

Rocem Pol Jiménez López

Desenvolvimento de Atuadores Tridimensionais Baseados em Músculos Artificiais Dielétricos de Uma ou Múltiplas Camadas

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro Abril de 2009



Rocem Pol Jiménez López

Desenvolvimento de Atuadores Tridimensionais Baseados em Músculos Artificiais Dielétricos de uma ou Múltiplas Camadas

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

> Prof. Marco Antonio Meggiolaro Orientador Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

> Prof. Mauro Speranza Neto Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

> > Prof. Luciano Luporini Menegaldo

Instituto Militar de Engenharia

Prof. José Eugenio Leal Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 27 de abril de 2009

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Rocem Pol Jiménez López

Graduou-se em Engenharia Mecatrônica Universidad Nacional de Ingeniería Lima -Perú em 2006.

Ficha Catalográfica

Jiménez López, Rocem Pol

Desenvolvimento de atuadores tridimensionais baseados em músculos artificiais dielétricos de uma ou múltiplas camadas / Rocem Pol Jiménez López ; orientador: Marco Antonio Meggiolaro. – 2009.

121 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Músculo artificial. 3. Atuadores binários. 4. Comportamento viscoelástico. 5. Visão estéreo. I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

A minha mãe María, meu pai Diómodes, minha irmã Magali, meu irmão Leboni, minha avó Dionisia, meu cunhado Julio, minha sobrinha Luana e meu sobrinho Royser.

Agradecimentos

Ao Professor Marco Antonio Meggiolaro pela orientação e paciência durante o desenvolvimento do curso de mestrado.

Ao CAPES, FAPERJ e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não poderia ter sido realizado.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio, pelo ensino e colaboração comigo.

A todas aquelas pessoas que contribuíram no desenvolvimento da dissertação.

Resumo

López, Rocem Pol Jiménez; Meggiolaro, Marco Antonio. **Desenvolvimento** de Atuadores Tridimensionais baseados em Músculos Artificiais Dielétricos de Uma ou Múltiplas Camadas. Rio de Janeiro, 2009. 121p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Músculos artificiais são versáteis para o projeto de atuadores pois, assim como os músculos naturais, podem ter pequenas dimensões ou serem agrupados para alcançar maiores dimensões. A capacidade do músculo de permitir a construção de atuadores sem partes móveis permite uma grande economia de energia, evitando atritos por deslizamento, menor desgaste, e baixos ruídos.Músculos artificiais são usados para desenvolver atuadores contínuos ou binários, utilizando diversos tipos de configurações para aproveitar ao máximo as vantagens que oferecem estes materiais. Músculos artificiais eletrostrictivos, acionados por altas tensões, já estão sendo utilizados em aplicações comerciais. Circuitos eletrônicos estão sendo projetados para trabalhar com altas tensões elétricas e interagir com estes tipos de músculos. Diversos tipos de material estão sendo avaliados para a implementação destes músculos.Este trabalho visa desenvolver um atuador de configuração cilíndrica de acionamento elétrico, por efeito capacitivo. O atuador é acionado por 3 músculos artificiais em configuração paralela, construídos a partir do elastômero acrílico VHB4905, o qual possui características visco-elásticas e baixo custo de produção. São analisados distintos modelos constitutivos dos músculos, baseados em molas e amortecedores em série e em paralelo.São desenvolvidos métodos de calibragem para calcular os parâmetros dos modelos matemáticos dos músculos a partir de dados obtidos em laboratório. Um método de medição baseado em processamento de imagens e teoria de visão estéreo, desenvolvido especificamente para este trabalho, permite que a posição da extremidade do atuador seja medida de forma não-invasiva, sem interferir em seu movimento, e sem a necessidade de colocar sensores ou instrumentos de medição. Os resultados mostram que os modelos matemáticos são eficientes para descrever o comportamento do atuador.

Palavras-chave

Músculo Artificial, Atuadores binários, Comportamento Viscoelástico, Visão Estéreo.

