCj} \right) + \left(\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \right) \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(tl_{1r} + jtl_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(tl_{kr} + jtl_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(tl_{Gr} + jtl_{Gi})}{ZCj} \right) \right] \cdot ZCj dt \quad (5.6)$$

Resolvendo a integral, tem-se:

$$PUR_{Gkr \rightarrow S_{ZCj}} = \text{real} \left[\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(I_{1r} + jI_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(I_{kr} + jI_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(I_{Gr} + jI_{Gi})}{ZCj} \right) \right] \cdot ZCj \quad (5.7)$$

A participação unitária da componente imaginária (PUI) da corrente equivalente do gerador k na potência consumida pela barra de carga j é dada por:

$$PUI_{Gki \rightarrow S_{ZCj}} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \quad (5.8)$$

$$PUI_{Gki \rightarrow S_{ZCj}} = \int_{t=0}^1 \left[j \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(tl_{1r} + jtl_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(tl_{kr} + jtl_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(tl_{Gr} + jtl_{Gi})}{ZCj} \right) - \right. \\ \left. j \left(\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \right) \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(tl_{1r} + jtl_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(tl_{kr} + jtl_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(tl_{Gr} + jtl_{Gi})}{ZCj} \right) \right] \cdot ZCj dt \quad (5.9)$$

Resolvendo a integral, tem-se:

$$PUI_{Gkr \rightarrow S_{ZCj}} = \text{imag} \left[- \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}(l_{1r} + jl_{1i})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}(l_{kr} + jl_{ki})}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jG}(l_{Gr} + jl_{Gi})}{ZCj} \right) \right] \cdot ZCj \quad (5.10)$$

A participação total do gerador k na potência consumida na barra de carga j é a soma da participação unitária das componentes real e imaginária, previamente multiplicadas por seus respectivos montantes:

$$PT_{Gk \rightarrow S_{ZCj}} = I_{kr} \cdot PUR_{Gkr \rightarrow S_{ZCj}} + I_{ki} \cdot PUI_{Gki \rightarrow S_{ZCj}} \quad (5.11)$$

5.3

Alocação de Perdas do Sistema

Determinar a responsabilidade dos geradores e cargas nas perdas do sistema de transmissão apresenta um desafio peculiar porque o problema apresenta características não-lineares e de não-separabilidade. Nesta tese propõe-se um método que separe e identifique a parcela de responsabilidade de cada agente nas perdas do sistema. Essa divisão de responsabilidade deve ser justa e transparente. Para alcançar este objetivo, o referido método, baseado na teoria de circuitos elétricos em combinação com a teoria de Aumann-Shapley, permite identificar as contribuições das componentes ativas e reativas das fontes

de corrente equivalentes nas perdas, apresentando características desejáveis em termos de coerência econômica.

Da análise apresentada na Seção 1.2.1 determinou-se que as perdas são de responsabilidade tanto dos geradores como das cargas, isto é, devem ser distribuídas em 50% para cada categoria. Para evitar arbitrariedade na alocação de perdas, aplica-se a teoria de Aumann-Shapley, cujas propriedades induzem à eficiência econômica, além de ser amplamente reconhecido como um método justo.

5.3.1

Alocação de Perdas aos Geradores

Assuma-se novamente um sistema de potência que possui N barras ($NG+NC$), onde as NG primeiras barras são geradores e as NC barras seguintes são cargas. Sendo assim, o sistema de equações associado ao ponto de operação do sistema de potência pode ser reordenado, separando as barras geradoras das barras de cargas. Desta forma, a matriz impedância do sistema pode ser dividida em 4 sub-matrizes, como apresentado em (5.13).

Uma vez remodelados os geradores por seus equivalentes de fontes de corrente e as cargas por seus equivalentes de impedância constante (ver Figura 5.2), a matriz de impedância original do sistema é substituída por uma nova matriz de impedância \hat{Z}^{Barra} . A partir das fontes de corrente equivalentes dos geradores é possível determinar expressões para a demanda total, assim como para a geração total do sistema em função das injeções de corrente.

a) *Potência Fornecida pelos Geradores*

Para determinar a potência fornecida pelos geradores de um sistema de potência de N fontes de corrente, recorre-se à fórmula apresentada em (4.18), cuja expressão é a seguinte:

$$S_{For} = I^T \hat{Z}^{Barra} \overline{I} \quad (5.12)$$

Desenvolvendo (5.12), tem-se:

$$S_{For} = [I_1 \cdots I_{NG} \mid I_{NG+1} \cdots I_N] \left[\begin{array}{cc|cc} \hat{Z}_{1,1} & \cdots & \hat{Z}_{1,NG} & \hat{Z}_{1,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Z}_{NG,1} & \cdots & \hat{Z}_{NG,NG} & \hat{Z}_{NG,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{NG,N} \\ \hline \hat{Z}_{NG+1,1} & \cdots & \hat{Z}_{NG+1,NG} & \hat{Z}_{NG+1,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{NG+1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Z}_{N,1} & \cdots & \hat{Z}_{N,NG} & \hat{Z}_{N,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{N,N} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \bar{I}_1 \\ \vdots \\ \bar{I}_{NG} \\ \hline \bar{I}_{NG+1} \\ \vdots \\ \bar{I}_N \end{array} \right] \quad (5.13)$$

Observa-se que a potência fornecida depende somente das correntes dos geradores, dado que as cargas são representadas por suas impedâncias equivalentes (injeções de corrente nulas). Portanto, (5.13) pode ser reescrita:

$$S_{For} = [I_1 \cdots I_{NG} \mid 0 \cdots 0] \left[\begin{array}{cc|cc} \hat{Z}_{1,1} & \cdots & \hat{Z}_{1,NG} & \hat{Z}_{1,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Z}_{NG,1} & \cdots & \hat{Z}_{NG,NG} & \hat{Z}_{NG,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{NG,N} \\ \hline \hat{Z}_{NG+1,1} & \cdots & \hat{Z}_{NG+1,NG} & \hat{Z}_{NG+1,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{NG+1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{Z}_{N,1} & \cdots & \hat{Z}_{N,G} & \hat{Z}_{N,NG+1} & \cdots & \hat{Z}_{N,N} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \bar{I}_1 \\ \vdots \\ \bar{I}_{NG} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \quad (5.14)$$

