

3

Métodos de Alocação de Perdas e Demandas Elétricas

3.1

Introdução

Na literatura, são propostos diversos métodos para determinar as responsabilidades dos geradores no atendimento das demandas de potência, bem como determinar as responsabilidades dos agentes (geradores e cargas) nas perdas do sistema de transmissão. Abordagens diferentes baseadas em técnicas variadas apresentam soluções práticas para estes problemas, utilizando critérios subjetivos conjuntamente com teoria de circuito, princípio da superposição, etc. Neste capítulo é realizada uma breve análise de alguns destes métodos, os quais servirão como embasamento teórico para o desenvolvimento do método proposto nesta tese.

3.2

Métodos de Alocação de Perdas Elétricas

O problema de alocação de perdas do sistema ganhou maior importância a partir da reestruturação da indústria de energia elétrica, quando os custos pelos serviços de transmissão passaram a ser contabilizados separadamente do custo devido à geração de potência ativa. Este problema mostra-se de significativa consideração, visto que o custo devido às perdas presentes no sistema representa uma significativa cifra de milhões de dólares. Isto exige a elaboração de metodologias que permitam alocar as perdas de transmissão e os seus custos entre os agentes do sistema, com o intuito de que a competitividade seja mantida. Vários métodos vêm sendo propostos na literatura para resolver o problema de alocação de perdas de transmissão. No entanto, ainda não existe um consenso geral sobre o melhor método a ser seguido, uma vez que todos possuem algum tipo de arbitrariedade [Menezes, 2005].

Os resultados obtidos a partir da alocação de perdas podem ter uma grande influência nos custos, nos lucros e nas decisões dos participantes do

mercado de energia elétrica, visto que podem ser utilizados como sinalizadores de investimentos em pontos específicos do setor. Podem ainda influenciar a eficiência econômica das empresas e a operação do sistema.

A principal dificuldade para se encontrar um método que seja eficiente e justo deve-se principalmente ao comportamento não-linear das perdas de transmissão, na ocorrência de alguma modificação na operação do sistema [Conejo, 2001], [Conejo, 2002]. Em [Conejo, 2001] e [Fang, 2002], são fornecidos alguns critérios, com base nos quais devem ser desenvolvidos os métodos para a alocação de perdas, a saber:

- O método deve ser capaz de analisar o impacto de cada participante do mercado nas perdas, considerando sua relativa localização de demanda na rede;
- Deve evitar ocorrências de subsídios cruzados, ou seja, situações onde a parcela de perdas atribuída a uma barra com elevada demanda de potência, porém localizada próxima a um parque gerador, é maior do que aquela atribuída às barras que, mesmo com reduzida demanda de potência, contribuem mais acentuadamente para o aumento de perdas totais em função de sua localização no sistema;
- Ser consistente com a solução do fluxo de carga;
- Evitar ou reduzir aproximações;
- Ser simples, fácil de entender e programar.

Esses critérios permitiriam aos métodos de alocação atingir o objetivo de distribuir, entre geradores e cargas, a responsabilidade pelas perdas no sistema de transmissão de forma equilibrada e eficiente.

3.2.1

Método Pro Rata (Selo)

O método Pro Rata, também conhecido como método Selo, se caracteriza por alocar perdas elétricas proporcionalmente à potência de cada gerador ou de cada carga. Mas, para fazer a alocação de perdas deve-se arbitrar a proporção de perdas elétricas que serão alocadas aos geradores e às cargas, por exemplo, 50% respectivamente [Conejo, 2002]. Essa proporção pode variar de acordo com os interesses e regras preestabelecidas em cada sistema de energia elétrica.

O método apresentado em [Conejo, 2002] divide as perdas totais de forma proporcional às injeções de potência ativa nas barras de geração e de carga, conforme (3.1):

$$Perda_{Gi} = \frac{Perda_{Tot}}{2} \cdot \frac{P_{Gi}}{P_G}, \quad Perda_{Dj} = \frac{Perda_{Tot}}{2} \cdot \frac{P_{Dj}}{P_D}, \quad (3.1)$$

sendo:

$Perda_{Gi}$: perdas alocadas ao gerador i ;

$Perda_{Dj}$: perdas alocadas à carga j ;

$Perda_{Tot}$: perdas totais do sistema;

P_G : potência total gerada;

P_D : demanda total;

P_{Gi} : potência fornecida pelo gerador i ;

P_{Dj} : demanda da carga j .

Os fatores de alocação da geração e da demanda podem ser calculados, respectivamente, como:

$$Perda_{Gi} = \frac{Perda_{Tot}}{2} \cdot \frac{P_{Gi}}{P_G} = K_G P_{Gi}, \quad K_G = \frac{1}{2} \cdot \frac{Perda_{Tot}}{P_G} \quad (3.2)$$

$$Perda_{Dj} = \frac{Perda_{Tot}}{2} \cdot \frac{P_{Dj}}{P_D} = K_D P_{Dj}, \quad K_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{Perda_{Tot}}{P_D} \quad (3.3)$$

Nota-se que o fator de alocação K_G é o mesmo para todas as barras de geração, assim como o fator de alocação K_D é também o mesmo para todas as barras de carga. Nota-se ainda que as perdas alocadas para geradores e cargas são sempre positivas.

A vantagem de se utilizar o método Pro Rata é sua simplicidade de entendimento e programação. Entretanto, um grave problema deste método é o fato de os resultados não refletirem a localização dos geradores e cargas na rede. Refletir a localização de geradores e cargas significa promover incentivos (diminuir as perdas alocadas) aos geradores e cargas que ajudam a diminuir as perdas do sistema, ou que não contribuem para o aumento das mesmas [Conejo, 2002], [Ilic, 1998].

3.2.2

Métodos Baseados no Princípio da Divisão Proporcional

Os métodos fundamentados no princípio da divisão proporcional foram desenvolvidos considerando-se a topologia da rede que é, em geral, o objetivo do problema do transporte. Em outras palavras, essa técnica busca identificar como estão distribuídos os fluxos na rede de transmissão e associá-los a geradores e cargas. Nestes métodos, encontrados em [Bialek, 1996], [Bialek, 1997], [Kirschen, 1997], as injeções de potência ativa são divididas proporcionalmente entre os fluxos de saída de cada barra.

Para entender melhor o método, assume-se que a rede possui n barras conectadas através de m ligações (linhas de transmissão ou transformadores). Segundo [Bialek, 1996], a lei de Kirchhoff para corrente deve ser satisfeita, sendo que a lei de Kirchhoff para tensão pode ser desprezada, visto que isso

não introduziria nenhum erro, pois o resultado do fluxo de potência foi calculado com antecedência.