Abstract

López, Rocem Pol Jiménez; Meggiolaro, Marco Antonio (Advisor). Development of Three-Dimensional Actuators Based on Dielectric Artificial Muscles of One or Multiple Layers. Rio de Janeiro, 2009. 121p. MSc Dissertation – Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Artificial muscles are versatile for the actuator projects, because, as well as the natural muscles, they can have small dimensions or they are grouped to obtain big dimensions. Muscle capacity to allow construction of actuators without movable parts allows great economy of energy, avoiding attritions for sliding, lessening waste, and reducing noise.Artificial muscles are used to develop continuous or binary actuators, using different types of configurations to take advantage to the benefit that offer these materials. Eletrostrictive artificial muscles, worked by high tensions, are already being used in commercial applications. Electronic circuits are being projected to work with high electric tensions and to interact with these types of muscles. Many types of materials are being evaluated for the implementation of these muscles. This work looks for to develop a cylindrical configuration actuator of electric activation, for capacitive effect. The actuator is activated by 3 artificial muscles in parallel configuration, built starting from the acrylic elastomer VHB4905, which possesses viscouselastic characteristics and low production cost. Different models of the muscles are analyzed, based on springs and shock absorbers in series and parallel.Calibrate methods are developed to calculate parameters of the mathematical models of the muscles starting from data obtained at laboratory. Measurement method based on processing of images and theory of stereo vision, specifically developed for this work, allows no-invasive measurement of the actuator's extremity, without interfering in actuator's movement, and without the need to put sensor or measurement instruments. The results show that mathematical models are efficient to describe the behavior of the actuator.

Keywords

Artificial muscles, Binary actuators, viscous-elastic behavior, Stereo Vision.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	20
1.1. Motivação	21
1.2. Objetivos do Trabalho	22
1.3. Trabalhos anteriores	23
1.4. Descrição do Trabalho	25
2 MODELAGEM DO ATUADOR	26
2.1. Concepção do Atuador	26
2.2. Modelagem Matemática do Atuador	31
2.3. Modelagem Matemática do Músculo Artificial	34
2.4. Modelagem Matemática da Mola Central	39
2.5. Equações Dinâmicas do atuador	41
3 SOLUÇÃO NUMÉRICA	43
3.1. Matriz Jacobiana do Sistema de Equações	43
3.2. Solução Segundo o Newton-Raphson	47
3.3. Solução Segundo o Newton-Raphson para Kelvin-Voigt + A	48
4 MEDIÇAO DA POSIÇAO USANDO VISAO ESTEREO	50
4.1. Obtenção do Par Estéreo	51
4.2. Obtenção Automática dos Pontos Correspondentes	57
4.3. Cálculo das Matrizes de Projeção das Câmeras	61
4.4. Cálculo dos Pontos em Três Dimensões	63
4.5. Cálculo da Posição e Orientação da Base Superior	66
~	
5 SIMULACAO, EXPERIMENTOS E CALIBRAÇÃO DO ATUADOR	69
5.1. Simulação do Atuador	69
5.2. Sistema Experimental	70
5.3. Resultados da medição estéreo	75

5.4. Calibração do Atuador	82
5.5. Resultados da calibração	87
5.6. Validação	88
6 CONCLUSÕES	90
Referências bibliográficas	92
Apêndice A - Construção do Atuador	95
Apêndice B - Calculo dos Parâmetros do Atuador para K- V	104
Apêndice C - Relações entre Rotação e a Velocidade Angular	112
Apêndice D - Relações entre os Ângulos e Velocidade	114
Apêndice E - Derivadas com vetores	116
Apêndice F - Ajuste por mínimos quadrados de um plano	117
Apêndice G - Ajuste de duas retas perpendiculares	120