Realizando as operações em (5.14) e explicitando as componentes reais e imaginárias das correntes, tem-se:

$$\begin{aligned} S_{For} = & [I_{1r} - jI_{1i}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\hat{Z}_{11} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\hat{Z}_{k1} + \dots + (I_{NGr} + jI_{NGi})\hat{Z}_{NG1} \right] + \dots \\ & + [I_{kr} - jI_{ki}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\hat{Z}_{1k} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\hat{Z}_{kk} + \dots + (I_{NGr} + jI_{NGi})\hat{Z}_{NGk} \right] + \dots \\ & + [I_{NGr} - jI_{NGi}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\hat{Z}_{1G} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\hat{Z}_{kG} + \dots + (I_{NGr} + jI_{NGi})\hat{Z}_{NGG} \right] \end{aligned} \quad (5.15)$$

b) **Potência Consumida pelas Cargas**

A potência total consumida em um sistema de potência é igual ao somatório do consumo das cargas. Os cálculos para determinar o consumo de uma determinada carga foram apresentados no Capítulo 4, onde a expressão para o consumo de uma barra de carga j tem a seguinte expressão:

$$S_{ZCj} = (I_{ZCj}) \overline{(I_{ZCj})} ZCj \quad (5.16)$$

$$S_{ZCj} = \left(\frac{\hat{Z}_{j1} I_1}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk} I_k}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG} I_{NG}}{ZCj} \right) \overline{\left(\frac{\hat{Z}_{j1} I_1}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk} I_k}{ZCj} + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG} I_{NG}}{ZCj} \right)} ZCj \quad (5.17)$$

$$S_{ZCj} = \left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (I_{NGr} + jI_{NGi}) \right) \cdot \overline{\left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (I_{NGr} + jI_{NGi}) \right)} ZCj \quad (5.18)$$

Pode-se expressar o consumo total como um somatório dos consumos de todas as cargas:

$$S_{con} = \sum_{j=1}^{j=NC} S_{ZCj}(I_{1r}, I_{1i}, \dots, I_{kr}, I_{ki}, \dots, I_{NGr}, I_{NGi}) \quad (5.19)$$

onde:

$S_{ZCj}(I_{1r}, I_{1i}, \dots, I_{kr}, I_{ki}, \dots, I_{NGr}, I_{NGi})$: consumo de uma barra de carga j em função das componentes real e imaginária das fontes de corrente;

NC : número total de cargas;

NG : número total de geradores

c) **Perdas**

Obtido o fornecimento de potência das fontes de corrente e o consumo de potência das cargas, o cálculo das perdas do sistema é simplesmente uma operação de subtração:

$$Perdas = [S_{For} - S_{Con}] \quad (5.20)$$

O método propõe alocar a metade do total das perdas aos geradores, onde as perdas alocadas para os geradores têm a fórmula:

$$Perdas_{Ger} = \frac{1}{2}[S_{For} - S_{Con}] \quad (5.21)$$

Para determinar as responsabilidades para cada componente das fontes de corrente nas perdas do sistema, aplica-se a teoria de Aumann-Shapley.

A participação unitária da componente real (*PUR*) da corrente que flui do gerador k (I_{kr}) para as cargas nas perdas do sistema é:

$$PUR_{Gkr \rightarrow Per} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{Ger}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \quad (5.22)$$

$$PUR_{Gkr \rightarrow Per} = \frac{1}{2} \left[\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt - \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \right] \quad (5.23)$$

Primeiro termo da PUR dado em (5.23)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \int_{t=0}^1 \left[2(tl_{1r}) \hat{Z}_{k1} + \dots + 2(tl_{kr}) \hat{Z}_{kk} + \dots + 2(tl_{NGr}) \hat{Z}_{kNG} \right] dt \quad (5.24)$$

Resolvendo a integral, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = I_{1r} \hat{Z}_{k1} + \dots + I_{kr} \hat{Z}_{kk} + \dots + I_{NGr} \hat{Z}_{kNG} \quad (5.25)$$

Segundo termo da PUR dado em (5.23)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \sum_{j=1}^{j=NC} \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \quad (5.26)$$

Observa-se que esta expressão é um somatório, portanto, podem ser realizadas operações para apenas um elemento (S_{ZCj}), e em seguida generalizadas para os demais.

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \int_{t=0}^1 \left[\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (tl_{NGr} + jtl_{NGi}) \right) + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (tl_{NGr} + jtl_{NGi}) \right) \right] ZCj dt \quad (5.27)$$

Resolvendo a integral, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = 2 \cdot \text{real} \left[\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} \right) (I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \left(\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \right) (I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \left(\frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} \right) (I_{NGr} + jI_{NGi}) \right) \right] ZCj \quad (5.28)$$

Substituindo-se (5.28) em (5.26), pode-se determinar a operação deste somatório. Logo, substituindo os resultados do primeiro e segundo termos em (5.23), obtém-se a *PUR* do gerador k (I_{kr}) nas perdas do sistema.

A participação unitária da componente imaginária (*PUI*) do gerador k (I_{ki}) nas perdas é:

$$PUI_{Gki \rightarrow Per} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{Ger}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \quad (5.29)$$

$$PUI_{Gki \rightarrow Per} = \frac{1}{2} \left[\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt - \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \right] \quad (5.30)$$

Primeiro termo da PUI dado em (5.30)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \int_{t=0}^1 \left[-2(tl_{1i}) \hat{Z}_{k1} - \dots - 2(tl_{ki}) \hat{Z}_{kk} - \dots - 2(tl_{NGi}) \hat{Z}_{kNG} \right] dt \quad (5.31)$$

Desenvolvendo a integral, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = -I_{1i} \hat{Z}_{k1} - \dots - I_{ki} \hat{Z}_{kk} - \dots - I_{NGi} \hat{Z}_{kNG} \quad (5.32)$$

Segundo termo da PUI dado em (5.30)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \sum_{j=1}^{j=NC} \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \quad (5.33)$$

Observa-se que esta expressão é um somatório, portanto, as operações podem ser realizadas para apenas um elemento (S_{ZCj}), e em seguida, generalizadas para os demais.

