

3. Método de solução

3.1. Introdução

O conjunto de equações descritas no capítulo 2 formam um sistema não-linear de equações algébricas. Nesta seção descrevem-se a abordagem utilizada e a metodologia de solução do modelo matemático. A plataforma computacional EES (*Engineering Equation Solver*), que utiliza o método de Newton-Raphson, serviu como ferramenta para a simulação do sistema de refrigeração por compressão de vapor proposto operando com nanofluidos como fluidos secundários.

O objetivo da simulação, conhecidas as características e componentes do ciclo e as condições em que este opera, é determinar a geometria dos trocadores de calor e o desempenho do ciclo.

3.2 Dados de entrada

As variáveis conhecidas *a priori* foram ordenadas em função de seu uso no programa. Assim, têm-se dados gerais para o programa e dados utilizados para simular cada componente do ciclo de refrigeração por compressão de vapor.

3.2.1 Dados de entrada gerais no programa

- Seleção do fluido refrigerante no presente trabalho R134a (sustância pura).
- Seleção do fluido de resfriamento no condensador no presente trabalho H₂O (sustância pura).
- A seleção do fluido secundário ou nanofluido no evaporador (sustância composta) leva em conta:

- Seleção do fluido base: H_2O ;
- Seleção da nanopartícula (Cu , CuO , Al_2O_3 , TiO_2);
- Diâmetro da nanopartícula;
- Concentração volumétrica da nanopartícula (1 %vol. até 5 %vol.);
- Temperatura do fluido de resfriamento no ingresso do condensador.
- Temperatura do fluido secundário no ingresso do evaporador.
- Diferença entre as temperaturas de condensação e de entrada do fluido de resfriamento no condensador;
- Diferença entre as temperaturas de evaporação e de entrada do fluido secundário no evaporador;
- Grau de superaquecimento do refrigerante na saída do evaporador;
- Grau de subresfriamento do refrigerante na saída do condensador.

3.2.2

Dados característicos dos componentes do sistema

O modelo matemático desenvolvido para o ciclo de refrigeração por compressão de vapor necessita dos seguintes dados para cada um dos componentes do sistema:

Compressor

Diâmetro do pistão, D_p ;

Deslocamento do pistão, s_p ;

Número de cilindros, I_{cyl} ;

Razão de espaço nocivo, c_r ;

Condensador

Diâmetro interno do tubo interno, $d_{in_in_cd}$;

Diâmetro externo do tubo interno, $d_{out_in_cd}$;

Diâmetro interno do tubo externo, $d_{in_out_cd}$;

Evaporador

Diâmetro interno do tubo interno, $d_{in_in_ev}$;

Diâmetro externo do tubo interno, $d_{out_in_ev}$;

Diâmetro interno do tubo externo, $d_{in_out_ev}$;

O programa soluciona o sistema de equações, calculando os seguintes parâmetros:

Para o ciclo de refrigeração por compressão de vapor

Vazão mássica de refrigerante, m_r ;

Coeficiente de desempenho do ciclo, COP;

Capacidade de refrigeração, Q .

Compressor

Entalpia específica na descarga do compressor, h_2 ;

Temperatura na descarga do compressor, T_2 ;

Eficiência volumétrica do compressor, η_v ;

Eficiência isentrópica do compressor, η_{is} ;

Potência elétrica do compressor, E ;

Potência de compressão adiabática, W_{real} ;

Condensador

Vazão mássica do fluido de resfriamento, m_{co} ;

Comprimento, L_{cd} ;

Queda de pressão no lado do refrigerante, ΔP_{r_cd} ;

Queda de pressão no lado do fluido de resfriamento, ΔP_{co} ;

Evaporador

Vazão mássica do fluido de secundário, m_{sf} ;

Comprimento, L_{ev} ;

Queda de pressão no lado do refrigerante, ΔP_{r_ev} ;

Queda de pressão no lado do fluido secundário, ΔP_{sf} ;

3.3

Plataforma computacional

Para garantir a solução das equações propostas para a caracterização do nanofluido como fluido secundário utilizou-se a plataforma computacional EES (EES, 2004) capaz de resolver sistemas de equações algébricas não-lineares.