Lista de figuras

Figura 1: Elastômero dielétrico VHB4905.	20
Figura 2: Evolução dos robôs (fonte: NIAC, EUA).	21
Figura 3: Atuador binário (fonte: NIAC, EUA).	22
Figura 4: Aplicação dos músculos artificiais em pequenos robôs.	22
Figura 5: (a) BRAID III. (b) BRAID IV	23
Figura 6: Atuador modelado por Bystronski.	23
Figura 7: Modelo matemático do atuador.	24
Figura 8: Teste de moldura fixa com VHB 4910 sem tensão.	24
Figura 9: Modulo elevador de tensão.	25
Figura 10: (a) Objetivo. (b) Mola central.	26
Figura 11: (a) Forma geral do atuador. (b) Vista de corte.	27
Figura 12: (a) Atuador triangular. (b) Atuador elíptico.	27
Figura 13: (a) Esquema do atuador. (b) Projeto do atuador.	28
Figura 14: Atuador cortado por dois planos.	28
Figura 15: (a) Base inferior. (b) Base inferior, fios e músculo.	29
Figura 16: (a) Anéis fixadores inferiores. (b) Base e anéis.	29
Figura 17: (a) Camadas concêntricas. (b) Projeto do Atuador pronto.	30
Figura 18 (a) Movimento translacional. (b) A Base translada e gira.	31
Figura 19: (a) Esquema do músculo. (b) Sub-divisão do músculo.	32
Figura 20: (a) Molas e amortecedores. (b) Posição de um elemento.	32
Figura 21: (a) Translação. (b) Rot. em X. (c) Rot. em Y. (d) Rot. em Z.	33
Figura 22: (a) Posições dos elementos. (b) Mola-amortecedor.	34
Figura 23: Modelo de Kelvin-Voigt.	35
Figura 24: Modelo Zener.	36
Figura 25: Modelo Kelvin-Voigt + Amortecedor.	36
Figura 26: Modelo de Burgers.	37
Figura 27: (a) Mola. (b) Mola depois de ser transladada e girada.	39
Figura 28: Diagrama vetores e força.	40
Figura 29: (a) Forças do atuador. (b) Diagrama de corpo livre.	41

Figura 30: (a) Objeto da medição. (b) Câmeras para medir.	51
Figura 31: (a) Interseção de duas retas. (b) Grupo de pontos.	52
Figura 32: (a) Erros na reconstrução 3D. (b) Erros menores.	52
Figura 33: (a) Mesma distância representada por números	
diferentes de pixels. (b) Mesma distância de pontos quadro	
a quadro representada por números diferentes de pixels.	53
Figura 34: (a) Três pontos para definir a posição e orientação	
do objeto. (b) Muitos pontos para obter informação com melhor	
precisão.	54
Figura 35: Objeto côncavo tipo bloco em duas vistas.	54
Figura 36: (a) Posição das câmeras para suas respectivas	
quinas. (b) Posição das câmeras nos experimentos.	55
Figura 37: (a) Vista segundo direção $-i - j + k$. (b) Vista	
segundo direção $-i - \sqrt{2}j + k$.	56
Figura 38: (a) Imagem capturada pela primeira câmera	
("câmera da direita"). (b) Imagem capturada pela segunda	
câmera ("câmera da esquerda").	56
Figura 39: (a) Objeto com dois sistemas de coordenadas para a	
calibração de cada câmera. (b) Imagem da quina direita capturada	
pela câmera da direita com sistema de coordenas na sua quina	
superior esquerda.	57
Figura 40: (a) Pontos na Imagem que ajudam na busca	
de pontos. (b) Imagem do objeto isolado.	58
Figura 41: (a) Magnitude do gradiente da imagem.	
(b) Direção do gradiente da imagem.	58
Figura 42: Três grupos calculados segundo k-means.	59
Figura 43: Seis grupos de retas.	59
Figura 44: (a) Mostra os seis grupos de retas juntos e os	
quatro pontos de referência recalculados. (b) Os pontos	
de referência recalculados com maior precisão.	60
Figura 45: (a) Quadro atual mostrando a vizinhança onde se	
pegará uma pequena imagem para a correlação cruzada.	
(b) Quadro novo com a vizinhança onde é feita a busca	
(b) Quadro novo com a vizinhança onde é feita a busca	