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \int_{t=0}^1 \left[j \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (tl_{NGr} + jtl_{NGi}) \right) - \right. \\ \left. j \left(\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \right) \left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} (tl_{NGr} + jtl_{NGi}) \right) \right] ZCj dt \quad (5.34)$$

Desenvolvendo a integral, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZCj}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = 2 \cdot \text{imag} \left[\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \left(\left(\frac{\hat{Z}_{j1}}{ZCj} \right) (I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \left(\frac{\hat{Z}_{jk}}{ZCj} \right) (I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \left(\frac{\hat{Z}_{jNG}}{ZCj} \right) (I_{NGr} + jI_{NGi}) \right) \right] ZCj \quad (5.35)$$

Substituindo-se (5.35) em (5.33), pode-se determinar este somatório. Logo, substituindo-se os resultados do primeiro e segundo termos em (5.30), obtém-se a *PUI* do gerador k (I_{ki}) nas perdas do sistema.

A participação total do gerador k é a soma da participação unitária das componentes real e imaginária, previamente multiplicadas por seus respectivos montantes:

$$PT_{Gk \rightarrow Per} = I_{kr} \cdot PUR_{Gkr \rightarrow Per} + I_{ki} \cdot PUR_{Gki \rightarrow Per} \quad (5.36)$$

5.3.2

Alocação de Perdas às Cargas

Para alocar as perdas de um sistema de potência para as cargas, estas são modeladas como fontes de corrente com valor negativo (porque consomem corrente) e os geradores são modelados como impedância constante (como

mostrado na Figura 5.3). Portanto, a matriz de impedância do sistema é modificada com a adição das impedâncias dos geradores para a nova matriz impedância \tilde{Z}^{Barra} (matriz impedância do sistema considerando os geradores modelados como impedâncias constantes). Assim sendo, pode-se determinar o “fornecimento de potência” das cargas e a “potência consumida” pelos geradores como uma função não-linear das fontes de corrente equivalentes das cargas.

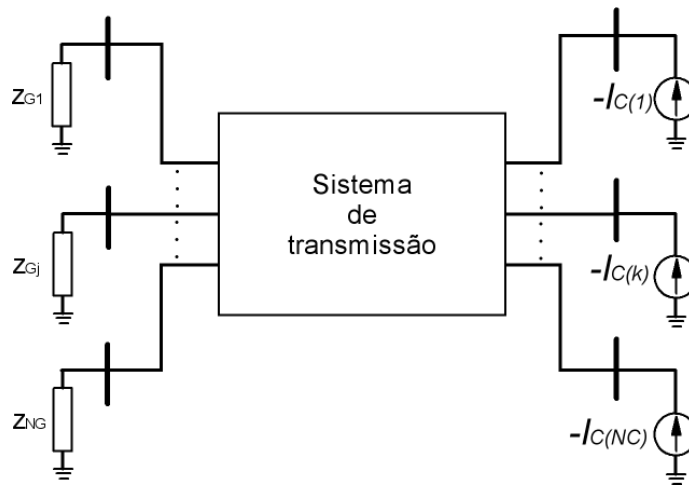


Figura 5.3 - Sistema de Potência Remodelado (Cargas como Fontes de Corrente)

a) Fornecimento de Potência das Cargas

Para um sistema de potência de N fontes de corrente, tem-se:

$$S_{For} = I^T \tilde{Z}^{Barra} \overline{I} \quad (5.37)$$

Desenvolvendo (5.37), tem-se:

$$S_{For} = [I_1 \cdots I_{NC} \mid I_{NC+1} \cdots I_N] \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{1,1} & \cdots & \tilde{Z}_{1,NC} & \parallel & \tilde{Z}_{1,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{Z}_{NC,1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC,NC} & \parallel & \tilde{Z}_{NC,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC,N} \\ \hline \tilde{Z}_{NC+1,1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC+1,NC} & \parallel & \tilde{Z}_{NC+1,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC+1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{Z}_{N,1} & \cdots & \tilde{Z}_{N,NC} & \parallel & \tilde{Z}_{N,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{I_1} \\ \vdots \\ \overline{I_{NC}} \\ \hline \overline{I_{NC+1}} \\ \vdots \\ \overline{I_N} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Observa-se que o fornecimento de potência depende somente das fontes de corrente equivalentes das cargas (valores negativos), dado que os geradores

são representados por impedâncias equivalentes (injeções de corrente nulas). Assim, (5.38) pode ser reescrita como:

$$S_{For} = [I_1 \cdots I_{NC} \mid 0 \cdots 0] \left[\begin{array}{ccc|ccc} \tilde{Z}_{1,1} & \cdots & \tilde{Z}_{1,NC} & \tilde{Z}_{1,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{Z}_{NC,1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC,NC} & \tilde{Z}_{NC,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC,N} \\ \hline \tilde{Z}_{NC+1,1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC+1,NC} & \tilde{Z}_{NC+1,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{NC+1,N} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{Z}_{N,1} & \cdots & \tilde{Z}_{N,NC} & \tilde{Z}_{N,NC+1} & \cdots & \tilde{Z}_{N,N} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \overline{I_1} \\ \vdots \\ \overline{I_{NC}} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \quad (5.39)$$