Entre as principais características que o EES possui pode-se enumerar:

- Identificação automática e agrupamento de equações que devem ser solucionadas simultaneamente;
- Disponibilidade de bibliotecas embutidas para o cálculo de propriedades termofísicas, de grande ajuda na resolução de problemas da área térmica.
- Possibilidade de interação com o *REFPROP* (Lemman et al., 2004) desenvolvido no NIST (National Institute of Standards and Technology), dispositivo não acionado no presente trabalho;
- Procedimentos, funções e sub-rotinas podem ser escritas de forma similar a plataformas de programação de alto nível, tais como Pascal e FORTRAN. Em princípio, códigos escritos nestas linguagens de alto nível poderiam ser facilmente adaptados ao EES.

O software EES utiliza, para a solução de sistemas de equações não lineares, o método de Newton-Raphson para múltiplas variáveis. Este método constitui um caso particular do método de iteração linear.

O método de Newton-Raphson para uma variável é representado matematicamente pelas equações (3.1) e (3.2). Observa-se que o procedimento é iterativo, ou seja, obtém-se uma fórmula recursiva que calcula uma aproximação, aperfeiçoada a partir da aproximação precedente. Os valores das derivadas nestes pontos são utilizados para produzir uma seqüência de pontos que convergem para a raiz desejada.

$$\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)} \quad \text{Equation Section 3} \quad (3.1)$$

A fórmula recursiva do método de Newton-Raphson é:

$$x_{n+1} = \varphi(x_n) \quad (3.2)$$

A convergência do processo iterativo nem sempre está garantida por este método, sendo necessário o cumprimento das seguintes condições para a convergência do mesmo:

- Existência de apenas uma raiz no intervalo $[a, b]$ onde se deseja obter a raiz;
- Que a primeira e segunda derivadas sejam não-nulas e preservem o sinal no intervalo $[a, b]$;
- Que a derivada da função no ponto x_n seja diferente de zero.

A figura 27 ilustra a interpretação geométrica do Método de Newton-Raphson.

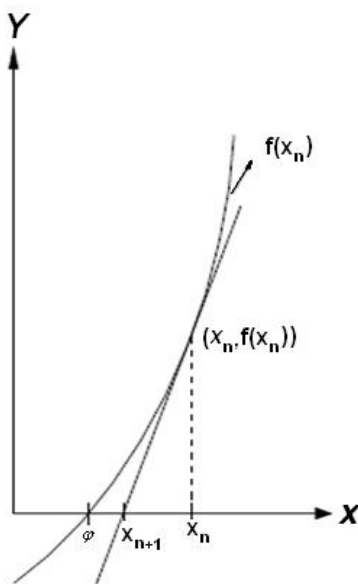


Figura 27- Interpretação gráfica do Método de Newton-Raphson (Kelley, 2003).

3.4 Desenvolvimento do Código

O programa desenvolvido no presente trabalho adota uma forma modular, com

cada módulo dedicado ao compressor, condensador, dispositivo de expansão e evaporador, respectivamente. Assim, cada componente pode ser avaliado individualmente de acordo com o modelo matemático selecionado na literatura para descrevê-lo.

Utilizando o EES foram determinados, simultaneamente, os dados intermediários que interconectam dois componentes sucessivos. Portanto, qualquer mudança em um dos componentes influencia o desempenho do ciclo, assim como o resto dos componentes.

3.5

Estrutura do programa

O programa principal foi organizado seguindo uma ordem seqüencial, na medida em que o ciclo termodinâmico vai sendo resolvido. Assim, a ordem geral que segue o programa é:

- Compressor;
- Condensador;
- Dispositivo de expansão;
- Evaporador.

Os comandos de cálculo de cada componente estão organizados da seguinte forma:

- Ingresso das condições de operação;
- Cálculo das propriedades termodinâmicas;
- Execução das equações como parte do modelo matemático do componente;
- Produção de resultados (intermediários ou finais).

O programa principal consta de um total de 252 variáveis e 252 equações.

3.6

Características específicas do método

3.6.1

Coefficiente convectivo local de transferência de calor no condensador

Para efeitos de implementação do modelo proposto por Thome et al. (2003), expresso pela equação (2.58), o coeficiente local convectivo de transferência de calor no condensador forma parte de uma das sub-rotinas específicas desenvolvidas no programa, descrita pela função “Alpha Local Two Phase”. O cálculo do valor médio toma a forma da seguinte integral:

$$\bar{\alpha}_{tp_cd} = \frac{1}{\Delta X} \int_0^1 \alpha_{tp_cd} dx \quad (3.3)$$

onde os limites da integral são os valores do título para líquido e vapor saturados.