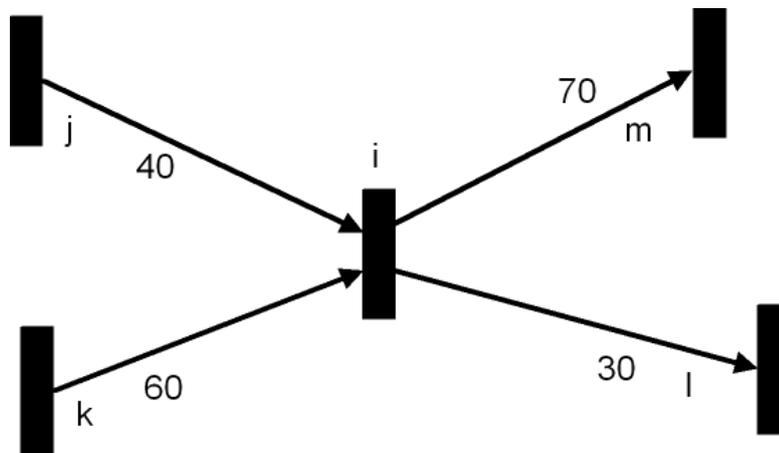


Figura 3.1 - Princípio da Divisão Proporcional do Fluxo de Potência Ativa

Na Figura 3.1, quatro linhas estão conectadas ao nó i , sendo que duas barras (j e k) fornecem potência, enquanto que as demais (m e l) recebem potência do nó i . O fluxo total entrando no nó i é igual a $40 + 60 = 100$ MW, sendo que 40% são providos pela linha $j-i$, e 60% são provenientes da linha $k-i$. Presume-se que cada MW que deixa o nó i contenha a mesma proporção dos fluxos que entram neste mesmo nó. Por esta razão, os 70 MW da linha $i-m$ consistem em 28 MW $\left(70 \cdot \frac{40}{100}\right)$ fornecidos pelo ramo $j-i$ e 42 MW $\left(70 \cdot \frac{60}{100}\right)$ que são supridos pelo ramo $k-i$. Da mesma maneira, para a linha $i-l$, dos 30 MW que fluem por ela, 12 MW vêm do ramo $j-i$, e 18 MW vêm do ramo $k-i$.

O procedimento para alocação de perdas utilizando a técnica da divisão proporcional deve ser separado em duas partes: na primeira parte alocam-se perdas às cargas e na segunda parte alocam-se perdas aos geradores, ou vice-versa. Seguidamente, pode-se atribuir um percentual de perdas a ser alocado para todos geradores e um percentual de perdas alocado a todas as cargas, por exemplo, 50% para geradores e 50% para cargas.

A seguir é realizada uma descrição geral do algoritmo da divisão proporcional presente nos métodos propostos nos artigos [Bialek, 1996] e [Bialek, 1997].

As perdas são alocadas primeiramente para as demandas e em seguida para os geradores. A demanda total bruta (P_D^G), incluindo as perdas, é definida como:

$$P_D^G = P_D + L \quad e \quad P_D^G = \sum_{j=1}^{N_D} P_{Dj}^G \quad (3.4)$$

sendo P_{Dj}^G a demanda bruta da barra j .

A demanda total bruta deve ser igual ao total de geração tal que $P_G = P_D^G$. Usando o princípio da divisão proporcional, o balanço de potência em cada barra de uma rede equivalente de perdas mínimas é dado por,

$$P_i^G = P_{Gi} + \sum_{j \in \alpha_j} C_{ji} P_j^G \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (3.5)$$

com,

$$C_{ji} = \frac{P_{ji}^G}{P_j^G} \approx \frac{P_{ji}}{P_j} \quad (3.6)$$

onde:

P_i^G : potência bruta injetada na barra i ;

P_{Gi} : geração na barra i ;

$\sum_{j \in \alpha_j} C_{ji} P_j^G$: fluxo de potência que chega à barra i a partir de linhas

conectadas a ela;

α_j : conjunto das barras cujos fluxos fluem em direção à barra i ;

P_{ji}^G : fluxo de potência bruto da barra j para a barra i ;

P_{ji} : fluxo de potência real da barra j para a barra i (medido em j);

P_j : injeção de potência real na barra j .

A equação (3.5) constitui um sistema de equações lineares cuja solução em P_i^G , $i=1, \dots, N$, é facilmente encontrada. A demanda bruta e as perdas são então calculadas, respectivamente, como:

$$P_{Dj}^G = \frac{P_j^G}{P_j} P_{Dj} \quad e \quad L_{Dj} = P_{Dj}^G - P_{Dj} \quad (3.7)$$

Analogamente, perdas são atribuídas aos geradores. A geração bruta total incluindo as perdas é definida como:

$$P_G^G = P_G + L \quad e \quad P_G^G = \sum_{i=1}^{N_D} P_{Gi}^G \quad (3.8)$$

sendo P_{Gi}^G a geração bruta da barra i (incluindo as perdas).

Esta geração bruta deve ser igual à demanda total, tal que $P_G^G = P_D$. Usando o princípio da divisão proporcional, o balanço de potência na barra i , de uma rede equivalente com perdas mínimas é dado por:

$$P_i^G = P_{Di} + \sum_{j \in \gamma_j} C_{ji} P_j^G \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (3.9)$$

sendo,

P_i^G : potência bruta injetada na barra i ;

P_{Di} : demanda na barra i ;

$\sum_{j \in \gamma_j} C_{ji} P_j^G$: fluxo de potência saindo da barra i .

A equação (3.9) constitui um sistema de equações lineares que podem ser resolvidas para P_i^G , $i=1,\dots,N$. Novas gerações e perdas são então calculadas, respectivamente, como:

$$P_{Gi}^G = \frac{P_i^G}{P_i} P_{Gi} \quad e \quad L_{Gi} = P_{Gi} - P_{Gi}^G \quad (3.10)$$

Para atribuir as perdas em 50% para os geradores e 50% para as cargas, as gerações e demandas finais para cada barra são calculadas como:

$$P_{Gi}' = \frac{P_{Gi}^G + P_{Gi}}{2} \quad e \quad P_{Dj}' = \frac{P_{Dj}^G + P_{Dj}}{2} \quad (3.11)$$

A perda final atribuída para cada gerador ou carga é dada, respectivamente, por:

$$L_{Gi}' = P_{Gi} - P_{Gi}' \quad e \quad L_{Dj}' = P_{Dj}' - P_{Dj} \quad (3.12)$$

Finalmente, o fator de alocação de perdas para cada geração e demanda é calculada, respectivamente, como:

$$K_{Gi} = 1 - \frac{P_{Gi}'}{P_{Gi}} \quad e \quad K_{Dj} = \frac{P_{Dj}'}{P_{Dj}} - 1 \quad (3.13)$$

Muitos autores alegam que os métodos de alocação de perdas que têm como base o princípio da divisão proporcional utilizam diversas suposições e esquemas recursivos, como por exemplo, consideração de linhas e barras fictícias, entre outros. Isto faria com que os resultados da alocação pudessem ser considerados insatisfatórios.

3.2.3

Métodos Baseados em Teoria de Circuitos

Os métodos de alocação de perdas mais relevantes baseados em circuitos elétricos encontram-se nas referências [Conejo, 2001], [Lo, 2006], [Reta, 2001], [Costa, 2004], [Daniel, 2005] e [Unsihuay, 2006]. O fato de explorar as leis de circuitos elétricos os torna interessantes, embora existam dificuldades em alocar as perdas para as cargas e geradores, porque as funções das perdas são não-lineares.

Por exemplo, em [Lo, 2006], tem-se duas fontes que são responsáveis pelas correntes I_A e I_B no ramo em análise; conseqüentemente, as perdas no ramo são proporcionais ao quadrado da soma das duas correntes $(I_A + I_B)^2$. As perdas associadas ao termo $(I_A)^2$ podem ser alocadas à fonte responsável por I_A , enquanto que as associadas ao termo $(I_B)^2$ podem ser alocadas à fonte de corrente responsável por I_B . O problema consiste em dividir as perdas associadas ao termo que depende das duas fontes $(2.I_A.I_B)$, comumente denominado termo cruzado, entre cada uma delas. Para alocar este termo, são assumidas aproximações contendo sempre certo grau de arbitrariedade.