Realizando as operações em (5.39) e explicitando as componentes reais e imaginárias das correntes:

$$\begin{aligned} S_{For} = & [I_{1r} - jI_{1i}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\tilde{Z}_{11} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\tilde{Z}_{k1} + \dots + (I_{NCr} + jI_{NCi})\tilde{Z}_{NC1} \right] + \dots \\ & + [I_{kr} - jI_{ki}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\tilde{Z}_{1k} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\tilde{Z}_{kk} + \dots + (I_{NCr} + jI_{NCi})\tilde{Z}_{NCK} \right] + \dots \\ & + [I_{NCr} - jI_{NCi}] \left[(I_{1r} + jI_{1i})\tilde{Z}_{1NC} + \dots + (I_{kr} + jI_{ki})\tilde{Z}_{kNC} + \dots + (I_{NCr} + jI_{NCi})\tilde{Z}_{NCNC} \right] \end{aligned} \quad (5.40)$$

b) Consumo de Potência dos Geradores

O consumo do sistema, função não-linear das correntes injetadas (C fontes), é igual ao somatório do consumo dos geradores. O procedimento para determinar o consumo de um gerador (impedância) é similar ao procedimento clássico para determinação do consumo de potência apresentado no Capítulo 4. A expressão para o consumo de um gerador j é:

$$S_{ZGj} = (I_{ZGj}) \overline{(I_{ZGj})} Z_{Gj} \quad (5.41)$$

$$S_{ZGj} = \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}I_1}{Z_{Gj}} + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}I_k}{Z_{Gj}} + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}I_{NC}}{Z_{Gj}} \right) \overline{\left(\frac{\tilde{Z}_{j1}I_1}{Z_{Gj}} + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}I_k}{Z_{Gj}} + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}I_{NC}}{Z_{Gj}} \right)} Z_{Gj} \quad (5.42)$$

$$S_{ZGj} = \frac{\left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{Z_{Gj}}(I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{Z_{Gj}}(I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{Z_{Gj}}(I_{NCr} + jI_{NCi}) \right)}{\left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{Z_{Gj}}(I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{Z_{Gj}}(I_{kr} + jI_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{Z_{Gj}}(I_{NCr} + jI_{NCi}) \right) Z_{Gj}} \quad (5.43)$$

Finalmente, pode-se expressar o consumo total como um somatório dos consumos de todos os geradores (modelados como impedâncias):

$$S_{Con} = \sum_{j=1}^{NG} S_{ZGj}(I_{1r}, I_{1i}, \dots, I_{kr}, I_{ki}, \dots, I_{NCr}, I_{NCi}) \quad (5.44)$$

onde:

$S_{ZGj}(I_{1r}, I_{1i}, \dots, I_{kr}, I_{ki}, \dots, I_{NCr}, I_{NCi})$: consumo de uma barra de geração j em função das componentes real e imaginária das fontes de corrente;

NG : número total de geradores;

NC : número total de cargas.

c) **Perdas**

Obtidos o fornecimento e o consumo de potência, o cálculo das perdas do sistema é simplesmente uma operação de subtração:

$$Perdas = [S_{For} - S_{Con}] \quad (5.45)$$

Propõe-se alocar a metade do total das perdas para as cargas:

$$Perdas_{Car} = \frac{1}{2}[S_{For} - S_{Con}] \quad (5.46)$$

O procedimento para determinar as participações unitárias das componentes reais e imaginárias das fontes de corrente equivalentes das cargas é similar ao apresentado na primeira etapa.

A participação unitária da componente real (PUR) da carga k (I_{kr}) nas perdas do sistema é:

$$PUR_{Ckr \rightarrow Per} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{Car}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \quad (5.47)$$

$$PUR_{Ckr \rightarrow Per} = \frac{1}{2} \left[\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt - \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \right] \quad (5.48)$$

Primeiro termo da PUR dado em (5.48)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \int_{t=0}^1 \left[2(tl_{1r})\tilde{Z}_{k1} + \dots + 2(tl_{kr})\tilde{Z}_{kk} + \dots + 2(tl_{NCr})\tilde{Z}_{kNC} \right] dt \quad (5.49)$$

Integrando, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = I_{1r}\tilde{Z}_{k1} + \dots + I_{kr}\tilde{Z}_{kk} + \dots + I_{NCr}\tilde{Z}_{kNC} \quad (5.50)$$

Segundo termo da PUR dado em (5.48)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \sum_{s=1}^G \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{kr}} dt \quad (5.51)$$

Observa-se que esta expressão é um somatório, portanto, as operações podem ser realizadas para apenas um elemento (S_{ZGs}), e em seguida, generalizadas para os demais.

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = \int_{t=0}^1 \left[\frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jtl_{NCi}) \right) + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jtl_{NCi}) \right) \right] ZGs dt \quad (5.52)$$

Integrando, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{kr}} dt = 2 \cdot \text{real} \left[\frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jt l_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jt l_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jt l_{NCi}) \right) \right] ZGs \quad (5.53)$$

Substituindo-se (5.53) em (5.51), pode-se determinar este somatório. Logo, substituindo-se os resultados do primeiro e segundo termos de (5.48), obtém-se a *PUR* da carga k (I_{kr}) nas perdas do sistema.

A participação unitária da componente imaginária (*PUI*) da carga k (I_{ki}) nas perdas do sistema é:

$$PUI_{Cki \rightarrow Per} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{Car}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \quad (5.54)$$

$$PUI_{Cki \rightarrow Per} = \frac{1}{2} \left[\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt - \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \right] \quad (5.55)$$

Primeiro termo da PUI dado em (5.55)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \int_{t=0}^1 \left[-2(tl_{1i}) \tilde{Z}_{k1} - \dots - 2(tl_{ki}) \tilde{Z}_{kk} - \dots - 2(tl_{NCi}) \tilde{Z}_{kNC} \right] dt \quad (5.56)$$

Integrando, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{For}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = -I_{1i} \tilde{Z}_{k1} - \dots - I_{ki} \tilde{Z}_{kk} - \dots - I_{NCi} \tilde{Z}_{kNC} \quad (5.57)$$

Segundo termo da PUI dado em (5.55)

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{Con}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \sum_{s=1}^{NG} \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{ki}} dt \quad (5.58)$$

Observa-se que esta expressão é um somatório, portanto, as operações podem ser realizadas para apenas um elemento (S_{ZGs}), e em seguida, generalizadas para os demais.