Pode-se apresentar a equação (4.3) da seguinte forma, discretizada:

$$\bar{\alpha}_{tp_cd} = \frac{1}{\Delta X} \sum (f(x) \Delta x_i) \quad (3.4)$$

onde $f(x)$ toma a forma da equação (2.58):

$$f(x) = \frac{\alpha_{f_cd} r \theta + (2\pi - \theta) r \alpha_{c_cd}}{2\pi r} \quad (3.5)$$

O número de divisões na zona bifásica, $n_{intervalos}$, define o valor do intervalo do título de vapor:

$$\Delta x_i = \frac{\Delta X}{n_{intervalos}} \quad (3.6)$$

A figura 28 mostra esquematicamente um dos intervalos da discretização para o cálculo do coeficiente convectivo local de transferência de calor no condensador, no lado do refrigerante, variando o título entre 0 e 1.

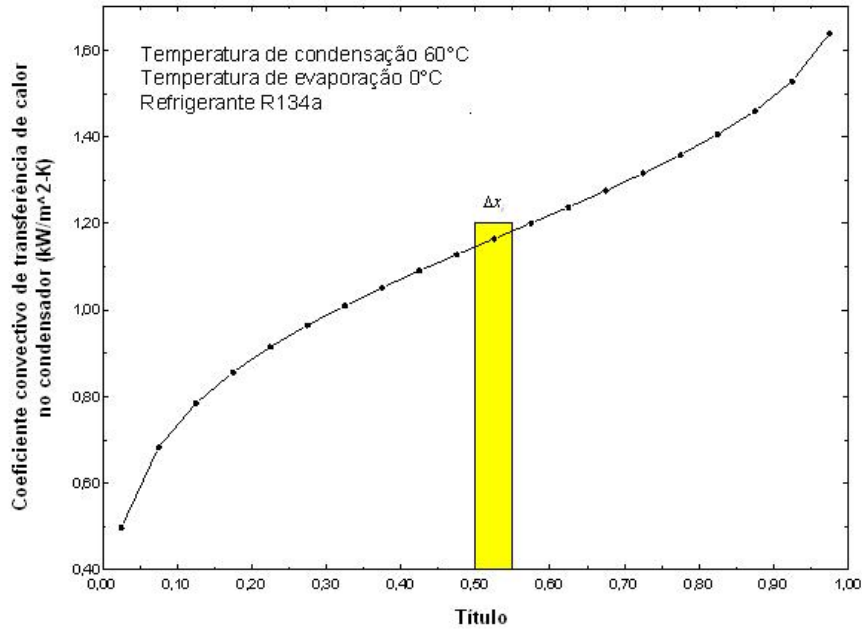


Figura 28- Variação do coeficiente local de transferência de calor no condensador.

3.6.2

Coeficiente convectivo local de transferência de calor no evaporador

De forma similar ao tratado no caso do condensador, para efeitos de implementação do modelo proposto por Gungor e Winterton (1986), a correlação expressa pela equação (2.107) para o cálculo do coeficiente convectivo local de transferência de calor faz parte de uma das sub-rotinas especificamente desenvolvidas. No programa, o coeficiente de transferência de calor local é descrito pela função “Alpha Local Boiling” e tem a forma da seguinte integral:

$$\bar{\alpha}_{bo_ev} = \frac{1}{\Delta X} \int_{x_4}^1 \bar{\alpha}_{bo_ev} dx \quad (3.7)$$

onde os limites, x_4 e 1, são os valores do título de vapor na saída do dispositivo de expansão e de vapor saturado, respectivamente.

Pode-se discretizar a equação (4.6) da seguinte forma:

$$\bar{\alpha}_{bo_ev} = \frac{1}{\Delta X} \sum (f(x) \Delta x_i) \quad (3.8)$$

onde $f(x)$ toma a forma da equação (2.107):

$$f(x) = E_2 E \alpha_{l_{ev}} + S_2 S \alpha_{pool} \quad (3.9)$$

Analogamente ao condensador, o número de divisões na zona bifásica, $n_{intervalos}$, define o valor do intervalo do título de vapor:

$$\Delta x_i = \frac{\Delta x}{n_{intervalos}} \quad (3.10)$$

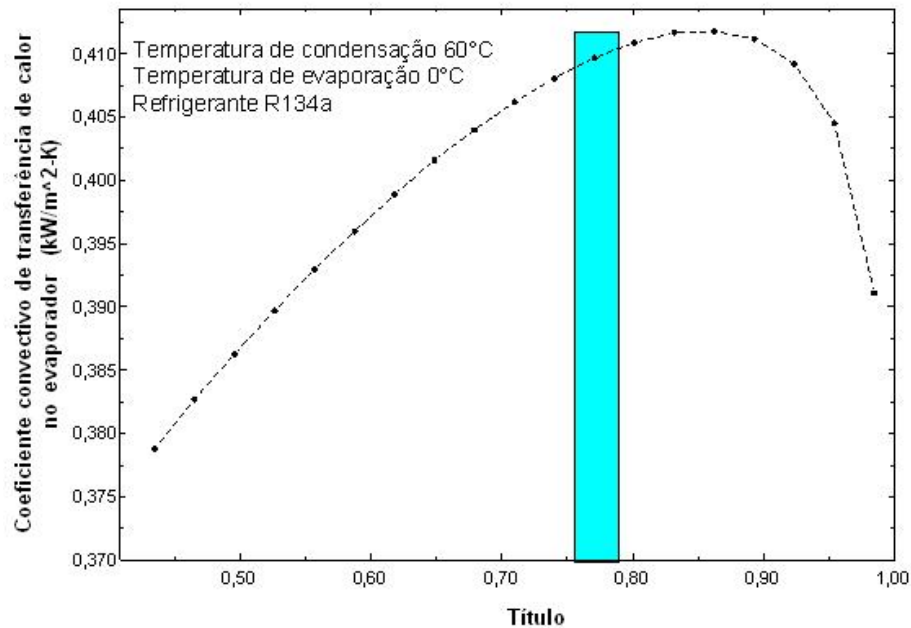


Figura 29- Variação do coeficiente local de transferência de calor no evaporador

A figura 29 mostra de modo semelhante ao caso do condensador, um dos intervalos de discretização para o cálculo do coeficiente convectivo local de transferência de calor no evaporador, onde o título varia desde um valor x_4 na saída do dispositivo de expansão, até a unidade na saída do evaporador.

3.7 Teste de malha

O grau de discretização, ou seja, o número de divisões especificado ao longo do comprimento do evaporador e do condensador influenciará a precisão dos resultados globais, devido ao fato de existir um erro numérico acumulativo proveniente da aproximação numérica das equações (3.4) e (3.8). Testes de sensibilidade relativos à

influência da discretização no valor do coeficiente convectivo de transferência do evaporado e do condensador foram realizados e são apresentados nas figuras 30 e 31, respectivamente.

Para um número de intervalos superior a 20, encontraram-se espalhamentos menores que 0,05% para o coeficiente convectivo de transferência de calor no evaporador (o que representa valores da ordem de $1\text{W/m}^2\text{-K}$).