do novo ponto.	60
Figura 46: (a) Pontos de referência no quadro atual. (b) Pontos de	
referência no quadro novo e de onde eles vieram.	61
Figura 47: Par estéreo com a correspondência de dois	
pares de pontos	61
Figura 48: Pontos correspondentes do objeto e da imagem dele.	62
Figura 49: (a) Objeto colocado na base superior para calibrar	
as câmeras. (b) Posição arbitrária do objeto depois de que a base	
superior foi liberada.	63
Figura 50: Construção do Ponto em três dimensões.	64
Figura 51: Par estéreo, a reconstrução em três dimensões e a	
correspondência de um dos pontos.	66
Figura 52: (a) Sistema de coordenadas no mundo real na	
base inferior e o sistema de coordenadas da base superior.	
(b) Vetores unitários associados aos eixos da base superior.	66
Figura 53 (a) O vetor unitário é a interseção de dois planos	
ajustados segundo seus respectivos pontos. (b) Projeção	
dos pontos a um plano normal ao vetor unitário.	67
Figura 54: (a) Ajuste de duas retas com a condição de serem	
perpendiculares. (b) Centro de sistema de coordenadas a	
seis elementos de distância da média de dois pontos.	68
Figura 55: Simulação do atuador de duas camadas.	69
Figura 56: Par de quadros capturados pelo par de webcams.	70
Figura 57: Imagem real na parte esquerda e Imagem da	
simulação na parte direita.	70
Figura 58: Partes do elevador de tensão elétrica.	71
Figura 59: Atuador.	71
Figura 60: Par estéreo e o emissor de luz	72
Figura 61: Câmera webcam para obter o vídeo do atuador.	72
Figura 62: Componentes do experimento excluindo os computadores.	73
Figura 63: (a) Propriedades da carga. (b) Se coloca a massa	
e o objeto de medição ao atuador de uma camada.	73
Figura 64: (a) Captura das imagens do par estéreo.	

(b) Captura de imagem do atuador.	74
Figura 65: Atuador quebrado ao final dos experimentos.	74
Figura 66: Partes importantes para análises dos resultados.	75
Figura 67: Giros e posições no experimento um.	76
Figura 68: Giros e posições no experimento dois.	77
Figura 69: Giros e posições no experimento três.	77
Figura 70: Giros e posições no experimento quatro.	78
Figura 71: Giros e posições no experimento cinco.	78
Figura 72: Giros e posições no experimento seis.	78
Figura 73: Giros e posições no experimento sete.	79
Figura 74: Giros e posições no experimento oito.	79
Figura 75: Giros e posições no experimento nove.	80
Figura 76: Giros e posições no experimento dez.	80
Figura 77: Giros e posições no experimento onze.	81
Figura 78: (a) Oz nos experimentos um, quatro, sete e dez.	
(b) γ nos dez primeiros experimentos.	81
Figura 79: Posições e rotações são medidas a longo do tempo	83
Figura 80: Sub-índice <i>j</i> para as partes sem tensão elétrica,	
<i>k</i> para as partes com tensão elétrica e <i>i</i> para todo o conjunto.	83
Figura 81: Modelo matemático KV.	84
Figura 82: Parâmetros calculados nos dez experimentos.	87
Figura 83: Ajuste para o modelo KV.	88
Figura 84: Resultados do experimento oito para a validação.	88
Figura 85: Resultados do experimento onze para a validação.	89
Figura 86: Medidas da base inferior em escala 1:1 com duas	
vistas em detalhe em escala 4:1 e duas seções para cada	
detalhe também em escala 4:1.	96
Figura 87: Medidas da base superior em escala 1:1 com uma	
vista em detalhe em escala 4:1 e uma seção para o detalhe	
também em escala 4:1.	97
Figura 88: Medidas do anel fixador pequeno inferior.	98
Figura 89: Medidas do anel fixador pequeno superior em escala 1:1	98
Figura 90: Medidas do anel fixador maior inferior.	99