Diferentes aproximações são utilizadas para alocar a parcela das perdas associadas aos termos cruzados. Em [Reta, 2001], esta partição é proporcional ao módulo das correntes. Em [Lo, 2006] e [Costa, 2004], a divisão é proporcional ao quadrado das correntes. Mais recentemente, [Unsihuay, 2006] e [Daniel, 2005] assumem a hipótese 50%-50%, isto é, distribuir esses termos em parcelas iguais. Contudo, todos estes trabalhos não têm fundamento matemático para tais hipóteses. Em [Molina, 2008], através da aplicação do método de Aumann-Shapley foi demonstrado que a divisão 50%-50% na parcela não-linear das perdas é uma divisão justa e matematicamente correta para o processo de alocação de perdas, validando a hipótese assumida empiricamente em vários trabalhos baseados em teoria de circuitos da literatura recente.

A seguir, é realizada uma descrição geral do algoritmo apresentado em [Conejo, 2001], conhecida como o método Z^{Barra} .

O método Z^{Barra} consiste em expressar as perdas elétricas do sistema, $Perda_{Tot}$, a partir da matriz de impedância nodal Z^{Barra} , e, posteriormente, alocar as perdas a cada barra do sistema com a equação que relaciona as injeções de corrente em cada barra e a matriz de impedância nodal, cujo procedimento é apresentado a seguir:

A potência complexa injetada em uma barra k pode ser expressa em função da tensão nodal e da injeção de corrente na barra k ;

$$S_k = P_k + jQ_k = E_k \bar{I}_k \quad (3.14)$$

onde S_k é a injeção de potência complexa em uma barra k ; P_k e Q_k são as injeções de potência ativa e reativa em uma barra k , respectivamente; E_k é a tensão nodal da barra k ; e I_k a injeção de corrente na barra k . As injeções de potência P_k e Q_k podem ser expressas como:

$$P_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.15)$$

$$Q_k = V_k \sum_{m=1}^n V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.16)$$

sendo:

V_k e V_m : módulos de tensão nas barras k e m , respectivamente;

G_{km} e B_{km} : elemento $k-m$ das matrizes condutância e susceptância, respectivamente;

θ_{km} : ângulo de tensão entre as barra $k-m$;

n : número de barras do sistema.

Desenvolvendo a expressão P_k , tem-se:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km}) + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.17)$$

onde Ω_k é o conjunto de barras diretamente ligadas à barra k .

A equação (3.17) pode ser decomposta em duas partes. A primeira parte (L_k) pode ser interpretada como a parcela responsável por suprir as perdas elétricas devido a uma injeção de potência da barra k . A segunda ($Fluxo_k$) é a parcela de injeção de potência na barra k responsável pela injeção de potência nas barras adjacentes à barra k . Assim:

$$L_k = V_k^2 G_{kk} + V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km}) \quad (3.18)$$

$$Fluxo_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (B_{km} \sin \theta_{km}) \quad (3.19)$$

As perdas elétricas totais em um sistema de transmissão podem ser expressas como o somatório de todas as potências geradas no sistema menos o somatório de todas as potências consumidas, ou, de outra forma, o somatório da potência injetada em todas as barras. Dessa forma:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n P_{Gk} - \sum_{k=1}^n P_{Ck} = \sum_{k=1}^n P_k \quad (3.20)$$

O somatório das injeções de fluxo de potência em todas as barras, $Fluxo_k$, é igual a zero, pois não levam em conta as perdas do sistema. Dessa forma, o somatório das injeções de potência em todas as barras é igual ao somatório das parcelas responsáveis por suprir as perdas elétricas em cada barra, ou seja, o somatório de L_k para todas as barras. Assim:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n P_k = \sum_{k=1}^n L_k \quad (3.21)$$

Pode-se representar a perda total do sistema em função das tensões e correntes injetadas nas barras. Dessa forma:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n \Re \{S_k\} = \sum_{k=1}^n \Re \{E_k \bar{I}_k\} \quad (3.22)$$

Sabendo que $I_k = \sum_{j=1}^n Y_{kj} E_j$, e Y_{kj} é o elemento $k-j$ da matriz admitância nodal $Y = G + jB$, as perdas elétricas do sistema podem ser expressas por:

$$Perda_{Tot} = \Re \sum_{k=1}^n \left\{ E_k \left(\sum_{j=1}^n \overline{Y_{kj}} \overline{E_j} \right) \right\} \quad (3.23)$$

Segundo [Lima, 2007], o procedimento de alocação de perdas feito através da matriz Y^{Barra} não produz bons resultados, porque com a matriz Y^{Barra} não é possível observar o impacto que a injeção de corrente de uma barra provoca em uma determinada linha do sistema que não esteja diretamente conectada a esta barra. Em seguida, afirma que com a matriz Z^{Barra} é possível observar quanto cada barra impacta em todas as linhas do sistema, ainda que não estejam (as linhas) conectadas diretamente a esta barra. Assim, representam-se as perdas elétricas a partir da matriz impedância nodal (Z^{Barra}) do sistema.

$$Perda_{Tot} = \Re \sum_{k=1}^n \left\{ \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n Z_{kj} I_j \right) \right\} \quad (3.24)$$

A matriz é representada por sua resistência e sua reatância, ou seja, parte real e imaginária, respectivamente. Assim, $Z^{Barra} = R^{Barra} + jX^{Barra}$. Rearranjando a equação (3.24), tem-se:

$$Perda_{Tot} = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n R_{kj}^{Barra} I_j \right) \right\} + \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n X_{kj}^{Barra} I_j \right) \right\} \quad (3.25)$$

A primeira parte desta equação, $\sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n R_{kj}^{Barra} I_j \right)$, representa as perdas elétricas provocadas no sistema de transmissão, e a segunda parte,

$\sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n X_{kj}^{Barra} I_j \right)$, representa o somatório da injeção de fluxo de potência em cada barra do sistema, portanto igual a zero. Assim, as perdas elétricas do sistema podem ser expressas por:

$$Perda_{Tot} = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n R_{kj}^{Barra} I_j \right) \right\} \quad (3.26)$$

Pretende-se alocar as perdas elétricas decompondo-as em k termos, do tipo L_k , para cada barra k do sistema. Assim, usando (3.21), pode-se escrever:

$$Perda_{Tot} = \sum_{k=1}^n L_k = \Re \left\{ \sum_{k=1}^n \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n R_{kj}^{Barra} I_j \right) \right\} \quad (3.27)$$

Finalmente, as perdas elétricas alocadas a uma barra k podem ser calculadas como:

$$L_k = \Re \left\{ \bar{I}_k \left(\sum_{j=1}^n R_{kj}^{Barra} I_j \right) \right\} \quad (3.28)$$

Caso os geradores e cargas estejam conectados à mesma barra, as perdas elétricas alocadas a essa barra são distribuídas aos geradores e às cargas na mesma proporção de suas gerações e demandas, respectivamente. Assim,

$$Perdas_{Gk} = \frac{|P_{Gk}|}{|P_{Gk}| + |P_{Dk}|} L_k \quad (3.29)$$

$$Perdas_{Dk} = \frac{|P_{Dk}|}{|P_{Gk}| + |P_{Dk}|} L_k \quad (3.30)$$

O método Z^{Barra} apresenta uma forma elegante e natural de separar as perdas elétricas e alocá-las a cada barra do sistema, pois as perdas elétricas são desacopladas diretamente a partir das equações do fluxo de potência, sem a necessidade de ajustes. No entanto, o método requer a pré-condição de que a matriz admitância seja não singular. Além disso, a proporção de perdas entre geradores e cargas não é constante [Unsuhay, 2006].