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = \int_{t=0}^1 \left[j \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jtl_{NCi}) \right) - j \left(\frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \right) \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jtl_{NCi}) \right) \right] ZGs dt \quad (5.59)$$

Integrando, tem-se:

$$\int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{ZGs}(tl)}{\partial I_{ki}} dt = 2 \cdot \text{imag} \left[\frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} \left(\frac{\tilde{Z}_{j1}}{ZGs} (tl_{1r} + jtl_{1i}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jk}}{ZGs} (tl_{kr} + jtl_{ki}) + \dots + \frac{\tilde{Z}_{jNC}}{ZGs} (tl_{NCr} + jtl_{NCi}) \right) \right] ZGs \quad (5.60)$$

Substituindo-se (5.60) em (5.58), pode-se determinar este somatório. Logo, substituindo-se os resultados do primeiro e segundo termos em (5.55), obtém-se a *PUI* da carga k (I_{ki}) nas perdas do sistema.

A participação total da carga k é a soma da participação unitária da componente real e imaginária das fontes equivalentes, previamente multiplicadas por seus respectivos montantes:

$$PT_{Ck \rightarrow Per} = I_{Ckr} \cdot PUR_{Ckr \rightarrow Per} + I_{Cki} \cdot PUI_{Cki \rightarrow Per} \quad (5.61)$$

5.4

Alocação de Perdas nas Linhas de Transmissão

Por motivos de eficiência econômica e para prover sinais econômicos adequados tanto para os agentes do mercado como para o acesso aberto à transmissão, faz-se importante conhecer o uso real e preciso que cada agente do mercado faz de cada ramo do sistema de transmissão. Deste modo, o método proposto na Seção 5.3 é arranjado de maneira a ser aplicado para cada linha de transmissão.

Considere-se a linha de transmissão na Figura 5.4 na qual a corrente que flui através dela depende unicamente de dois geradores A e B , e as perdas na linha podem ser expressas em função das parcelas de corrente destes geradores que circulam pela linha:

$$S_{Linha} = (I_{Linha} \cdot \overline{I_{Linha}}) \cdot Z_{Linha} = ((I_A + I_B) \cdot \overline{(I_A + I_B)}) \cdot Z_{Linha} \quad (5.62)$$

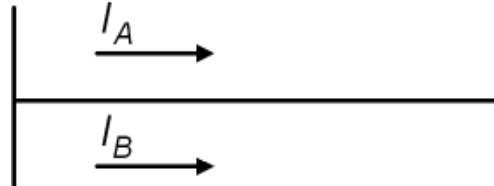


Figura 5.4 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente Equivalentes de Geração

Explicitando as componentes ativa e reativa das correntes, tem-se:

$$S_{Linha} = \left[(I_{Ar} + I_{Br}) + j(I_{Ai} + I_{Bi}) \right] \cdot \left[(I_{Ar} + I_{Br}) - j(I_{Ai} + I_{Bi}) \right] \cdot Z_{Linha} \quad (5.63)$$

Realizando o produto interno, tem-se:

$$S_{Linha} = \left[(I_{Ar})^2 + (I_{Br})^2 + 2 \cdot I_{Ar} \cdot I_{Br} + (I_{Ai})^2 + (I_{Bi})^2 + 2 \cdot I_{Ai} \cdot I_{Bi} \right] \cdot Z_{Linha} \quad (5.64)$$

onde:

S_{Linha} : potência complexa dissipada na linha, que é função das componentes reais e imaginárias das fontes;

Z_{Linha} : impedância da linha;

I_A : parcela de corrente complexa da fonte A que circula pela linha;

I_B : parcela de corrente complexa da fonte B que circula pela linha;

I_{Ar} : componente real da parcela de corrente complexa da fonte A que circula pela linha;

I_{Br} : componente real da parcela de corrente complexa da fonte B que circula pela linha;

I_{Ai} : componente imaginária da parcela de corrente complexa da fonte A que circula pela linha;

I_{Bi} : componente imaginária da parcela de corrente complexa da fonte B que circula pela linha.

Como explicado na seção anterior, as equações que representam as perdas na linha da transmissão podem ser expressas tanto em função das fontes de corrente equivalente dos geradores, como em função das fontes de corrente equivalentes das cargas.

Considerando as cargas como fontes de corrente (valores negativos), de acordo com a Figura 5.5, é possível obter uma expressão das perdas na linha (S_{Linha}) em função das correntes das cargas, cuja expressão é:

$$\begin{aligned}
 S_{Linha} &= (I_{Linha} \cdot \overline{I_{Linha}}) \cdot Z_{Linha} \\
 &= ((I_C + I_D) \cdot \overline{(I_C + I_D)}) \cdot Z_{Linha}
 \end{aligned}
 \tag{5.65}$$

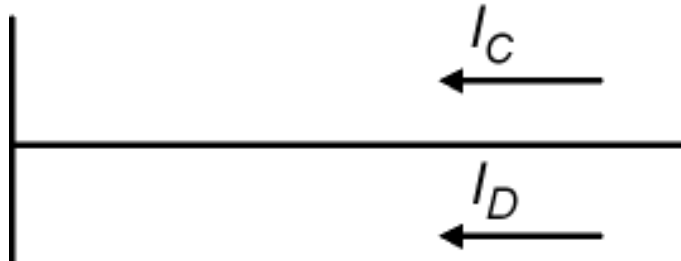


Figura 5.5 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente Equivalentes de Carga

Realizando o produto interno em (5.65), tem-se:

$$S_{Linha} = \left[(I_{Cr})^2 + (I_{Dr})^2 + 2 \cdot I_{Cr} \cdot I_{Dr} \right. \\
 \left. + (I_{Ci})^2 + (I_{Di})^2 + 2 \cdot I_{Ci} \cdot I_{Di} \right] \cdot Z_{Linha}
 \tag{5.66}$$

onde:

I_C : parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga C que circula pela linha;

I_D : parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga D que circula pela linha;

I_{Cr} : componente real da parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga C que circula pela linha;

I_{Dr} : componente real da parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga D que circula pela linha;

I_{Ci} : componente imaginária da parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga C que circula pela linha;

I_{Di} : componente imaginária da parcela de corrente complexa da fonte de corrente equivalente da carga D que circula pela linha.