Figura 91: medidas do fixador maior superior em escala 1:1.	100
Figura 92: As seis peças de garolite.	100
Figura 93: Anéis Fixadores separados com ajuda de parafusos.	101
Figura 94: (a) Fixadores e músculos. (b) Fios condutores.	101
Figura 95: (a) Superfície. (b) Músculo colado aos fixadores.	101
Figura 96: (a) Músculo esticado. (b) Músculo com capacitores.	102
Figura 97: (a) Camadas coladas. (b) Atuador construído.	102
Figura 98: Atuador de uma camada ao final dos experimentos.	103
Figura 99: Sub-índices.	104
Figura 100: Modelo matemático KV.	105

Lista de tabelas

Tabela 1: Tipos de modelos para cada elemento.	35
Tabela 2: Modelos matemáticos para cada elemento do músculo.	38
Tabela 3: Resumo das vantagens do objeto.	55
Tabela 4: Resumo de experimentos:	82

Lista de símbolos

- α : Giro no eixo X.
- β : Giro no eixo Y.
- γ : Giro no eixo Z.
- θ : Ângulo entre o eixo X e a posição final da partição número i.
- $\Delta \theta$: Ângulo formado entre duas partições consecutivas.
- *A* : Matriz de rotação da base superior.
- A_{α} : Matriz de rotação gerada pelo giro α .
- A_{β} : Matriz de rotação gerada pelo giro β .
- A_{γ} : Matriz de rotação gerada pelo giro γ .
- \hat{a} : Vetor unitário na direção Z.
- \hat{a}_z : Componente do vetor \hat{a} no eixo Zo.
- \hat{a}_{z} : Ângulo formado pelo vetor \hat{a} e o eixo Zo.
- B_i : Vetor que indica a direção da partição número *i* do músculo.
- \hat{b}_i : vetor unitário de B_i .
- $||B_i||$: Modulo de B_i .
- $c_{A_{i_i}}$: Primeira constante de amortecimento do modelo KV+A na partição *i*.
- $c_{A_{2_i}}$: Segunda constante de amortecimento do modelo KV+A na partição *i*.
- *c*_{B1*i*}: Primeira constante de amortecimento do modelo Burgers na partição *i*.
- *c*_{*B₂^{<i>i*}}: Segunda constante de amortecimento do modelo Burgers na partição *i*.</sub>
- *CBK*_{*F*} :Variável auxiliar para o calculo.
- CBK_{T} :Variável auxiliar para o calculo.
- CDK_F :Variável auxiliar para o calculo.
- CDK_T :Variável auxiliar para o calculo
- *CEI*_{*T*} :Variável auxiliar para o calculo.

- Cg: Centro de massa da carga.
- ску: Constante de amortecimento do modelo KV para à partição número i.
- ску: Constante de amortecimento do modelo Zener na partição número i.
- CT_F :Variável auxiliar para o calculo.
- CT_{T} :Variável auxiliar para o calculo.
- CVI_F : Variável auxiliar para o calculo.
- CVI_T : Variável auxiliar para o calculo.
- *CVK_F*:Variável auxiliar para o calculo..
- CVK_T :Variável auxiliar para o calculo.
- cz_i: Constante de amortecimento do modelo Zener na partição número *i*.
- d : Posição do Gg referente ao sistema de coordenadas da base superior.
- dA : Derivada parcial de A referente a quaisquer das seis variáveis.
- D_i : Vetor que inicia em Gg e termina em Pf_i .
- dB_i : Derivada parcial de B_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d \|B_i\|$: Derivada parcial de $\|B_i\|$ referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\hat{b}_i$: Derivada parcial de \hat{b}_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- dF: Derivada parcial de F referente a quaisquer das seis variáveis.
- df_i : Derivada parcial de f_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\varepsilon_i$: Derivada parcial de ε_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\dot{\epsilon}_i$: Derivada parcial de $\dot{\epsilon}_i$ referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\ddot{\varepsilon}_i$: Derivada parcial de $\ddot{\varepsilon}_i$ referente a quaisquer das seis variáveis.
- dFmol : Derivada parcial de Fmol referente a quaisquer das seis variáveis.
- dh_i : Derivada parcial de h_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\dot{h}_i$: Derivada parcial de \dot{h}_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\ddot{h}_i$: Derivada parcial de \ddot{h}_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- dPf_i : Derivada parcial de Pf_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- dO: Derivada parcial de O referente a quaisquer das seis variáveis.
- dTi: Derivada parcial de Ti referente a quaisquer das seis variáveis.

dTmol : Derivada parcial de Tmol referente a quaisquer das seis variáveis.