3.2.4

Métodos Baseados em Teoria dos Jogos

A teoria dos jogos cooperativos tem sido aplicada na resolução do problema de alocação de perdas de diversas maneiras, onde os distintos agentes atuam de forma conjunta, objetivando uma alocação imparcial. Em [Shih-Chieh, 2006], [Peng, 2007], o conceito de teoria dos jogos cooperativos (valor Shapley) é usado para determinar uma alocação de perda justa entre os agentes envolvidos (cargas e geradores). O método de Valor Shapley é basicamente repetir o cálculo de perdas para *todas as combinações possíveis* de ordens de entrada e calcular a média destas perdas alocadas aos jogadores (geradores e cargas). Em outras palavras, todos os jogadores têm a mesma oportunidade de serem os primeiros, e também os últimos.

Este procedimento de alocação é conhecido na literatura especializada como Shapley. Embora tenha várias características atraentes, como mostradas na Seção 2.7, apresenta duas limitações importantes, que são:

- o processo de alocação não é “isonômico” com relação à magnitude dos agentes; em outras palavras, a soma dos custos, alocados a dois geradores numa mesma barra que produzem 20 MW cada, pode ser diferente do total que seria alocado a um único gerador que produz 40 MW;
- o esforço computacional, devido ao aspecto combinatório, cresce em proporção geométrica com respeito ao número de agentes.

Em [Molina, 2007], é usada a teoria de Aumann-Shapley, com o objetivo de superar as limitações do método de Shapley. Para aplicar a teoria dos jogos ao problema de alocação de perdas, estas são formuladas como uma função de fontes de corrente. Assim sendo, para alocar as perdas aos geradores, as potências geradas são modeladas como fontes de corrente e as cargas como impedância constante; e para alocar as perdas para as cargas, estas são modeladas como uma fonte de corrente e os geradores como impedância constante. Assim, cada fonte de corrente é tratada como um jogador individual do jogo de alocação de perdas de transmissão.

A seguir é realizada uma descrição do método apresentado em [Shih-Chieh, 2006], que utiliza a teoria de Shapley para o problema de alocação de perdas.

O método tem como ponto de partida a solução de um fluxo de carga, a potência complexa injetada por um gerador na barra i ($S_i^G = P_i^G + jQ_i^G$), que é remodelada por seu equivalente de fonte de corrente, da seguinte maneira:

$$I_i^G = \left[\frac{S_i^G}{V_i} \right] = \left[\frac{P_i^G + jQ_i^G}{V_i} \right] \quad (3.31)$$

onde, V_i é a tensão na barra de geração i . Similarmente, a injeção de potência complexa na barra de carga j é $S_j^D = P_j^D + jQ_j^D$, que pode ser também remodelada como fonte de corrente:

$$I_j^D = \left[\frac{S_j^D}{V_j} \right] = \left[\frac{P_j^D + jQ_j^D}{V_j} \right] \quad (3.32)$$

ou por sua impedância equivalente:

$$Z_j^D = \left[\begin{array}{c} V_j \\ -I_j^D \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} |V_j|^2 \\ P_j^D + jQ_j^D \end{array} \right] \quad (3.33)$$

Portanto, têm-se dois modelos básicos:

O primeiro modelo básico (PMB) atribui as perdas para geradores e cargas, modelando estes como fontes de corrente, calculadas por (3.31) e (3.32), respectivamente.

O segundo modelo básico (SMB) aloca as perdas somente para fontes de energia (geradores), sendo estas modeladas como fontes de corrente e as cargas modeladas como impedâncias constantes usando (3.31) e (3.33), respectivamente. Assim sendo, a matriz de impedância de barra Z^{Barra} é modificada com a inclusão da impedância equivalente da carga para outra matriz de barra, denotada como \hat{Z}^{Barra} .

Determina-se também a contribuição de tensão para uma barra de carga j devido a uma injeção de corrente na barra geradora k , que pode ser facilmente calculada por $V_j^k = z_{jk} \cdot I_k$ para PMB ou $V_j^k = \hat{z}_{jk} \cdot I_k$ para SMB, onde \hat{z}_{jk} (z_{jk}) é o j - k -ésimo elemento de \hat{Z}^{Barra} (Z^{Barra}). Pelo princípio da superposição, a tensão em uma barra de carga j é igual à soma das contribuições individuais de todas as fontes na mesma.

Considere-se a linha de transmissão representada pelo modelo π entre as barras m e n , como na Figura 3.2, onde $Z_{mn} = r_{mn} + jx_{mn}$ é a impedância série e $y_c = jb_c$ é a susceptância *shunt*. Após calcular a contribuição individual de tensão de cada fonte de corrente, pode-se então calcular a contribuição de cada fonte de corrente numa linha de transmissão.

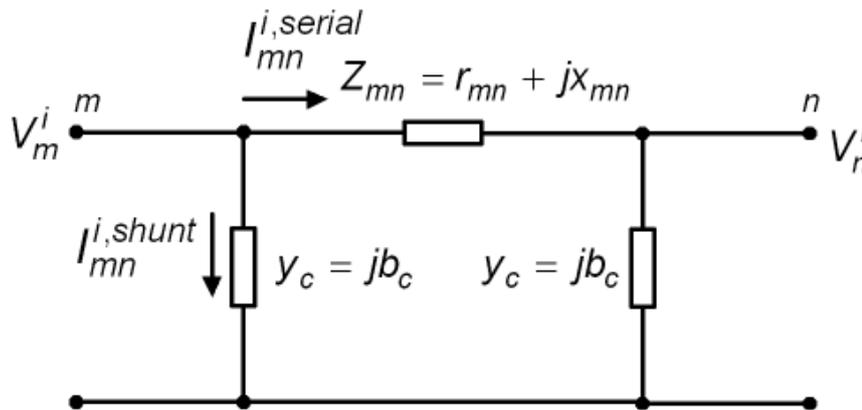


Figura 3.2 - Modelo π da Linha de Transmissão entre as Barras m e n

Na Figura 3.2 observa-se a contribuição de corrente da fonte de corrente da barra i na linha de transmissão m - n , medida na barra m , que pode ser expressa como:

$$I_{mn}^i = I_{mn}^{i,serial} + I_{mn}^{i,shunt} = \frac{V_m^i - V_n^i}{r_{mn} + jx_{mn}} + V_m^i \cdot jb_c \quad (3.34)$$

Pelo princípio da superposição, a corrente da linha é igual à soma das contribuições individuais de cada fonte de corrente, cuja expressão é:

$$I_{mn} = \sum_{\forall i} I_{mn}^i = \sum_{\forall i} I_{mn}^{i,serial} + \sum_{\forall i} I_{mn}^{i,shunt} \quad (3.35)$$

Por conseguinte, as perdas de potência ativa na linha $m-n$ podem ser calculadas por $|I_{mn}^{serial}|^2 r_{mn}$. Para determinar a contribuição individual de uma fonte de corrente nas perdas da linha, deve-se considerar todas as outras fontes de corrente como circuito aberto. Deste modo, a contribuição nas perdas da linha $m-n$ devido a uma fonte de corrente I_i pode ser calculada por:

$$|I_{mn}^{i,serial}|^2 r_{mn} = \left| \frac{V_m^i - V_n^i}{r_{mn} + jX_{mn}} \right|^2 r_{mn} \quad (3.36)$$