Conforme determinado na Seção 1.2.1, as perdas são de responsabilidade tanto dos geradores quanto das cargas, isto é, atribui-se 50% do total para cada categoria:

$$S_{L-G} = \frac{1}{2} S_{Linha} \quad (5.67)$$

$$S_{L-C} = \frac{1}{2} S_{Linha} \quad (5.68)$$

a) Alocação de Perdas aos Geradores via Método de Aumann-Shapley

Para alocar as perdas das linhas aos geradores, estes são modelados como injeções de corrente e as cargas como admitâncias. Aplica-se o método de Aumann-Shapley para o “jogo de alocação de perdas” com 2 participantes (I_A , I_B), que podem ser desdobrados em 4 participantes considerando as componentes reais e imaginárias de cada corrente como participantes independentes. Portanto, o conjunto de todos os jogadores é $N = \{I_{Ar}, I_{Br}, I_{Ai}, I_{Bi}\}$. Com este conjunto, utiliza-se (2.15) para obter a participação unitária de cada jogador.

Participação Unitária de I_{Ar} :

$$PUR_{(I_{Ar} \rightarrow S_{L-G})} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial S_{L-G}(tI_{Ar}, tI_{Br}, tI_{Ai}, tI_{Bi})}{\partial I_{Ar}} dt \quad (5.69)$$

onde:

$$S_{L-G}(I_{Ar}, I_{Br}, I_{Ai}, I_{Bi}) = \frac{1}{2} \left[(I_{Ar})^2 + (I_{Br})^2 + 2 \cdot I_{Ar} \cdot I_{Br} \right. \\ \left. + (I_{Ai})^2 + (I_{Bi})^2 + 2 \cdot I_{Ai} \cdot I_{Bi} \right] \cdot Z_{Linha}$$

Calculando a derivada em (5.69), tem-se:

$$PUR_{(I_{Ar} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} \int_{t=0}^1 [2(tI_{Ar}) + 2(tI_{Br})] \cdot Z_{Linha} dt \quad (5.70)$$

Integrando (5.70), tem-se:

$$PUR_{(I_{Ar} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} \cdot [I_{Ar} + I_{Br}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.71)$$

Finalmente, para determinar a participação total do jogador I_{Ar} nas perdas da linha, multiplica-se a participação unitária pelo montante do jogador, obtendo-se:

$$I_{Ar} \cdot PUR_{(I_{Ar} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Ar} \cdot [I_{Ar} + I_{Br}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.72)$$

Analogamente, pode-se determinar a participação total nas perdas dos outros jogadores:

$$I_{Br} \cdot PUR_{(I_{Br} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Br} \cdot [I_{Br} + I_{Ar}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.73)$$

$$I_{Ai} \cdot PUI_{(I_{Ai} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Ai} \cdot [I_{Ai} + I_{Bi}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.74)$$

$$I_{Bi} \cdot PUI_{(I_{Bi} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Bi} \cdot [I_{Bi} + I_{Ai}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.75)$$

Observa-se que a soma de todas as contribuições é igual à metade do total de perdas elétricas, como desejado.

Pelo exposto anteriormente, é possível generalizar a participação unitária e a participação total nas perdas da componente real de uma fonte de corrente

equivalente de um gerador localizado na barra k , com NG fontes de corrente contribuindo para a corrente que circula na linha.

Participação Unitária de I_{Kr} :

$$PUR_{(I_{Kr} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} [I_{1r} + \dots + I_{Kr} + \dots + I_{NGr}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.76)$$

A participação total é obtida multiplicando a participação unitária pelo montante do jogador:

$$I_{Kr} \cdot PUR_{(I_{Kr} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Kr} \cdot [I_{1r} + \dots + I_{Kr} + \dots + I_{NGr}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.77)$$

De forma análoga é obtida a participação unitária nas perdas da componente imaginária da fonte de corrente equivalente do gerador da barra k .

Participação Unitária de I_{Ki} :

$$PUI_{(I_{Ki} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} [I_{1i} + \dots + I_{Ki} + \dots + I_{NGi}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.78)$$

Participação Total de I_{Ki} :

$$I_{Ki} \cdot PUI_{(I_{Ki} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Ki} \cdot [I_{1i} + \dots + I_{Ki} + \dots + I_{NGi}] \cdot Z_{Linha} \quad (5.79)$$

b) Alocação de Perdas às Cargas via Método de Aumann-Shapley

Para alocar as perdas da rede às NL cargas do sistema, estas são modeladas como injeções de corrente (valores negativos) e os geradores como admitâncias. Assim sendo, pode-se determinar as perdas da linha como uma função não-linear das fontes de corrente equivalentes das cargas, como já feito.

Esta estratégia é válida no ponto de operação em análise (fotografia da operação do sistema).

O procedimento para alocar as perdas da linha às cargas é análogo ao apresentado na seção anterior para os geradores. Assim, a participação total nas perdas da componente real da fonte de corrente equivalente da barra de carga j é:

$$I_{Jr}.PUR_{(I_{Jr} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Jr} \cdot [I_{1r} + \dots + I_{Jr} + \dots + I_{NLr}] Z_{Linha} \quad (5.80)$$

A participação total nas perdas da componente imaginária da fonte de corrente equivalente da barra de carga j é:

$$I_{Ji}.PUI_{(I_{Ji} \rightarrow S_{L-G})} = \frac{1}{2} I_{Ji} \cdot [I_{1i} + \dots + I_{Ji} + \dots + I_{NLI}] Z_{Linha} \quad (5.81)$$

5.4.1

Contra-Fluxos e Alocações Negativas

Algumas fontes de corrente individuais contribuem com fluxos para a formação do fluxo dominante em uma linha, enquanto outras fontes contribuem com fluxos na direção oposta, denominados contra-fluxos. Fluxos com o mesmo sentido do fluxo principal incrementam as perdas totais do sistema, enquanto os contra-fluxos reduzem as perdas totais do sistema [Gross, 2000]. A existência de fluxos e contra-fluxos pode ser facilmente observada considerando-se a equação $I = YV$, onde I é o vetor das injeções de corrente, V é o vetor das tensões nodais e Y é a matriz de admitâncias de barra. Através desta equação, é possível observar os sentidos da corrente na rede quando da aplicação de cada fonte de corrente, uma de cada vez. Como a equação é linear, a superposição de fontes é válida.

