

4 MEDIÇÃO DA POSIÇÃO USANDO VISÃO ESTÉREO

Este Capítulo descreve o uso de duas câmeras para medir a posição e orientação da base superior do atuador no espaço tridimensional. Um pequeno objeto tridimensional é colocado na base superior do atuador para ser filmado com duas câmeras, que irão acompanhar o seu movimento com o uso de visão estéreo através de algoritmos de visão computacional. A medição ao longo do tempo é importante para o estudo do comportamento dinâmico do músculo artificial. Para seguir a posição de pontos nas imagens, é usada correlação cruzada junto com um algoritmo de busca de pontos locais. Para reconstruir os pontos em três dimensões foi preciso calibrar as câmeras e fazer uso da geometria epipolar [9]. A precisão da medição aumenta com a resolução da câmera. É importante ressaltar que grande parte do movimento do músculo é lento em relação às taxas de captura de câmeras típicas, o que faz com que os erros das posições estimadas quadro a quadro sejam pequenos.

É importante ressaltar a dificuldade de colocar sensores no atuador para medir sua posição. É por esta razão que foi usada uma técnica não-invasiva como a visão computacional. Um objeto cúbico contendo um padrão quadriculado é montado sobre o disco superior, facilitando a localização tridimensional do disco. O objeto é muito leve em relação ao atuador, portanto não modifica significativamente o comportamento dinâmico do músculo artificial. Na Figura 30a pode-se observar o objeto na parte superior do atuador. O uso desta solução de sensoriamento possui muitas vantagens como facilidade de construção, baixo custo, ausência de fios ou cabos no disco superior, além de não interferir significativamente nos parâmetros dinâmicos do atuador. A Figura 30b mostra a posição das câmeras e do atuador.



Figura 30: (a) Objeto para a medição colocado na base superior do atuador. (b) Posição das câmeras para medir o movimento do objeto.

A visão estéreo é o ramo da visão computacional que analisa o problema da reconstrução da informação tridimensional de objetos a partir de um par de imagens capturadas simultaneamente. Os seres humanos, assim como a maioria dos animais, possuem um par de olhos que resultam na aquisição de duas imagens do mundo externo com um pequeno deslocamento lateral. Tal deslocamento gera pequenas diferenças entre as imagens, quase imperceptíveis quando observadas separadamente. Mas são justamente estas pequenas diferenças que permitem a percepção tridimensional do mundo externo. Define-se **par estéreo** como o par de imagens capturadas simultaneamente com um pequeno deslocamento de posição entre as câmeras.

4.1. Obtenção do Par Estéreo

Como mencionado anteriormente, um par estéreo é composto por duas imagens capturadas ao mesmo tempo com duas câmeras diferentes. Este par precisa cumprir alguns requisitos: os pontos correspondentes em cada imagem precisam ser facilmente localizados, e o conjunto de pontos correlacionados precisa ocupar a maior área possível na imagem para melhorar a precisão para uma dada resolução de câmera.

Os pontos a serem encontrados no disco superior poderiam ser simples pontos pretos em um fundo branco, mas muitas vezes estes desaparecem no processamento da imagem, pois são confundidos com ruído ou, dependendo da disposição espacial do objeto, ficam deformados, dificultando seu reconhecimento.

Assim, é melhor utilizar pontos obtidos pela interseção de pares de retas. Obviamente, se as retas forem finas elas também podem sumir, mas não seria o caso se fossem formadas pelo limite entre duas cores. É por isso que uma das melhores maneiras de manter um ponto na imagem com boa precisão é sendo ele o canto comum de quatro áreas definidas por duas retas, como se vê na Figura 31a. Um conjunto de pontos pode ser obtido na forma da Figura 31b.



Figura 31: (a) Ponto como interseção de duas retas. (b) Grupo de pontos.

A localização das câmeras influencia muito na precisão da reconstrução dos pontos em três dimensões. Cada câmera forma uma reta no mundo real entre sua respectiva posição e a posição do ponto na imagem. Por exemplo, na Figura 32a a câmera 1 e a câmera 2 calculam a posição do ponto em três dimensões usando suas respectivas retas. Um pequeno erro na posição do ponto, numa das imagens do par estéreo, poderia gerar uma reta falsa e resultar, portanto, em um erro no cálculo do ponto em três dimensões, como pode ser observado na Figura 32a. Para diminuir o erro, colocam-se as câmeras de modo que os eixos centrais formem ângulos próximos a noventa graus. A Figura 32b mostra que o erro diminuiu consideravelmente neste caso.

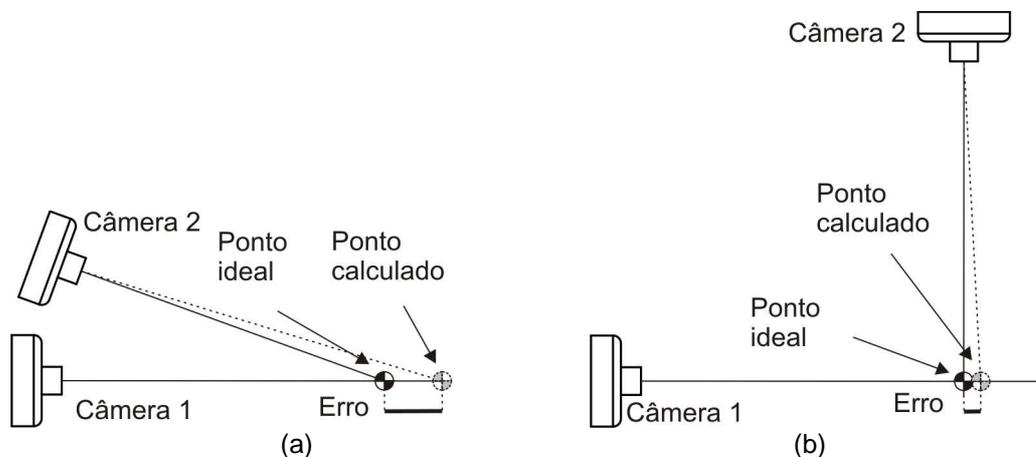


Figura 32: (a) Posição das câmeras que geram grandes erros na reconstrução 3D dos pontos. (b) Posição das câmeras que geram erros menores.