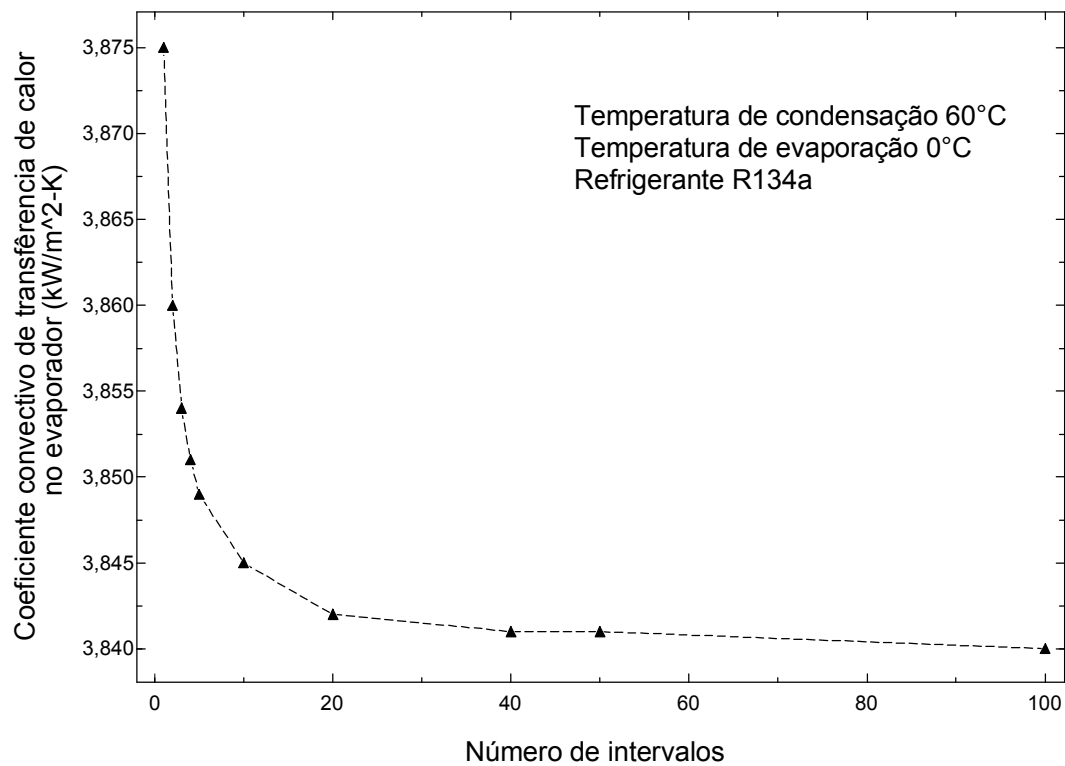


Figura 30 – Teste de malha no evaporador

No caso do condensador com um número de intervalos superior a 20, o espalhamento encontrado é de 0,04% (figura 29).

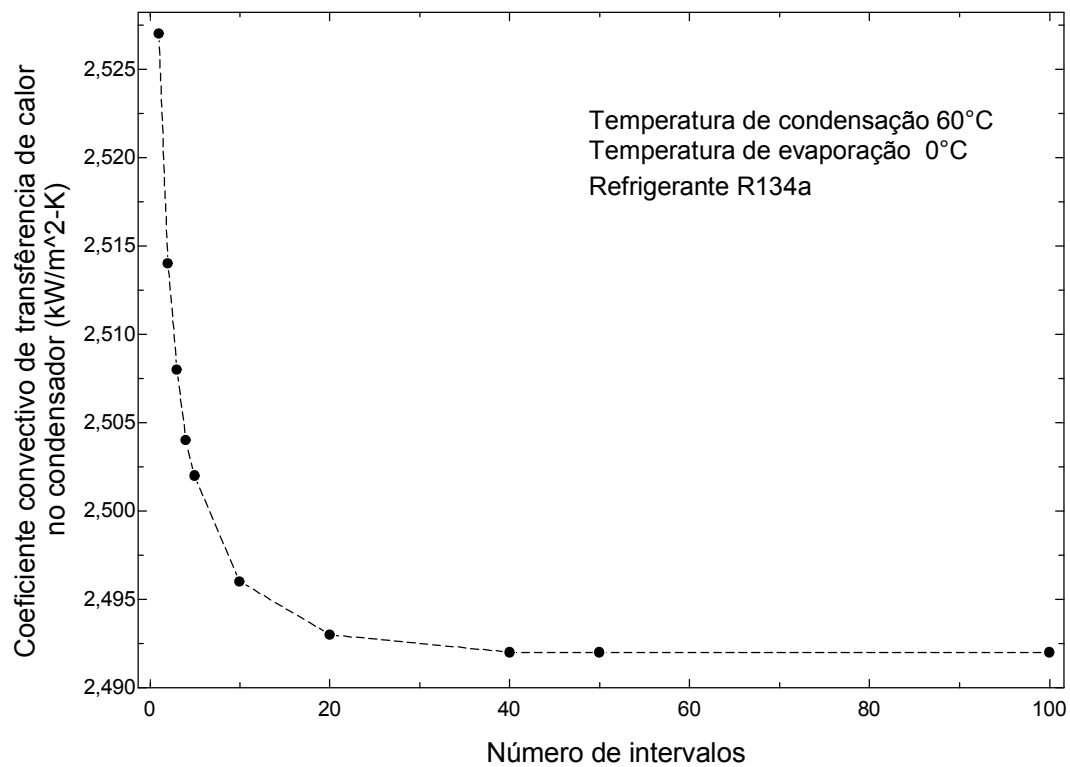


Figura 31 – Teste de malha no condensador

Portanto, para efeitos de utilização do modelo foram consideradas discretizações com 20 divisões, tanto no evaporador quanto no condensador. Garante-se, assim, um grau de precisão adequado para a solução numérica dos modelos de ambos os trocadores.