Portanto, a injeção de corrente real ou imaginária de uma unidade geradora pode colaborar para a redução das perdas de uma linha do sistema de transmissão [Chowdhury, 2001].

Nesta seção é discutido o efeito do contra-fluxo e a compensação pela diminuição das perdas, isto é, a alocação negativa de custo. Para ilustrar este fenômeno, considera-se a Figura 5.6 onde é representado um fluxo devido à contribuição de duas fontes de corrente, onde há uma corrente fixa $I_A = 10\text{ A}$, e uma corrente variável I_B que varia de 0 a 10 A.

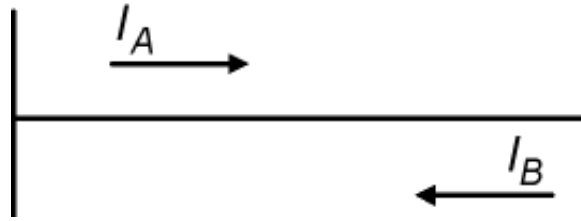


Figura 5.6 - Linha que Dissipa Potência Elétrica Decorrente da Contribuição de Duas Fontes de Corrente

As perdas elétricas do sistema mostrado na Figura 5.6 têm a fórmula:

$$S_{Linha} = [I_A - I_B]^2 Z_{Linha} \quad (5.82)$$

Considerando, sem perda de generalidade, a impedância da linha $Z_{Linha} = 1 + j0\ \Omega$, quando $I_B = 0$ têm-se uma perda inicial de 100 W, toda alocada ao agente A, pois não existem outros usuários da linha. Aplicando a teoria de Aumann-Shapley, obtêm-se as expressões de alocação:

$$I_B \cdot PUR_{(I_B \rightarrow S_{Linha})} = -I_B \cdot [I_A - I_B] \quad (5.83)$$

$$I_A \cdot PUI_{(I_A \rightarrow S_{Linha})} = I_A \cdot [I_A - I_B] \quad (5.84)$$

A expressão (5.83) representa as perdas alocadas ao agente B, enquanto (5.84) representa as perdas alocadas ao agente A.

Quando o agente B aumenta sua corrente de 0 a 10A, tem-se a evolução da alocação de perdas mostrada na Tabela 5.1. As colunas 2 e 3 representam as alocações aos agentes A e B , respectivamente. A coluna 4 mostra as perdas totais da linha.

Claramente, a participação de I_B causa um contra-fluxo que resulta na redução das perdas totais, beneficiando aos dois agentes.

Por exemplo, quando $I_B = 1$, apesar do agente A ter que pagar uma compensação para B equivalente a 9 W, este foi claramente beneficiado com a entrada de I_B , pois teve sua alocação reduzida de 100 W para 90 W, incluindo já o custo de compensação para o agente B .

Tabela 5.1 - Dados das Barras do Sistema-Teste de 2 Barras

I_B	$I_A \cdot PUR_{(I_A \rightarrow S_{Linha})}$	$I_B \cdot PUI_{(I_B \rightarrow S_{Linha})}$	PT
0	100	0	100
1	90	-9	81
2	80	-16	64
3	70	-21	49
4	60	-24	36
5	50	-25	25
6	40	-24	16
7	30	-21	9
8	20	-16	4
9	10	-9	1
10	0	0	0

Na Figura 5.7 ilustra-se o comportamento das alocações aos agentes. Observa-se na Tabela 5.1 e na Figura 5.7 que o benefício (economia) para o agente A tem comportamento crescente linear com o crescimento de I_B .

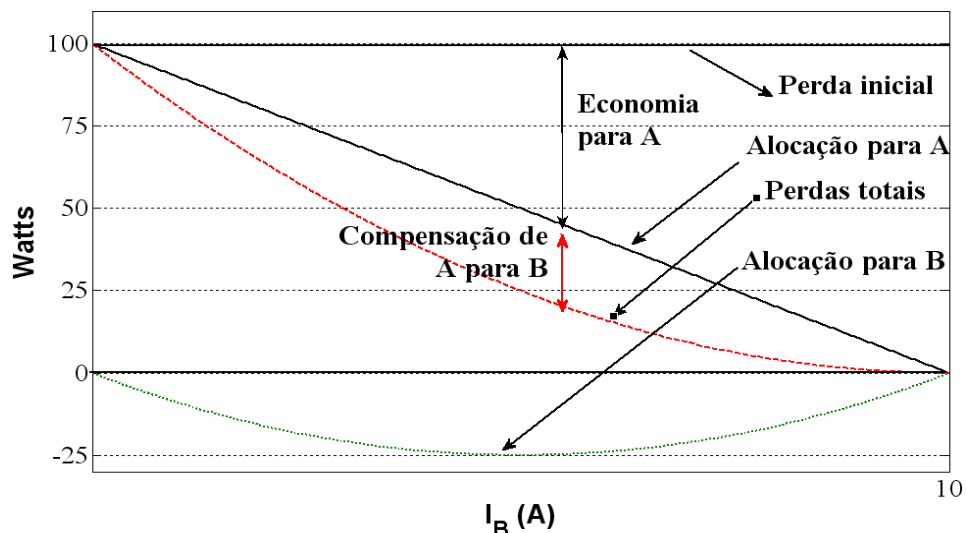


Figura 5.7 - Alocação de Perdas às Fontes A e B

5.5

Efeito Capacitivo das Linhas de Transmissão nas Perdas do Sistema

Os efeitos capacitivos das linhas de transmissão injetam somente potência reativa na rede, e têm como única implicação a diminuição das perdas reativas do sistema de transmissão e, conseqüentemente, a diminuição das responsabilidades dos geradores e das cargas nas perdas reativas.