- $d\omega_i$: Derivada parcial de ω_i referente a quaisquer das seis variáveis.
- $d\dot{\omega}_i$: Derivada parcial de $\dot{\omega}_i$ referente a quaisquer das seis variáveis.
- ε_i : Deformação da partição número *i*.
- *F* : Sistema de equações de forcas e torques.
- f_i : Força vetorial na partição número i.
- *Fg* : Força de gravidade.
- Fmol : Força que a mola exerce à base superior.
- *H* : Vetor que contem os três vetores de giro α , β e γ .
- h_i : Força escalar na partição número i.
- *I* :Matriz de inércia da carga.
- \hat{i} : Vetor unitária no eixo X.
- \hat{j} Vetor unitária no eixo Y.
- JF: Matriz Jacobiana de F.
- *K* : Constante de rigidez da mola central.
- \hat{k} : Vetor unitário no eixo Y.
- k_{A_i} : Constante de rigidez do modelo KV+A para a partição número *i*.
- $k_{B_{1_i}}$: Primeira constante de rigidez do modelo Burgers na partição número *i*.
- $k_{B_{2_i}}$: Segunda constante de rigidez do modelo Burgers na partição número *i*.
- k_i : Constante de rigidez equivalente no equilibro estático.
- k_{KV_i} : Constante de rigidez do modelo KV para a partição número *i*.
- \hat{ko} : Vetor unitário na direção Zo.
- $k_{Z_{1_i}}$: Primeira constante de rigidez do modelo Zener na partição número *i*.
- $k_{Z_{2_i}}$: Segunda constante de rigidez do modelo Zener na partição número *i*.
- L: Comprimento natural da mola central.
- l_i : Longitude natural da partição número i.
- *m* : Massa da carga.
- *MKV_{sv}* :Variável auxiliar para o calculo.
- MKV_{CV} : Variável auxiliar para o calculo.

- N_{K_1} :Variável auxiliar para o calculo.
- N_{κ_2} :Variável auxiliar para o calculo.
- N_{κ_3} :Variável auxiliar para o calculo.
- O: Centro da base superior.
- Ox: Primeira componente de O.
- Oy: segunda componente de O.
- Oz: quarta componente de O.
- ||O||: Modulo de O.
- \hat{o} : Vetor unitário de O.
- \hat{o}_n : Vetor unitário normal ao plano definido pelo eixo Zo e o vetor \hat{o} .
- \hat{o}_t : Vetor unitário que pertence ao plano definido pelo eixo Zo e o vetor \hat{o} .
- ρc_a : Constante de amortecimento por unidade de comprimento.
- Pf_i : Ponto final da partição número *i* do músculo.
- ρk_{a} : Constante de rigidez por unidade de comprimento.
- *Po_i*: Ponto inicial da partição número *i* do músculo.
- Rbase : Raio das bases.
- *RF* :Variável auxiliar para o calculo.
- *RKV_{sv}* :Variável auxiliar para o calculo.
- *RKV_{CV}*: Variável auxiliar para o calculo.
- *RRF* : Variável auxiliar para o calculo.
- RRT : Variável auxiliar para o calculo.
- RT : Variável auxiliar para o calculo.
- *Tmol* : Torque, referente ao centro de massa da carga, que exerce *Fmol* à carga.
- *Ti*: Torque, referente ao centro de massa da carga, que exerce f_i à carga.
- Δt : Diferencial de tempo.
- μ_i : Numero de coluna numa imagem.
- v_i : Numero de fila numa imagem.
- ω : Velocidade angular.
- $[\omega]$: ω ordenado em uma matriz para o produto vetorial.
- W: Matriz que relaciona $\omega \in \dot{H}$.