Agora, os pontos que são colocados no objeto serão analisados. Poder-se-ia colocar pontos numa das paredes do objeto de forma que fossem visíveis para as duas câmeras, mas, como as câmeras já foram dispostas muito separadas entre si, é muito provável que uma delas tenha uma melhor captura de pontos. Por exemplo, na Figura 33a, na parte superior do objeto, existem dois pontos cuja distância é representada por poucos *pixels* (*picture elements*, os elementos discretizados das imagens), neste caso pelo *segmento A*. Por outro lado, os dois pontos da parte frontal, que têm a mesma distância entre eles que a dos pontos da parte superior, é representada com mais *pixels* na imagem (*segmento B*). Os pontos na parte superior possivelmente seriam mais bem capturados por outra câmera, é por isso que os pontos não ficariam em um único plano. Para o controle do ponto quadro a quadro também há as mesmas considerações: na Figura 33b, na parte frontal, a distância de um ponto em um quadro em relação ao mesmo ponto no instante anterior é representada por mais *pixels*.

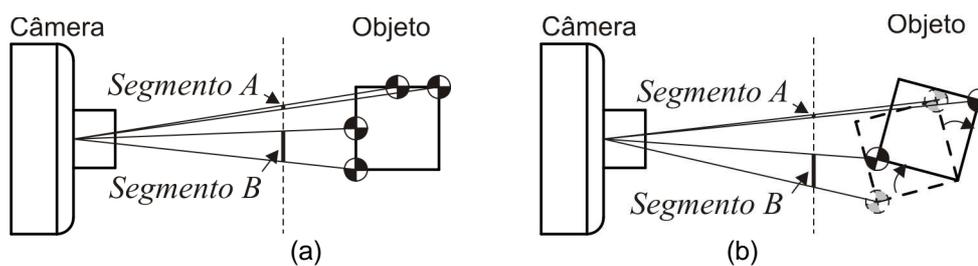


Figura 33: (a) Mesma distância representada por números diferentes de pixels. (b) Mesma distância de pontos *quadro a quadro* representada por números diferentes de pixels.

Assim, cada imagem do par estéreo deve ter captura de pontos que estejam em diferentes planos do objeto. Como o espaço tem três dimensões, então se usará três planos perpendiculares, que em seu conjunto devem ter pelo menos três pontos para definir um plano e então definir a posição e orientação do objeto, como mostra a Figura 34a. Teoricamente, três pontos são suficientes, mas, na prática, precisa-se de mais informação para que a solução seja válida para pontos que estejam afastados daqueles três primeiros pontos. Além disso, as câmeras terão maior probabilidade de captura de pontos. É por isso que um objeto mais apropriado é o objeto da Figura 34b, onde os três planos, normais entre eles, são calculados usando todos os pontos. Uma vez encontrados os planos, a posição e orientação do objeto também serão calculadas, como explicado mais adiante.

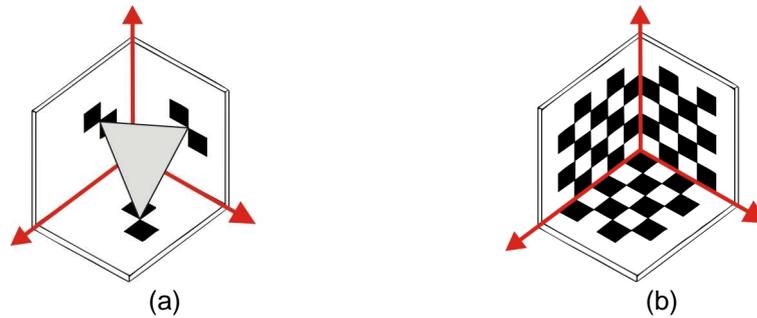


Figura 34: (a) Três pontos para definir a posição e orientação do objeto. (b) Muitos pontos para obter informação com melhor precisão.

O objeto da Figura 34b é também apropriado para calibrar câmeras. Este fato traz muitos benefícios, pois o mesmo objeto pode ser usado para a identificação da pose do atuador e para a calibração das câmeras. Ter um objeto adicional para calibração das câmeras traria problemas, pois o atuador teria que ser retirado para colocar um objeto de calibração, e a base inferior do atuador (que é fixa) teria que ter uma posição conhecida em relação ao objeto de calibração.

Um problema é que as câmeras estão posicionadas de modo que suas retas centrais sejam quase perpendiculares. Então, se uma delas consegue ter todos os pontos na sua imagem, a outra conseguirá, no máximo, capturar os pontos de um plano só, o que tornaria impossível sua calibração. Para solucionar este problema, usa-se o modelo tipo bloco da Figura 35, onde se tem duas vistas do objeto cujas quinas servem para a calibração da câmera correspondente. Além disso, as câmeras visualizarão dois planos em comum para o cálculo dos pontos em três dimensões.



Figura 35: Objeto côncavo tipo bloco em duas vistas.

O material usado para construir o objeto é náilon branco, fresado com 12mm de altura, 12mm de profundidade, e 10mm de largura. Cada quadrado do padrão quadriculado tem 2mm de lado, impressos em folhas coladas nas paredes do bloco.

Tabela 3: Resumo das vantagens do objeto.

Característica	Vantagem
Leve	Quase não influi na dinâmica do atuador.
Pequeno	Pode ser colocado com facilidade no atuador.
Muitos pontos	Melhor ajuste para calcular sua posição e orientação.
Pontos em três planos	Garante captura de pontos nas imagens do par estéreo.
Geometria cúbica	Câmeras separadas para ter precisão na reconstrução 3D
Calibrador	Não precisa de objeto calibrador adicional.
Construção	De fácil construção e barato.

Cada câmera usa uma quina do objeto para capturar uma imagem. A imagem deve ter boa visibilidade dos três planos da quina correspondente. Observando a Figura 36a, o vetor $Vect1$ mostra, partindo da quina do objeto, a posição da primeira câmera na direção $-i-j+k$ de onde os três planos daquela quina são igualmente visíveis para a câmera. Analogamente, para a segunda câmera, o vetor seria $i-j+k$. O problema das direções dos vetores é que o ângulo entre estes vetores é 70.5° , o que significaria possíveis erros na reconstrução em três dimensões, pois sabe-se que 90° seria o valor ideal. Para que o ângulo entre os vetores seja 90° e, além disso, para que estes vetores estejam o mais perto possível dos vetores $-i-j+k$ e $-i+j+k$, eles deveriam ter as direções $-i-\sqrt{2}j+k$ e $-i+\sqrt{2}j+k$. Mas nesse caso os planos das quinas não seriam igualmente visíveis nas imagens, e poderiam atrapalhar a busca pelos pontos. A Figura 36b mostra a posição das câmeras para os experimentos.