Para determinar como afetam as capacitâncias shunt das linhas, deve-se formular as perdas reativas destas capacitâncias em função das correntes reais e imaginárias dos geradores e cargas.

a) Alocação de Perdas Reativas das Capacitâncias Shunt das Linhas aos Geradores via Método de Aumann-Shapley

Para alocar as perdas reativas das capacitâncias shunt de uma linha aos geradores, estes são modelados como injeções de corrente e as capacitâncias como reatância e, desta maneira, é possível formular a potência reativa fornecida pelas reatâncias de linha ao sistema:

$$Q_{C_{Linha}} = (I_{X_{C_{Linha}}} \cdot \overline{I_{X_{C_{Linha}}}}) \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.85)$$

$$Q_{C_{Linha}} = (I_1 + \dots + I_K + \dots + I_{NG}) \cdot \overline{(I_1 + \dots + I_K + \dots + I_{NG})} \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.86)$$

$$Q_{C_{Linha}} = ((I_{1r} + jI_{1i}) + \dots + (I_{Kr} + jI_{Ki}) + \dots + (I_{NGr} + jI_{NGi})) \cdot ((I_{1r} - jI_{1i}) + \dots + (I_{Kr} - jI_{Ki}) + \dots + (I_{NGr} - jI_{NGi})) \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.87)$$

onde:

$Q_{C_{Linha}}$: potência reativa fornecida pela capacitância shunt da linha;

$X_{C_{Linha}}$: reatância shunt da linha;

I_K : parcela de corrente complexa da fonte K que circula pela reatância;

I_{Kr} : componente real da parcela de corrente complexa da fonte K que circula pela reatância;

I_{Ki} : componente imaginária da parcela de corrente complexa da fonte K que circula pela reatância.

Observa-se que a formulação da potência reativa na reatância shunt da linha tem o mesmo formato que as perdas nas linhas. Portanto, a aplicação da teoria de Aumann-Shapley também terá um resultado similar. A seguir são apresentados os resultados da aplicação da teoria de Aumann-Shapley, isto é, as participações unitárias das componentes reais e imaginárias das fontes de corrente equivalente dos geradores nas perdas reativas da reatância shunt da linha.

Participação Unitária de I_{Kr} :

$$PUR_{(I_{Kr} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} [I_{1r} + \dots + I_{Kr} + \dots + I_{NGr}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.88)$$

A participação total é obtida multiplicando-se a participação unitária pelo montante do jogador:

$$I_{Kr} \cdot PUR_{(I_{Kr} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} I_{Kr} \cdot [I_{1r} + \dots + I_{Kr} + \dots + I_{NGr}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.89)$$

De forma análoga é obtida a participação unitária nas perdas reativas da reatância shunt da componente imaginária da fonte de corrente equivalente do gerador da barra k .

Participação Unitária de I_{Ki} :

$$PUR_{(I_{Ki} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} [I_{1i} + \dots + I_{Ki} + \dots + I_{NGi}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.90)$$

Participação Total de I_{Ki} :

$$I_{Ki} \cdot PUR_{(I_{Ki} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} I_{Ki} \cdot [I_{1i} + \dots + I_{Ki} + \dots + I_{NGi}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.91)$$

b) Alocação de Perdas Reativas das Capacitâncias Shunt das Linhas às Cargas via Método de Aumann-Shapley

Para alocar as perdas reativas das capacitâncias shunt de uma linha às NL cargas do sistema, as cargas são modeladas como injeções de corrente (valores negativos) e as capacitâncias shunt das linhas como reatâncias. Assim, pode-se determinar as perdas reativas de cada capacitância shunt como uma função não-linear das fontes de corrente equivalentes das cargas.

O procedimento para alocar as perdas reativas das capacitâncias shunt às cargas é análogo ao realizado para os geradores, apresentado anteriormente. Assim, a participação total nas perdas reativas da reatância shunt da componente real da fonte de corrente equivalente da barra de carga j é:

$$I_{Jr} \cdot PUR_{(I_{Jr} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} I_{Jr} \cdot [I_{1r} + \dots + I_{Jr} + \dots + I_{NLr}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.92)$$

A participação total nas perdas reativas das capacitâncias shunt da componente imaginária da fonte de corrente equivalente da barra de carga j é:

$$I_{Ji} \cdot PUR_{(I_{Ji} \rightarrow Q_{C_{Linha}})} = \frac{1}{2} I_{Ji} \cdot [I_{1i} + \dots + I_{Ji} + \dots + I_{NLi}] \cdot X_{C_{Linha}} \quad (5.93)$$

O efeito das capacitâncias shunt de linhas somente influencia as perdas reativas e tem valores negativos que ajudam a diminuir as responsabilidades dos geradores e cargas nas perdas reativas. Também deve-se mencionar que estes valores são relativamente pequenos mas, quando somadas, tem um valor apreciável que deve ser levado em conta para poder fechar o balanço de potência reativa.

5.6

Conclusões

Neste capítulo foram apresentados dois métodos, um para resolver o problema de alocação das cargas complexas, e outro para resolver o problema de alocação das perdas complexas, ambos com abordagens semelhantes porque os elementos que compõem as linhas e cargas têm características similares.

O problema de alocação de perdas complexas foi abordado de duas maneiras. Primeiro considerando o sistema de transmissão como um bloco e alocando as perdas totais do sistema para geradores e cargas. A segunda abordagem consiste em alocar as perdas complexas de cada linha de transmissão para geradores e cargas. Ambas as abordagens chegam a um mesmo resultado, isto é, as perdas alocadas para geradores e cargas são iguais em ambos os métodos, com a única diferença que na segunda abordagem se podem determinar as participações dos geradores e cargas em cada linha.

Para evidenciar melhor a influência da geração de potência ativa nas perdas de potência reativa e demanda de potência reativa, assim como a influência da geração de potência reativa nas perdas de potência ativa e demanda de potência ativa, apresentaram-se os conceitos de correntes reais e imaginárias. Os métodos propostos baseiam-se na teoria de circuitos elétricos em combinação com a teoria de Aumann-Shapely, permitindo identificar as contribuições das componentes reais e imaginárias nas cargas complexas, assim como nas perdas complexas.