Adicionalmente, as perdas de potência reativa na linha de transmissão $m-n$ podem ser calculadas por $|I_{mn}^{serial}|^2 x_{mn} - \left(|V_m|^2 + |V_n|^2 \right) b_c$, sendo que a contribuição nas perdas de potência reativa de uma fonte de corrente I_i é igual a:

$$|I_{mn}^{i,serial}|^2 x_{mn} - \left(|V_m^i|^2 + |V_n^i|^2 \right) b_c \quad (3.37)$$

Para alocar as perdas através de teoria dos jogos cooperativos, onde se tem n participantes, define-se $N = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ como o conjunto de todos os jogadores (fontes de corrente); S um subconjunto não nulo de N , chamado de coalizão, e finalmente $V(S)$ que é o valor real da função característica de cada possível coalizão S , que é equivalente à contribuição da coalizão das fontes de corrente $\sum_{\forall I_i \in S} I_i$ para uma linha de transmissão, com todas as fontes de corrente

restantes em circuito aberto (desligadas). Note-se que pelo princípio de superposição, a contribuição de tensão (ou corrente) v^S (ou I^S) devido à $\sum_{\forall I_i \in S} I_i$ para cada barra (ou linha) é igual à soma das contribuições individuais de

tensão (ou corrente) de todas as fontes de corrente que pertencem à coalizão S . v_m^S é obtido quando todas as fontes da coalizão atuam como um grupo, isto é $V_m^S = \sum_{\forall i \in S} V_m^i$. De forma análoga, pode-se calcular a corrente na linha $m-n$

devido à coalizão S , como a soma das contribuições individuais de correntes das fontes que pertencem à coalizão $I_{mn}^{S,serial} = \sum_{\forall i \in S} I_{mn}^{i,serial}$, a formulação das perdas

desta coalizão é a seguinte:

$$\left| I_{mn}^{S,serial} \right|^2 r_{mn} = \left| \frac{V_m^S - V_n^S}{r_{mn} + jX_{mn}} \right|^2 r_{mn} \quad (3.38)$$

e a contribuição nas perdas de potência reativa da coalizão S é igual a:

$$\left| I_{mn}^{S,serial} \right|^2 X_{mn} - \left(\left| V_m^S \right|^2 + \left| V_n^S \right|^2 \right) b_c \quad (3.39)$$

Sobre estas configurações do jogo, quando todas as coalizões são calculadas, pode-se dizer que se tem um mecanismo de alocação justa e razoável para cada jogador.

Portanto, a alocação para cada jogador (fonte de corrente) pode ser calculada aplicando o Valor de Shapley:

$$PI_i = \sum_{\forall S, I_i \notin S} Prob_n(S) [V(S \cup \{I_i\}) - V(S)] \quad (3.40)$$

onde PI_i representa a participação nas perdas do jogador I_i ; $[V(S \cup \{I_i\}) - V(S)]$ representa a perda incremental ou decremento devido a um jogador I_i se juntar à coalizão S, e $Prob_n(S) = \frac{s!(n-s-1)!}{n!}$ é a probabilidade do jogador I_i se juntar à coalizão S como o $(s+1)$ -ésimo participante do jogo, que pode ser interpretado como o fator de impacto nas perdas do sistema se o jogador I_i aderir à coalizão. Observe-se que o impacto de um jogador em diferentes coalizões é considerado através de (3.40).

O método de Shapley resolve este problema alocando a cada jogador a média das alocações incrementais para todas as permutações possíveis na ordem de entrada. Esse procedimento é intuitivamente “justo”, já que todos os jogadores têm chances iguais de entrar em todas as posições. Porém mostra-se que a alocação Shapley não é “isonômica” com relação à magnitude dos agentes, isto é, agentes maiores são menos sensíveis à ordem de entrada que agentes menores, e por isso são beneficiados. Outro problema do método de Shapley é o número de permutações calculadas, que cresce muito com o

aumento do número de agentes, fazendo com que seu cálculo seja computacionalmente inviável.

Com o objetivo de esclarecer como o método de Aumann-Shapley é robusto e apresenta uma série de características desejáveis em termos de coerência econômica e isonomia, a seguir será descrita uma aplicação de Aumann-Shapley ao problema de alocação de perdas apresentado em [Molina, 2007].

O método inicia-se com os dados de um ponto de operação do sistema de potência e o sistema de transmissão é considerado como um bloco (ver Figura 3.3); por conseguinte, o cálculo de perdas em cada linha não é necessário. O princípio da superposição é usado para determinar a relação entre as correntes das cargas e as fontes de corrente (função linear). Logo, as perdas (função não-linear das fontes de corrente) são alocadas usando a teoria dos jogos, especificamente o método de Aumann-Shapley. Neste método, a metade das perdas do sistema é alocada às cargas, enquanto a outra metade é alocada aos geradores.

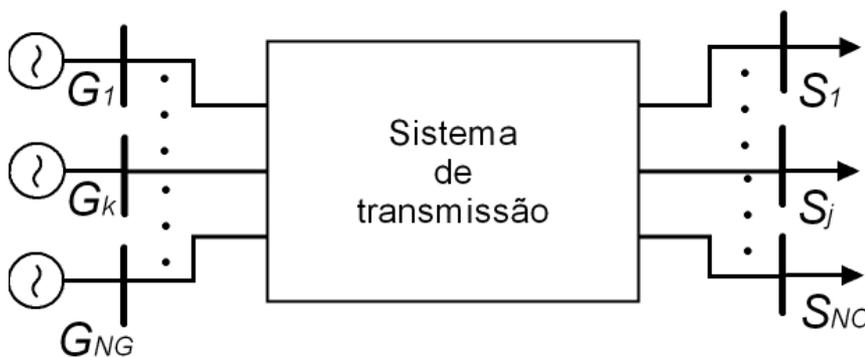


Figura 3.3 - Representação do Sistema de Potência

Para a aplicação do método é indispensável modelar os geradores do sistema de potência como fontes de corrente e as cargas como impedância. Dessa maneira, a matriz Z^{Barra} é modificada para \hat{Z}^{Barra} com a adição das impedâncias das cargas à matriz original. As fontes de corrente correspondentes às cargas são zero e assim, a formulação para o fornecimento de potência complexa é:

$$S_{For} = I \hat{Z}^{Barra} \bar{I} \quad (3.41)$$

O consumo total de potência complexa é o somatório do consumo de cada carga:

$$S_{Con} = \sum_{j=1}^{j=NL} S_j \quad (3.42)$$

onde S_j é a potência aparente de carga j dada por:

$$S_j = (I_{ZCj})(\overline{I_{ZCj}})ZCj \quad (3.43)$$

Ressalta-se que ZCj é a impedância equivalente de carga j e I_{ZCj} é a corrente que chega à carga j , que pode ser obtida como uma função linear das fontes de corrente, como:

$$I_{ZCj} = \sum_{i=1}^{i=NG} \frac{\hat{Z}^{Barra}(j,i)}{ZCj} I_{Gi} \quad (3.44)$$

onde:

$\hat{Z}^{Barra}(j,i)$: elemento (j, i) da matriz impedância modificada correspondente à barra de geração i e à barra de carga j .

ZCj : impedância da barra de carga j ,

I_{Gi} : corrente injetada pelo gerador i .