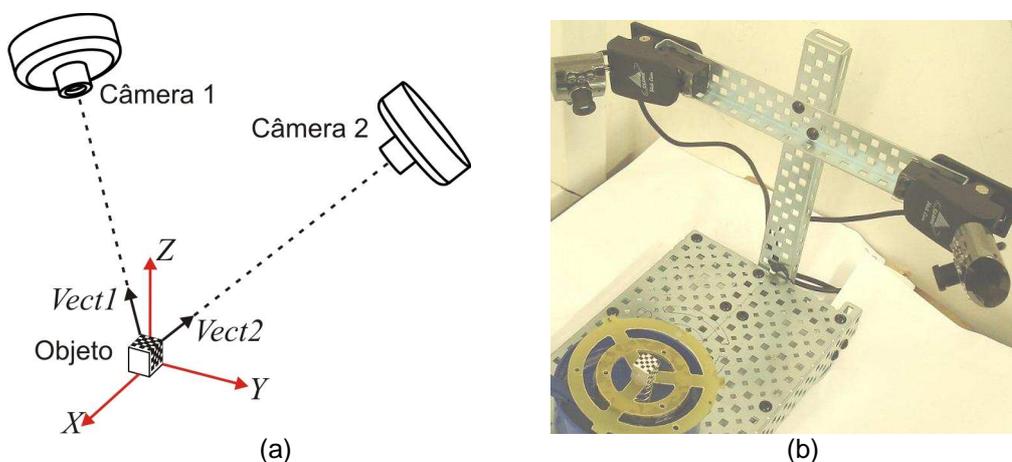


Figura 36: (a) Posição das câmeras para suas respectivas quinas. (b) Posição das câmeras nos experimentos.

Assim, usam-se as direções $-i-j+k$ e $-i+j+k$ quando o algoritmo de localização de pontos precisa de boa visão de todas as paredes do objeto. Usam-se as direções $-i-\sqrt{2}j+k$ e $-i+\sqrt{2}j+k$ quando o algoritmo de localização não precisa visualizar de forma otimizada todas as paredes do objeto. A Figura 37a mostra a vista da primeira câmera segundo a direção $-i-j+k$, visualizando bem as 3 paredes, e a Figura 37b segundo a direção $-i-\sqrt{2}j+k$, que foi a usada nos experimentos.

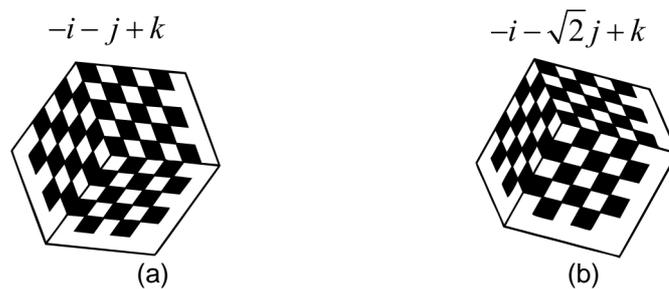


Figura 37: (a) Vista segundo direção $-i-j+k$. (b) Vista segundo direção $-i-\sqrt{2}j+k$.

Para que o objeto não fique muito grande nem muito pequeno dentro das imagens, as câmeras foram colocadas nos experimentos deste trabalho a 140mm de distância entre si, aproximadamente. Não há problema se houver alguns milímetros de erro nas posições das câmeras, pois no momento da calibração das câmeras as suas posições são recalculadas. A Figura 38 mostra um par estéreo obtido pelas câmeras.

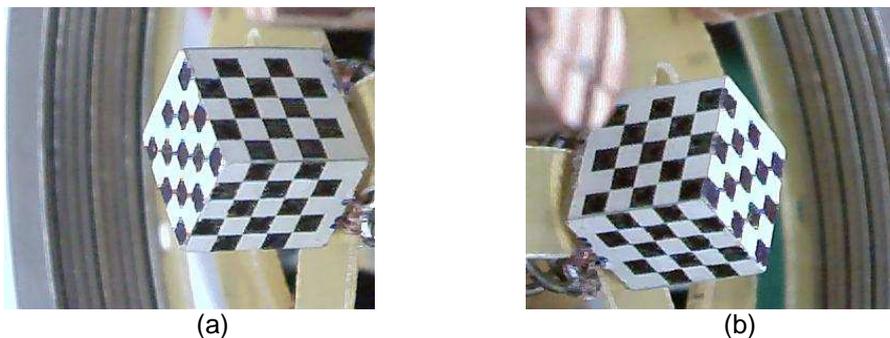


Figura 38: (a) Imagem capturada pela primeira câmera ("câmera da direita"). (b) Imagem capturada pela segunda câmera ("câmera da esquerda").

De agora em diante, a imagem que corresponde à quina esquerda será chamada *Imagem da Esquerda* e a câmera que a capturou *Câmera da Esquerda*.

(*Câmera 2*). Igualmente para a imagem da quina da direita, que será chamada *Imagem da Direita* e a câmera que a capturou *Câmera da Direita* (*Câmera 1*).

4.2. Obtenção Automática dos Pontos Correspondentes do Par Estéreo

Dois pontos correspondentes em duas imagens são um ponto do objeto, mas, capturado por duas câmeras em posições diferentes. Primeiro se acham os pontos independentemente em cada imagem e depois os relacionaremos. A Figura 39a mostra o objeto com um sistema de coordenadas na esquerda e um na direita. A quina onde encontra-se o sistema de coordenadas da direita é a que aparecerá na imagem da primeira câmera, veja Figura 39b.

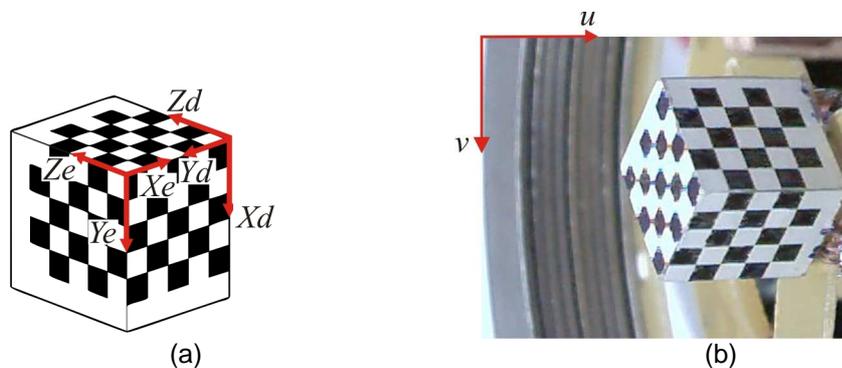


Figura 39: (a) Objeto com dois sistemas de coordenadas para a calibração de cada câmera. (b) Imagem da quina direita capturada pela câmera da direita com sistema de coordenadas na sua quina superior esquerda.

A imagem na Figura 39b será a usada para explicar o procedimento de busca de pontos. Definem-se alguns pontos na imagem, medidos em relação ao sistema de coordenadas da quina superior esquerda, como:

P_c : Ponto na imagem que corresponde à quina do objeto.