As perdas podem ser escritas como:

$$Perdas = [S_{For} - S_{Con}] \quad (3.45)$$

A metade do total de perdas ativas e reativas é alocada às cargas proporcionalmente às suas correntes:

$$Perdas_{ZCj} = \frac{1}{2} \left[\frac{I_{ZCj}}{\sum_{j=1}^{j=NL} I_{ZCj}} [S_{For} - S_{Con}] \right] \quad (3.46)$$

A mesma equação é usada para alocar a metade restante das perdas aos geradores. Com o objetivo de determinar as perdas associadas às injeções de corrente que fluem dos geradores às cargas, a teoria de Aumann-Shapley é aplicada. A Participação Unitária das correntes reais (*PUR*) que fluem do gerador G_k para a carga j nas perdas é:

$$PUR_{Gkr-ZCj} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{ZCj}(tI_G)}{\partial I_{Gkr}} \quad (3.47)$$

onde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Perdas_{ZCj}}{\partial I_{Gkr}} = & \left(\frac{\partial F1}{\partial I_{Gkr}} \times F2 + F1 \times \frac{\partial F2}{\partial I_{Gkr}} \right) \\ & - \left(\frac{\partial F1}{\partial I_{Gkr}} \times F3 + F1 \times \frac{\partial F3}{\partial I_{Gkr}} \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$F1 = \frac{1}{2} \times \frac{I_{ZCj}}{\sum_{j=1}^{j=NL} I_{ZCj}};$$

$$F2 = I \hat{Z}^{Barra} \bar{I};$$

$$F3 = \sum_{j=1}^{j=NL} S_j.$$

A participação unitária da corrente imaginária (*PUI*) que flui do gerador G_k para a carga j nas perdas é:

$$PUI_{Gki-ZCj} = \int_{t=0}^1 \frac{\partial Perdas_{ZCj}(tI_G)}{\partial I_{Gki}} \quad (3.49)$$

onde:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Perdas_{ZCj}}{\partial I_{Gki}} = & \left(\frac{\partial F1}{\partial I_{Gki}} \times F2 + F1 \times \frac{\partial F2}{\partial I_{Gki}} \right) \\ & - \left(\frac{\partial F1}{\partial I_{Gki}} \times F3 + F1 \times \frac{\partial F3}{\partial I_{Gki}} \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

A participação total (PT) é a soma das participações da corrente real e imaginária que flui do gerador G_k para uma determinada carga j :

$$PT_{Gk-ZCj} = I_{Gkr} \times PUR_{Gkr-ZCj} + I_{Gki} \times PUI_{Gki-ZCj} \quad (3.51)$$

Neste trabalho foi apresentada uma nova maneira de alocar simultaneamente as perdas de potência ativa e reativa. É um dos poucos métodos que realiza esta alocação simultaneamente, onde analisa-se as perdas associadas às componentes real e imaginária da corrente que fluem dos geradores para cada carga. Embora as alocações de perdas tenham certo grau de arbitrariedade com respeito às cargas, as alocações de perdas aos geradores é realizada sem nenhuma suposição.

3.3

Métodos de Alocação de Demanda Elétrica

Na literatura, poucos métodos que determinam as responsabilidades dos geradores no atendimento das demandas de potência foram propostos. Dentre eles, as abordagens baseadas no princípio de divisão proporcional são publicadas em maior número, devido a sua simplicidade e o fato de poder ser aplicado tanto à potência ativa como à potência reativa. Apenas uma publicação aborda a teoria de circuitos, especificamente para determinar as responsabilidades dos geradores nas potências reativas das cargas. Nesta seção, realiza-se uma análise de alguns destes métodos.

3.3.1

Métodos Baseados no Princípio da Divisão Proporcional

Sendo que a maioria dos métodos que determinam as contribuições dos geradores nas cargas é baseada em seguimento de fluxos, o método apresentado em [Bialek, 1996], pode ser considerado como o precursor dos métodos de seguimento de fluxo, cujo princípio fundamental é a divisão proporcional dos fluxos descrita na Seção 3.2.2. Posteriormente, em [Bialek, 1997], o método é aprofundado e melhor explicado, descrevendo uma técnica para determinar quais geradores fornecem potência ativa a uma carga particular, e quanto de cada gerador chega à carga; inicia-se com a solução de um fluxo de potência e logo são identificadas as barras que fornecem potência ao sistema (geradores). Usando o princípio da divisão proporcional, é possível calcular a contribuição de cada gerador para as cargas; em [Kirschen, 1997] é proposto um método similar aos trabalhos anteriores, embora estes não sejam referenciados, apresentando como única diferença o fato de considerar os domínios dos geradores, domínios comuns de geradores e elos (linhas de transmissão). Neste trabalho são determinados os grupos de barras que são alimentadas pelo mesmo gerador e, usando o princípio da divisão proporcional, é possível calcular a contribuição de cada gerador para as cargas; em [Wu, 2000] também é usado o princípio da divisão proporcional em combinação com a teoria de grafos para determinar a alocação de demanda elétrica. Os métodos descritos até agora podem ser aplicados tanto para potência ativa como para potência reativa.

A seguir será descrito de uma forma resumida o método apresentado por [Kirschen, 1997]. O método consiste em 4 passos:

Passo 1 - Determinar o Domínio de um Gerador

O domínio de um gerador é definido como o grupo de barras que são alimentadas por ele. A potência injetada por um gerador pode ser seguida através do sistema até as barras de cargas que pertencem ao domínio. Por exemplo, na Figura 3.4, apresentada em [Kirschen, 1997], o domínio do gerador *A* é composto por todas as barras, enquanto o domínio do gerador *B* inclui somente as barras 3, 4, 5 e 6; finalmente, o domínio do gerador *C* é limitado unicamente à barra 6.

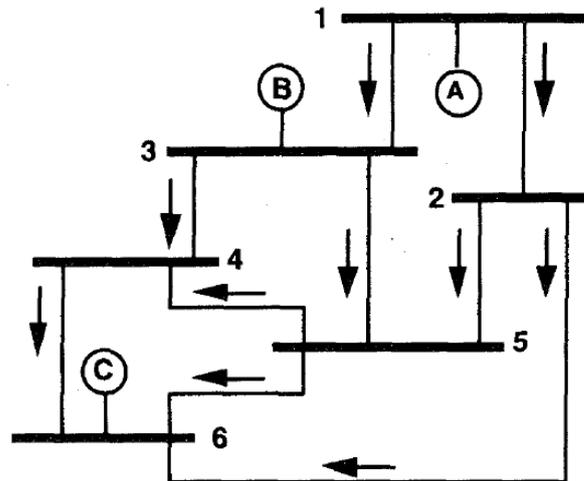


Figura 3.4 - Sistema de 6 Barras Usado para Ilustrar o Conceito

Deve-se considerar que o domínio de potência ativa dos geradores não é necessariamente o mesmo que o domínio de potência reativa, pois estes fluxos não têm necessariamente o mesmo sentido.

O conceito dual do domínio de um gerador pode ser denominado de domínio da carga e definido como o conjunto de barras que são percorridas pelos fluxos até chegar a uma carga. Sua extensão pode ser calculada da mesma maneira como realizada para os geradores, mas desta vez, a partir da carga, e considerando apenas os ramos que levam potência para a carga. No exemplo da Figura 3.4, o domínio da carga 5 (barra 5) inclui as barras 5,3,2 e 1, portanto, os geradores A e B.

Passo 2 - Determinar Domínios Comuns

Por si só, o domínio de um gerador é um conceito interessante, mas a sua aplicabilidade é limitada devido à forte superposição entre os diferentes domínios de geradores. Portanto, é necessário o conceito de “domínio comum”, embora um pouco menos intuitiva. Um domínio comum é definido como o conjunto de barras contíguas alimentadas pelos mesmos geradores; o conceito de domínio comum é muito útil, porque permite isolar conjuntos de barras que são alimentadas pelos mesmos geradores para serem tratadas de maneira separada, de modo que uma barra pertence a um só domínio comum. A ordem de um domínio comum é definida pelo número de geradores que fornecem potência às barras que pertencem ao domínio. A ordem nunca pode ser superior ao número de geradores do sistema.

Por exemplo, a rede na Figura 3.4 pode ser representada por três domínios comuns:

- Barras 1 e 2, alimentadas unicamente pelo gerador *A*, pertencem a (domínio comum 1, ordem 1);
- Barras 3, 4 e 5, alimentadas pelos geradores *A* e *B* (domínio comum 2, ordem 2);
- Barra 6, alimentada pelos geradores *A*, *B* e *C* (domínio comum 3, ordem 3).

Uma vez divididas as barras em domínios comuns, as linhas podem ser agrupadas como internas (conectam duas barras que são parte de um mesmo domínio comum) ou externas (conectam duas barras que pertencem a diferentes domínios comuns) a um domínio comum. Uma ou mais linhas que conectam diferentes domínios comuns podem ser chamadas de elos.

Na rede da Figura 3.4 têm-se três elos:

- Elo 1, conecta os domínios comuns 1 e 2 através das linhas 1-3 e 2-5;
- Elo 2, conecta os domínios comuns 2 e 3 através das linhas 4-6 e 5-6;
- Elo 3, conecta os domínios comuns 1 e 3 através da linha 2-6.

As linhas 3-4 e 4-5 são internas ao domínio comum 2. A linha 1-2 é interna ao domínio comum 1. Não há linhas internas no domínio comum 3.

Passo 3 - Gráfico de Estados

Dada a direção dos fluxos em todas as linhas da rede, podem ser obtidos os domínios comuns únicos e elos. Se os domínios comuns são representados como nós e os elos como linhas, o estado do sistema pode ser representado com direções. Este gráfico é direcionado, isto é, sempre segue um sentido, e a direção do fluxo é especificada em um elo. Os elos só podem ir de um domínio comum que compreende um menor número de geradores a um domínio comum com maior número de geradores. Normalmente, a raiz dos nós do gráfico corresponde a um domínio comum de ordem 1 (um gerador), enquanto os nós restantes são compostos de domínios comuns de ordens maiores.

O gráfico de estado do sistema da Figura 3.4 é mostrado na Figura 3.5. Por ser um sistema pequeno, o gráfico de estado é simples. Um exemplo de gráfico de estado mais completo (sistema IEEE 30 barras) pode ser observado em [Bialek, 1996].

Deve-se ressaltar que uma inversão na direção do fluxo de potência em uma única linha de transmissão ou transformador pode alterar radicalmente o tamanho e forma do gráfico de estado. Essa inversão pode aumentar ou diminuir consideravelmente o domínio de um gerador e, conseqüentemente, provocar o surgimento ou o desaparecimento de vários elos e domínios comuns.

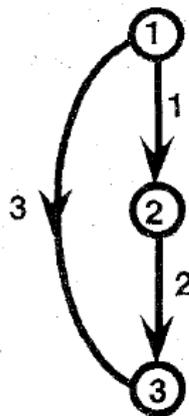


Figura 3.5 - Gráfico de Estado do Sistema de 6 Barras

Passo 4 - Contribuição para a Carga de um Domínio Comum

Os resultados obtidos até agora proporcionam uma visão qualitativa do sistema. Para obter informações quantitativas, são necessárias algumas definições e hipóteses.

O fluxo de entrada de um domínio comum é definido como a soma da potência injetada por fontes ligadas às barras localizadas neste domínio comum e da potência importada de outros domínios comuns para este domínio através dos elos. Este fluxo de entrada é sempre positivo. Para os nós raiz do gráfico de estado, inclui-se apenas a potência injetada dentro do próprio domínio comum. O fluxo de saída de um domínio comum é igual à soma de todas as cargas ligadas às barras que são parte do domínio comum mais as saídas dos elos. Os resultados são dependentes da aplicação do princípio da divisão proporcional:

Para um domínio comum qualquer, se a proporção do fluxo que pode ser rastreada até o gerador i é x_i , então a sua proporção de saída do domínio do gerador i também tem a mesma proporção x_i .

Como todos os postulados, a frase anterior não pode ser comprovada ou contestada e sua única justificativa é que ela parece mais razoável do que qualquer outra hipótese possível. Esta hipótese estabelece a base de um método repetitivo para determinar a contribuição de cada gerador para as cargas em cada domínio comum. Usam-se as notações:

C_{ij} : contribuição do gerador i para a carga e fluxos de saída do domínio comum j ;

C_{ik} : contribuição do gerador i para a carga e fluxos de saída do domínio comum k ;

F_{jk} : fluxo do elo entre os domínios comuns j e k ;

F_{ijk} : fluxo do elo entre os domínios comuns j e k devido ao gerador i ;

I_k : fluxo de entrada do domínio comum k .

De acordo com o princípio da divisão proporcional, tem-se:

$$F_{ijk} = C_{ij} \times F_{jk};$$

$$I_k = \sum_j F_{jk};$$

$$C_{ik} = \frac{\sum_j F_{ijk}}{I_k}.$$

Estas equações recursivas podem ser usadas para calcular a contribuição de cada gerador para cada domínio comum. Note-se que o fluxo de entrada dos nós raiz do gráfico de estado é inteiramente fornecido pelos geradores embutidos nestes domínios comuns. A proporção da saída pode ser seguida para cada um destes geradores, portanto, pode ser facilmente quantificada e propagada para domínios comuns de maior ordem.

Um exemplo básico do sistema mostrado na Figura 3.4 é usado para elucidar este procedimento. Na Figura 3.6 são fornecidos dados adicionais sobre as gerações, cargas e os fluxos nos elos.

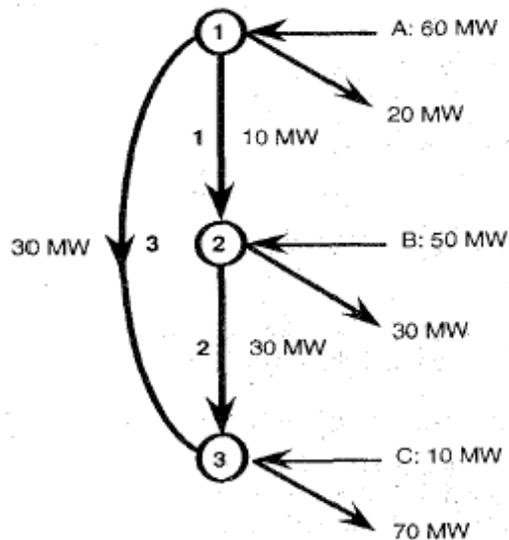


Figura 3.6 - Gráfico de Estado do Sistema de 6 Barras

Primeiramente, são calculados os fluxos de entrada de cada domínio comum:

Domínio comum 1: 60 MW;

Domínio comum 2: $50 + 10 = 60$ MW;

Domínio comum 3: $10 + 30 + 30 = 70$ MW.

Em seguida, calcula-se a contribuição do nó raiz do gráfico de estados:

Gerador A: $60/60 = 1,0$.