P_x : Ponto na imagem que corresponde ao ponto no eixo X_d , afastado 8 mm da quina no mundo real.

P_y : Ponto na imagem que corresponde ao ponto no eixo Y_d , afastado 8 mm da quina no mundo real.

P_z : Ponto na imagem que corresponde ao ponto no eixo Z_d , afastado 8 mm da quina no mundo real.

Os pontos P_c , P_x , P_y e P_z podem ser vistos na Figura 40a. Para garantir que o algoritmo de busca de pontos funcione, parte da imagem do objeto é isolada segundo os pontos sinalados P_c , P_x , P_y e P_z . Os pontos P_c , P_x , P_y e P_z são só guias e não precisam ser muito exatos, pois ao final da localização de todos os pontos P_c , P_x , P_y e P_z serão calculadas novamente com precisão. Estes quatro pontos são muito característicos na imagem e também serão usados na correlação cruzada para recalcular os pontos no quadro seguinte. A Figura 40b mostra o objeto isolado e envolvido por uma cor (entre branco e preto) que não terá muita influência na hora de calcular a gradiente da imagem.

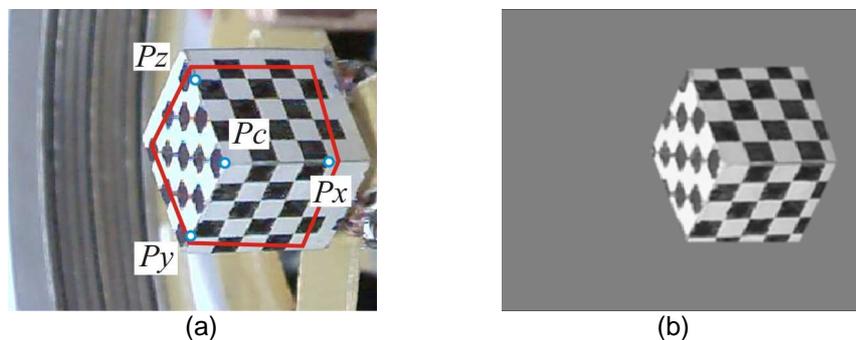


Figura 40: (a) Pontos na Imagem que ajudam na busca de pontos. (b) Imagem do objeto isolado.

A Figura 41a mostra as mudanças mais abruptas (Magnitude do gradiente). A Figura 41b mostra a direção onde acontecem as mudanças abruptas (Direção do gradiente) que na maioria estão orientados em três grupos.

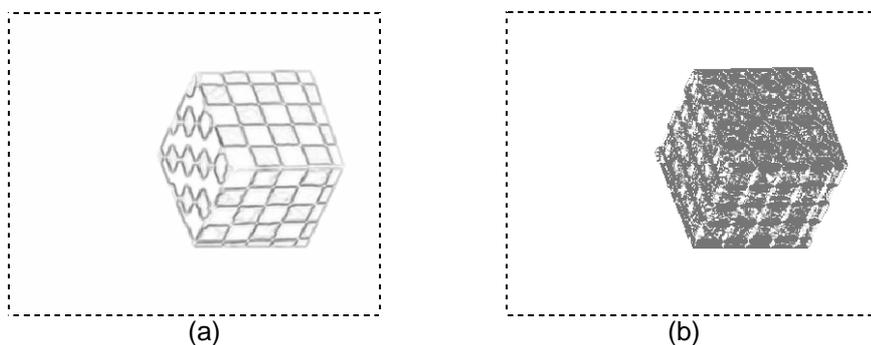


Figura 41: (a) Magnitude do gradiente da imagem. (b) Direção do gradiente da imagem.

Aplicando algoritmo de Otsu [10] calcula-se um limiar para a magnitude do gradiente da imagem [9]. Nas posições que ficam acima desse limiar,

identificamos, mediante k-means [9], três grupos de arestas (segundo as direção do gradiente) como pode-se ver na Figura 42.

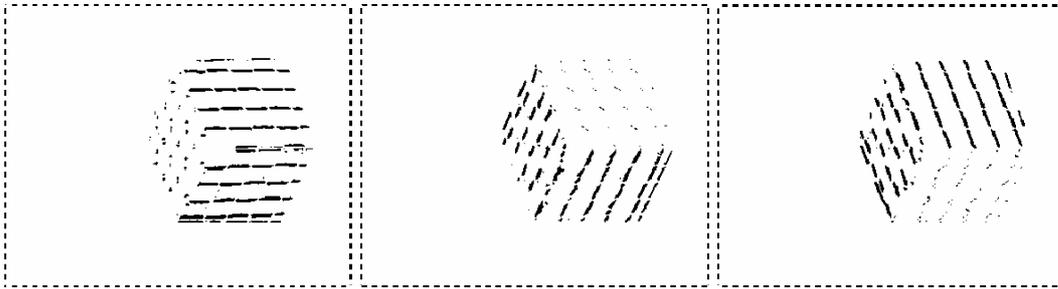


Figura 42: Três grupos calculados segundo k-means.

Agora se faz processamento morfológico [12] dos três grupos de arestas aplicando dilatação e erosão perpendicularmente à média de suas direções de gradiente. Para limpar cada imagem se selecionam as 10 melhores áreas e para cada área se ajusta uma reta pelo método de mínimos quadrados. Como os pontos P_c , P_x , P_y e P_z são conhecidos se pode escolher três áreas; cada área contém dois grupos de retas, se escolhe as quatro retas (de cada grupo) que mais encaixam na área e assim finalmente se obtém 6 grupos de retas (vide Figura 43).

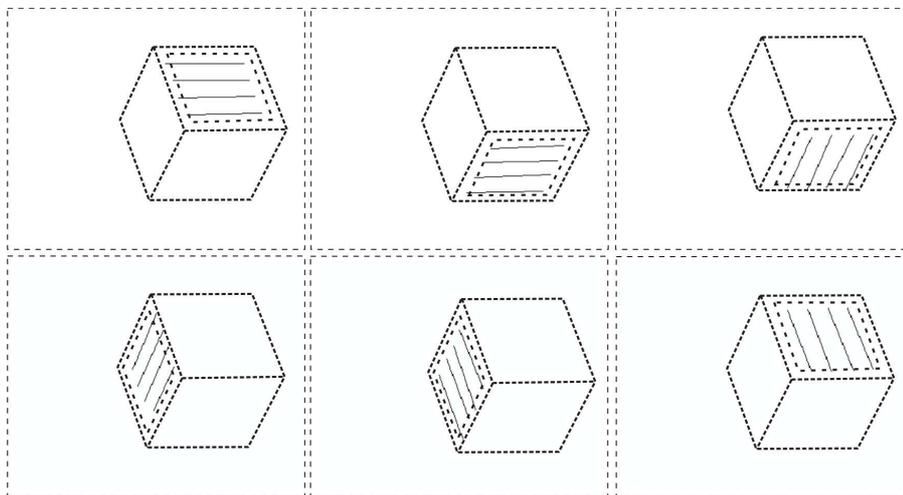


Figura 43: Seis grupos de retas.