Contribuição absoluta para os fluxos de entrada do domínio comum 2:

Gerador A: $10 \cdot 1,0 = 10$ MW;

Gerador B: 50 MW.

Contribuição relativa para a carga e fluxo de saídas do domínio comum 2:

Gerador A: $10/60 = 0,167$;

Gerador *B*: $50/60 = 0,833$.

Contribuição absoluta para os fluxos de entrada do domínio comum 3:

Gerador *A*: $30 \cdot 1,0 + 30 \cdot 0,167 = 35$ MW;

Gerador *B*: $30 \cdot 0,833 = 25$ MW;

Gerador *C*: 10 MW.

Contribuição relativa para a carga e fluxo de saída do domínio comum 3:

Gerador *A*: $35/70 = 0,500$;

Gerador *B*: $25/70 = 0,357$;

Gerador *C*: $10/70 = 0,143$.

Em outras palavras, é possível concluir que o gerador *A* fornece 50 % do total consumido pelas cargas no domínio comum 3 e somente 16,7 % no domínio comum 2.

3.3.2

Método Baseado em Teoria de Circuitos

Na literatura técnica tem-se somente um método baseado na teoria de circuitos para determinar a alocação de demanda e somente é determinada a contribuição de potência reativa dos geradores às cargas. Nesta seção é apresentada a revisão deste método.

O método apresentado em [When, 2004] propõe alocar os custos pelo fornecimento de potência reativa às cargas, usando a teoria básica de circuitos, onde se determina que a tensão de uma barra de carga é resultado das contribuições de todas as fontes de tensão do sistema. Neste contexto, é então deduzida a relação funcional entre as tensões de carga, E_L , e as fontes de tensão, E_G , de maneira a serem decompostas as tensões de todas as barras de carga em parcelas ΔE_L , resultantes da atuação de apenas uma fonte de tensão (geradores) por vez. Então, estas contribuições de tensão são utilizadas

juntamente com as correntes nas barras de carga, obtidas a partir de um resultado de fluxo de carga, para se determinar a parcela de potência reativa que uma carga qualquer recebe de cada fonte de tensão. Posteriormente, os custos da produção de potência reativa das fontes de tensão são alocados para as cargas segundo a lógica.

Dado um sistema com NB barras, sendo NG barras de geração e NL barras de carga, o sistema de equações nodais que relacionam corrente e tensão é representado na forma matricial como:

$$[I] = [Y_{barra}][E] \quad (3.52)$$

onde:

$[I]$: vetor de injeções de corrente complexas em cada barra;

$[Y_{barra}]$: matriz admitância, calculada a partir dos parâmetros π das linhas de transmissão;

$[E]$: vetor de tensões complexas de barra.

Fazendo uma permutação de linhas e colunas na matriz $[Y_{barra}]$, de maneira que sejam separadas as barras de carga e geração, (3.52) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ I_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ E_L \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Desta maneira pode-se obter uma relação entre as tensões das barras de carga, E_L e as tensões das fontes, E_G . Esta relação tem a forma: $E_L = f(E_G)$, podendo-se conseqüentemente, determinar a parcela de tensão (ΔE_L) em uma barra de carga qualquer devido a uma fonte de tensão, se o princípio da superposição é aplicado. Para isto, é necessário que as cargas sejam representadas como admitâncias em paralelo, de modo que tenham injeção de corrente nula. A partir do resultado de fluxo de carga, estas admitâncias são calculadas como:

$$Y_{Lj} = \frac{1}{E_{Lj}} \overline{\left(\frac{SL_j}{E_{Lj}} \right)} \quad (3.54)$$

onde Y_{Lj} é a admitância conectada à barra de carga j , E_{Lj} é a tensão complexa da barra de carga j , e $SL_j = PL_j + jQL_j$ é o consumo de potência complexa na barra de carga j .

Depois de calculadas as admitâncias equivalentes de todas as barras de carga, é executada a modificação na sub-matriz $[Y_{LL}]$ adicionando o termo Y_{Lj} correspondente ao j -ésimo elemento da diagonal principal. Esta sub-matriz é modificada para $[Y'_{LL}]$, e (3.53) é reescrita como:

$$\begin{bmatrix} I_G \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{GG} & Y_{GL} \\ Y_{LG} & Y'_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_G \\ E_L \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

Considerando-se a parte inferior de (3.55):

$$[0] = [Y_{LG}][E_G] + [Y'_{LL}][E_L] \quad (3.56)$$

Resolvendo (3.56) em relação a $[E_L]$, tem-se:

$$\begin{aligned} [Y'_{LL}][E_L] &= -[Y_{LG}][E_G] \\ [E_L] &= -[Y'_{LL}]^{-1}[Y_{LG}][E_G] \end{aligned} \quad (3.57)$$

Fazendo $[YA] = -[Y'_{LL}]^{-1}[Y_{LG}]$, tem-se:

$$[E_L] = [YA][E_G] \quad (3.58)$$

A tensão de cada barra de carga é resultado das contribuições de todos os geradores, e pode ser representada pela expansão de:

$$E_{Lj} = \sum_{i=1}^{NG} YA_{j,i} \times E_{Gi} \quad (3.59)$$

Pode-se então inferir que:

$$\Delta E_{L(i,j)} = YA_{j,j} \times E_{Gi} \quad (3.60)$$

onde $\Delta E_{L(i,j)}$ é a contribuição de tensão que a carga da barra j recebe do gerador da barra i . Fica claro que o princípio da superposição é satisfeito segundo:

$$E_{Lj} = \sum_{i=1}^{NG} \Delta E_{L(i,j)} \quad (3.61)$$

Os autores deste artigo propõem então uma heurística para o cálculo da contribuição de potência reativa que cada barra de carga recebe de cada gerador:

$$Q_{L(i,j)} = \text{imag} \left(\Delta E_{L(i,j)} \times \overline{I_{Lj}} \right) \quad (3.62)$$

onde $Q_{L(i,j)}$ é a contribuição do gerador i para a potência reativa da carga j , I_{Lj} é a corrente complexa consumida pela barra de carga, obtida pelo resultado do fluxo de carga.

De acordo com (3.62), é proposta uma repartição na demanda de potência reativa levando em conta o valor total da corrente complexa de carga. Esta heurística não considera a participação das fontes de corrente na carga, como feito para as tensões. Portanto, esta repartição é incompleta, visto que o efeito de cada fonte de corrente dos geradores nas cargas não é considerado, apresentando-se como uma desvantagem deste método.

A partir de (3.62), é proposta a alocação dos custos para o suporte de potência reativa. A remuneração sugerida da carga j para o gerador i é igual ao produto da contribuição $Q_{L(i,j)}$ pelo custo por Mvar do gerador i .

3.4

Conclusões

Neste capítulo foi apresentada uma breve revisão e análise de alguns métodos, os quais servirão como ponto de partida para o desenvolvimento dos métodos propostos. Foram apresentados diversos métodos, tanto para o problema de alocação de perdas, como para alocação de demandas. Observa-se nos métodos revisados, hipóteses e princípios diversos, o que permite afirmar que não existe um consenso geral sobre o melhor método a ser seguido, dado que todos possuem algum tipo de arbitrariedade.

Dos métodos analisados pode-se dizer que há alguns métodos que poderiam ser considerados bons. Entretanto, a questão da equidade ainda continua em aberto. Para resolver esse problema, novos métodos baseados em teoria de jogos têm sido propostos porque essa teoria incorpora critérios de justiça e eficiência no processo de alocação.