Uma vez obtidas as retas, se encontram os pontos de interseção entre elas. Fazendo a interseção das retas mais afastadas de P_c , ver Figura 44a, se recalcula P_x , P_y e P_z com maior precisão. Para recalcular P_c , primeiro se ajustam as três retas vermelhas (Método de mínimos quadrados) segundo as respectivas

interseções que se mostram na Figura 44a e depois se interceptam cada duas retas para obter três pontos; então, P_c será a média destes pontos, como pode ser visto na Figura 44a. A Figura 44b mostra os pontos obtidos (16 pontos em cada plano da imagem do objeto) que são usados para recalcular com precisão a quina na imagem P_c , o ponto X_d , o ponto Y_d e ponto Z_d .

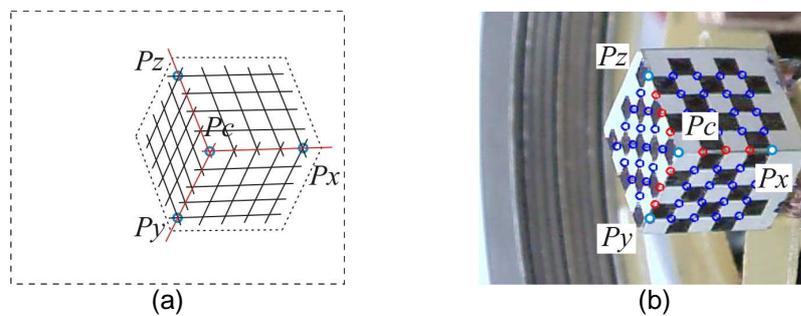


Figura 44: (a) Mostra os seis grupos de retas juntos e os quatro pontos de referência recalculados. (b) Os pontos de referência recalculados com maior precisão.

O algoritmo de busca de pontos é aplicado a todos os quadros do filme de cada câmera. Se usará a correlação cruzada para encontrar os pontos P_c , P_x , P_y e P_z no novo quadro. A Figura 45a mostra o quadro atual onde se pega uma parte da imagem em uma vizinhança (quadrado vermelho pequeno) do ponto P_c , também mostra uma vizinhança grande onde possivelmente estará o ponto P_c do seguinte quadro. A porção pequena do quadro atual percorre a vizinhança grande no quadro seguinte procurando a melhor similaridade em relação à correlação cruzada [13] que é usada por que quase não é afetado pela mudança de intensidade na iluminação. A Figura 45b mostra a vizinhança grande onde é feita a busca do ponto P_c no novo quadro.

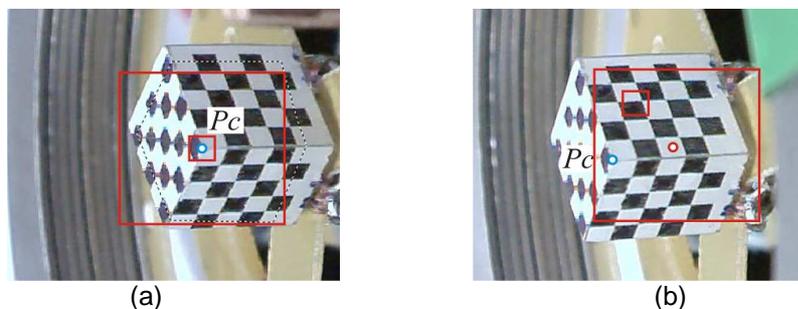


Figura 45: (a) Quadro atual mostrando a vizinhança onde se pegará uma pequena imagem para a correlação cruzada. (b) Quadro novo com a vizinhança onde é feita a busca do novo ponto.

O mesmo procedimento é feito para encontrar os pontos P_x , P_y e P_z no quadro novo. A Figura 46a mostra os pontos P_c , P_x , P_y e P_z no quadro atual, e a Figura 46b mostra os pontos P_c , P_x , P_y e P_z no quadro novo e de onde eles vieram.

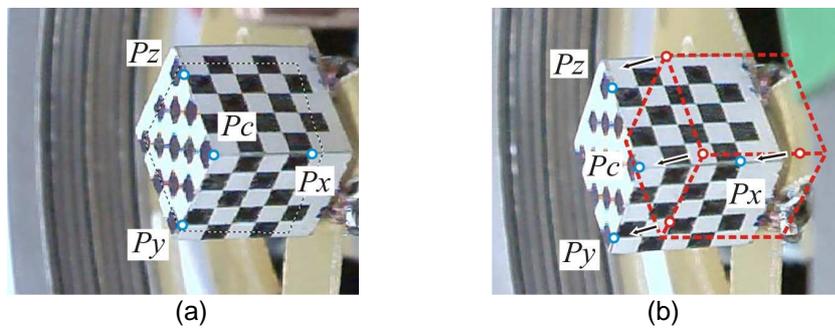


Figura 46: (a) Pontos de referência no quadro atual. (b) Pontos de referência no quadro novo e de onde eles vieram.

Depois de ter calculado os valores aproximados de P_c , P_x , P_y e P_z para o quadro novo, já se pode calcular as retas e pontos, para depois recalculá-los com precisão e passar ao seguinte quadro e assim sucessivamente até encontrar os pontos em todos os quadros.

Uma vez calculado os pontos em todos os quadros do filme da câmera da direita, se calcula pontos em todos os quadros do filme da câmera da esquerda para assim ter pontos correspondentes em cada par estéreo. A Figura 47 mostra um par estéreo com os pontos localizados e a correspondência entre dois pares de pontos.

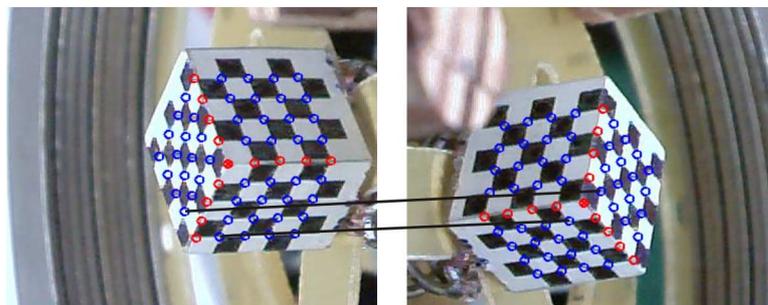


Figura 47: Par estéreo com a correspondência de dois pares de pontos

4.3. Cálculo das Matrizes de Projeção das Câmeras

A matriz de projeção de uma câmera é uma matriz que relaciona pontos no mundo real com pontos correspondentes em uma imagem segundo parâmetros da

câmera [14]. Para calcular a matriz de projeção de uma câmera, precisa-se de pontos em três dimensões no mundo real medidos de um sistema de coordenadas, como se vê na parte esquerda da Figura 48, e de pontos em duas dimensões medidos de um sistema de coordenadas na imagem, como se vê na parte direita da Figura 48. Mostra-se também a correspondência de três pares de pontos no objeto e sua imagem, mas, para a calibração, serão usados quarenta e oito pontos.

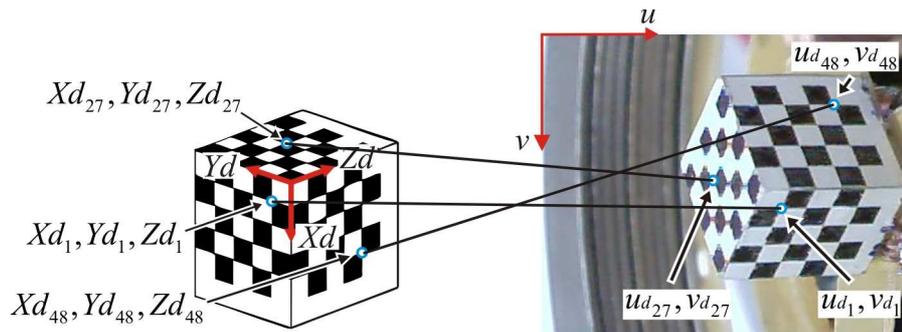


Figura 48: Pontos correspondentes do objeto e da imagem dele.

Seja $Pd_i^T = (Xd_i \ Yd_i \ Zd_i \ 1)$, onde Xd_i , Yd_i e Zd_i são medidos em relação ao sistema de coordenadas da quina direita do objeto. Seja $(\mu_i \ \nu_i)$ o ponto na imagem correspondente a Pd_i^T , medido em relação ao sistema da quina superior esquerda, e $Nu^T = (0 \ 0 \ 0 \ 0)$.

Calcula-se a Matriz \mathcal{P} por

$$\mathcal{P} = \begin{pmatrix} Pd_1^T & Nu^T & -\mu_1 \cdot Pd_1^T \\ Nu^T & Pd_1^T & -\nu_1 \cdot Pd_1^T \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Pd_{48}^T & Nu^T & -\mu_{48} \cdot Pd_{48}^T \\ Nu^T & Pd_{48}^T & -\nu_{48} \cdot Pd_{48}^T \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

Calcula-se o autovetor Av que corresponde ao menor autovalor de $\mathcal{P}^T \cdot \mathcal{P}$. Então Av tem a seguinte forma:

$$Av^T = (av_1 \ av_2 \ av_3 \ av_4 \ av_5 \ av_6 \ av_7 \ av_8 \ av_9 \ av_{10} \ av_{11} \ av_{12})$$

A matriz de projeção para a câmera da direita Md calcula-se assim:

$$Md = \frac{\begin{pmatrix} av_1 & av_2 & av_3 & av_4 \\ av_5 & av_6 & av_7 & av_8 \\ av_9 & av_{10} & av_{11} & av_{12} \end{pmatrix}}{\sqrt{(av_1^2 + av_2^2 + av_3^2)}} \quad (4.2)$$

Analogamente, se segue o mesmo procedimento para calcular a matriz de projeção para a câmera da esquerda Me .

4.4. Cálculo dos Pontos em Três Dimensões

Para realizar o cálculo das posições dos pontos em três dimensões, elege-se um sistema de coordenadas fixo no mundo real; neste caso, fixo na parte baixa da base inferior do atuador como se vê na Figura 49a. Os eixos Xo e Yo pertencem ao plano da parte baixa da base inferior e o eixo Xo é paralelo a uma das partes retas da base inferior. O centro da base do objeto é colocado (fixo) no centro da base superior e com uma de suas arestas paralelas a uma das arestas da base superior. As bases são paralelas e o objeto está distante 15mm do sistema de coordenadas da base inferior. Nesta posição, se realiza a captura das imagens do par estéreo que são usados para a obtenção das matrizes de projeção Me e Md . Esta posição inicial tem que ser forçada e uma vez calibrada cada câmera, a base superior é liberada, ficando os sistemas de coordenadas fixos no mundo real como se vê na Figura 49b. Uma vez calibradas as câmeras, o objeto só serve para calcular a posição e orientação da base superior.

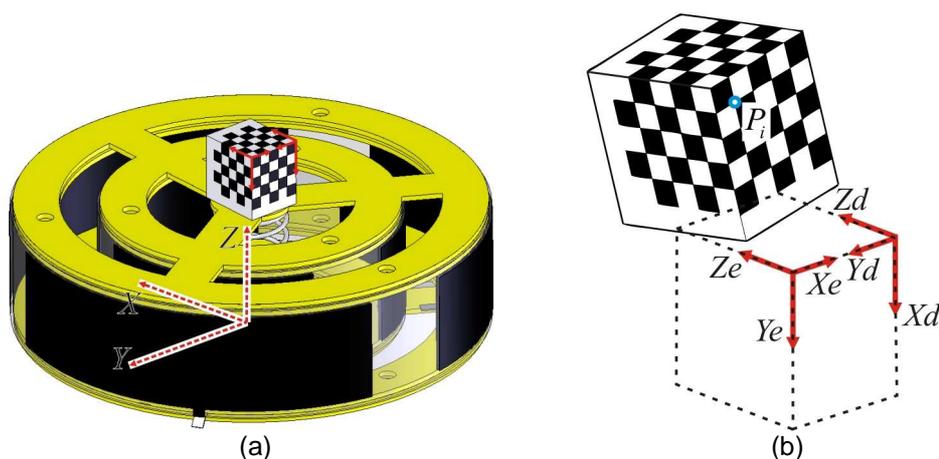


Figura 49: (a) Objeto colocado na base superior para calibrar as câmeras. (b) Posição arbitrária do objeto depois de que a base superior foi liberada.

A Figura 49b mostra o ponto $P_i = (X_i \ Y_i \ Z_i)^T$ que é um dos 32 pontos que podem ser capturados com as duas câmeras ao mesmo tempo (16 em cada plano em comum). Para ter uma idéia de como é calculado o ponto P_i , se observa a Figura 50 que mostra como é construído geometricamente, segundo os dados do par estéreo.

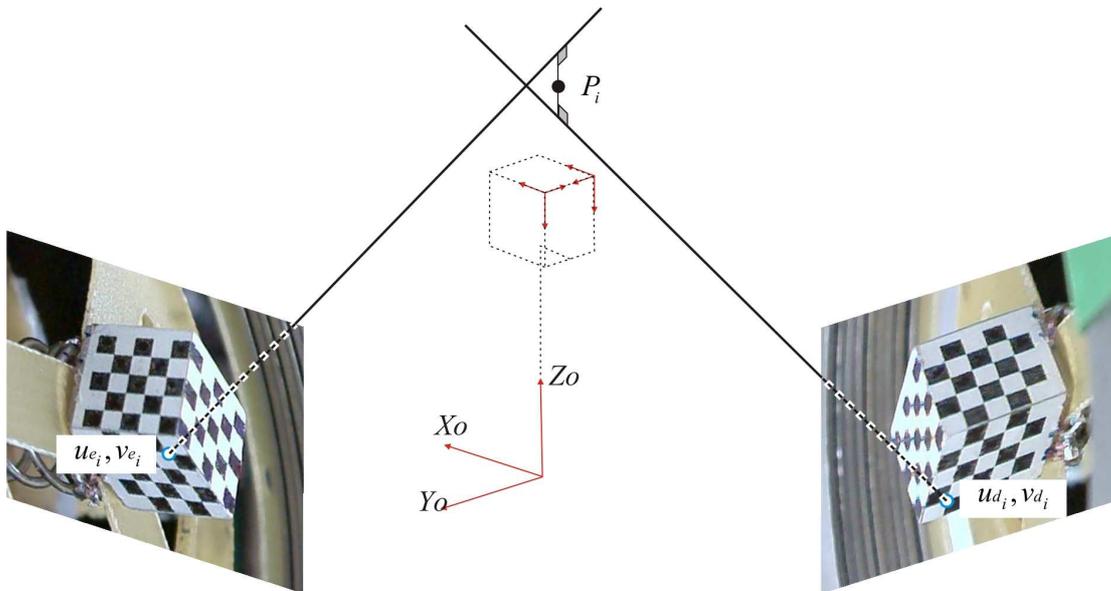


Figura 50: Construção do Ponto em três dimensões.

Seja Pe_i o ponto P_i medido no sistema de coordenadas da quina esquerda e Pd_i o ponto P_i medido no sistema de coordenadas da quina direita.

$$\text{Seja } [p_{e_i}] = \begin{pmatrix} 0 & -1 & v_{e_i} \\ 1 & 0 & -u_{e_i} \\ -v_{e_i} & u_{e_i} & 0 \end{pmatrix} \text{ e } [p_{d_i}] = \begin{pmatrix} 0 & -1 & v_{d_i} \\ 1 & 0 & -u_{d_i} \\ -v_{d_i} & u_{d_i} & 0 \end{pmatrix}$$

Tem que se cumprir [11]:

$$[p_{e_i}] \cdot Me \cdot Pe_i = 0 \quad (4.3)$$

$$[p_{d_i}] \cdot Md \cdot Pd_i = 0 \quad (4.4)$$

De acordo com a posição do objeto e suas medidas, é obtida a matriz de transformação T_E que relaciona os pontos P_i e Pe_i segundo a equação $(Pe_i \ 1)^T = T_E \cdot (P_i \ 1)^T$, também é obtida a matriz de transformação T_D que

relaciona os pontos P_i e Pd_i segundo a equação $(Pd_i^T \ 1)^T = T_D \cdot (P_i^T \ 1)^T$. Estas matrizes de transformação são:

$$T_E = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & 27 \\ 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 27 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 1 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad (4.5)$$

Então as equações (4.1) e (4.2) ficam:

$$[p_e] \cdot Me \cdot T_E \cdot \begin{pmatrix} P_i \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.6)$$

$$[p_d] \cdot Md \cdot T_D \cdot \begin{pmatrix} P_i \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.7)$$

Agrupando as duas equações obtém-se:

$$\begin{pmatrix} [p_e] \cdot Me \cdot T_E \\ [p_d] \cdot Md \cdot T_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_i \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.8)$$

Para calcular P_i se minimiza $(P_i^T \cdot M^T \cdot M \cdot P_i)$. Onde

$$M = \begin{pmatrix} [p_e] \cdot Me \cdot T_E \\ [p_d] \cdot Md \cdot T_D \end{pmatrix}.$$

Calcula-se o autovetor Av correspondente ao menor autovalor de $M^T \cdot M$.

Então Av tem a seguinte forma:

$$Av = (au_1 \ au_2 \ au_3 \ au_4)^T \quad (4.9)$$

O cálculo de P_i é da seguinte maneira:

$$P_i = \frac{(au_1 \ au_2 \ au_3)^T}{au_4} \quad (4.10)$$

Então se pode obter os 32 pontos $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{31}$ e P_{32} do objeto. A Figura 51 mostra os 32 pontos em cada imagem de um par estéreo e os 32 pontos construídos em três dimensões, também se pode ver a correspondência de um dos pontos.

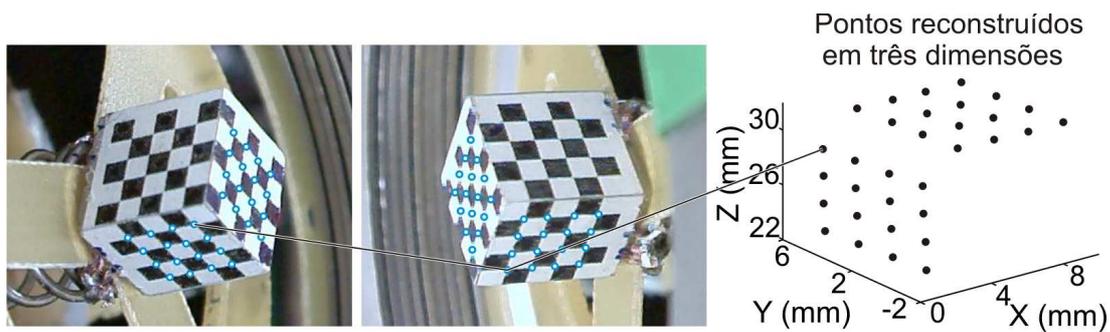


Figura 51: Par estéreo, a reconstrução em três dimensões e a correspondência de um dos pontos.

4.5. Cálculo da Posição e Orientação da Base Superior

Para calcular a posição e orientação da base superior, fixa-se um sistema de coordenadas entre a base superior e o objeto, como se vê na Figura 52a, e se associa os vetores unitários \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , como se vê na Figura 52b. Para calcular a orientação da base superior, tem que se calcular \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} em relação ao sistema fixo que fica na base inferior.

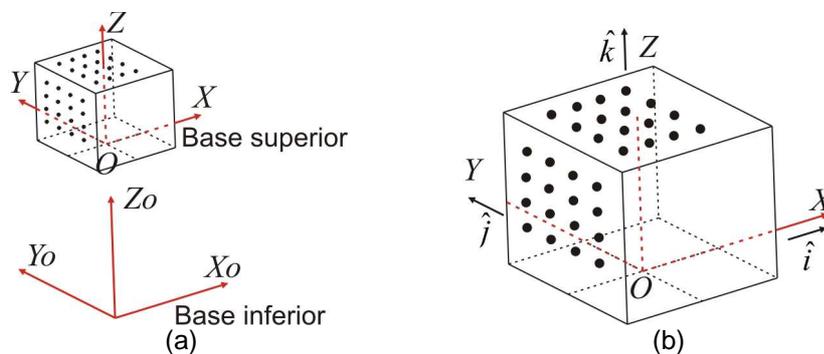


Figura 52: (a) Sistema de coordenadas no mundo real na base inferior e o sistema de coordenadas da base superior. (b) Vetores unitários associados aos eixos da base superior.

Primeiro se calculará \hat{j} , para isso se ajustam dois planos pelo método de mínimos quadrados (Apêndice F). Se obtém $Nor1$ (vetor normal ao plano superior), com terceiro termo positivo e $Nor2$ para o plano lateral, mas com a condição de ter o segundo termo positivo. Então o cálculo de \hat{j} é:

$$\hat{j} = Nor1 \times Nor2 \quad (4.11)$$

O vetor \hat{j} é paralelo à interseção daqueles planos, como se vê na Figura 53a. Como \hat{i} e \hat{k} devem ser perpendiculares a \hat{j} , usa-se um plano normal ao vetor \hat{j} para calculá-los. Neste plano, normal ao vetor \hat{j} , se projetam todos os pontos como se vê na Figura 53b.

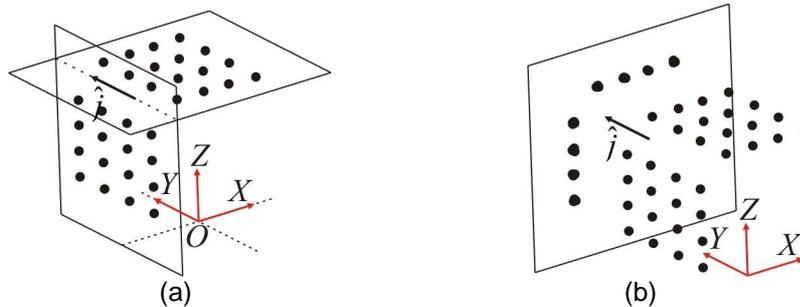


Figura 53 (a) O vetor unitário é a interseção de dois planos ajustados segundo seus respectivos pontos. (b) Projeção dos pontos a um plano normal ao vetor unitário.

Para calcular as coordenadas em duas dimensões das projeções se constrói uma matriz de rotação A' de forma que o eixo Y' e \hat{j} sejam paralelas e assim utilizar apenas os valores X'_i e Z'_i , pois, Y'_i só seria a profundidade da projeção.

Seja $\hat{k}' = (1 \ 0 \ 0)^T \times \hat{j}$ e $\hat{i}' = \hat{j} \times \hat{k}'$ então a matriz de rotação do sistema de coordenadas de eixos X', Y', Z' para o sistema de coordenadas fixo é:

$$A' = \begin{pmatrix} \hat{i}' & \hat{j} & \hat{k}' \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

Então se podem calcular os pontos medidos do novo sistema:

$$P'_i = A'^T \cdot P_i \quad (4.13)$$

onde $P'_i = (X'_i \ Y'_i \ Z'_i)$.

Uma vez projetados os 32 pontos, são ajustados duas retas pelo método de mínimos quadrados, com a condição que seja perpendicular (Apêndice G), como se vê na Figura 54a. Os vetores \hat{i} e \hat{k} são então os vetores paralelos àquelas retas. Por tanto os vetores \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} já foram calculados (Figura 54b)

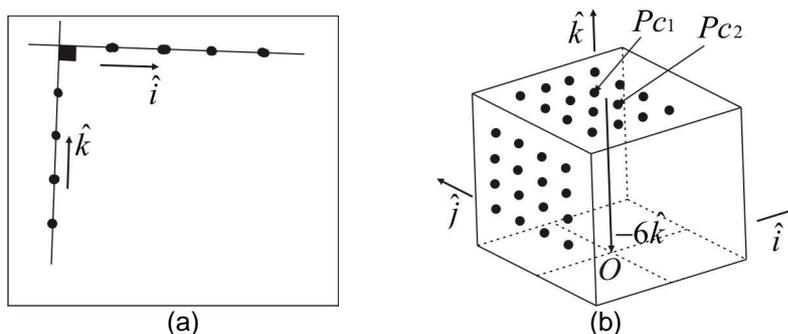


Figura 54: (a) Ajuste de duas retas com a condição de serem perpendiculares. (b) Centro de sistema de coordenadas a seis elementos de distância da média de dois pontos.

A matriz de rotação do sistema da base superior para o sistema da base inferior é:

$$A = \begin{pmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}_x & \hat{j}_x & \hat{k}_x \\ \hat{i}_y & \hat{j}_y & \hat{k}_y \\ \hat{i}_z & \hat{j}_z & \hat{k}_z \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

Tendo a matriz de rotação, se pode calcular α , β e γ (Ângulos de Cardan [15]):

$$\beta = \sin^{-1}(\hat{k}_x) \quad (4.15)$$

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{-\hat{k}_y}{\cos(\beta)}\right) \quad (4.16)$$

$$\gamma = \sin^{-1}\left(\frac{-\hat{j}_x}{\cos(\beta)}\right) \quad (4.17)$$

O centro do sistema de coordenadas da base superior está a doze unidades abaixo do centro da parte superior do objeto (Figura 54b).

$$O = \frac{(P_{C1} + P_{C2})}{2} - 6\hat{k} \quad (4.18)$$

onde $O = (O_x \ O_y \ O_z)^T$.

Finalmente, a partir dos filmes, foram obtidos α , β , γ , O_x , O_y e O_z . Para reduzir pequenos erros devido à interferência na captura de imagens, se faz uma suavização mediando um dado com seus dois vizinhos mais próximos, em caso dos extremos com o vizinho mais próximo.